Программа по теории для Рубежного контроля №1,

тема: «**пределы и непрерывность»**

по дисциплине «математический анализ»1 курс, 1 семестр, 2015

для МТ, ИБМ, РК (кроме РК-4) и Э5

Все формулировки свойств и теорем – без доказательств!

1. Логическая символика, кванторы. Необходимое условие, достаточное условие, критерий. Теорема как импликация. Прямая, обратная и противоположная теоремы, связь между ними.

2. Числовая функция и ее график. Определения: композиции функций, обратной функция. График обратной функции. Основные элементарные функции и их графики. Определение элементарной функции.

3. Определение предела последовательности, геометрическая интерпретация предела. Определение сходящейся последовательности. Общие свойства предела последовательности: предел постоянной, единственность предела, арифметические теоремы (о пределе константы, суммы, разности, произведения и частного двух последовательностей). Необходимое условие сходимости последовательности (ограниченность), достаточное условие сходимости последовательности (монотонность и ограниченность). Число ***e***. Натуральные логарифмы. Определение гиперболических функций, основное гиперболическое тождество.

4. Различные типы стремления действительного аргумента и соответствующие им семейства окрестностей. Общее определение предела функции (по Коши) при произвольном стремлении аргумента. Расшифровка определения (на языке $\varepsilon - \delta$) и геометрическая интерпретация предела для всех конкретных случаев, в частности, для бесконечных стремлений $x \to \infty, x \to +\infty, x \to -\infty$. Определение локально ограниченной функции (при некотором стремлении), расшифровка для конкретных стремлений, примеры.

5. Сформулировать общие свойства предела функции: (а) единственность предела; (б) замена переменной в пределе и предел сложной функции; (в) локальная ограниченность функции, имеющей предел; (г) локальная знакоопределенность функции, имеющей ненулевой предел; (д) теорема о предельном переходе в неравенстве; (е) теорема о пределе промежуточной функции. Примеры.

6. Определение бесконечно малой функции при данном стремлении аргумента, расшифровка для конкретных стремлений. Теорема о связи функции, ее предела и бесконечно малой. Свойства бесконечно малых функций.

7. Арифметические теоремы о пределах функции (т.е. о пределе суммы, разности, произведения и частного).

8. Определение бесконечно большой (положительно бесконечно большой, отрицательной бесконечно большой) функции при данном стремлении аргумента, смысл записи $\lim\limits_{x \to \bullet} f(x) = \infty$. Расшифровка и геометрическая интерпретация записей $\lim f(x) = \infty$, $\lim f(x) = +\infty, \lim f(x) = -\infty$ для всех конкретных случаев, в частности, для конечных стремлений $x \to a, x \to a+, x \to a-$. Связь бесконечно большой и бесконечно малой функций.

9. Первый замечательный предел и все его следствия. Вычислить приближенно $\sin 1°$ и $\operatorname{arctg}(0{,}0628)$ (второй в градусах)

10. Второй замечательный предел и все его следствия. Вычислить приближенно $\ln(0{,}98)$ и $\sqrt[200]{e}$

11. Сравнение функций при данном стремлении, определение отношений эквивалентности и «о-малое». Примеры. Связь между этими отношениями, их свойства и применение для вычисления пределов. Таблица основных эквивалентностей.

12. Определение порядка малости (или роста) одной функции относительно другой при данном стремлении. Определение главной части функции стандартного вида при данном стремлении аргумента (рассмотреть случаи $x \to 0$, $x \to a$ и $x \to \infty$). Примеры.

13. Понятие неопределенности. Способы «раскрытия» неопределенностей $\left[\dfrac{0}{0}\right]$, $\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty - \infty]$ и $\left[1^{\infty}\right]$.

14. Определение непрерывности функции в точке, равносильные формулировки. Определение односторонней непрерывности в точке. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность суммы, произведения, частного и композиции двух непрерывных функций. Локальные свойства функции $f(x)$, непрерывной в точке x_0: (а) локальная ограниченность и (б) локальное знакопостоянство (если $f(x_0) \neq 0$). Теорема о непрерывности элементарной функций в области её определения.

15. Определение непрерывности функции на промежутке, в частности, на отрезке. Сформулировать теоремы о свойствах функции, непрерывной на отрезке.

16. Определение точки разрыва функции, классификация точек разрыва.

17. Определение асимптоты графика функции. Правила нахождения асимптот графика функции: (а) вертикальных, (б) горизонтальных; (в) наклонных.