

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 2; -4)$, $\mathbf{b}(5; 3; -5)$, $\mathbf{c}(3; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; -3; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-5; -7; 4)$, $\mathbf{b}(-5; -4; 8)$, $\mathbf{c}(2; 2; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(2; 3; 1)$ и $\overline{AC}(-5; -4; -1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(8; 8; 7)$, $B(17; 3; 3)$, $C(5; 10; 8)$, $D(3; 11; 9)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины P на грань QRS и площадь грани QRS . $P(-1; 0; 11)$, $Q(4; 1; 4)$, $R(-3; 1; 12)$, $S(10; -1; 1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + z - 6 = 0$ и $\beta : 5x - y - z = 2$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 1; -7)$, $B(-3; 2; -7)$, $C(2; 3; -6)$, $S(-8; 5; 2)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 1; -3)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - z = -4$ и $x + 5y + 1 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(8; 8; 7)$, $B(11; 10; 11)$, $C(3; 5; 0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z - 2 = 0 \\ -2x - 4y - z = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(-12; -11; -13)$ на плоскость $-2x - 4y - 5z = 43$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+6}{4}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z - 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -2; -5)$, $\mathbf{b}(2; 3; -6)$, $\mathbf{c}(-1; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 0; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -3; -4)$, $\mathbf{b}(3; 2; 2)$, $\mathbf{c}(4; 5; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; -1; 0)$ и $\overline{AC}(-1; 2; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 3; -2)$, $C(-2; 3; 0)$, $D(-1; 4; 4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины S на грань PQR и площадь грани PQR . $P(2; 9; 5)$, $Q(-3; 4; -2)$, $R(-2; 6; 5)$, $S(0; 7; 4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -9x + 4y - z = -5$ и $\beta : -y + z - 9 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 7; -6)$, $B(-6; 8; -7)$, $C(-9; 8; -6)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(0; 0; 5)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; 10; 9)$ перпендикулярно плоскостям $-5x - y - 3z - 7 = 0$ и $-4x - y - 4z = 2$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(1; 0; 9)$, $B(3; 7; 0)$, $C(2; 4; 4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 7x - y - 3z - 23 = 0 \\ -4x + y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(10; -13; 19)$ относительно плоскости $-4x + 7y - 9z - 63 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : 6x + y + z = -6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -7; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -1)$, $\mathbf{b}(7; -4; -3)$, $\mathbf{c}(-15; 13; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(2; 1; 1)$ и $\overline{AC}(1; 1; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(9; 8; 4)$, $B(13; 11; 3)$, $C(16; 10; 1)$, $D(6; 8; 6)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , ее высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и площадь грани $A_1 A_2 A_3$. $A_1(-9; -2; -2)$, $A_2(-10; -4; -3)$, $A_3(-10; -2; -4)$, $A_4(-4; 3; 7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y - 3 = 0$ и $\beta : 2x - 8y + 3z = -9$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -8; -6)$, $B(8; -7; -7)$, $C(11; -5; -8)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(7; -2; 7)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; 9; -7)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + 5z + 4 = 0$ и $2x + 3y + 6z = 3$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 0; 9)$, $B(-1; -10; 16)$, $C(3; 3; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 6 = 0 \\ -7x + y + z + 13 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(7; -12; -19)$ на плоскость $x + 3y + 3z = -29$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{6} = \frac{y-8}{3} = \frac{z+6}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 0; -3)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 4)$, $\mathbf{c}(2; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 1; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 7\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -1; 5)$, $\mathbf{b}(-1; 5; -6)$, $\mathbf{c}(5; -1; -7)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(-1; -3; 1)$ и $\overline{AC}(-1; -10; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 6; 0)$, $B(9; 11; -6)$, $C(6; 9; -7)$, $D(7; 4; 7)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины P на грань QRS и площадь грани QRS . $P(-2; -7; -3)$, $Q(3; -5; -6)$, $R(-7; 4; 1)$, $S(0; -6; -4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 4y + 2z = 9$ и $\beta : -y + z - 10 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 1; -3)$, $B(-8; 2; 1)$, $C(-8; 0; 0)$, $S(-1; 2; -2)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -9; 4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y - z = 8$ и $-4x - y + z = -1$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 8; 4)$, $B(7; 10; 3)$, $C(-1; 7; 5)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - 7y + 7z - 15 = 0 \\ 2x - 6y + 5z - 1 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; -4; -3)$ относительно плоскости $-5y - 3z = -22$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 6y + 4z + 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -3; 4)$, $\mathbf{b}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{c}(5; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; -7; 10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; 7; -7)$, $\mathbf{b}(3; -3; 1)$, $\mathbf{c}(3; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 4; 9)$, $B(8; 5; 9)$, $C(-5; 3; 10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(0; -3; -8)$, $\mathbf{b}(2; 1; 6)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 3)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, его высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(-1; 3; 6)$, $B(1; 6; 4)$, $D(2; 9; 2)$, $A_1(0; 11; -1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x - 4y + 2z = -4$ и $\beta : -y - z - 6 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 5; 0)$, $B(-3; 3; 4)$, $C(-3; 2; 7)$, $S(-6; -4; 6)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 2; 10)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y + z = 5$ и $-2x + 5y + z = 1$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(3; 0; 1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(6; 2; -4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x - 2y - z + 5 = 0 \\ 3x + 3y + z + 11 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(4; -1; -9)$ относительно плоскости $3x + 2y - 9z = 44$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - 3z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 5; -1)$, $\mathbf{b}(3; 2; 0)$, $\mathbf{c}(2; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 5; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; 3; 2)$, $\mathbf{b}(5; -4; -2)$, $\mathbf{c}(3; -4; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 0; 4)$, $B(2; 2; -1)$, $C(2; 1; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(1; -1; -4)$, $\mathbf{b}(-8; 4; 3)$, $\mathbf{c}(5; -3; -7)$?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A, B, C, D , ее высоту, опущенную из вершины A на грань BCD и площадь грани BCD . $A(2; 12; 0)$, $B(-2; 9; -9)$, $C(-3; 10; -17)$, $D(0; 10; -2)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - y + 4z = 13$ и $\beta : 3y - z - 1 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8; -7; -1)$, $B(-7; -6; 0)$, $C(-5; -9; -2)$, $S(2; 1; -5)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 2; 0)$ перпендикулярно плоскостям $x - 7y + 6 = 0$ и $-x - 3y + z = 7$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(5; 8; 5)$, $B(9; 1; 4)$, $C(8; 3; 4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -6x + y + z + 27 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(3; -19; 9)$ на плоскость $2x - 7y + 2z = -71$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 1; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 3; -4)$, $\mathbf{c}(-1; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 0; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; 5; 6)$, $\mathbf{b}(7; 11; 1)$, $\mathbf{c}(-2; -7; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; 1; -3)$ и $\overline{AC}(-3; -1; 4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(8; 1; 7)$, $B(7; -1; 2)$, $C(6; -4; 3)$, $D(9; 4; -1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины S на грань PQR и площадь грани PQR . $P(-8; -8; -6)$, $Q(-8; -6; -5)$, $R(-13; -5; -16)$, $S(-5; -9; 1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 2y + 11 = 0$ и $\beta : x - y - 5z = -2$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; -9; 10)$, $B(-7; -8; 8)$, $C(1; -8; 9)$, $S(2; -7; 1)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -6; -4)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 4y - 2z = 7$ и $x + y + z - 7 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(7; 5; 6)$, $B(6; 1; 0)$, $C(8; 8; 11)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + 8y - 3z - 2 = 0 \\ x - 3y + z + 4 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(3; 17; 20)$ на плоскость $2x - 6y - 5z = -1$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-4} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z = -10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(6; 2; 3)$, $\mathbf{b}(-1; 0; -2)$, $\mathbf{c}(-4; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 1; -8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; 5; -1)$, $\mathbf{b}(3; -6; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 18; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 1)$, $B(3; 9; 2)$, $C(-1; 6; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2; 6; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 4; -5)$, $\mathbf{c}(-1; 1; -2)$?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины R на грань PQS и площадь грани PQS . $P(-1; 7; 3)$, $Q(0; 9; 1)$, $R(-3; 2; 7)$, $S(-2; 15; -4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y - 3z - 1 = 0$ и $\beta : 2x + 2y - 2z = -1$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 2; -2)$, $B(-3; 3; -2)$, $C(-12; -1; -1)$, $S(-8; -4; 6)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 4; 0)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - z = 2$ и $-x + 2y + 8z + 5 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(3; 5; 0)$, $B(0; 9; 1)$, $C(8; -2; -2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 4y + z - 12 = 0 \\ -2x - 3y + z - 9 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; -5; 13)$ относительно плоскости $-3x - 2y + 5z + 8 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 3z = -11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро B_1C_1 в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -6; -2)$, $\mathbf{b}(6; -5; 1)$, $\mathbf{c}(1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -1; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; 3; 6)$, $\mathbf{b}(-3; 1; 5)$, $\mathbf{c}(5; -9; -21)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(-2; 5; 9)$ и $\overline{AC}(1; -3; -7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 3; 2)$, $B(9; 7; 3)$, $C(7; 4; 2)$, $D(13; 12; 4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , ее высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $A_2 A_3 A_4$ и площадь грани $A_2 A_3 A_4$. $A_1(-3; 5; -3)$, $A_2(-2; 1; -2)$, $A_3(-10; 6; -5)$, $A_4(-3; 8; -4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 2z - 5 = 0$ и $\beta : -x - 2y - 3z = 8$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 7; 4)$, $B(10; 6; 7)$, $C(9; 6; 6)$, $S(6; -1; -7)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 2; 10)$ перпендикулярно плоскостям $-6x + y = -2$ и $x - y + z - 3 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 8; 2)$, $B(3; 6; -1)$, $C(1; 11; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z + 18 = 0 \\ -x + 2y + z - 19 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(-31; 43; 17)$ на плоскость $7x - 10y - 5z = -36$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(6; -1; 5)$, $\mathbf{b}(-5; 4; -2)$, $\mathbf{c}(1; 4; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 2; 8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -8\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; 7; -6)$, $\mathbf{b}(-2; -7; 6)$, $\mathbf{c}(-8; -3; 12)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(3; 1; -1)$ и $\overline{AC}(8; 2; -1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(1; 2; 6)$, $B(0; -1; 10)$, $C(2; -3; 10)$, $D(2; -4; 11)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины P на грань QRS и площадь грани QRS . $P(1; 0; 4)$, $Q(-6; 1; 7)$, $R(-1; -2; 3)$, $S(-3; 2; 8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y + 2z + 5 = 0$ и $\beta : -3x - y - 4z = -5$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 8; -2)$, $B(-3; 7; -2)$, $C(-3; 4; -3)$, $S(-7; 8; 2)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; 2; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y - z = 8$ и $3x - 4y - 2z = -2$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 4; 2)$, $B(3; 5; 2)$, $C(4; 7; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + 3y - 2z + 24 = 0 \\ -x - y + z + 5 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(13; -33; 34)$ на плоскость $2x - 8y + 9z = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 2; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -8; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 5\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-3; 1; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(-3; 1; -2)$ и $\overline{AC}(2; 1; -1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(0; 0; 1)$, $B(1; 3; 3)$, $C(1; 1; 1)$, $D(-1; -2; 0)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, его высоту, опущенную из вершины B_1 на грань $A_1 A_2 A_3 A_4$ и площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$. $A_1(-6; 0; 9)$, $A_2(-7; 1; 3)$, $A_4(-7; -2; 13)$, $B_1(-8; -1; 8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 2y - 2z = -12$ и $\beta : -x - 4z - 11 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 1; -5)$, $B(2; 2; -8)$, $C(0; 2; -7)$, $S(1; -1; 7)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; 10; -9)$ перпендикулярно плоскостям $x - 4y - 5z - 2 = 0$ и $x - 3y - 2z + 6 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(1; 5; 8)$, $B(-2; 6; 10)$, $C(3; 4; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z - 5 = 0 \\ -3x + 3y + 2z + 13 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(4; -8; -4)$ относительно плоскости $7y + 3z = 19$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -3; 2)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 1)$, $\mathbf{c}(-3; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; 5; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 2; 4)$, $\mathbf{b}(4; 3; 7)$, $\mathbf{c}(-13; -8; -16)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 5)$, $B(13; 2; 6)$, $C(9; 3; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-4; 3; -1)$, $\mathbf{b}(6; -4; 7)$, $\mathbf{c}(-3; 2; -4)$?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины P на грань QRS и площадь грани QRS . $P(-9; 9; 10)$, $Q(-7; 8; 6)$, $R(-2; 6; -3)$, $S(-8; 9; -3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + y + z = 11$ и $\beta : 3x + 3y = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 0; 1)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 7; -1)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(2; 4; 0)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -3; 4)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 5y - z = 7$ и $2x + 9y + z = 4$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(8; 4; 5)$, $B(15; 0; 8)$, $C(3; 7; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 3y + 7z + 20 = 0 \\ x + 2y - 5z - 14 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(5; 1; 7)$ относительно плоскости $-5x - 3y - 8z + 35 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-1}{-5}$ и плоскостью $\pi : x - y - 2z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{b}(1; -4; 4)$, $\mathbf{c}(2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 7; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-7; -10; 5)$, $\mathbf{c}(2; 4; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(-1; 1; 0)$ и $\overline{AC}(4; 1; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(7; 8; 2)$, $B(3; 10; -7)$, $C(8; 10; 0)$, $D(5; 7; 1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, его высоту, опущенную из вершины B_1 на грань $A_1 A_2 A_3 A_4$ и площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$. $A_1(-8; 5; 8)$, $A_2(-10; 6; 7)$, $A_4(-7; 3; 9)$, $B_1(-16; 4; 6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -5x + 2y + 2z = -12$ и $\beta : y + z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; -5; 2)$, $B(9; 2; 1)$, $C(9; -1; 2)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(-3; -3; -7)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -1; -10)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 5y + z = 5$ и $-x - 2y = 1$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(9; 7; 1)$, $B(8; 5; 4)$, $C(10; 8; 0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -9x + y + z + 2 = 0 \\ 10x - y - 12 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(14; 30; 0)$ на плоскость $-x - 7y + 2z = -8$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-7} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+8}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 3)$, $\mathbf{c}(-2; -2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 0; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 9\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 6; -7)$, $\mathbf{b}(2; 3; -5)$, $\mathbf{c}(-5; -4; 19)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 1)$, $B(5; 5; 1)$, $C(5; -2; 2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(0; -1; 1)$, $\mathbf{b}(3; 1; 5)$, $\mathbf{c}(-1; 0; -2)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, его высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(-9; -6; 0)$, $B(-8; -5; -2)$, $D(-10; -7; 3)$, $A_1(-5; -3; -6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - 2y + 8 = 0$ и $\beta : -3x - y + 3z = 10$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 7; 9)$, $B(-1; 8; 9)$, $C(6; 6; 10)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(4; 4; 2)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 9; -10)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y + 3z = -1$ и $x + 2y + 2z = -4$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(5; 2; 3)$, $B(6; 1; 2)$, $C(8; 0; -1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - 3y - z + 1 = 0 \\ 4x + 7y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(20; 19; 29)$ на плоскость $8x + 3y + 7z = 54$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-3} = \frac{y-6}{-5} = \frac{z-6}{-5}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; 3)$, $\mathbf{b}(4; 5; -6)$, $\mathbf{c}(2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 4; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 7\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-18; -17; -7)$, $\mathbf{b}(3; 4; 2)$, $\mathbf{c}(5; 6; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 0; 4)$, $B(-1; -8; 7)$, $C(-1; -7; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(6; 1; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 0; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -1; 4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, его высоту, опущенную из вершины E на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(-5; 2; -3)$, $B(-8; -7; -5)$, $D(-4; 1; -5)$, $E(0; 8; -6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x - 5z + 10 = 0$ и $\beta : -x + y - z = -9$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -1; -2)$, $B(8; -9; -3)$, $C(8; -8; -2)$, $S(0; 1; -5)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 4; 5)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + z = -5$ и $3x + y + 2z = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(1; 7; 2)$, $B(2; 9; 2)$, $C(5; 16; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 11 = 0 \\ 6x + y + z - 19 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(6; -18; -25)$ относительно плоскости $x - 6y - 9z = 44$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y-8}{3} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + z = -1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 0)$, $\mathbf{b}(1; 2; -1)$, $\mathbf{c}(2; 3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -5; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 3; -5)$, $\mathbf{b}(1; -11; 8)$, $\mathbf{c}(1; 3; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(2; -7; -1)$ и $\overline{AC}(3; -8; -1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(0; 1; 5)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(0; 0; 4)$, $D(3; 3; 10)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, его высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(9; 2; 6)$, $B(11; 0; 5)$, $D(8; 2; 3)$, $A_1(8; 1; -1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x - 3y + z = -3$ и $\beta : -y + 2z + 9 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; -7; 7)$, $B(-2; -14; 12)$, $C(-7; -10; 9)$, $S(3; -4; 3)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -8; 7)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 2z - 5 = 0$ и $6x - 2y + 3z + 2 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(4; 8; 0)$, $B(1; 6; 5)$, $C(6; 9; -3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y - 16 = 0 \\ -x - 3y + z + 7 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(14; 18; 29)$ на плоскость $5x + 7y + 10z - 138 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x + y + z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -1)$, $\mathbf{b}(3; -1; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -3; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(7; 1; 5)$, $\mathbf{b}(-4; -3; -3)$, $\mathbf{c}(-21; 1; -13)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(2; 1; -6)$ и $\overline{AC}(1; 1; -1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(3; 7; 0)$, $B(0; 6; -1)$, $C(-6; 3; -3)$, $D(-2; 6; -1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины P на грань QRS и площадь грани QRS . $P(-5; 2; 3)$, $Q(5; 0; -4)$, $R(0; 1; -2)$, $S(7; 0; -3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 2y - z = 5$ и $\beta : 4y + 2z + 1 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; 3; -6)$, $B(12; 5; -2)$, $C(14; 6; 1)$, $S(5; -6; -3)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -3; 3)$ перпендикулярно плоскостям $x - 7y + z = -1$ и $-x + 3y = -4$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(6; 0; 8)$, $B(7; 2; 5)$, $C(7; 3; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 2y - z + 21 = 0 \\ x + y - 3z - 3 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(5; -8; -3)$ относительно плоскости $-5x + 7y + 4z - 42 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 4y - z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 5; -4)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{c}(1; 2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -2; 9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -1; -4)$, $\mathbf{b}(5; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-6; 3; 8)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; -2; 0)$ и $\overline{AC}(-1; -3; 1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(3; 8; 7)$, $B(2; 8; 9)$, $C(6; 6; 4)$, $D(5; 7; 3)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, его высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(1; 5; -5)$, $B(-3; 7; -4)$, $D(-1; 6; -2)$, $A_1(2; 4; -3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + z + 12 = 0$ и $\beta : x - 2y + 2z = -9$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; 4; 3)$, $B(8; 3; 2)$, $C(11; 1; 3)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(-8; 8; 5)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -3; -6)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y = -3$ и $3x - 8y + z = -3$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(4; 6; 0)$, $B(-3; -3; 5)$, $C(8; 11; -3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x - y + 2z - 5 = 0 \\ -5x - 2y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; 14; -15)$ относительно плоскости $-5x + 8y - 7z = 55$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро AD в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 4; -5)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 3)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -4; 6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 9\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; -3; 1)$, $\mathbf{b}(0; -1; 5)$, $\mathbf{c}(2; 3; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; 1; 0)$ и $\overline{AC}(2; -5; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 7; 5)$, $B(1; 10; 4)$, $C(5; 8; 4)$, $D(4; 8; 5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках P, Q, R, S , ее высоту, опущенную из вершины S на грань PQR и площадь грани PQR . $P(-6; -5; 2)$, $Q(-3; -12; 4)$, $R(-8; -15; -1)$, $S(-5; -8; 3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y + 2z + 7 = 0$ и $\beta : 5x - 3y - z = -4$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -3; 7)$, $B(1; -12; 7)$, $C(-1; -2; 8)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(7; 5; 8)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 2; -3)$ перпендикулярно плоскостям $x - 8y - 2 = 0$ и $x + y + z = 7$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(9; 7; 1)$, $B(6; 9; -4)$, $C(7; 8; -2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + 5z + 11 = 0 \\ x + y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(-33; 42; -41)$ на плоскость $-7x + 9y - 8z - 161 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+5}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = -4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; 2)$, $\mathbf{b}(5; 0; 3)$, $\mathbf{c}(-5; -5; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -6; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(4; 5; 13)$, $\mathbf{b}(1; 3; 6)$, $\mathbf{c}(-3; -3; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 7)$, $B(-8; 7; 9)$, $C(0; 7; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-5; 3; 8)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{c}(-3; 1; 4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, его высоту, опущенную из вершины A_1 на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(5; 1; -6)$, $B(7; 4; -10)$, $D(2; -3; -1)$, $A_1(7; 3; -9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - y - 8 = 0$ и $\beta : 4x + 3y + 5z = -6$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -9; 3)$, $B(3; -8; 3)$, $C(-7; -10; 4)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(5; 7; -4)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -1; -8)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 4y - z - 4 = 0$ и $-3x - y + 2z - 4 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(7; 7; 6)$, $B(1; 6; 11)$, $C(14; 8; 0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - z - 6 = 0 \\ -6x - y + 2z - 28 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(9; -32; 4)$ на плоскость $-2x + 9y - 2z = 42$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - 6z = -4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -4; -1)$, $\mathbf{b}(0; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -2; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-5; 3; -3)$, $\mathbf{c}(1; 1; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(2; -1; 7)$ и $\overline{AC}(-1; 1; 1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(7; 4; 2)$, $B(6; 0; -4)$, $C(7; 3; 1)$, $D(6; 1; -3)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A, B, C, D , ее высоту, опущенную из вершины A на грань BCD и площадь грани BCD . $A(8; 2; 3)$, $B(6; 3; 2)$, $C(11; 7; 9)$, $D(14; 5; 9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 6x + 7y - z = 12$ и $\beta : -x - y + 1 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 0; 3)$, $B(-11; -10; 2)$, $C(-10; -9; 2)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(7; 0; 7)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; 6; 4)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 6y - 4z - 1 = 0$ и $x + y - z = 5$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(4; 4; 7)$, $B(3; 6; 8)$, $C(3; 5; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y - z - 9 = 0 \\ x - y - 11 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-15; -10; 9)$ относительно плоскости $-9x - 8y + 3z - 11 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y+6}{-5} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; 2)$, $\mathbf{b}(3; -2; 0)$, $\mathbf{c}(1; -3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -2; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(17; -2; -7)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-6; 3; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; 5; 0)$ и $\overline{AC}(-1; 3; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(9; 1; 8)$, $B(8; 8; 3)$, $C(8; 9; 2)$, $D(8; 7; 4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, его высоту, опущенную из вершины E на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(-8; 0; 5)$, $B(-10; -7; 8)$, $D(-9; 3; 2)$, $E(-9; 5; 1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 5y - 7z = -10$ и $\beta : x - z - 5 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 4; 1)$, $B(-3; 2; -6)$, $C(-5; 7; 9)$, $S(7; 0; 5)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; 9; 2)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y + z = -1$ и $-x + 3y = 5$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 8; 6)$, $B(5; 7; 4)$, $C(9; 6; 1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 3y + z - 8 = 0 \\ x + 2y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -3; -5)$ относительно плоскости $-2x + 3y + 3z = 5$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z - 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -3; 0)$, $\mathbf{b}(1; 1; -4)$, $\mathbf{c}(0; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -9; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 4\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 1; -1)$, $\mathbf{b}(2; 7; 7)$, $\mathbf{c}(6; 2; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(-1; -8; -1)$ и $\overline{AC}(1; 7; 0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(4; 4; 6)$, $B(5; 4; 5)$, $C(5; 7; 2)$, $D(4; 5; 5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, его высоту, опущенную из вершины B_1 на грань $A_1 A_2 A_3 A_4$ и площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$. $A_1(7; -8; -7)$, $A_2(12; -6; -4)$, $A_4(8; -6; -9)$, $B_1(-2; -9; -16)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 2y + 2z = 9$ и $\beta : -y + 3z - 8 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 5; -6)$, $B(2; 4; -7)$, $C(-5; 2; -10)$, $S(-8; 6; 1)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 3; 0)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + 5z = -6$ и $2x + 3y + 6z + 1 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(7; 9; 8)$, $B(8; 11; 5)$, $C(5; 6; 13)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 6 = 0 \\ -5x + 2y + z + 23 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(8; -18; -6)$ относительно плоскости $-2x + 9y + z - 31 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - 2z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -1; -5)$, $\mathbf{b}(-2; 2; -3)$, $\mathbf{c}(2; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -1; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 4\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; 2; -5)$, $\mathbf{b}(5; -3; 3)$, $\mathbf{c}(5; -1; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 6)$, $B(7; 2; 7)$, $C(8; 4; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(2; 5; 3)$, $\mathbf{b}(0; 1; 1)$, $\mathbf{c}(3; 7; 4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, его высоту, опущенную из вершины B_1 на грань $A_1 A_2 A_3 A_4$ и площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$. $A_1(-4; 2; -7)$, $A_2(3; -3; -5)$, $A_4(5; -4; -6)$, $B_1(-11; 7; -8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2y + 2z + 1 = 0$ и $\beta : -2x - 2y - 3z = -5$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 9; -3)$, $B(4; 7; -6)$, $C(-3; 10; -2)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(-6; -1; -2)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 5; 1)$ перпендикулярно плоскостям $7x + y + z = 1$ и $3x - y - 5 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(6; 4; 2)$, $B(5; 7; -2)$, $C(8; -3; 11)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y + z - 13 = 0 \\ x - y + 2z + 14 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-17; -6; 6)$ относительно плоскости $9x + 4y - z + 36 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{7}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = 5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 5; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(2; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -9; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -1; -4)$, $\mathbf{b}(-3; 1; 3)$, $\mathbf{c}(7; -2; -11)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; 5; 1)$ и $\overline{AC}(-1; -7; 0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 2; 1)$, $B(7; 2; 0)$, $C(10; 3; -4)$, $D(12; 3; -6)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, его высоту, опущенную из вершины E на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(3; -5; 8)$, $B(5; -6; 10)$, $D(7; 0; 0)$, $E(0; -6; 9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - z + 7 = 0$ и $\beta : 7x + 2y + 4z = 3$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; 8; -6)$, $B(-6; 9; -1)$, $C(-6; 10; -2)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(-1; 6; 4)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -4; -8)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y - z - 4 = 0$ и $3x + 10y + 2z = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(8; 0; 6)$, $B(4; -3; 7)$, $C(11; 2; 5)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - y - 2z - 3 = 0 \\ 2x + y + z - 9 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -5; 6)$ относительно плоскости $y - 3z = 2$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y + z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(4; 1; 0)$, $\mathbf{c}(3; 2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -3; 9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(6; -5; 2)$, $\mathbf{b}(-5; 4; -1)$, $\mathbf{c}(-9; 10; -8)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, построенного на векторах $\overline{AB}(1; 9; 2)$ и $\overline{AC}(-1; -8; -1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 2; 0)$, $B(9; 4; -2)$, $C(0; 4; -1)$, $D(11; -1; 2)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, его высоту, опущенную из вершины E на грань $ABCD$ и площадь грани $ABCD$. $A(7; 0; -5)$, $B(16; -4; -4)$, $D(10; -1; -7)$, $E(17; -4; -8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -5x + 2y + 3z = -8$ и $\beta : x - 2y - 9 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -7; -6)$, $B(-4; -8; -5)$, $C(-10; -9; -5)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(4; 8; -4)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 4; -6)$ перпендикулярно плоскостям $5x + 4y + 3z + 1 = 0$ и $-8x - 7y - 5z = -3$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(2; 4; 0)$, $B(5; -4; 5)$, $C(1; 7; -2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y + z + 8 = 0 \\ 3x + 2y - 6z - 6 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-7; -6; 6)$ относительно плоскости $-9x - 4y + 3z - 52 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; -5)$, $\mathbf{b}(6; -2; 5)$, $\mathbf{c}(3; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; 5; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; -2)$, $\mathbf{b}(-3; 2; 3)$, $\mathbf{c}(5; -6; -12)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 3; 6)$, $B(7; 4; 1)$, $C(-2; 2; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(5; -6; -4)$?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A, B, C, D , ее высоту, опущенную из вершины B на грань ACD и площадь грани ACD . $A(-6; -4; 0)$, $B(-7; -14; -6)$, $C(-4; -1; -1)$, $D(-1; 3; -2)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 4x - 6y - 4z = -6$ и $\beta : -x + z - 15 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -6; -6)$, $B(-3; -4; -4)$, $C(-4; -7; -3)$, $S(-4; -8; 0)$:

а) составить уравнение плоскости $\triangle ABC$,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости $\triangle ABC$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 4; 0)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 2z = 6$ и $2x - y - 3z + 1 = 0$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(5; 2; 3)$, $B(8; 4; 4)$, $C(6; 3; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y + z + 23 = 0 \\ 2x + 3y + z + 17 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(18; 7; -13)$ на плоскость $7x + y - 4z = -79$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+4}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z + 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 6-16
Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; 3)$, $\mathbf{b}(-5; 1; -3)$, $\mathbf{c}(5; -2; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -2; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{pr}_y \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -2; -3)$, $\mathbf{b}(4; -2; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 2)$, $B(7; 4; 2)$, $C(5; 7; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\mathbf{a}(-1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(1; 0; -1)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 3)$?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках A, B, C, D , ее высоту, опущенную из вершины B на грань ACD и площадь грани ACD . $A(-2; -1; 9)$, $B(5; 5; 14)$, $C(-9; -7; 1)$, $D(-4; -2; 8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + y + 12 = 0$ и $\beta : x - y - 5z = -5$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -1; -10)$, $B(5; 2; -11)$, $C(4; 0; -10)$, и найти расстояние от этой плоскости до точки $S(-3; 1; 4)$.

11. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -6; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 2y + 2z = 8$ и $-x + 3y + z = 8$.

12. Составить уравнения сторон $\triangle ABC$, заданного координатами вершин $A(9; 9; 1)$, $B(4; 5; -8)$, $C(13; 12; 8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y - 4 = 0 \\ -x - 6y + z + 3 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки $M(-20; -1; 10)$ на плоскость $8x + 3y - 8z = 31$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - 3z - 11 = 0$.