

Интегралы и дифференциальные уравнения
Модуль 1

КР “Техника интегрирования”

1. $\int x \cdot 5^{-x^2} dx.$

2. $\int \frac{\sin 3x}{\sqrt{2 \cos 3x + 1}} dx.$

3. $\int \frac{\ln x}{x^4} dx.$

4. $\int \frac{3x + 5}{\sqrt{2x^2 + 4x + 4}} dx.$

5. $\int \frac{5x^2 - 6x + 4}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx.$

6. $\int \frac{dx}{-2 - 3 \cos x + 3 \sin x}.$

7. $\int \frac{\sin^2 2x}{\cos^6 2x} dx.$

8. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-2} + \sqrt[4]{x-2}}.$

9. $\int \frac{dx}{-3 \cdot 7^x - 4 - 4 \cdot 7^{-x}}.$

10. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-x^2}}.$

11. Вывести рекуррентную формулу для $I_n = \int \frac{dx}{(x^2 - b^2)^n}$ и найти с её помощью $\int \sqrt{x^2 + 2x - 8} dx$ и $\int \frac{dx}{(x^2 - 9)^3}.$

РК “Приложения определённого интеграла”

1. Составить рекуррентную формулу для

$$J_n = \int_0^{\pi/6} \cos^n x dx$$

и вычислить J_4 и J_5 .

2. Найти работу, необходимую, чтобы насыпать кучу песка плотностью μ в форму полушара радиуса R .
3. Найти площадь поверхности параболического зеркала диаметром d и глубиной h .
4. Найти длину дуги кривой, заданной параметрически

$$\begin{cases} x(t) = e^t(\cos t + \sin t), \\ y(t) = e^t(\cos t - \sin t), \quad t \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]. \end{cases}$$

5. Исследовать функцию $f(x)$ и построить график

$$f(x) = \int_0^x \frac{t}{t+2} e^{-2t/3} dt, \quad x > -2,$$

оценить $f(1)$ и определить, есть ли у графика вертикальная и/или горизонтальная асимптота.