

На правах рукописи

УДК 621.59

ЛАВРОВ НИКОЛАЙ АЛЕКСЕЕВИЧ

**МНОГОУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ И МЕНЯЮЩИХСЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ УСТАНОВОК**

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора технических наук

Специальность 05.04.03 - Машины, аппараты и процессы холодильной и криогенной техники, систем кондиционирования и жизнеобеспечения

Москва - 2013

| | Стр. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ВВЕДЕНИЕ | 8 |
| Глава 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕХНИКИ | 15 |
| 1.1 Моделирование теплового взаимодействия потоков и стенки в теплообменных аппаратах..... | 15 |
| 1.2. Аналитические методы решения для стационарного случая | 52 |
| 1.3 Конечно-разностный метод для расчета двухпоточных теплообменников, исключая возможность пересечения расчётных профилей температур потоков хладагентов для стационарного случая | 70 |
| 1.4 Приближенный метод разложения по базисным функциям по пространственной координате температуры потока хладагента для нестационарного случая | 73 |
| 1.5 Использование критериальных зависимостей для определения коэффициентов теплоотдачи | 88 |
| Выводы по первой главе..... | 88 |
| Глава 2. РАСЧЕТНАЯ СИСТЕМА РАЦИОНАЛЬНОГО ВЕДЕНИЯ МЕНЯЮЩИХСЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ КРИОГЕННЫХ УСТАНОВОК..... | 92 |
| 2.1 Моделирование нестационарных и меняющихся режимов работы низкотемпературных установок | 92 |
| 2.2 Постановка задачи и расчётные ступени..... | 101 |
| 2.3 Описание экспериментальной установки..... | 105 |
| 2.4 Использование при расчётах экспериментальных данных..... | 105 |
| 2.5 Описание измерений и расчёт погрешностей | 105 |

| | Стр. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.6 Апробация расчётных методов для установки | 105 |
| 2.7 Модель с косвенным учетом теплообмена..... | 140 |
| 2.8 Модель с сосредоточенными параметрами | 146 |
| 2.9 Модели с распределенными параметрами | 155 |
| 2.10 Поверочный расчёт и рациональное проведение переходных режимов работы | 155 |
| 2.11 Рекомендации по конструктивным изменениям, приводящим к улучшению проведения рабочих процессов | 155 |
| Выводы по второй главе..... | 88 |
| Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОХЛАЖДЕНИЯ ТЕЛ С КАНАЛАМИ ВНУТРИ НИХ..... | |
| 3.1 Основные способы охлаждения объектов | 177 |
| 3.2 Оценки времени охлаждения объектов | 177 |
| 3.3 Математическая модель теплообмена цилиндрического объекта, имеющего осевые каналы..... | 1178 |
| 3.4 Рациональное ведение процесса охлаждения пакета использованных автопокрышек..... | 186 |
| 3.5 Использование изменения направления движения потока для уменьшения разности температур в охлаждаемом теле | 197 |
| Выводы по третьей главе | 88 |
| Глава 4. СОПРЯЖЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ БИОЛОГИЧЕСКИХ И ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ..... | |
| 4.1 Особенности моделирования процессов охлаждения и замораживания | 202 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2. Расчётное и экспериментальное исследование замораживания неоднородного пищевого продукта в скороморозильном аппарате..... | 212 |
| 4.3 Моделирование процессов массообмена при охлаждении..... | 215 |
| 4.4 Экспериментальное исследование процессов испарения влаги при охлаждении и замораживании | 219 |
| Выводы по четвёртой главе | 88 |
| Глава 5. ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЕЙ ЧЕРЕЗ СЛОЙ ЖИДКОСТИ | |
| 5.1 Особенности тепломассообменных процессов при барботаже | 224 |
| 5.2 Изотермический массообмен при всплытии единичного газового пузыря через слой жидкости..... | 234 |
| 5.3 Моделирование изотермической барботажной колонны без перемешивания..... | 241 |
| 5.4 Моделирование барботажной колонны с перемешиванием..... | 250 |
| 5.5 Моделирование процессов очистки жидкости от растворённого в ней газа при барботаже..... | 256 |
| Выводы по пятой главе..... | 88 |
| ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 266 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 267 |

Основные обозначения и сокращения

Латинские

C - теплоемкость, Дж/кг К , мольная доля растворенных газов в жидкости

F_c - удельная сила сопротивления, Н/кг

H - постоянная Генри, Па

G - массовый расход, кг/с

K - объемная массопередача, $\text{м}^3/\text{с}$

K_r - скорость изменения радиуса пузыря, м/с

L - полная длина теплообменной поверхности, м ; газовая нагрузка

M - масса, кг

N - число единиц переноса теплоты (NTU), число разбиений по координате, число молей компонентов, находящихся в единичном объеме, кмоль/м^3

T - температура, К

R - радиус цилиндра или шара, м ,

S - площадь поперечного (проходного) сечения, м^2

S_o - действительная площадь поверхности пузыря, м^2

V - объем, м^3

Y - мольная доля паров жидкости в газовом пузыре

a - безразмерный коэффициент в уравнениях энергии для потоков, $a = G\tau_0 / (LS\rho)$

b - безразмерный коэффициент в уравнениях энергии для потоков,

$b = \alpha\Pi\tau_0 / (C_p S\rho)$

h - энтальпия, Дж/кг , расстояние, пройденное пузырем

g - ускорение свободного падения, $9,81 \text{ м/с}^2$

k - объёмный коэффициент удельной массопередачи, м/с

k_i - размерные коэффициенты в граничных условиях общего вида для потоков,

k'_i - размерные коэффициенты в граничных условиях общего вида для потоков,
 Дж/кг

m - мольная масса, кг/кмоль

m_i - безразмерные коэффициенты в граничных условиях общего вида для потоков,

n - число газовых компонент,

n_b - число пузырей в единице объема, $1/\text{м}^3$

p - давление, Па

q - плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$

v - линейная скорость, $\text{м}/\text{с}$

v_n - скорость всплытия пузыря, $\text{м}/\text{с}$

x - координата длины теплообменной поверхности, м

\bar{x} - безразмерная координата длины теплообменной поверхности, $\bar{x} = x/L$

Греческие

Π - периметр теплоотдачи, м

α - коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/\text{м}^2\text{К}$,

α_ϕ - коэффициент формы пузыря, учитывающий отклонение поверхности пузыря от сферы,

β - безразмерный коэффициент в уравнениях энергии для стенки,

$\beta = \alpha \Pi L \tau_0 / (C_{cm} M_{cm})$

κ - коэффициент для связи температуры и энтальпии, $\text{кг} \cdot \text{К}/\text{Дж}$, $\kappa = (T/h)_p$

λ - коэффициент теплопроводности, $\text{Вт}/\text{м} \text{К}$

μ - вязкость, пз

τ - время, с

τ_0 - характерное время процесса, с

$\bar{\tau}$ - безразмерное время, $\bar{\tau} = \tau / \tau_0$

ρ - плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$

σ - коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$

ν - число молей, кмоль

Верхние индексы

o - в начальный момент времени,

Нижние индексы

e - равновесное значение,

г - относится к газу,

ж - относится к жидкости,

и - относится к теплоизоляции, обозначает единичное значение,

к - относится к корпусу теплообменника,

о.с. - относится к окружающей среде,

п - относится к пузырю,

р - при постоянном давлении,

ст - относится к теплопередающей стенке,

1 - относится к прямому потоку,

2 - относится к обратному потоку,

Σ - суммарное значение

ВВЕДЕНИЕ

Охлаждение и отогрев крупных криогенных установок таких, как воздухоразделительные установки, установки сжижения природного газа, рефрижераторы для сверхпроводящих систем, криотермовакuumных камер - имитаторов космического пространства характеризуются существенной продолжительностью, соизмеримой в некоторых случаях с рабочим временем работы. В связи с этим рациональная организация нестационарных процессов с целью сокращения времени и затрат энергии, обеспечения безаварийной работы имеет существенное значение. Нестационарные процессы перехода от одного установившегося режима работы низкотемпературной установки к другому часто имеют место при эксплуатации. Кроме этого, существуют специальные установки, предназначенные, например, для быстрого охлаждения и замораживания пищевых продуктов, в которых сами рабочие режимы являются нестационарными. Параметры низкотемпературных установок при их работе не всегда совпадают с проектными значениями и могут существенно изменяться в процессе эксплуатации. Происходит это из-за переменности внешней тепловой нагрузки, параметров входящих потоков в установку и нестабильности рабочих характеристик машин и аппаратов, из которых состоит установка. Поэтому рациональная эксплуатация установки в таких меняющихся режимах крайне необходима как для того, чтобы не уменьшалась холодопроизводительность или количество получаемых продуктов, так и для того, чтобы избежать возможности поломок машин и аппаратов данной установки при отклонении величин параметров за пределы допустимых значений.

Проведение полномасштабных экспериментальных исследований нестационарных и меняющихся процессов связано с большими затратами и порой технически затруднено. Поэтому исследование этих процессов и систем проводится большей частью методами математического моделирования с привлечением ограниченного объёма экспериментальной информации. Существует достаточно много различных программ по расчёту отдельных

частей или в целом низкотемпературных установок определённого типа, а также вычислительных комплексов (ANSYS, HISYS, STARCD и др.), позволяющих математически моделировать разнообразные процессы в установках. Однако при моделировании сложных установок состыковать программы для отдельных частей, чтобы рассчитать всю установку, бывает достаточно сложно, а используемые вычислительные комплексы требуют адаптировать физическую модель к располагаемым вариантам этих комплексов. Использование сложных многомерных физических моделей требует мощного математического аппарата для их реализации, однако в большинстве инженерных задач без большой потери точности можно понизить мерность физической модели, что значительно облегчит решение задачи. Кроме этого на этапе создания физической модели необходимо оценить влияние разнообразных факторов на основной процесс, что позволит пренебречь некоторыми второстепенными процессами.

В связи с вышесказанным, основной задачей данной работы является моделирование нестационарных и меняющихся процессов тепло- и массообмена в низкотемпературных установках и создание многоуровневой расчётной системы, реализация созданных моделей с помощью вычислительных программ с использованием ограниченного количества экспериментальных данных, а так же теоретическое исследование с помощью этих программ нестационарных и меняющихся режимов работы низкотемпературных установок.

Цель исследования

Развитие методов и способов моделирования нестационарных процессов тепло- и массообмена в низкотемпературных установках и меняющихся режимов их работы, а так же получение и обобщение результатов расчётных и экспериментальных исследований.

Задачи исследования

1) Анализ известных моделей теплового взаимодействия материальных потоков в теплообменных аппаратах низкотемпературной техники.

- 2) Создание новых моделей нестационарных и меняющихся процессов теплообмена в низкотемпературных установках.
- 3) Реализация созданных моделей теплообменных аппаратов и низкотемпературных установок с помощью вычислительных программ с использованием ограниченного количества экспериментальных данных.
- 4) Исследование с помощью этих программ нестационарных и меняющихся режимов работы низкотемпературных установок, включающих теплообменные аппараты, с целью установления рациональных режимов их работы.
- 5) Оценка влияния различных факторов на процесс охлаждения объектов, в том числе и испытывающих фазовые превращения.
- 6) Моделирование, теоретическое и экспериментальное исследование с целью нахождения рационального проведения процесса охлаждения объектов, имеющих осевые каналы для течения хладагента. Оценка возможности применения реверсирования потока хладагента для интенсификации процесса охлаждения.
- 7) Исследование теплопередачи при охлаждении и замораживании пищевых продуктов. Оценка влияния испарения влаги на процесс охлаждения этих объектов.
- 8) Математическое моделирование процессов сопряжённого тепло- и массопереноса при охлаждении пищевых продуктов в скороморозильном аппарате.
- 9) Анализ известных моделей массообменных процессов на границе раздела жидкой и газообразной фаз.
- 10) Оценка влияния процессов передачи массы и теплоты при движении барботажа газа через слой жидкости и математическое моделирование работы массообменных аппаратов, использующих процессы барботажа, с целью нахождения рациональных режимов их работы.

Методы исследования. Основной метод исследования – расчётно-теоретический в сочетании с экспериментальными исследованиями отдельных установок, анализ и обобщение расчётных и экспериментальных результатов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- впервые предложен конечно-разностный метод для решения систем уравнений, описывающих стационарные режимы работы теплообменников с учётом переменности теплофизических свойств на основе полученного аналитического решения внутри каждого шага разбиения по координате.
- предложена новая методика расчёта нестационарного режима работы теплообменного аппарата, позволяющая получать аналитические решения с учётом изменения теплофизических параметров по координате при заданной степени точности расчёта;
- впервые создана многоуровневая расчетная система с постепенным увеличением сложности используемых моделей для определения рациональных параметров работы низкотемпературных установок;
- предложен новый метод определения времени охлаждения объектов, в том числе и с фазовыми переходами, для оценки влияния различных факторов на данный процесс;
- разработана новая модель процесса охлаждения тел с внутренними каналами путём реверсирования движения хладагента, позволяющая получить рациональные значения расхода и целесообразное время реверсирования потока хладоносителя;
- впервые выполнено исследование влияния испарения влаги на тепломассообмен при охлаждении и замораживании пищевых и биологических продуктов;
- впервые выполнен анализ основных процессов тепломассообмена при движении газовых пузырей в жидкости и создана методика расчета процессов барботаж для разных условий его проведения.

Практическая значимость и реализация результатов работы

1) На основе физических и математических моделей, описывающих работу тепло- и массообменных аппаратов для техники низких температур, разработаны новые, рациональные и более точные методы расчёта стационарных и нестационарных режимов их работы.

2) На примере установки обратной конденсации азота разработана многоступенчатая расчетная система для рационального осуществления меняющихся режимов работы низкотемпературных установок и даны практические рекомендации.

3) Разработаны рекомендации по проведению процесса экономичного охлаждения изношенных автопокрышек потоком холодного воздуха как при реверсирования потока хладагента, так и без него. Даны рекомендации по величине массового расхода воздуха и периоду переключений потока.

4) Проведён анализ процессов тепломассообмена при охлаждении и замораживании пищевых продуктов и получены рекомендации по рациональной организации работы скороморозильных аппаратов для замораживания пищевых продуктов на основе анализа процессов тепломассообмена.

5) На основании результатов исследования механизмов переноса массы и теплоты при движении газовых пузырей в жидкости, разработаны методики для расчёта и проектирования, а так же организации работы установок для получения газопаровых смесей заданного состава, очистки жидкости от растворённого в них газа или для насыщения жидкостей растворёнными газами.

Достоверность результатов исследований обеспечивалась:

- сравнением созданных моделей с имеющимися моделями по результатам расчётов;
- соответствием полученных расчётных данных с экспериментальными результатами испытаний конкретных установок;
- применением аттестованных измерительных средств и апробированных методик измерения экспериментальных величин;
- расчетной оценкой погрешностей результатов измерений и производных от них величин.

Работа содержит пять глав, введение и заключение.

В первой главе подробно рассмотрено моделирование процессов теплообмена в низкотемпературных теплообменных аппаратах, различные модели, области их применимости, методы расчета систем уравнений, описывающих стационарные и нестационарные режимы их работы.

Вторая глава посвящена созданию расчетной системы рационального ведения меняющихся режимов работы низкотемпературных установок на основе различных моделей работы теплообменных аппаратов. Система строится на многоступенчатом принципе перехода от простой к сложной модели, когда в качестве начального приближения значений искомых неизвестных на текущей расчетной ступени используется результат, полученный на предыдущей ступени. В качестве средств регулирования низкотемпературных установок используются соотношения расходов потоков по аппаратам установки. Данная система реализована для расчёта рациональных режимов работы установки обратной конденсации.

В третьей главе приведены основные способы охлаждения объектов и различные математические модели, используемые для их описания. Для моделирования используются нестационарное уравнение теплопроводности для охлаждаемого тела и уравнение конвективного теплообмена для потока охлаждающей среды. Приведены оценки времени охлаждения по основным механизмам передачи теплоты. Создана математическая модель для описания процесса охлаждения тел с осевыми каналами, реализованная для системы охлаждения блоков использованных автопокрышек для последующей криодеструкции.

В четвертой главе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования процессов охлаждения и замораживания пищевых продуктов в холодильных и морозильных камерах, а также в скороморозильных аппаратах, что необходимо для проектирования современного холодильного оборудования с рациональной организацией технологических процессов.

В пятой главе рассмотрены процессы тепломассообмена при движении

газовых пузырей в жидкости. При этом газовый пузырь может, как уменьшать свой объем за счет растворения в жидкости, так и увеличиваться, насыщаясь парами жидкости и газами, растворенными в жидкости. На базе созданных моделей тепло- и массообмена при взаимодействии газовых пузырей и жидкости проведён расчёт и анализ механизмов передачи теплоты и массовых потоков в барботажных устройствах, предназначенных для создания парогазовых смесей требуемого состава, насыщение жидкости растворёнными газами, очистки криогенной жидкости от растворённых в ней газов.

Основные положения диссертации опубликованы в работах [1-29].

Глава 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕХНИКИ

1.1 Моделирование теплового взаимодействия потоков и стенки в теплообменных аппаратах

Нестационарные режимы работы низкотемпературных установок можно условно разделить на два типа – существенно нестационарные (отогрев и охлаждение установки) и квазистационарные (переход от одного установившегося состояния к другому, поддержание режима работы при внешних возмущениях). Разграничение этих типов режимов проводится по степени изменения температуры в начале и в конце процесса. Квазистационарные режимы характеризуются небольшими температурными изменениями, теплоёмкая масса частей установки в данных режимах имеет меньшее значение. Наибольшее влияние на ход существенно нестационарного процесса имеют теплоёмкие массы частей установки, прежде всего теплообменных аппаратов. Они имеют наибольшую массу и теплоёмкость по сравнению с соединительными трубопроводами, вентилями, детандерами, вихревыми трубами, эжекторами и т.д. Среди теплообменников наибольшую роль играют аппараты первых (высокотемпературных) ступеней, которые характеризуются максимальными тепловыми потоками и наибольшими разностями температур и давлений потоков хладагентов на концах аппаратов, и поэтому имеют наибольшие габариты и массу.

Проведение полномасштабных экспериментальных исследований стационарных и, тем более, нестационарных режимов работы низкотемпературных установок не всегда бывает возможным. Поэтому полное определение рабочих характеристик теплообменных аппаратов и установок достаточно трудоёмко, и для определения всех рабочих режимов используется математическое моделирование.

Существуют два метода получения математического решения систем

уравнений, описывающих работу теплообменных аппаратов: аналитический и численный. Желание получить решение в виде аналитических выражений приводит к созданию более простых физических моделей, в которых учитываются только наиболее существенные факторы. Необходимость учета большого числа факторов, влияющих на теплообмен, приводит к использованию численных методов расчёта. Уровень физических и математических моделей выбираются с учётом располагаемых методов нахождения результата.

Общая система уравнений, описывающая процесс переноса теплоты между потоком хладагента и стенкой, представлена в работе Б.П.Королькова и Е.П.Серова (1.1) [30]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial \tau} + \rho_1 \operatorname{div}(\vec{v}_1 h_1) = \operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T_1) + q_1 \\ \rho_{cm} C_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda_{cm} \operatorname{grad} T_{cm}) + q_{cm} \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\rho \vec{v}_1) \\ \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial \tau} + \vec{v}_1 \operatorname{div}(\vec{v}_1) + \frac{1}{\rho_1} \operatorname{grad} p_1 = -F_c \end{array} \right. , \quad (1.1)$$

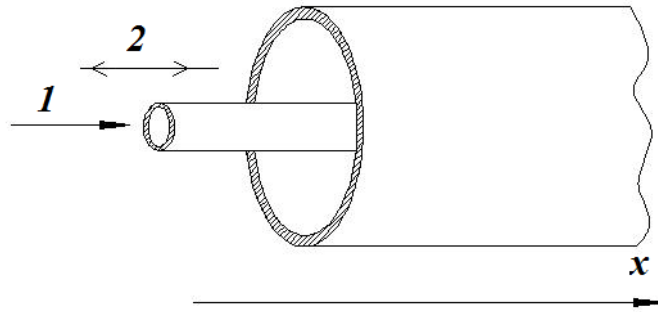
где ρ - плотность, h - энтальпия, τ - время, v - линейная скорость, λ - коэффициент теплопроводности, T - температура, q - плотность теплового потока, C - теплоемкость, p - давление, F_c - удельная сила сопротивления при движении хладагента, индекс cm относится к стенке, l - относится к потоку хладагента.

Первое уравнение системы (1.1) является законом сохранения уравнением энергии для потока хладагента, второе уравнение - законом сохранения энергии для теплопередающей стенки, третье - уравнение неразрывности потока хладагента, четвертое - уравнение движения для потока хладагента. Система уравнений (1.1) дополняется уравнением состояния хладагента:

$$\Phi(p_1, \rho_1, T_1, h_1) = 0. \quad (1.2)$$

Аналитическое решение системы уравнений (1.1) и (1.2) в общем виде получить невозможно. Поэтому при расчётном исследовании большинства теплообменников, используемых в низкотемпературной технике, не учитывается уравнение неразрывности и принимается постоянство массового расхода по длине аппарата, что дано в работах А.М.Макарова [31] и И.К.Буткевича [32]. Уравнение движения либо не учитывается, либо упрощается отбрасыванием первых двух членов и сведением только к одной определяющей переменной - давлению потока хладагента. Это изменение давления оказывает несущественное влияние на процесс теплопередачи потоков хладагента и теплопередающей стенки. Сами уравнения энергии для потока в общем виде являются трехмерными, но для большинства теплообменников эти уравнения с достаточной точностью описываются одномерным приближением. Большинство хладагентов, используемых в технике низких температур, отличается достаточно малая теплопроводность. Поэтому член в уравнении энергии, содержащий теплопроводность хладагента, пренебрежимо мал по сравнению с другими членами. Критерием, который обычно используют для оценки этого члена, является отношение $K_\lambda = \frac{\lambda S}{LGC_p}$, т.е. отношение тепловых потоков, переносимых за счёт теплопроводности и за счёт движения. Обычно эта величина менее 10^{-4} . Однако каждый отдельный случай необходимо рассматривать конкретно; например, теплопроводность потока хладагента может играть существенную роль при малых скоростях движения потоков. Аналогичные рассуждения можно провести и для других членов уравнения. Например, пренебрежение влиянием осевой теплопроводности теплопередающей стенки теплообменника следует из малости следующего коэффициента:

$$K_{\lambda_{cm}} = \frac{\lambda_{cm} S_{cm}}{(\alpha_1 \Pi_1 + \alpha_2 \Pi_2) L^2}.$$



1 и 2 прямой и обратный потоки хладагента

Рис. 1.1 Схема двухпоточного теплообменника типа «труба в трубе»

Исходя из вышесказанного, система уравнений, описывающая теплообмен в двухпоточном теплообменнике типа «труба в трубе» (рис. 1.1) с учетом влияния корпуса теплообменника и теплоизоляции, имеет вид пяти уравнений энергии для прямого потока хладагента (индекс 1), теплопередающей стенки (индекс cm), обратного потока хладагента (индекс 2), корпуса теплообменника (индекс κ) и теплоизоляции (индекс u):

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 S_1 \frac{\partial h_1}{\partial \tau} + G_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = \alpha_1 \Pi_1 (T_{cm} - T_1) \\ C_{cm} \rho_{cm} S_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial \tau} = S_{cm} \frac{\partial}{\partial x} (\lambda_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial x}) + \alpha_1 \Pi_1 (T_1 - T_{cm}) + \alpha_2 \Pi_2 (T_2 - T_{cm}) \\ \rho_2 S_2 \frac{\partial h_2}{\partial \tau} \pm G_2 \frac{h_2}{\partial x} = \alpha_2 \Pi_2 (T_{cm} - T_2) + \alpha_{\kappa} \Pi_{\kappa} (T_{\kappa} - T_2) \\ C_{\kappa} \rho_{\kappa} S_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial \tau} = S_{\kappa} \frac{\partial}{\partial x} (\lambda_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial x}) + \alpha_{\kappa} \Pi_{\kappa} (T_{\kappa} - T_2) \\ C_{u3} \rho_{u3} \frac{\partial T_{u3}}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\lambda_{u3} R \frac{\partial T_{u3}}{\partial R}) \end{array} \right. , \quad (1.3)$$

где S_i - площадь поперечного для теплопередающей стенки и корпуса или проходного сечения для потоков хладагентов, G_i - массовых расход потока хладагента, x - координата по длине теплообменной поверхности, α_i - коэффициент теплоотдачи, Π_i - периметр теплоотдачи в перпендикулярном по координате x сечении, R - радиальная координата. В третьем уравнении системы (1.3) знак «плюс» перед вторым членом относится к проточному

теплообменнику, «минус» - к противоточному. Система уравнений (1.3) дополняется уравнениями состояния потоков хладагента типа (1.2). Граничные условия для потоков хладагентов в общем виде для всех возможных случаев перепуска прямого и обратного потоков с выхода на вход предложено описывать следующим образом [5]:

$$\begin{aligned} k'_1(\tau) &= m_1(\tau)h_1(\tau,0) + m_3(\tau)h_1(\tau,L) + m_5(\tau)h_2(\tau,0) + m_7(\tau)h_2(\tau,L) \\ k'_2(\tau) &= m_2(\tau)h_1(\tau,0) + m_4(\tau)h_1(\tau,L) + m_6(\tau)h_2(\tau,0) + m_8(\tau)h_2(\tau,L), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где m_i ($i=1, 2, \dots, 8$) - безразмерные коэффициенты, k'_1 и k'_2 - коэффициенты, имеющие размерность температуры, L - длина теплообменной поверхности. Помимо (1.4) в качестве граничных условий для потоков используются условия отсутствия изменения энтальпии потоков на входе в теплообменник:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0, \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0 \text{ для прямоточного теплообменника,} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} \Big|_{x=L} &= 0 \text{ для противоточного теплообменника.} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Граничные условия для теплопередающей стенки и корпуса теплообменника, исходя из отсутствия теплового потока на их осевых краях, записываются как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{cm}}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0; \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial x} \Big|_{x=L} &= 0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Также в качестве граничных условий используется условие сопряжения - равенство температур изоляции и корпуса в точках соприкосновения, т.е. при $R=R_k$, а также идеальный теплообмен между воздухом окружающей среды и наружной поверхности теплоизоляции, т.е. равенство температур наружной поверхности теплоизоляции и температуры окружающей среды $T_{o.c.}$ при $R=R_H$:

$$T_u \Big|_{R=R_k} = T_k;$$

$$T_u |_{R=R_u} = T_{o.c.} \quad (1.7)$$

Начальные условия задают значения температур теплопередающей стенки, корпуса и изоляции, а также энтальпий прямого и обратного потоков хладагента в нулевой момент времени:

$$\begin{aligned} T_{cm} |_{\tau=0} &= T_{cm}^0(x); \\ T_k |_{\tau=0} &= T_k^0(x); \\ T_{uz} |_{\tau=0} &= T_{uz}^0(x); \\ h_1 |_{\tau=0} &= h_1^0(x); \\ h_2 |_{\tau=0} &= h_2^0(x) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Система (1.3) с граничными условиями (1.4), (1.5), (1.6), (1.7) и начальными (1.8) в общем виде практически не используется для расчётов. Вводятся упрощающие зависимости или отбрасываются отдельные члены в уравнениях, или целые уравнения этой системы. Для большинства низкотемпературных теплообменников влиянием теплоизоляции, корпуса теплообменника и теплопроводностью теплопередающей стенки (т.е. вторичными факторами) на процесс изменения температур потоков и теплопередающей стенки пренебрегается. Вторичные факторы могут оказывать некоторое влияние только в начале процесса охлаждения или нагрева низкотемпературного теплообменного аппарата. Например, перенос теплоты от теплого конца теплообменника к холодному за счёт осевой теплопроводности корпуса и теплопередающей стенки в начале процесса охлаждения теплообменного аппарата несколько ускоряет охлаждение корпуса и теплопередающей стенки. Процесс охлаждения теплоизоляции происходит в несколько раз дольше, чем теплопередающей стенки и корпуса, на что указывает отличие в коэффициентах теплопроводности для материалов изоляции по сравнению с корпусом и теплопередающей стенкой. Подробно влияние вторичных факторов в теплообменнике на ход процессов теплопереноса описаны в книгах А.М.Архарова [33], Х.Хаузена [34] и работе

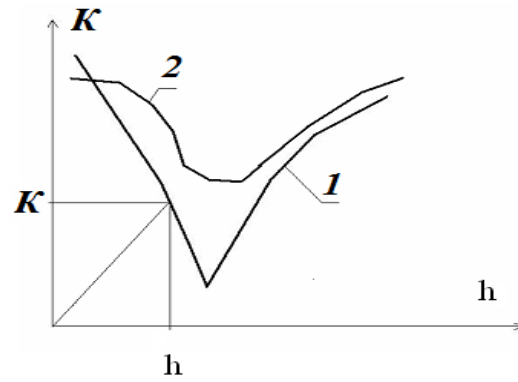
Т.К.Даниленко [35]. Однако для однопоточных теплообменников, например регенераторов, определяющую роль в нестационарном процессе играет теплопроводность и теплоёмкость насадки, что нашло отражение в работах Т.Ламбертсона [36] и В.Ларсена [37].

Поэтому обычно при моделировании работы теплообменных аппаратов пренебрегают потерями давления, осевой теплопроводностью потоков и теплопередающей стенки. Влияние теплоизоляции и корпуса учитывается через использование коэффициента теплопередачи $\alpha_{o.c.}$ от окружающей среды к обратному потоку. В результате система уравнений (1.3) сводится к следующей системе уравнений энергии для потоков и теплопередающей стенки:

$$\begin{cases} \rho_1 S_1 \frac{\partial h_1}{\partial \tau} + G_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = \alpha_1 \Pi_1 (T_{cm} - T_1) \\ C_{cm} \rho_{cm} S_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial \tau} = \alpha_1 \Pi_1 (T_1 - T_{cm}) + \alpha_2 \Pi_2 (T_2 - T_{cm}) \\ \rho_2 S_2 \frac{\partial h_2}{\partial \tau} \pm G_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} = \alpha_2 \Pi_2 (T_{cm} - T_2) + \alpha_{o.c.} \Pi_2 (T_{o.c.} - T_2) \end{cases} \quad (1.9)$$

Система (1.9) дополняется уравнениями состояний для потоков хладагентов (1.2), граничными условиями для потоков (1.4) и начальными условиями (1.8). В системе уравнений (1.9) в качестве неизвестных величин выступают температуры прямого и обратного потоков хладагентов и стенки, а также энтальпии обоих потоков хладагентов. Для однозначной связи температур и энтальпий потоков вводится [5] коэффициент $\kappa = (T/h)_p$, являющимся тангенсом угла наклона прямой, соединяющей начало координат и точку состояния на изобаре в $T - h$ диаграмме (рис. 1.2).

При использовании коэффициента κ необходимо так задавать начало координат, чтобы значение энтальпии потока на рассматриваемом интервале не обращалось в нуль. Данный коэффициент κ , хотя и имеет размерность, обратную теплоемкости, но никакого физического смысла не несет, а вводится только для удобства расчетов.



$$1 - p_1, 2 - p_2 > p_1$$

Рис. 1.2. Зависимость переменной $\kappa = (T/h)_p$ от энтальпии при различных давлениях

Подставляя вместо температур потоков хладагентов величину (κh) в правые части уравнений системы (1.9) получается система уравнений относительно только трех неизвестных: энтальпий потоков хладагентов h_1, h_2 и температуры стенки T_{cm} :

$$\begin{cases} \rho_1 S_1 \frac{\partial h_1}{\partial \tau} + G_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = \alpha_1 \Pi_1 (T_{cm} - \kappa_1 h_1) \\ C_{cm} \rho_{cm} S_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial \tau} = \alpha_1 \Pi_1 (\kappa_1 h_1 - T_{cm}) + \alpha_2 \Pi_2 (\kappa_2 h_2 - T_{cm}) \\ \rho_2 S_2 \frac{\partial h_2}{\partial \tau} \pm G_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} = \alpha_2 \Pi_2 (T_{cm} - \kappa_2 h_2) + \alpha_{o.c.} \Pi_2 (T_{o.c.} - \kappa_2 h_2) \end{cases} \quad (1.10)$$

В случае отсутствия фазовых превращений потоков хладагентов, разности их энтальпий можно выразить через температуры и изобарные теплоемкости и не использовать уравнения состояния для потоков типа (1.2). Вводя безразмерные время $\bar{\tau} = \tau/\tau_0$, где τ_0 – характерное время процесса и координаты $\bar{x} = x/L$ система (1.9) примет следующий вид относительно только неизвестных значений температур потоков хладагентов и теплопередающей стенки

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial \bar{\tau}} + a_1 \frac{\partial T_1}{\partial \bar{x}} = b_1 (T_{cm} - T_1) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = \beta_1 (T_1 - T_{cm}) + \beta_2 (T_2 - T_{cm}) \\ \frac{\partial T_2}{\partial \bar{\tau}} \pm a_2 \frac{\partial T_2}{\partial \bar{x}} = b_2 (T_{cm} - T_2) + c_2 (T_{o.c.} - T_2) \end{cases} \quad (1.11)$$

с безразмерными коэффициентами

$$a_i = \frac{G_i \tau_0}{\rho_i S_i L}, \quad b_i = \frac{\alpha_i \Pi_i \tau_0}{c_{pi} \rho_i S_i}, \quad \beta_i = \frac{\alpha_i \Pi_i \tau_0}{c_{cm} S_{cm} \rho_{cm}}, \quad i = 1, 2; \quad c_2 = \frac{\alpha_{o.c.} \Pi_2 \tau_0}{c_{p2} \rho_2 S_2}.$$

Следует заметить, что характерное время процесса можно получить, приравняв к единице любой из коэффициентов a_i , b_i и β_i и выбирая из полученных значений τ_0 наибольшее. Для большинства теплообменников τ_0 определяется как

$$\tau_0 = \frac{c_{cm} \rho_{cm} S_{cm}}{\alpha_1 \Pi_1 + \alpha_2 \Pi_2}.$$

Граничные условия для температур потоков будут аналогичны выражениям (1.4):

$$\begin{aligned} k_1(\bar{\tau}) &= m_1(\bar{\tau}) T_1(\bar{\tau}, 0) + m_3(\bar{\tau}) T_1(\bar{\tau}, 1) + m_5(\bar{\tau}) T_2(\bar{\tau}, 0) + m_7(\bar{\tau}) T_2(\bar{\tau}, 1) \\ k_2(\bar{\tau}) &= m_2(\bar{\tau}) T_1(\bar{\tau}, 0) + m_4(\bar{\tau}) T_1(\bar{\tau}, 1) + m_6(\bar{\tau}) T_2(\bar{\tau}, 0) + m_8(\bar{\tau}) T_2(\bar{\tau}, 1), \end{aligned} \quad (1.12)$$

а начальные условия аналогичны (1.8):

$$\begin{aligned} T_{cm} |_{\bar{\tau}=0} &= T_{cm}^0(\bar{x}); \\ T_1 |_{\bar{\tau}=0} &= T_1^0(\bar{x}); \\ T_2 |_{\bar{\tau}=0} &= T_2^0(\bar{x}). \end{aligned} \quad (1.13)$$

В зависимости от значений безразмерных коэффициентов a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , c_2 , β_1 , β_2 , система (1.11) может быть упрощена отбрасыванием отдельных членов уравнений. В большинстве случаев коэффициенты a_i и b_i превосходят 10^4 , т.е. существенно больше единицы и тогда система (1.9) упрощается до следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial x} = N_1(T_{cm\Box} - T_1) \\ \frac{\partial T_{cm\Box}}{\partial \tau} = \beta_1(T_1 - T_{cm\Box}) + \beta_2(T_2 - T_{cm\Box}) \\ \pm \frac{\partial T_2}{\partial x} = N_2(T_{cm\Box} - T_2) + N_0(T_{o.c..} - T_2) \end{cases} \quad (1.14)$$

Основным методом получения аналитических решений систем уравнений (1.11) и (1.14), описывающих нестационарные режимы работы теплообменников, является метод интегральных преобразований Лапласа по времени [39, 39]. Сущность метода заключается в замене исходной функции $f(y)$, называемой оригиналом, другой функцией $F(p)$, называемой изображением с помощью преобразования

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(y) * e^{-py} dy,$$

или в символьном виде $f(t) \overset{\cdot}{\Rightarrow} F(p)$, где p является параметром Лапласа.

Для применения преобразований Лапласа на оригинал накладываются следующие ограничения: $f(y) \equiv 0$ при $y < 0$; $f(y)$ при $y > 0$ интегрируем на отрезке $[0, y]$; $f(y)$ ограничена на отрезке $[0, y]$ экспоненциальной функцией, т.е. всегда найдутся постоянные C и S такие, что

$$|f(y)| < C \exp[Sy].$$

Обратное преобразование Лапласа, т.е. переход от изображения к оригиналу осуществляется по следующей формуле:

$$f(y) = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(p) \frac{e^{py}}{2\pi i} dp$$

или $f(y) \overset{\cdot}{\Rightarrow} F(p)$, где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица, α - действительное положительное число.

Температура, как функция от времени, удовлетворяет ограничениям, налагаемым на оригинал, и поэтому к системам уравнений, описывающим

нестационарные режимы работы теплообменников (1.11) и (1.14), можно применить метод интегральных преобразований Лапласа для получения аналитического решения при условии постоянства в них безразмерных коэффициентов.

Используем интегральные преобразования Лапласа для решения системы уравнений (1.11) для двухпоточного противоточного теплообменника при осреднении безразмерных коэффициентов a_i , b_i , c_2 и β_i

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial \bar{\tau}} + a_1 \frac{\partial T_1}{\partial \bar{x}} = b_1 (T_{cm} - T_1) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = \beta_1 (T_1 - T_{cm}) + \beta_2 (T_2 - T_{cm}) \\ \frac{\partial T_2}{\partial \bar{\tau}} - a_2 \frac{\partial T_2}{\partial \bar{x}} = b_2 (T_{cm} - T_2) + c_2 (T_{o.c.} - T_2) \end{cases} \quad (1.15)$$

с начальными условиями (1.13) и независимыми граничными условиями для противоточного теплообменника, получающимися из (1.12) ($m_1=m_4=1$, $m_2=m_3=m_5=m_6=m_7=m_8=0$, $k_1=T_{10}$, $k_2=T_{20}$):

$$\begin{aligned} T_1(0) &= T_{10} \\ T_2(1) &= T_{20} \end{aligned} \quad (1.16)$$

После применения интегральных преобразований Лапласа к системе дифференциальных уравнений в частных производных (1.15) получается система двух дифференциальных уравнений в частных производных и одного линейного алгебраического уравнения:

$$\begin{cases} p\Theta_1 + a_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \bar{x}} = b_1 (\Theta_{ct} - \Theta_1) + T_1^0 \\ p\Theta_{ct} = \beta_1 (\Theta_1 - \Theta_{cm}) + \beta_2 (\Theta_2 - \Theta_{cm}) + T_{cm}^0 \\ p\Theta_2 - a_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \bar{x}} = b_2 (\Theta_{ct} - \Theta_2) + c_2 (T_{o.c.} - \Theta_2) + T_2^0 \end{cases}, \quad (1.17)$$

где: Θ_1 , Θ_2 и Θ_{cm} - изображения температур прямого, обратного потока хладагента и теплопередающей стенки,

$$\begin{aligned}
T_1(\bar{x}, \bar{\tau}) &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} \Theta_1(\bar{x}, p); & \frac{\partial T_1}{\partial \bar{\tau}} &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} p\Theta_1 - T_1^0; \\
T_2(\bar{x}, \bar{\tau}) &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} \Theta_2(\bar{x}, p); & \frac{\partial T_2}{\partial \bar{\tau}} &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} p\Theta_2 - T_2^0; \\
T_{cm}(\bar{x}, \bar{\tau}) &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} \Theta_{cm}(\bar{x}, p); & \frac{\partial T_{cr}}{\partial \bar{\tau}} &\stackrel{\cdot}{\Rightarrow} p\Theta_{cr} - T_{cr}^0.
\end{aligned}$$

Граничные условия полученной системы уравнений (1.16) переписываются как:

$$\begin{aligned}
\Theta_1(0, p) &= \Theta_{10}; \\
\Theta_2(1, p) &= \Theta_{20}.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

где $T_{10} \stackrel{\cdot}{\Rightarrow} \Theta_{10}$; $T_{20} \stackrel{\cdot}{\Rightarrow} \Theta_{20}$.

Выражая из второго уравнения системы (1.17):

$$\Theta_{cr} = \frac{(\beta_1\Theta_1 + \beta_2\Theta_2 + T_{cm}^0)}{p + \beta_1 + \beta_2}$$

и подставляя в первое и третье уравнения системы (1.17) и преобразовывая, получается система двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка относительно Θ_1 и Θ_2 :

$$\begin{cases}
\frac{d\Theta_1}{d\bar{x}} = -\frac{1}{a_1} \left[\frac{b_1(\beta_2 + p)}{p + \beta_1 + \beta_2} + p \right] \Theta_1 + \left[\frac{b_1\beta_2}{a_2(p + \beta_1 + \beta_2)} \right] \Theta_2 + \frac{1}{a_2} \left[\frac{b_1T_{cr}^0}{p + \beta_1 + \beta_2} + T_1^0 \right] \\
\frac{d\Theta_2}{d\bar{x}} = -\left[\frac{b_2(\beta_2)}{a_2(p + \beta_1 + \beta_2)} \right] \Theta_1 + \left[\frac{b_2(\beta_1 + p)}{(p + \beta_1 + \beta_2)} + p + c_2 \right] \frac{1}{a_2} \Theta_2 + \frac{1}{a_2} \left[\frac{b_2T_{cr}^0}{p + \beta_1 + \beta_2} + T_2^0 + c_2T_{o.c.} \right]
\end{cases} \tag{1.19}$$

Система уравнений (1.19) имеет два решения для изображений, каждое из которых состоит из суммы двух экспоненциальных функций:

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \bar{x}} \\ e^{\lambda_2 \bar{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{20} \end{bmatrix} \tag{1.20}$$

где постоянные интегрирования $C_{i,j}$ и C_{i0} ($i=1, 2$; $j=1, 2$) определяются из граничных условий (1.18), характеристические числа λ_i зависят от параметра Лапласа p .

Наибольшую трудность, возникающую при использовании метода интегральных преобразований Лапласа, представляет определение оригиналов по найденному изображению (1.19), т.е. вычисление следующих интегралов:

$$T_j(\bar{x}, \bar{\tau}) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} [c_{1j}(p)e^{\lambda_1(p)\bar{x}} + c_{2j}(p)e^{\lambda_2(p)\bar{x}} + c_{0j}(p)] \cdot e^{p\bar{\tau}} dp, j = 1, 2.$$

Эти интегралы только в редких случаях имеют аналитическое решение и обычно вычисляются как приближёнными [40, 41], так и численными методами [42].

И.А.Барский [43] при решении системы без учёта производных по времени для потоков (1.13) с помощью преобразований Лапласа получил зависимость температуры потоков на выходе противоточного теплообменника при скачкообразном изменении температуры потока на входе.

В.Н.Козлов и Л.П.Аратюнян [44, 45, 46, 47] получили аналитическое решение помощью преобразований Лапласа для той же системы (1.13) при связанных на холодном конце противоточного теплообменника граничных условиях. Теплоприток из окружающей среды был отнесён не к обратному потоку, а к теплопередающей стенке. В работе [48] использовалось приближённое решение системы (1.13) в виде первых членов бесконечного ряда, давшее достаточно хорошее совпадение результатов по сравнению точным решением. В тех же предположениях Б.А.Макаровым [49] было найдено аналитическое решение этой же системы для независимых граничных условий и путём сведения решения к интегрально–дифференциальному уравнению относительно температуры теплопередающей стенки.

Следует заметить, что аналитические решения можно получить только при определённых допущениях и ограничениях при моделировании работы теплообменника, а также конкретных граничных условиях. Даже с учётом этих упрощений обратный переход Лапласа не всегда может дать аналитические выражения, и большинство авторов используют численные методы перехода от изображений к оригиналам. Учёт изменения теплофизических свойств

приводит к полуаналитическим решениям, что снижает достоинство этих способов. Различные способы сосредоточения параметров по координате позволяют получить хороший результат лишь в отдельных случаях и не могут претендовать на универсальность.

С помощью линеаризации исходных уравнений, описывающих нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, относительно отклонений параметров и искомым переменных, искалось решение в работах Б.П.Королькова [50, 51, 52, 53]. Решение искалось методами, как сосредоточения параметров, так и с учётом переменности теплофизических параметров потоков и стенки по координате. При этом учитывались потери давления и переменность массового расхода потоков. Целью было получение качественных характеристик влияния входных параметров на выходные в случаях различных возмущений с помощью передаточных функций в области изображений. Для получения решения в оригиналах использовались специальные V - функции от двух аргументов. Во всех работах Б.П.Королькова рассматривались модели двухпоточных теплообменников, в которых для одного из потоков (однофазного или двухфазного) учитывались изменения теплофизических свойств, а для другого потока практически не учитывались.

Значительный вклад в развитие расчётных методов исследования нестационарных режимов работы теплоэнергетических установок и их элементов внёс академик Б.Н.Девятков. Методом характеристик [54] им было получено решение системы (1.5) для случая «тонкой» и «толстой» теплопередающей стенки. В других его работах [55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62] решение системы уравнений, описывающей нестационарные процессы в теплообменных аппаратах с «тонкой» стенкой, получалось методом Лапласа – Карсона с использованием инерционностей разных порядков в качестве интегрального параметра переходного процесса. Обратное преобразование Лапласа осуществлялось либо разложением изображений по степеням оператора Лапласа в ряд Маклорена, либо по полиномам Лагерра. Для учёта распределённости свойств потоков теплоносителей теплообменник был

разделён на несколько частей. На каждой части использовалась модель с сосредоточенными параметрами, и затем полученные решения на каждой части стыковались между собой. Изложенные методы решения были получены применительно к задачам управления и не позволяют определить профиль температур потоков по координате.

Получение решения с использованием преобразований Лапласа для систем уравнений, описывающих режимы работы теплообменников различного типа, изложены так же в работах А.А.Шевякова и Р.В.Яковлевой [63], П.А.Андрианова [64, 65], причём В.Т.Герман и А.Д.Компаниец [66] учитывали влияние корпуса теплообменника.

Большой вклад в развитие аналитических методов расчёта теплового взаимодействия потока и стенки сделали работы А.М.Макарова и его учеников [67, 68, 69, 70, 71]. Различные виды конечного результата для получения аналитических решений систем уравнений, описывающих работу теплообменных аппаратов, изложены в его работах, в том числе и для однопоточного теплообменника. Методом интегральных преобразований Лагерра. Сущность метода заключается в том, что функции $f(y)$, удовлетворяющей ограничениям, налагаемым при использовании операционного исчисления, ставится в соответствие последовательность коэффициентов разложения этой функции по полиномам Лагерра:

$$f_n = (f, L_n) = \int_0^{\infty} f(y) L_n(y) dy, \quad (1.21)$$

где $L_n(y)$ – полином Лагерра порядка n ($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$L_n(y) = \frac{e^y}{n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} (e^{-y} y^n). \quad (1.22)$$

Поэтому функцию $f(y)$ можно разложить в бесконечный ряд по полиномам Лагерра:

$$f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n L_n.$$

Отсюда следует основное свойство преобразований Лагерра:

$$\left(\frac{df}{dy}, L_n \right) = \sum_{k=0}^n f_k - f(0) .$$

Используя матрично-векторную запись, последовательность коэффициентов f_n можно записать в виде вектора - столбца F и аналогично записывается вектор-столбец L , составленный из полиномов Лагерра:

$$F = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} L_0 \\ L_1 \\ L_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ L_n \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} .$$

Матрично-векторная запись выражений (1.21) и (1.22) в этом случае будет иметь следующий вид:

$$f(y) = F^T L(y)$$

$$\left(\frac{df}{dy}, L \right) = DF - F(0) .$$

где D – нижняя диагональная матрица с единичными элементами, $F(0)$ – вектор-столбец, составленный из элементов $f(0)$.

Используем интегральные преобразования Лагерра для решения системы уравнений, описывающей нестационарное тепловое взаимодействие потока хладагента и стенки, т.е. для однопоточного теплообменника. Система уравнений в этом случае имеет вид, аналогичный системе для двухпоточного теплообменника (1.9) при отсутствии фазового превращения потока:

$$\begin{cases} c_p \rho S \frac{\partial T}{\partial \tau} + G c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \Pi (T_{cm} - T) + \alpha_{o.c.} \Pi (T_{o.c.} - T) \\ c_{cm} \rho_{cm} S_{cm} \frac{\partial T_{cm}}{\partial \tau} = \alpha \Pi (T - T_{cm}) \end{cases} \quad (1.23)$$

После обезразмеривания системы (1.22) получается следующая система:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \bar{\tau}} + a \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} = b(T_{cm} - T) + c(T_{o.c.} - T) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = (T - T_{cm}) \end{cases} \quad (1.24)$$

где $a = \frac{G \tau_0}{\rho S L}$, $b = \frac{\alpha \Pi \tau_0}{c_p \rho S}$, $c = \frac{\alpha_{o.c.} \Pi \tau_0}{c_p \rho S}$.

Система (1.24) дополняется начальными условиями, аналогичными (1.13):

$$\begin{aligned} T_{cm} |_{\bar{\tau}=0} &= T_{cm}^0(\bar{x}); \\ T |_{\bar{\tau}=0} &= T^0(\bar{x}) \end{aligned} \quad (1.25)$$

и граничными условиями, аналогичными (1.12) которые в общем случае будут иметь вид

$$k_3(\bar{\tau})T(\bar{\tau}, 0) = k_1(\bar{\tau}) + m(\bar{\tau})T(\bar{\tau}, 1) \quad (1.26)$$

В случае идеальной теплоизоляции, т.е. коэффициент $c = 0$ в первом уравнении системы (1.24) и значений коэффициентов a и b , существенно превышающих единицу, т.е. пренебрежения аккумуляционным членом в уравнении для потока хладагента, система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} = N(T_{cm} - T) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = \beta(T - T_{cm}) \end{cases} \quad (1.27)$$

где $N = \frac{b}{a} = \frac{\alpha \Pi L}{G C_p}$ - число единиц переноса теплоты.

После применения преобразований Лагерра по времени к системе (1.26)

получается система матричных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dU}{d\bar{x}} = A(\bar{x})(V - U) \\ DV = B(\bar{x})(U - V) + \Phi(\bar{x}) \\ U(0) = F \end{cases}, \quad (1.28)$$

где $U = (T_1, L)$, $V = (T_{cr}, L)$, $F = (f, L)$; A и B – матрицы с элементами $A_{mn} = (N(\bar{x}, \bar{\tau})L_m, L_n)$, $B_{mn} = (\beta(\bar{x}, \bar{\tau})L_m, L_n)$, $\Phi(\bar{x})$ – вектор-столбец, элементами которого являются коэффициенты разложения функции $\varphi(\bar{x})$ в бесконечный ряд по полиномам Лагерра. Выражая из второго уравнения системы (1.28) выражение для V :

$$V = (D + B)^{-1}(BU + \Phi).$$

и подставляя его в первое уравнение системы (1.28), получается матричное дифференциальное уравнение:

$$\frac{dU}{dx} + MU = \rho \quad (1.29)$$

с граничным условием $U(0)=F$. Матрица M определяется из следующего выражения

$$M = A(E - (D + B)^{-1}B),$$

где E – единичная матрица, т.е. с единичными элементами на главной диагонали и остальными нулевыми элементами. Вектор-столбец ρ выражается следующим образом

$$\rho = A(D + B)^{-1}\Phi.$$

В результате общее решение матричного дифференциального уравнения (1.29) имеет следующий вид:

$$U = \exp\left[-\int_0^x M(\xi)d\xi\right]\Phi + \int_0^x \exp\left[-\int_{\xi}^x M(\xi')d\xi'\right]\rho(\xi)d\xi.$$

Если начальное условие постоянно, т.е. функции φ – const, то решение упрощается до алгебраического матричного выражения:

$$U = \exp[-Mx](F - M^{-1}\rho) + M^{-1}\rho.$$

Аналитические решения, полученные методами интегральных преобразований Лапласа и Лагерра, являются абсолютно точными, хотя и не учитывают изменения теплофизических свойств потоков хладагентов и теплопередающей стенки от температуры, изменяющейся по времени, и, следовательно, по координате. Основным достоинством этих решений является то, что с их помощью можно протестировать частные решения, полученные различными приближёнными методами, чтобы протестировать пригодность и точность этих методов. Однако аналитические решения систем уравнений, описывающих нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, полученные методами интегральных преобразований, достаточно громоздки и неявно показывает зависимость температур от времени и пространственной координаты. Поэтому для получения зависимости температур потоков и теплопередающей стенки в виде элементарных функций от времени и пространственной координаты используются различные приближённые методы, с помощью которых исходная система уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных линейных уравнений первого порядка. К таким методам относится метод сосредоточения параметров по пространственной координате или по времени. Для квазистационарных процессов, при которых изменение температуры во времени не велико, применяется сосредоточение по временной координате, для существенно нестационарных процессов - по пространственной координате.

Простейшие аналитические решения систем (1.11) и (1.24) могут быть получены без учета пространственной распределённости параметров, т.е. при использовании модели с сосредоточенными параметрами по координате. Данные решения не всегда дают хороший количественный результат, хотя позволяют проследить качественный ход временного процесса и оценить порядок времени выхода на стационарный режим. Сущность метода

заключается в первоначальном задании профиля температур потоков и стенки по пространственной координате и введением среднеинтегральной температуры

$$\tilde{T}(\bar{\tau}) = \int_0^1 T(\bar{\tau}, \bar{x}) d\bar{x}.$$

Связь между среднеинтегральной температурой и значениями температуры на концах координатного отрезка осуществляется простой алгебраической зависимостью, обычно линейной (рис. 1.3 а) или ступенчатой с определяющей температурой на выходе (рис. 1.3 б) или на входе (рис. 1.3 в)), т.е. на правом или левом концах координатного отрезка.

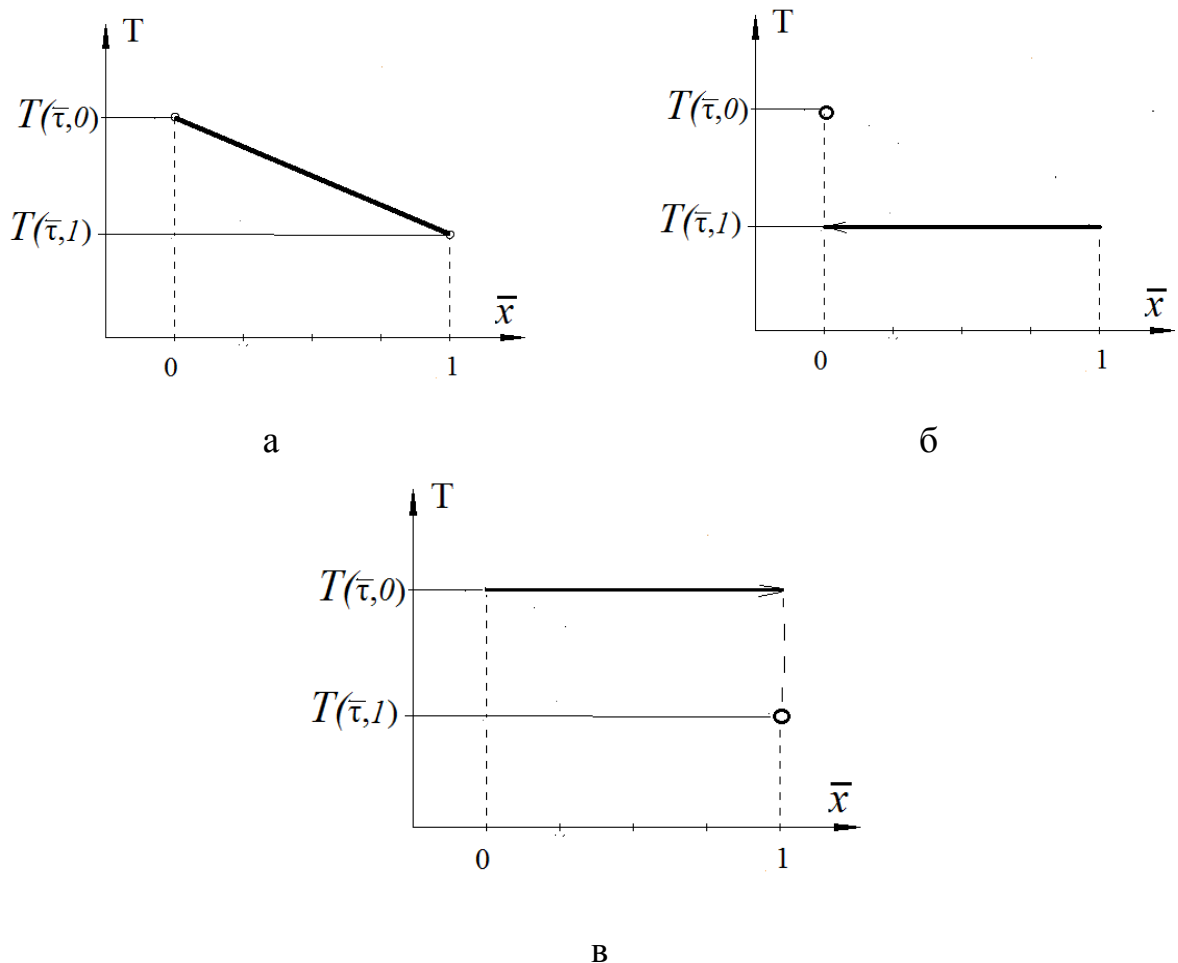


Рис. 1.3. Основные виды сосредоточения температуры по координате:
линейное (а) и ступенчатое (б, в)

При линейном сосредоточении используется линейный профиль температур по координате

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = T(\bar{\tau}, 0) + \bar{x}[T(\bar{\tau}, 1) - T(\bar{\tau}, 0)] . \quad (1.30)$$

Ступенчатое сосредоточение характеризуется постоянством температуры по всей длине координатного отрезка за исключением одного из его концов. Ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой на выходе описывается следующим выражением

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \begin{cases} T(\bar{\tau}, 0), \bar{x} = 0 \\ T(\bar{\tau}, 1), \bar{x} \in (0, 1] \end{cases} ,$$

а ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой на входе

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \begin{cases} T(\bar{\tau}, 0), \bar{x} \in [0, 1) \\ T(\bar{\tau}, 1), \bar{x} = 1 \end{cases} .$$

При использовании метода сосредоточения параметров по координате все уравнения систем (1.11) и (1.24) с постоянными коэффициентами интегрируются по координате от 0 до 1. В результате получаются системы линейных дифференциальных уравнений в полных производных относительно времени.

Для нестационарных режимов работы однопоточного теплообменника система уравнений (1.24) и начальные условия (1.25) после интегрирования примут следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{T}}{d\bar{\tau}} + a[T(\bar{\tau}, 1) - T(\bar{\tau}, 0)] = b(\tilde{T}_{cm} - \tilde{T}) + c(T_{o.c.} - \tilde{T}) \\ \frac{d\tilde{T}_{cm}}{d\bar{\tau}} = (\tilde{T} - \tilde{T}_{cm}) \end{cases} , \quad (1.31)$$

$$\tilde{T}|_{\bar{\tau}=0} = \tilde{T}^0 = \int_0^1 T^0(\bar{x})d\bar{x} , \quad \tilde{T}_{cm}|_{\bar{\tau}=0} = \tilde{T}_{cm}^0 = \int_0^1 T_{cm}^0(\bar{x})d\bar{x} . \quad (1.32)$$

При использовании линейного сосредоточения из выражения (1.30) и граничного условия (1.31) через среднеинтегральную температуру потока хладагента $\tilde{T}(\bar{\tau})$ выражаются значения температуры этого потока на концах теплообменника:

$$T(\bar{\tau}, 0) = \frac{2m\tilde{T}(\bar{\tau}) + k_1}{m + k_2}, \quad T(\bar{\tau}, 1) = \frac{2k_2\tilde{T}(\bar{\tau}) - k_1}{m + k_2}.$$

Подставляя эти выражения в систему уравнений (1.31), которая после преобразований имеет вид системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{T}}{d\bar{\tau}} = -\frac{b+c+2a(k_2-m)}{k_2+m}\tilde{T} + b\tilde{T}_{cm} + \frac{2ak_1}{k_2+m} + cT_{o.c.} \\ \frac{d\tilde{T}_{cm}}{d\bar{\tau}} = \tilde{T} - \tilde{T}_{cm} \end{cases}$$

Решение этой системы с учётом начальных условий (1.32) имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{cm}(\bar{\tau}) &= c_1 e^{\lambda_1 \bar{\tau}} + c_2 e^{\lambda_2 \bar{\tau}} + c_0 \\ \tilde{T}(\bar{\tau}) &= c_1(1 + \lambda_1) e^{\lambda_1 \bar{\tau}} + c_2(1 + \lambda_2) e^{\lambda_2 \bar{\tau}} + c_0, \end{aligned} \quad (1.33)$$

где $c_0 = \frac{\frac{2ak_1}{k_2+m} + cT_{o.c.}}{b+c + \frac{2a(k_2-m)}{k_2+m} - b},$

λ_1 и λ_2 - корни квадратного уравнения

$$\left[b+c + \frac{2a(k_2-m)}{k_2+m} + \lambda \right] [\lambda + 1] - \left[\frac{2ak_1}{k_2+m} + cT_{o.c.} \right] = 0.$$

Коэффициенты C_1 и C_2 определяются из подстановки выражений (1.33) при $\bar{\tau} = 0$ в начальные условия (1.31), т.е. из следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{T}_{cm}^0 = c_1 + c_2 + c_0 \\ \tilde{T}^0 = c_1(1 + \lambda_1) + c_2(1 + \lambda_2) + c_0 \end{cases}.$$

Конечный вид решения для температуры потока криагента в двухпоточном теплообменнике получается путём последовательной подстановкой второго выражения (1.32) в (1.30) и затем в (1.29):

$$T(\bar{x}, \bar{\tau}) = \frac{[c_1(1 + \lambda_1)e^{\lambda_1 \bar{\tau}} + c_2(1 + \lambda_2)e^{\lambda_2 \bar{\tau}} + c_0]\{k_1(1 - 2x) + 2[m + \bar{x}(k_2 - m)]\}}{m + k_2}.$$

Аналогичным образом можно получить аналитические решения для ступенчатого сосредоточения с определяющей температурой потока хладагента на входе или выходе из теплообменника. Проведённые расчёты с использованием метода сосредоточения параметров и сравнение с результатами аналитических решений методом интегральных преобразований, или численного при большом числе разбиений по координате и времени, позволили оценить пригодность того или иного вида сосредоточения. Критерием выбора метода сосредоточения является величина числа единиц переноса теплоты N . Если величина меньше единицы, т.е. теплообмен не является интенсивным, то целесообразно использовать линейное сосредоточение (рис. 1.4 а), поскольку пространственный профиль температуры потока хладагента не сильно отличается от прямой линии, т.е. кривизна не велика.

В случае интенсивного теплообмена, т.е. при $N > 1$, наилучшим приближением профиля температуры по координате является ступенчатое сосредоточение температуры с определяющей температурой на выходе из теплообменника (рис. 1.4 б), поскольку кривизна профиля положительна и достаточно велика.

На рис. 1.5 а и б показаны расчётные временные зависимости температуры потока хладагента на выходе из однопоточного теплообменника, полученные методом сосредоточения параметров по координате и методом конечных разностей при 10^6 количестве шагов по времени и 10^3 количестве шагов по координате при "малом" ($N=0,5$) и "большом" ($N=5$) числе единиц переноса теплоты.

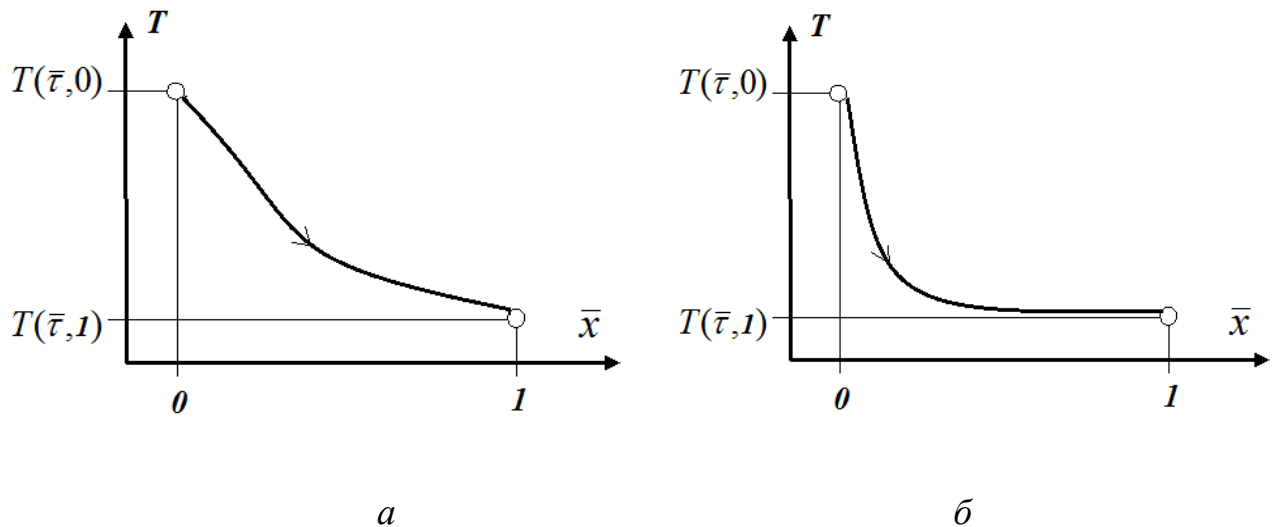


Рис. 1.4. Пространственный профиль температуры потока хладагента в однопоточном теплообменнике: *a* - при небольших числах числа единиц переноса теплоты ($N < 1$), *б* - при больших числах числа единиц переноса теплоты ($N > 1$)

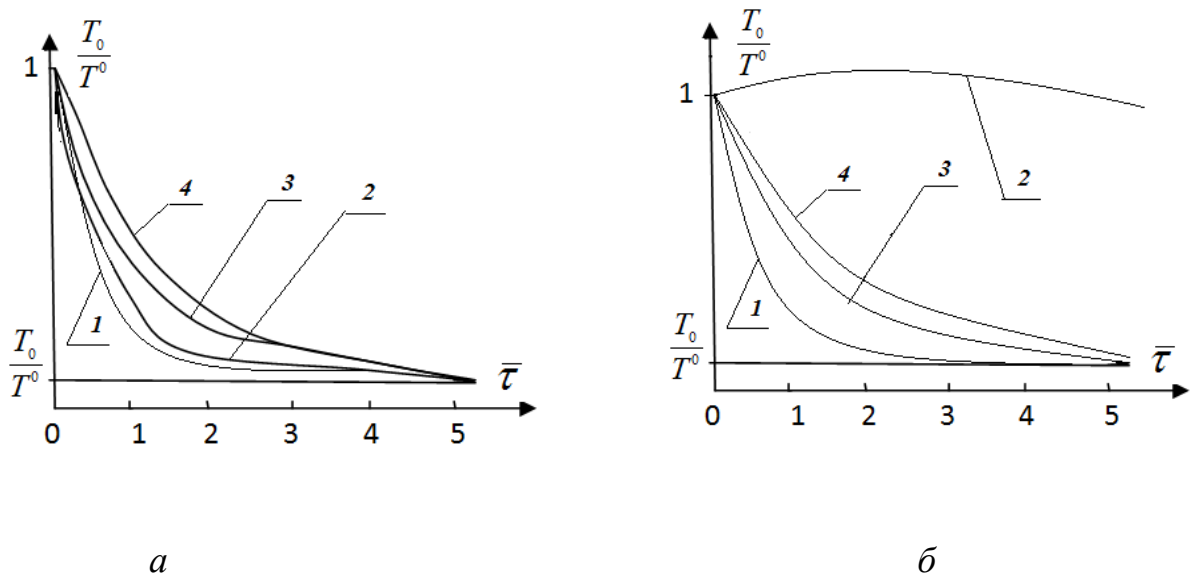
Использовалось независимое граничное условие - первое выражение в (1.16), т.е. постоянное значение температуры потока хладагента на входе в теплообменник $T|_{\bar{x}=0} = T_0 - const$ и постоянные начальные условия (1.25):

$$T_{cm}|_{\bar{\tau}=0} = T_{cm}^0 - const,$$

$$T|_{\bar{\tau}=0} = T^0 - const.$$

При расчётах использовались следующие величины безразмерных коэффициентов системы (1.24): $a=2$, $b=1$ при $N=0,5$; соответственно $a=0,02$, $b=0,1$ при $N=5$. Для обоих случаев теплопритоком из окружающей среды пренебрегается, т.е. $c=0$. Из рис.1.5.*a* видно, что в данном случае лучшим является линейное сосредоточение, оба ступенчатых видов сосредоточения имеют худшее приближение по сравнению с численным методом. При $N=5$ (рис.1.5.*б*) лучший результат даёт ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой на выходе из теплообменника. Линейный профиль при сосредоточении в данном случае даже даёт абсурдный результат, когда температура хладагента на выходе из теплообменника выше начальной

температуры теплопередающей стенки. Ступенчатое сосредоточение температуры с определяющей температурой на входе в теплообменник практически не используется, поскольку наилучшие результаты при его использовании получаются при достаточно малых величинах числа единиц переноса теплоты, т.е. при $N < 0,2$. Однако даже эти результаты хуже, чем при использовании линейного сосредоточения по сравнению с аналитическим решением. Обычно данный вид сосредоточения используется для получения качественного результата, особенно при независимом граничном условии, т.е. заданной фиксированной температуре потока хладагента на входе в теплообменник, т.к. окончательное решение будет иметь зависимость только одной экспоненциальной функции от времени.

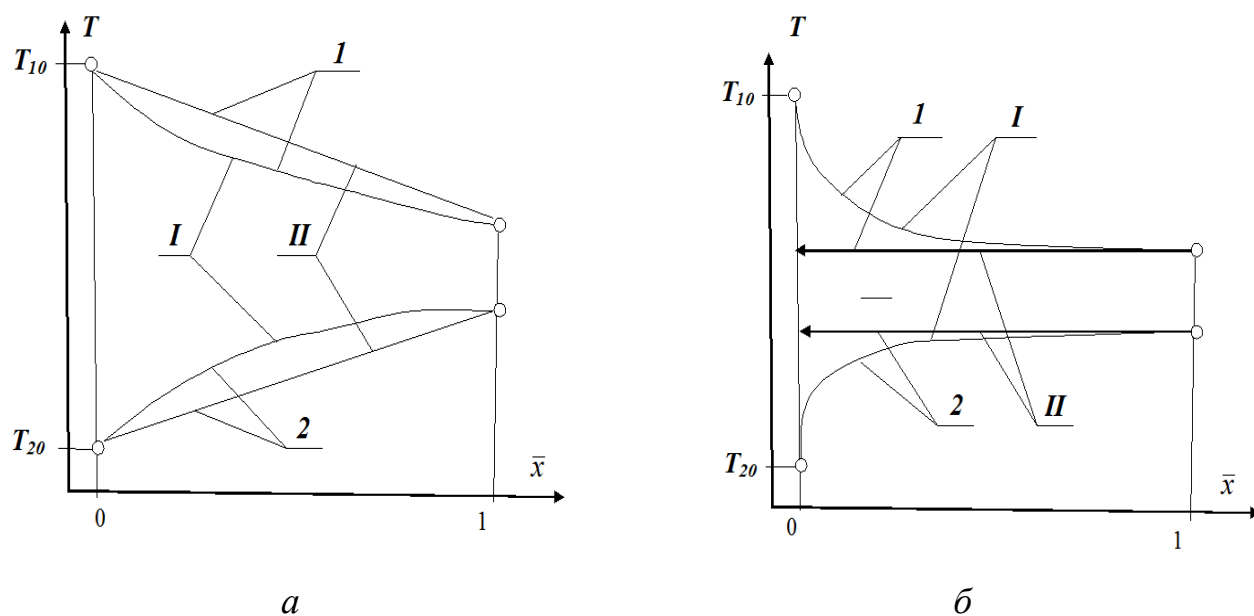


- 1 - при использовании конечно-разностного метода,
 2 - при использовании линейного сосредоточения;
 3 - при использовании ступенчатого сосредоточения с определяющей температурой на выходе из теплообменника;
 4 - при использовании ступенчатого сосредоточения с определяющей температурой на входе в теплообменник

Рис.1.5. Расчётная временная зависимость температуры потока хладагента на выходе из однопоточного теплообменника: *a* - при $N=0,5$, *б* - при $N=5$

Использование метода сосредоточения параметров по координате для

двухпоточных теплообменников имеет свои особенности. Для обоих потоков хладагентов во избежание получения абсурдных расчётных результатов необходимо использовать только одинаковый вид сосредоточения - либо линейный, либо ступенчатый. Для прямоточных двухпоточных теплообменников вид сосредоточения определяется величиной числа единиц переноса теплоты по потокам. При "малых" числах единиц переноса теплоты по потокам ($N_1 < 1, N_2 < 1$) используется линейное сосредоточение (рис.1.6 а). При "больших" числах ($N_1 > 1, N_2 > 1$) применяется ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой потока хладагента на выходе из теплообменника (рис.1.6 б), поскольку реальный профиль температур имеет большую кривизну и асимптотически приближается к значению температур потоков хладагентов на выходе из теплообменного аппарата.

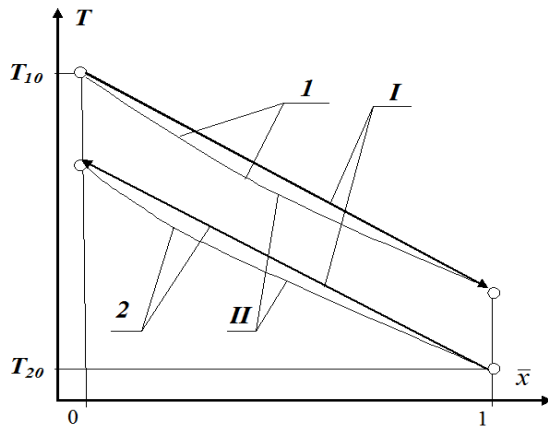


1 - профиль температур прямого потока,
 2 - профиль температур обратного потока;
 I - реальный профиль температур,

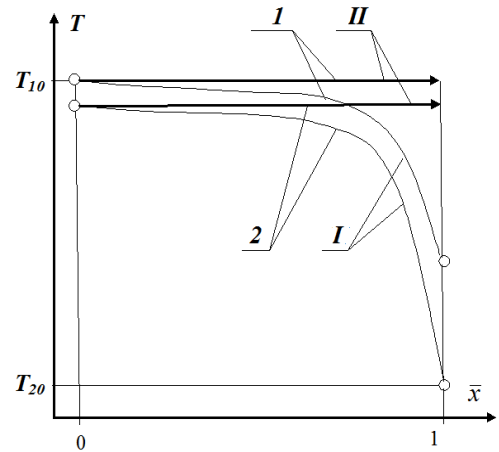
II - задаваемый профиль температур, используемый при сосредоточении

Рис. 1.6. Пространственный профиль температуры потоков хладагентов в двухпоточном прямоточном теплообменнике: а - при небольших числах числа единиц переноса теплоты ($N < 1$), б - при больших числах числа единиц переноса теплоты ($N > 1$)

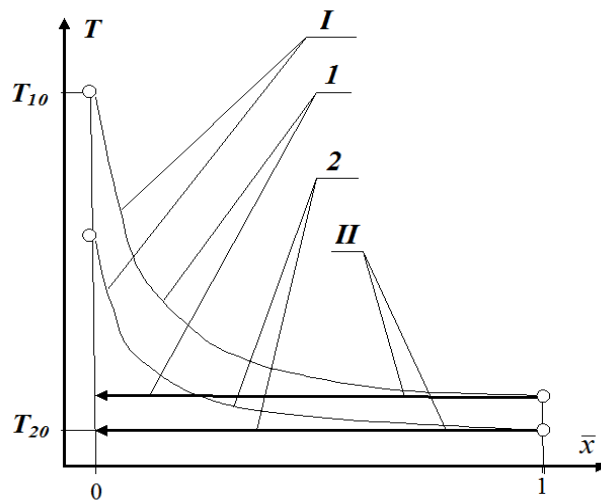
Для противоточных теплообменников вид сосредоточения зависит не от величин чисел единиц переноса теплоты по каждому из потоков хладагентов в теплообменнике, но от соотношения водяных эквивалентов этих потоков, т.е. произведения массового расхода хладагента на изобарную теплоёмкость $W=GC_p$. В случае близких водяных эквивалентов потоков хладагентов ($W_1 \approx W_2$) наилучшим будет линейное сосредоточение - рис.1.7 а.



а



б



в

1 - профиль температур прямого потока,
2 - профиль температур обратного потока;
I - реальный профиль температур,

II - задаваемый профиль температур, используемый при сосредоточении

Рис. 1.7. Пространственный профиль температур потоков хладагентов в двухпоточном противоточном теплообменнике при различных соотношениях водяных эквивалентов: а - $W_1 \approx W_2$, б - $W_1 > W_2$, в - $W_1 > W_2$

При отличающихся водяных эквивалентах потоков хладагентов используется ступенчатое сосредоточение. Если водяной эквивалент прямого (охлаждаемого или "тёплого" потока) потока хладагента больше, чем у обратного (нагреваемого или "холодного"), т.е. $W_1 > W_2$, то используется ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой на "тёплом" конце теплообменника, т.е. на входе прямого потока хладагента - рис.1.7 б. Этот случай наиболее часто встречается в теплообменных аппаратах низкотемпературной техники. Достаточно редко в криогенных теплообменниках возникает режим работы, когда водяной эквивалент прямого потока меньше, чем обратного потока, т.е. $W_1 < W_2$. В этом случае применяется ступенчатое сосредоточение с определяющей температурой на "холодном" конце теплообменника, т.е. на входе обратного потока хладагента - рис.1.7 в.

При использовании линейного вида сосредоточения, т.е. использования следующих соотношений для температур потоков хладагентов в двухпоточном теплообменнике

$$\begin{aligned} T_1(\bar{\tau}, \bar{x}) &= T_1(\bar{\tau}, 0) + \bar{x}[T_1(\bar{\tau}, 1) - T_1(\bar{\tau}, 0)] \\ T_2(\bar{\tau}, \bar{x}) &= T_2(\bar{\tau}, 0) + \bar{x}[T_2(\bar{\tau}, 1) - T_2(\bar{\tau}, 0)] \end{aligned}$$

связь среднеинтегральных температур потоков хладагентов со значениями этих температур на концах теплообменников примет следующий вид

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1(\bar{\tau}) &= 0,5[T_1(\bar{\tau}, 0) + T_1(\bar{\tau}, 1)] \\ \tilde{T}_2(\bar{\tau}) &= 0,5[T_2(\bar{\tau}, 0) + T_2(\bar{\tau}, 1)] \end{aligned}$$

Из последних выражений и независимых граничных условий (1.16) выражаются значения температур потоков хладагентов на выходе из теплообменника

$$\begin{aligned} T_1(\bar{\tau}, 1) &= 2\tilde{T}_1(\bar{\tau}) - T_{10} \\ T_2(\bar{\tau}, 0) &= 2\tilde{T}_2(\bar{\tau}) - T_{20} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Система дифференциальных уравнений (1.15) для двухпоточного противоточного теплообменника при осреднении безразмерных коэффициентов a_i , b_i , c_2 и β_i интегрируется по пространственной координате от 0 до 1. В

результате получается следующая система линейных дифференциальных уравнений в полных производных относительно среднеинтегральных температур потоков хладагентов и теплопередающей стенки, а также температур потоков хладагентов на концах теплообменного аппарата:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{T}_1}{d\bar{\tau}} + a_1[T_1(\bar{\tau},1) - T_1(\bar{\tau},0)] = b_1[\tilde{T}_{cm} - \tilde{T}_1] \\ \frac{d\tilde{T}_{cm}}{d\bar{\tau}} = \beta_1(\tilde{T}_1 - \tilde{T}_{cm}) + \beta_2(\tilde{T}_2 - \tilde{T}_{cm}) \\ \frac{d\tilde{T}_2}{d\bar{\tau}} - a_2[T_2(\bar{\tau},1) - T_2(\bar{\tau},0)] = b_2[\tilde{T}_{cm} - \tilde{T}_2] + c_2[T_{o.c.} + \tilde{T}_2] \end{cases} \quad (1.35)$$

Подставляя в систему (1.35) связь температур потоков хладагентов на выходе из теплообменника со среднеинтегральными температурами потоков хладагентов и заданными граничными условиями (1.34) получается следующая система дифференциальных уравнений только относительно среднеинтегральных температур потоков хладагентов и теплопередающей стенки

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{T}_1}{d\bar{\tau}} + a_1[2(\tilde{T}_1 - T_{10})] = b_1[\tilde{T}_{cm} - \tilde{T}_1] \\ \frac{d\tilde{T}_{cm}}{d\bar{\tau}} = \beta_1(\tilde{T}_1 - \tilde{T}_{cm}) + \beta_2(\tilde{T}_2 - \tilde{T}_{cm}) \\ \frac{d\tilde{T}_2}{d\bar{\tau}} - a_2[2(T_{20} - \tilde{T}_2)] = b_2[\tilde{T}_{cm} - \tilde{T}_2] + c_2[T_{o.c.} + \tilde{T}_2] \end{cases} \quad (1.36)$$

Решением системы (1.36) с интегрированными по пространственной координате начальными условиями (1.13)

$$\tilde{T}_{cm}|_{\bar{\tau}=0} = \tilde{T}_{cm}^0 = \int_0^1 T_{cm}^0(\bar{x})d\bar{x}, \quad \tilde{T}_1|_{\bar{\tau}=0} = \tilde{T}_1^0 = \int_0^1 T_1^0(\bar{x})d\bar{x}, \quad \tilde{T}_2|_{\bar{\tau}=0} = \tilde{T}_2^0 = \int_0^1 T_2^0(\bar{x})d\bar{x} \quad (1.37)$$

является сумма трёх экспоненциальных функций по времени и постоянной величины

$$\begin{bmatrix} \tilde{T}_1 \\ \tilde{T}_2 \\ \tilde{T}_{cm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 \bar{r}} \\ e^{\lambda_2 \bar{r}} \\ e^{\lambda_3 \bar{r}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ C_{03} \end{bmatrix}, \quad (1.38)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – корни характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} -b_1 - 2a_1 - \lambda & 0 & b_1 \\ \beta_1 & \beta_2 - \lambda & -\beta_1 - \beta_2 \\ 0 & -c_2 - b_2 - 2a_2 & b_2 - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Коэффициенты C_{01}, C_{02}, C_{03} матрицы свободных членов системы выражений (1.38) определяются из системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -(b_1 + 2a_1)c_{01} + b_1c_{03} = -2a_1T_{10} \\ \beta_1c_{01} + \beta_2c_{02} - (\beta_1 + \beta_2)c_{03} = 0 \\ -(c_2 + b_2 + 2a_2)c_{02} + b_2c_{03} = -(c_2T_{o.c.} + 2a_2T_{20}) \end{cases}.$$

Коэффициенты основной матрицы системы (1.38) C_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2, 3$) частично зависят друг от друга, что следует из последовательности получения результирующих выражений (1.38) и преобразованных начальных условий (1.37):

$$\begin{cases} c_{11} + c_{12} + c_{13} = \tilde{T}_1^0 - c_{01} \\ c_{21} + c_{22} + c_{23} = \tilde{T}_2^0 - c_{02} \\ c_{31} + c_{32} + c_{33} = \tilde{T}_{cm}^0 - c_{03} \end{cases}.$$

Следует заметить, что в вышеприведенных примерах использования метода сосредоточения параметров по координате не был определен конечный вид выражения для температуры стенки. Это следует из того, что для получения конечного выражения для температуры теплопередающей стенки требуется задание граничных условий, которые не являются математически корректными для данной модели и требование их применения обуславливается только использованием данного расчетного метода сосредоточения. Однако нахождение конечного результата для температуры теплопередающей стенки в

большинстве задач не требуется и поэтому метод сосредоточения параметров по координате нашел широкое распространение.

Расчётные результаты, полученные при осреднении теплофизических свойств потоков и теплопередающей стенки по пространственной координате и по времени, могут привести к существенному искажению результата, особенно при существенном изменении теплофизических свойств потоков хладагентов и теплопередающей стенки теплообменного аппарата от температуры.

В работах И.К.Буткевича, В.Ф.Ромашина и М.А.Зуева [72, 73, 74, 75] для расчёта нестационарных и квазистационарных режимов работы теплообменников использовался метод последовательных приближений. Решение строилось на основе полученного в стационарном режиме с добавлением известной величины изменения температуры по времени. Учёт температурной зависимости теплоёмкости потоков хладагентов в виде линейной и кубической зависимости позволил авторам получить аналитическое решение для системы уравнений, описывающих стационарные режимы работы теплообменных аппаратов [76].

Охлаждение элементов криогенных систем в условиях вынужденного движения хладагента рассматривалось в работах В.Г.Пронько [77, 78]. На основании результатов, полученных на основе расчётных моделей с сосредоточенными и распределёнными параметрами, а также экспериментальными данными, автор показал, что уменьшение или увеличение коэффициента теплоотдачи не приводит к изменению темпа охлаждения. Скорость охлаждения определяется только отношением теплоёмкостей потока и объекта охлаждения и, при выполнении соотношения $\frac{\alpha_1 \Pi_1}{G_1 C_{p1}} > 20$, скорость

охлаждения не зависит от коэффициента теплоотдачи.

Метод элементарных балансов для расчёта нестационарных режимов работы поверхностных теплообменников предложен В.И.Фёдоровым [79]. Теплообменник по длине разбивался на несколько участков, и на каждом участке разбиения использовалась модель с сосредоточенными параметрами.

Это позволило учесть переменность теплофизических свойств по координате.

Различные виды конечного результата для получения аналитических решений систем уравнений, описывающих работу теплообменных аппаратов, изложены в работах [80, 81, 82, 83, 84, 85, 86]. Полученные результаты получались при осреднении теплофизических свойств потоков хладагентов и теплопередающей стенки по пространственной координате и по времени, что может привести к существенному искажению результата, особенно при сильном изменении теплофизических свойств потоков хладагентов и теплопередающей стенки.

Для решения систем уравнений в частных производных с переменными коэффициентами используют различные численные методы, в том числе конечно-разностные, при использовании которых производные заменяются конечными разностями на отрезках разбиения. Для систем дифференциальных уравнений с частными производными по времени и координате, к которым относятся системы уравнений, описывающие нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, конечно-разностные схемы разделяются на два основных типа: явные и неявные. При использовании явных конечно-разностных схем производная по пространственной координате заменяется конечной разностью на предыдущем (известном) слое по времени, при использовании неявных – на текущем (неизвестном) слое по времени:

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \approx \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta \bar{x}}, \quad \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \approx \frac{T_i^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{\Delta \bar{x}}.$$

Устойчивость и сходимость конечно-разностных схем описана в книгах А.А.Самарского [87, 88], С.К.Годунова [89, 90], Н.Н.Яненко [91, 92, 93, 94]. При составлении конечно-разностного аналога производной по пространственной координате следует учитывать замечания С.Патанкара [95] о зависимости вида разностного аналога этой производной в уравнении энергии для потока теплоносителя от знака коэффициента перед ним. Необходимо составлять схемы, «сдвинутые» на один шаг по координате «назад» относительно направления движения потока теплоносителя в теплообменном

аппарате

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \approx \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta \bar{x}} \quad \text{и} \quad \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \approx \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta \bar{x}}.$$

Использование конечно-разностных схем хорошо иллюстрируется на примере модельного уравнения переноса, к которому можно свести все уравнения системы (1.11):

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{t}} + a \frac{\partial T}{\partial \bar{x}} = b + cT.$$

В данном случае a, b, c – коэффициенты, зависящие от температуры, времени и координаты.

Явный ориентированный «уголок» имеет два вида:

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta \bar{t}} + a_{i-1}^j \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta \bar{x}} = b_{i-1}^j + c_{i-1}^j T_{i-1}^j \quad \text{при } a > 0$$

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta \bar{t}} + a_{i+1}^j \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta \bar{x}} = b_{i+1}^j + c_{i+1}^j T_{i+1}^j \quad \text{при } a < 0$$

Устойчивость достигается при выполнении условия Куранта [87]:

$$K = \frac{|a| \Delta \bar{t}}{\Delta \bar{x}} \leq 1.$$

Погрешность аппроксимации первого порядка, т.е. $O(\Delta \bar{x}) + O(\Delta \bar{t})$.

Трёхслойная схема «крест» имеет следующий вид:

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{2\Delta \bar{t}} + a_i^j \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{\Delta \bar{x}} = b_i^j + c_i^j T_i^j.$$

Данная схема устойчива при выполнении условия Куранта и имеет погрешность второго порядка $O(\Delta \bar{x}^2) + O(\Delta \bar{t}^2)$. Кроме приведённых схем для уравнения переноса существует достаточно большое количество других конечно-разностных схем: Лакса, «чехарда» и др. Достоинство использования явных схем заключается в непосредственном определении значений неизвестных температур на текущем $(j+1)$ -ом шаге по времени через значения на предыдущем j -ом шаге по времени, где значения температур и коэффициентов уже известны. Недостаток применения явных схем заключается

в необходимости дробления шага по времени $\Delta\bar{\tau}$ при больших значениях коэффициента a для выполнения условия Куранта.

Неявные конечно-разностные схемы для уравнения переноса типа «неявный уголок» имеют следующий вид:

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta\bar{\tau}} + a_{i-1}^j \frac{T_i^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{\Delta\bar{x}} = b_{i-1}^j + c_{i-1}^j T_{i-1}^{j+1} \quad \text{при } a > 0,$$

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta\bar{\tau}} + a_{i+1}^j \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_i^{j+1}}{\Delta\bar{x}} = b_{i+1}^j + c_{i+1}^j T_{i+1}^{j+1} \quad \text{при } a < 0.$$

Погрешность аппроксимации для обеих схем первого порядка, т.е. $O(\Delta\bar{x}) + O(\Delta\bar{\tau})$ и они устойчивы для любых соотношений шагов по времени $\Delta\bar{\tau}$ и координате $\Delta\bar{x}$.

Абсолютно устойчивая схема с центральными разностями (Кранка – Никольсона)

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta\bar{\tau}} + a_i^j \left(\frac{T_{i+1}^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{4\Delta\bar{x}} + \frac{T_{i+1}^j - T_{i-1}^j}{4\Delta\bar{x}} \right) = b_i^j + 0,5c_i^j (T_i^j + T_i^{j+1})$$

и имеет погрешность второго порядка $O(\Delta\bar{x}^2) + O(\Delta\bar{\tau}^2)$. При использовании неявных конечно-разностных схем используют две или три итерации внутри каждого временного шага для коррекции значений коэффициентов a , b и c , если они сильно зависят от температуры.

Условие Куранта, обеспечивающее устойчивость явных схем, ограничивает минимальный шаг по времени и является естественным с точки зрения требований точности для существенно нестационарных режимов, когда температура существенно меняется не только по координате, но и по времени. Для квазистационарных процессов, в которых временная зависимость температуры достаточно слабая, условие Куранта становится чрезмерно жёстким для обеспечения точности вычислений. В этом случае целесообразно применение неявных схем. При расчёте нестационарных режимов возможность увеличить шаг по времени не всегда окупает дополнительные издержки, связанные с реализацией неявных схем. Но окончательный выбор конечно-разностной схемы определяется значениями и соотношениями между собой

коэффициентов a , b , c .

Для ликвидации колебаний значений неизвестной на начальных временах процесса при использовании неявных конечно-разностных схем, на что указывал С.К.Годунов [88], используются комбинированные схемы. На первом этапе, используя полушаг по времени, применяется чисто неявная конечно-разностная схема

$$\frac{T_i^{j+1/2} - T_i^j}{\Delta \bar{\tau} / 2} + a_i^j \frac{T_{i+1}^{j+1/2} - T_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta \bar{x}} = b_i^j + c_i^j T_i^{j+1/2}.$$

На втором этапе используется чисто явная схема:

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta \bar{\tau}} + a_i^{j+1/2} \frac{T_{i+1}^{j+1/2} - T_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta \bar{x}} = b_i^{j+1/2} + c_i^{j+1/2} T_i^{j+1/2}.$$

Схема абсолютно устойчива и имеет погрешность второго порядка $O(\Delta \bar{x}^2) + O(\Delta \bar{\tau}^2)$.

При моделировании переходных процессов в теплообменных аппаратах низкотемпературных установок В.Н.Новотельнов [96] использовал явную схему типа «ориентированного уголка». Теплоёмкость потоков хладагентов выражалась полиномом от времени, а плотность определялась по уравнению состояния. Расчётные результаты для гелиевой криогенной установки показали, что без большой потери точности для расчёта распределения температур потоков хладагентов в теплообменниках верхних ступеней, можно использовать малое число разбиений по координате вплоть до использования модели с сосредоточенными параметрами. Для нижних ступеней – большое число разбиений по координате, т.к. вблизи пограничной кривой теплофизические свойства гелия, используемого в качестве хладагента, имеют сильно меняющуюся зависимость от температуры. Следует заметить, что этот вывод имеет частный характер, т.к. в теплообменниках верхних ступеней происходит наибольшее изменение температур по сравнению с теплообменниками нижних ступеней. Для большинства случаев при расчёте нижних теплообменников используется малое число разбиений по координате, а для верхних – большое число разбиений.

П.В.Герасимовым и Г.Е.Вайнштейном [97] расчёт регенеративных теплообменников осуществлялся с помощью неявной конечно-разностной схемы Кранка – Никольсона, и решение получалось методом прогонки и метода прогноза–коррекции. Динамические характеристики двух и трёхпоточных теплообменников [98] определялись путём совмещения численного и аналитического решений.

Нестационарная негомогенная модель потока теплоносителя в канале рассматривалась Ю.Н.Кузнецовым и А.С.Девкиным [99]. Использовались уравнения законов сохранения массы, импульса и энергии фаз для однофазных течений жидкости или пара. Также рассматривались пузырьковый, снарядный, дисперсно–кольцевой, пенно–турбулентный режимы двухфазного течения. Исходная система уравнений сводилась к характеристическому виду с последующим использованием неявной конечно-разностной схемы.

Расчёт нестационарного теплообмена в круглой трубе с учётом аккумуляции теплоты теплопередающей стенки изложен в работе А.И.Грошева и В.И.Слободчука [100]. Решение двухмерной нестационарной безразмерной задачи получалась конечно-разностными методами.

Моделирование процессов нестационарного теплообмена в пучках витых труб для случаев резкого увеличения или уменьшения тепловыделений рассматривалось Б.В.Дзюбенко и др. [101]. Использовалась двухмерная гомогенизированная модель течения, для решения которой применялись двухслойные численные методы.

В работе Д.Тайлера [102] было определено нестационарное изменение температуры жидкого потока теплоносителя в трубчатом теплообменнике с помощью методов конечных разностей и преобразования Лапласа. Результаты, достигнутые обоими методами, показали очень хорошее согласование.

Использование метода конечных элементов для решения задач теплообмена было рассмотрено в работе Н.В.Цугленка и Ю.Ф.Курмачева [103]. Были получены зависимости между величиной элементарного временного шага и размерами конечного элемента при моделировании процесса

нестационарного теплообмена.

Учёт влияния продольной теплопроводности в теплообменном аппарате со стенками теплообменных каналов, обладающих большой теплоёмкостью, и их влияние на профили температур потоков, рассмотрено в работе Л.Малиновского и С.Биелского [104]. Результаты вычислений показали, что, чем меньше величина коэффициента температуропроводности стенок, тем больше его влияние на профили температур потоков.

Для случая скачкообразного изменения теплового потока в теплообменном аппарате в работе Е.Е.Торопова и Л.Е.Лымбиной [105] был применён метод интегральных преобразований, что позволило получить расчётные зависимости для определения изменения температуры поверхностей теплопередающей стенки.

Г.А.Пикина [106] сравнивала динамические характеристики моделей теплопередающей стенки с распределенными по толщине и сосредоточенными параметрами, а также исследовала влияние принятых упрощений на динамические характеристики теплообменного аппарата в целом. Показано, что для стандартных труб конвективных и радиационных поверхностей нагрева котлов при расчете динамических режимов теплообменников можно использовать сосредоточенную модель металлической теплопередающей стенки трубы.

Модифицированная модель с сосредоточенными параметрами для конвективного теплообменника представлена в работе А.А.Левина и Э.А.Таирова [107]. Данная модель позволяет моделировать работу теплообменного аппарата с резкими изменениями параметров, например, скачка энтальпии потоков во входном сечении теплообменника, и более достоверно описывать установившиеся и переходные процессы в теплообменном аппарате по сравнению с традиционно применяемыми моделями с сосредоточенными параметрами.

В работе В.Г.Зубкова [108] рассматривается математическое моделирование процессов тепломассообмена в элементах теплоэнергетических

установок. Используются допущения, приводящие к уменьшению размерности задачи, а также к упрощению геометрии расчетной области и граничных условий. Для решения системы дифференциальных уравнений, описывающих предложенную модель, используется численный метод решения.

При всей своей привлекательности, конечно-разностные методы требуют предварительного анализа исходной системы уравнений для выбора конкретной конечно-разностной схемы, оценки устойчивости и сходимости. Это во многом определяется конкретной физической и математической моделью рассматриваемого теплообменного аппарата. Помимо этого, даже для быстродействующих компьютеров требуется значительное время для расчёта, что не позволяет широко исследовать характер переходного процесса и влияние на него различных факторов.

Создание и исследование аппаратов низкотемпературной техники с фазовыми превращениями на рабочих поверхностях детально рассмотрено в работе А.И.Смородина [109]. Расчётное и экспериментальное исследование высокоэффективных теплообменных аппаратов матричного и планарного типов для компактных низкотемпературных систем и установок изложено в работе Ю.А.Шевича [110].

1.2. Аналитические методы решения для стационарного случая

1.2.1 Двухпоточный теплообменник

Обнуляя частные производные по времени для потоков хладагентов и теплопередающей стенки в системе уравнений (1.11) и выражая из второго уравнения системы величину температуры теплопередающей стенки через температуры потоков хладагентов, получается следующая система уравнений, описывающую теплопередачу между потоками для стационарного режима работы теплообменного аппарата:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{d\bar{x}} = N_1(T_2 - T_1) \\ \pm \frac{dT_2}{d\bar{x}} = N_2(T_1 - T_2) + N_0(T_{o.c.} - T_2) \end{cases}, \quad (1.39)$$

где N_1, N_2, N_0 – числа единиц переноса теплоты (NTU) по прямому и обратному потокам хладагентов, и со стороны окружающей среды;

$$N_1 = \frac{K}{G_1 C_{p1}}, \quad N_2 = \frac{K}{G_2 C_{p2}}, \quad N_0 = \frac{\alpha_{o.c.} \Pi_2 L}{G_2 C_{p2}}; \quad K = \frac{\alpha_1 \Pi_1 \alpha_2 \Pi_2 L}{(\alpha_1 \Pi_1 + \alpha_2 \Pi_2)} - \text{интегральный}$$

коэффициент теплопередачи между потоками.

Для случая усреднения коэффициентов N_1, N_2, N_0 получаются следующие аналитические решения системы (1.39):

$$T_1(\bar{x}) = C_1 \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 \exp(\lambda_2 \bar{x}) - (\pm T_{o.c.}) \quad (1.40)$$

$$T_2(\bar{x}) = [C_1(\lambda_1 + N_1) \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2(\lambda_2 + N_1) \exp(\lambda_2 \bar{x})] / N_1 \pm T_{o.c.}.$$

Собственные числа λ_1 и λ_2 для прямоточного теплообменника определяются из решения характеристического уравнения основной матрицы системы (1.39)

$$\lambda_{1,2} = -0,5\{(N_1 + N_2 + N_0) \pm \sqrt{(N_1 + N_2 + N_0)^2 - 4N_1N_0}\}$$

и для противоточного теплообменника

$$\lambda_{1,2} = -0,5\{(N_1 - N_2 - N_0) \pm \sqrt{(N_1 - N_2 - N_0)^2 + 4N_1N_0}\}.$$

Собственные числа λ_1 и λ_2 , как видно из вышеприведённых выражений, являются действительными. Для прямоточного теплообменника они строго отрицательны, а для противоточного: одно - строго положительно, а другое может иметь различный знак. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из системы двух линейных алгебраических уравнений, получающихся из граничных условий общего вида (1.12):

$$\begin{cases} C_1[m_1 + m_3 \exp(\lambda_1) + (m_5 + m_7 \exp(\lambda_1))(1 + \lambda_1 / N_1)] + C_2[m_1 + m_3 \exp(\lambda_2) + (m_5 + m_7 \exp(\lambda_2))(1 + \lambda_2 / N_1)] = k_1 - T_{o.c.}(m_1 + m_3 + m_5 + m_7) \\ C_1[m_2 + m_4 \exp(\lambda_1) + (m_6 + m_8 \exp(\lambda_1))(1 + \lambda_1 / N_1)] + C_2[m_2 + m_4 \exp(\lambda_2) + (m_6 + m_8 \exp(\lambda_2))(1 + \lambda_2 / N_1)] = k_2 - T_{o.c.}(m_2 + m_4 + m_6 + m_8) \end{cases}$$

На практике наиболее часто используются независимые граничные условия, т.е. известны значения температур потоков хладагентов на входе в теплообменник. Для прямоточного теплообменника они имеют следующий вид, получаемый из граничных условий общего вида (1.12), при $m_1=m_2=1$, $m_3=m_4=m_5=m_6=m_7=m_8=0$, $k_1=T_{10}$, $k_2=T_{20}$

$$T_1(0) = T_{10} ,$$

$$T_2(0) = T_{20} \quad (1.41)$$

и для противоточного теплообменника (1.16).

В этом случае постоянные интегрирования для прямоточного теплообменника имеют вид:

$$C_1 = [(\lambda_2 + N_1)T_1(0) - N_1T_2(0) - \lambda_2 T_{oc}]/(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$C_2 = [-(\lambda_1 + N_1)T_1(0) + N_1T_2(0) + \lambda_1 T_{oc}]/(\lambda_2 - \lambda_1)$$

и для противоточного теплообменника:

$$C_1 = \{(\lambda_2 + N_1)T_1(0) \exp(\lambda_2) - N_1T_2(1) + [(\lambda_2 + N_1) \exp(\lambda_2) - N_1] T_{oc}\}/A$$

$$C_2 = \{-(\lambda_1 + N_1)T_1(0) \exp(\lambda_1) + N_1T_2(1) - [(\lambda_1 + N_1) \exp(\lambda_1) - N_1] T_{oc}\}/A$$

$$A = (\lambda_2 + N_1) \exp(\lambda_2) - (\lambda_1 + N_1) \exp(\lambda_1)$$

В ряде случаев теплоприток из окружающей среды, в силу его малости ($N_1 \gg N_0, N_2 \gg N_0$), можно пренебречь. Поэтому система (1.14) упрощается до следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{d\bar{x}} = N_1(T_2 - T_1) \\ \pm \frac{dT_2}{d\bar{x}} = N_2(T_1 - T_2) \end{cases} \quad (1.42)$$

и имеет следующие аналитические решения:

$$T_1(\bar{x}) = C_1 \exp(\lambda\bar{x}) + C_2$$

$$T_2(\bar{x}) = C_1 (1 + \lambda/N_1) \exp(\lambda\bar{x}) + C_2 \quad (1.43)$$

где $\lambda = -(N_1 + N_2)$ для прямоточного движения, $\lambda = (N_2 - N_1)$ для противоточного движения, когда $N_1 \neq N_2$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из системы (1.12):

$$\begin{cases} C_1[m_1+m_3 \exp(\lambda)+(m_5+m_7)(1+\lambda/N_1)] + C_2(m_1+m_3+m_5+m_7) = k_1 \\ C_1[m_2+m_4 \exp(\lambda)+(m_6+m_8)(1+\lambda/N_1)] + C_2(m_2+m_4+m_6+m_8) = k_2 \end{cases}$$

В случае одинаковых значений чисел единиц переноса теплоты по обоим потокам хладагентов ($N_2 = N_1$) для противоточного движения этих потоков получаются линейные выражения для распределения температур потоков хладагентов по координате:

$$\begin{aligned} T_1(\bar{x}) &= C_1 \bar{x} + C_2, \\ T_2(\bar{x}) &= C_1 \bar{x} + (C_2 + C_1 / N_1), \end{aligned} \quad (1.44)$$

где постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из системы (1.12):

$$C_1[m_3+(m_5+m_7)/N+m_7] + C_2(m_1+m_3+m_5+m_7) = k_1$$

$$C_1[m_4+(m_6+m_8)/N+m_8] + C_2(m_2+m_4+m_6+m_8) = k_2$$

Для независимых граничных условий (1.16) решение для прямоточного теплообменника имеет вид:

$$\begin{aligned} T_1(x) &= [N_1 (T_{10} - T_{20}) \exp[-(N_1 + N_2)x] + N_2 T_{10} + N_1 T_{20}]/(N_1 + N_2) \\ T_2(x) &= [N_2 (T_{10} - T_{20}) \exp[-(N_1 + N_2)x] + N_2 T_{10} + N_1 T_{20}]/(N_1 + N_2). \end{aligned} \quad (1.45)$$

Для противоточного теплообменника при неодинаковых значениях чисел NTU :

$$\begin{aligned} T_1(\bar{x}) &= A \exp[(N_2 - N_1)\bar{x}] + B \\ T_2(\bar{x}) &= A \exp[(N_2 - N_1)\bar{x}] N_2/N_1 + B, \end{aligned} \quad (1.46)$$

где $A = (T_{10} - T_{20}) / [1 - \exp(N_2 - N_1) (N_2 / N_1)]$,

$$B = [T_{20} - T_{10} \exp(N_2 - N_1) (N_2 / N_1)] / [1 - \exp(N_2 - N_1) (N_2 / N_1)].$$

При одинаковых значениях чисел NTU ($N_1 = N_2 = N$) решение для противоточного теплообменника имеет чисто линейный вид:

$$\begin{aligned} T_1(\bar{x}) &= (T_{20} - T_{10}) \bar{x} / (1 + 1/N) + T_{10} \\ T_2(\bar{x}) &= (T_{20} - T_{10}) \bar{x} / (1 + 1/N) + (T_{10} N + T_{20}) / (1 + N). \end{aligned} \quad (1.47)$$

1.2.2 Трехпоточный теплообменник

Обычно при конструктивном расчете трехпоточных теплообменников, в

которых два потока хладагентов, текущих внутри трубок и не имеющих теплового контакта между собой (рис. 1.8), обмениваются теплотой с третьим потоком, используется следующий метод, изложенный в работе В.П.Алексеева и др. [97].

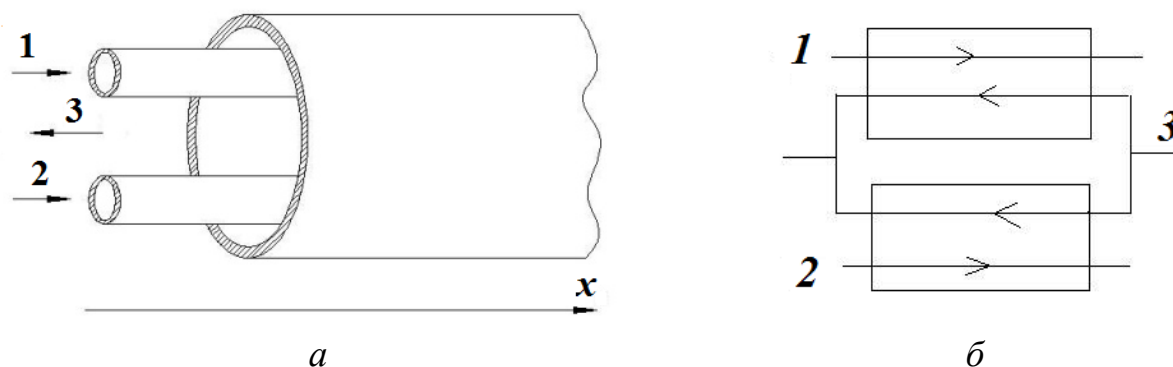


Рис. 1.8. Схематичное изображение трехпоточного теплообменника без теплового контакта между собой потоков 1 и 2, текущих в трубках (а) и его условное деление на два двухпоточных теплообменника (б)

Данный теплообменник условно разбивается на два двухпоточных теплообменного аппарата, с разделением расхода третьего потока хладагента на два, текущих в каждом двухпоточном теплообменнике. Величина этих условных расходов третьего потока хладагента подбирается из условия, что температура этого потока хладагента одинакова на выходе из каждого условного теплообменника. Обычно эти условные расходы третьего хладагента в первом приближении определяются из пропорциональности водяных эквивалентов в двух двухпоточных теплообменниках

$$\frac{W_1}{W_3^1} = \frac{W_2}{W_3^2},$$

где W_1 и W_2 - водяные эквиваленты первых двух потоков хладагентов, W_3^1 и W_3^2 - условные водяные эквиваленты третьего потока хладагента в двух теплообменниках, причём $W_3^1 + W_3^2 = W_3$.

Недостатком этого метода для поверочного расчёта является необходимость организации итерационного процесса для определения величин

расходов при разделении третьего потока хладагента. Поэтому было предложено [16] найти аналитическое решение для трехпоточного теплообменника при усредненных значениях теплофизических параметров потоков хладагентов.

Система уравнений для трехпоточного теплообменника с учетом принятых ранее допущений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{d\bar{x}} = N_1(T_3 - T_1) \\ \frac{dT_2}{d\bar{x}} = N_2(T_3 - T_2) \\ -\frac{dT_3}{d\bar{x}} = N_3(T_1 - T_3) + N_4(T_2 - T_3) \end{cases} \quad (1.48)$$

В данной системе уравнений индексы «1» и «2» относятся к одинаково направленным потокам, текущим внутри труб, а индекс «3» - к межтрубному потоку, текущему в противоположную трубным потокам сторону (рис. 1.9 (а)). N_1, N_2, N_3, N_4 - числа единиц переноса теплоты соответственно между третьим и первым, третьим и вторым, первым и третьим, вторым и третьим потоками:

$$N_1 = \frac{K_{3-1}}{G_1 C_{p1}}, \quad N_2 = \frac{K_{3-2}}{G_2 C_{p2}}, \quad N_3 = \frac{K_{1-3}}{G_3 C_{p3}}, \quad N_4 = \frac{K_{2-3}}{G_3 C_{p3}}; \quad K_{3-1} = K_{1-3} \quad \text{и} \quad K_{3-2} = K_{2-3}$$

интегральные коэффициенты теплопередачи между первым и третьим, вторым и третьим потоками хладагентов соответственно.

Для упрощения преобразований используются независимые граничные условия, определяющие значения температур потоков хладагентов на входе в теплообменник:

$$T_1(0) = T_{10} \qquad T_2(0) = T_{20} \qquad T_3(1) = T_{30} \qquad (1.49)$$

Решая систему (1.48) с граничными условиями (1.49) методами матричного анализа, получают следующие выражения:

$$T_1(\bar{x}) = C_1 \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 \exp(\lambda_3 \bar{x}),$$

$$T_2(\bar{x}) = C_1 \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 (N_2(\lambda_2 + N_1)) / (N_1(\lambda_2 + N_2)) \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 (N_2(\lambda_3 + N_1)) / (N_1(\lambda_3 + N_2)) \exp(\lambda_3 \bar{x}),$$

$$T_3(\bar{x}) = C_1 \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 (\lambda_2 + N_1) / N_1 \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 (\lambda_3 + N_1) / N_1 \exp(\lambda_3 \bar{x}).$$

Собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ матрицы системы дифференциальных уравнений и постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3 определяются так же, как и в случае решения систем уравнений для двухпоточных теплообменников:

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_{2,3} = -0,5((N_1 + N_2 - N_3 - N_4) \pm \sqrt{(N_1 + N_2 - N_3 - N_4)^2 - 4(N_1 N_2 - N_1 N_4 - N_2 N_3)})$$

$$C_1 = \frac{T_{10}(DH - EF) + T_{20}(F - H) + T_{30}(E - D)}{DH - EF - H + E + F - D}$$

$$C_2 = \frac{T_{10}(E - H) + T_{20}(H - 1) + T_{30}(1 - E)}{DH - EF - H + E + F - D}$$

$$C_3 = \frac{T_{10}(F - D) + T_{20}(1 - F) + T_{30}(D - 1)}{DH - EF - H + E + F - D},$$

где D, E, F, H - следующие коэффициенты:

$$D = \frac{N_2(N_1 + \lambda_2)}{N_1(N_2 + \lambda_2)}; \quad E = \frac{N_2(N_1 + \lambda_3)}{N_1(N_2 + \lambda_3)};$$

$$F = \frac{N_1 + k_2}{N_1} \exp(\lambda_2); \quad H = \frac{N_1 + k_3}{N_1} \exp(\lambda_3).$$

В случае кратных корней, т.е.

$$\lambda_3 = \lambda_2 = -0,5(N_1 + N_2 - N_3 - N_4),$$

что возможно при выполнении условия

$$(N_1 + N_2 - N_3 - N_4)^2 = N_1 N_2 - N_1 N_4 - N_2 N_3,$$

решение исходной системы (1.48) с граничными условиями (1.49) имеет следующий вид:

$$T_1(\bar{x}) = C_1 + C_2 \bar{x} \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 \exp(\lambda_2 \bar{x})$$

$$T_2(\bar{x}) = C_1 + C_2 (A_1 + A_2 \bar{x}) \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 A_2 \exp(\lambda_2 \bar{x})$$

$$T_3(\bar{x}) = C_1 + C_2 (1 + (\lambda_2 + N_1) \bar{x}) / N_1 \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 (\lambda_2 + N_1) / N_1 \exp(\lambda_2 \bar{x})$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3 выражаются через числовые комплексы A_i :

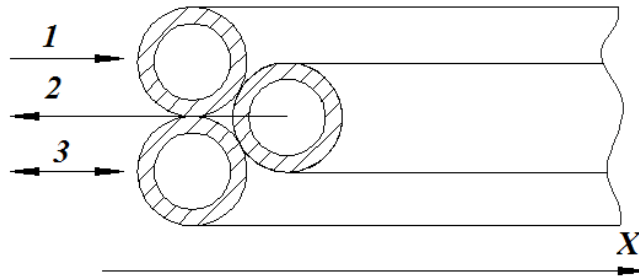
$$C_1 = \frac{T_{10}(A_1 A_4 - A_2 A_3) + T_{20} A_3 - T_{30} A_1}{A_1 (A_4 - 1) + A_3 (1 - A_2)}$$

$$C_2 = \frac{T_{10}(A_2 - A_4) + T_{20}(A_4 - 1) + T_{30}(1 - A_2)}{A_1(A_4 - 1) + A_3(1 - A_2)} \quad C_3 = \frac{T_{10}(A_3 - A_1) - T_{20}A_3 + T_{30}A_1}{A_1(A_4 - 1) + A_3(1 - A_2)}$$

$$\text{где } A_1 = \frac{N_2(N_2 - N_1)}{N_1(N_2 + \lambda_2)^2}; \quad A_2 = \frac{N_2(N_1 + \lambda_2)}{N_1(N_2 + \lambda_2)};$$

$$A_3 = \frac{N_1 + k_2 + 1}{N_1} \exp(\lambda_2); \quad A_4 = \frac{N_1 + k_3}{N_1} \exp(\lambda_2).$$

В низкотемпературной технике достаточно часто применяют трубчатые теплообменники, в которых теплопередача между потоками хладагентов осуществляется через пропаянное пространство между трубками (рис. 1.9) - так называемые теплообменники с паяными трубками.



1, 2, 3 – направление движения потоков хладагентов

Рис. 1.9. Схематичное изображение трёхпоточного теплообменника с паяными трубками

В этом случае система уравнений, описывающая стационарный теплообмен в таком теплообменном аппарате, с учетом принятых допущений, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dx} = N_1(T_3 - T_1) + N_2(T_3 - T_1) \\ \frac{dT_2}{dx} = N_3(T_1 - T_2) + N_4(T_3 - T_2) \\ \pm \frac{dT_3}{dx} = N_5(T_1 - T_3) + N_6(T_2 - T_3) \end{cases} \quad (1.50)$$

Решение этой системы с граничными условиями (1.49) также является суммой трёх экспоненциальных членов:

$$T_1(\bar{x}) = C_1 A_{11} \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 A_{12} \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 A_{13} \exp(\lambda_3 \bar{x}),$$

$$T_2(\bar{x}) = C_1 A_{21} \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 A_{22} \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 A_{23} \exp(\lambda_3 \bar{x}),$$

$$T_3(\bar{x}) = C_1 A_{31} \exp(\lambda_1 \bar{x}) + C_2 A_{32} \exp(\lambda_2 \bar{x}) + C_3 A_{33} \exp(\lambda_3 \bar{x}).$$

Собственные числа λ_1 , λ_2 , λ_3 и постоянные интегрирования C_1 , C_2 , C_3 определяются как

$$\lambda_1 = 0;$$

$$\lambda_2 = -B + \sqrt{B^2 - D};$$

$$\lambda_3 = -B - \sqrt{B^2 - D},$$

где $B = 0,5(N_1 + N_2 + N_3 + N_4 - N_5 - N_6)$,

$$D = N_1 N_4 - N_1 N_5 - N_1 N_6 + N_2 N_3 + N_2 N_4 - N_2 N_6 - N_3 N_5 - N_3 N_6 - N_4 N_5,$$

$$C_1 = \Delta_1 / \Delta, \quad C_2 = \Delta_2 / \Delta, \quad C_3 = \Delta_3 / \Delta,$$

Δ_i и Δ - определители квадратных матриц:

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} e^{\lambda_2} & A_{33} e^{\lambda_3} \end{vmatrix} \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} T_{10} & A_{12} & A_{13} \\ T_{20} & A_{22} & A_{23} \\ T_{30} & A_{32} e^{\lambda_2} & A_{33} e^{\lambda_3} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_{11} & T_{10} & A_{13} \\ A_{21} & T_{20} & A_{23} \\ A_{31} & T_{30} & A_{33} e^{\lambda_3} \end{vmatrix} \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & T_{10} \\ A_{21} & A_{22} & T_{20} \\ A_{31} & A_{32} e^{\lambda_2} & T_{30} \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты матриц A_{ij} определяются следующим образом:

$$A_{11} = 1, \quad A_{21} = 1, \quad A_{31} = 1, \quad A_{12} = 1, \quad A_{13} = 1,$$

$$A_{32} = [N_5 N_1 + N_6 (N_1 + N_2 + \lambda_2)] / [N_2 N_6 + N_1 (N_5 + N_6 - \lambda_2)]$$

$$A_{22} = (N_1 + N_2 + \lambda_2 - N_2 A_{32}) / N_1, \quad A_{23} = (N_1 + N_2 + \lambda_3 - N_2 A_{33}) / N_1$$

$$A_{33} = [N_5 N_1 + N_6 (N_1 + N_2 + \lambda_3)] / [N_2 N_6 + N_1 (N_5 + N_6 - \lambda_3)].$$

1.2.3 Теплообменник с фазовыми превращениями

В низкотемпературной технике также часто используются теплообменники, в которых поток хладагента испытывает фазовые превращения, например, конденсируется или испаряется, как это происходит в таких элементах холодильных машин как конденсаторы и испарители. Для

моделирования работы конденсатор представляется в виде канала (рис.1.10), по которому течет хладагент.

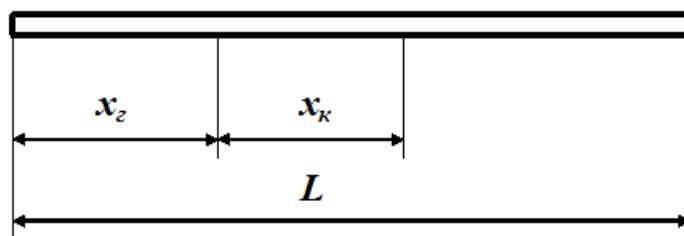
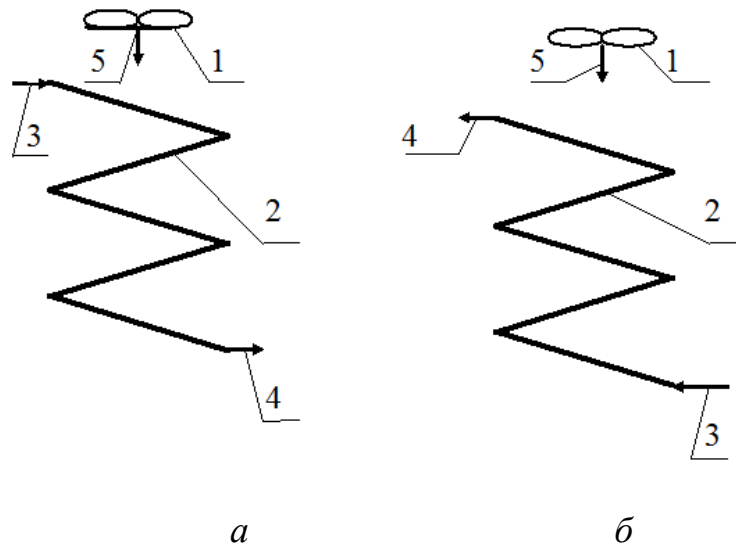


Рис.1.10. Схематическое изображение канала конденсатора x_2 - длина участка канала конденсатора, на котором происходит охлаждение до температуры кипения; x_k - длина участка канала конденсатора, на котором происходит конденсация; L - полная длина канала конденсатора

Газообразный хладагент первоначально охлаждается до температуры конденсации на длине канала x_2 , конденсируется на длине x_k и затем сконденсировавшаяся жидкость охлаждается на оставшейся длине $(L - x_2 - x_k)$, где L - полная длина теплообменной поверхности конденсатора.

Возможны следующие случаи охлаждения конденсирующегося потока хладагента: неподвижным воздухом за счет естественной конвекции, движущимся воздушным потоком: в направлении движения хладагента - прямоточная схема (рис.1.11.а) и при движении воздуха в сторону, противоположную движению хладагента - противоточная схема (рис.1.11.б).



1- вентилятор; 2 - канал конденсатора; 3 - вход хладагента в конденсатор; 4 - выход хладагента из конденсатора; 5 - воздушный поток из вентилятора

Рис.1.11. Схемы конденсатора с воздушным охлаждением и различным движением хладагента и воздушного потока: *а* - прямоточное движение, *б* - противоточное движение

Первоначально рассматривается стационарное охлаждение потока хладагента в конденсаторе воздухом, температура которого принимается постоянной. Одномерная система уравнений энергетического баланса потока хладагента, описывающая этот процесс для каждого участка, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dT}{d\bar{x}} = N_z (T_g - T), \bar{x} \in [0, \bar{x}_z] \\ \frac{dh}{d\bar{x}} = N_k (T_g - T_k), \bar{x} \in [\bar{x}_z, \bar{x}_z + \bar{x}_k] \\ \frac{dT}{d\bar{x}} = N_c (T_g - T), \bar{x} \in [\bar{x}_z + \bar{x}_k, 1], \end{cases} \quad (1.50)$$

где: T и h - температура и энтальпия потока хладагента; $\bar{x}_z = x_z/L$ - безразмерная длина охлаждения газового потока; T_g - температура охлаждающего воздуха; N_z

и $N_{ж}$ - число единиц переноса теплоты для газообразного и жидкого потока хладагента ($N_i = K_i / (G C_{pi})$, $i = з, ж$); G , C_{pi} - массовый расход и изобарная теплоемкость хладагента; K_i - интегральный коэффициент теплопередачи $K_i = L [1/(\alpha_{i,вн} \Pi_{вн}) + \delta_{cm} / \lambda_{cm} + 1/(\alpha_n \Pi_n)]^{-1}$, $\alpha_{i,вн}$, α_n и $\Pi_{вн}$, Π_n - коэффициенты и периметры теплоотдачи со стороны хладагента и со стороны воздуха для соответствующего участка конденсатора i ; λ_{cm} и δ_{cm} - коэффициент теплопроводности материала стенки канала и её толщина; $N_k = K_k / G$; K_k - интегральный коэффициент теплопередачи при конденсации; T_k - температура конденсации хладагента, принимаемая постоянной на безразмерной длине конденсации $\bar{x}_k = x_k / L$.

Система уравнений (1.50) дополняется граничным условием, определяющим значение температуры потока хладагента на входе в конденсатор

$$T(0) = T_0, \quad (1.51)$$

а также условием постоянства температуры потока хладагента при конденсации

$$T(\bar{x}) = T_k, \quad \bar{x} \in [\bar{x}_z, \bar{x}_z + \bar{x}_k]. \quad (1.52)$$

Принимая значения коэффициентов N_z , N_k и $N_{ж}$ постоянными, можно получить аналитическое решение первого уравнения системы (1.50) с граничным условием (1.51):

$$T(\bar{x}) = (T_0 - T_g) \exp(-N_z \bar{x}) + T_g, \quad \bar{x} \in [0, \bar{x}_z].$$

Из последнего выражения можно получить безразмерную длину участка охлаждения газообразного потока хладагента до температуры конденсации:

$$\bar{x}_z = \frac{1}{N_z} \ln \left[\frac{T_k - T_g}{T_{вых} - T_g} \right]. \quad (1.53)$$

Если расчетное значение безразмерной длины участка охлаждения потока до

температуры конденсации получается больше единицы, т.е. $\bar{x}_2 > 1$, то это означает, что поток в конденсаторе не начинает конденсироваться, а находясь в газообразном состоянии охлаждается до температуры

$$T_{\text{вых}} = (T_0 - T_g) \exp(-N_2) + T_g.$$

Из решения второго уравнения системы (1.50) для случая $\bar{x}_2 < 1$ определяется безразмерная длина участка конденсации

$$\bar{x}_k = \frac{r}{N_k (T_k - T_g)}, \quad (1.54)$$

где r - теплота конденсации хладагента. Если расчетное значение суммы длин газового охлаждения и конденсации оказывается больше единицы, т.е. $(\bar{x}_2 + \bar{x}_k) > 1$, то это значит, что не весь поток хладагента сконденсируется и на выходе из конденсатора образуется парожидкостная смесь с относительным количеством пара

$$y = 1 - (1 - \bar{x}_2) N_k (T_k - T_g) / r.$$

Из решения третьего уравнения системы (1.50) для случая $(\bar{x}_2 + \bar{x}_k) < 1$ определяется значение температуры жидкого потока хладагента на выходе из конденсатора

$$T_{\text{вых}} = (T_k - T_g) \exp(-N_{\text{жс}} (1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_k)) + T_g.$$

Также данная методика может быть использована для определения требуемой длины теплообменной поверхности L_Σ , если на выходе из конденсатора необходимо получить фиксированную температуру жидкого хладагента $T_{\text{вых}}$

$$L_\Sigma = L(\bar{x}_2 + \bar{x}_k + \bar{x}_{\text{жс}}), \quad (1.55)$$

где \bar{x}_2 и \bar{x}_k определяются соответственно по формулам (1.53) и (1.54), а безразмерная длина участка конденсатора $\bar{x}_{\text{жс}}$ для охлаждения

сконденсировавшегося потока хладагента до температуры $T_{\text{вых}}$ рассчитывается по следующей формуле:

$$\bar{x}_{\text{жс}} = \frac{1}{N_{\text{жс}}} \ln \left[\frac{T_{\text{к}} - T_{\text{г}}}{T_{\text{вых}} - T_{\text{г}}} \right].$$

Для случая охлаждения конденсатора движущимся воздушным потоком в направлении движения хладагента (рис.1.12.а) система уравнений энергетического баланса потока хладагента и воздуха, описывающая этот процесс в одномерном приближении для каждого участка конденсатора, имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{d\bar{x}} = N_{\text{г}}(T_{\text{г}} - T) \\ \frac{dT_{\text{г}}}{d\bar{x}} = N_{\text{г,г}}(T - T_{\text{г}}), \bar{x} \in [0, \bar{x}_{\text{г}}] \\ \frac{dh}{d\bar{x}} = N_{\text{к}}(T_{\text{г}} - T_{\text{к}}) \\ \frac{dT_{\text{г}}}{d\bar{x}} = N_{\text{г,к}}(T_{\text{к}} - T_{\text{г}}), \bar{x} \in [\bar{x}_{\text{г}}, \bar{x}_{\text{г}} + \bar{x}_{\text{к}}], \\ \frac{dT}{d\bar{x}} = N_{\text{жс}}(T_{\text{г}} - T) \\ \frac{dT_{\text{г}}}{d\bar{x}} = N_{\text{г,жс}}(T - T_{\text{г}}), \bar{x} \in [\bar{x}_{\text{г}} + \bar{x}_{\text{к}}, 1] \end{array} \right. \quad (1.56)$$

где число единиц переноса теплоты $N_{\text{г},i}$ по воздушному потоку массовым расходом $G_{\text{г}}$ и изобарной теплоемкостью $C_{p\text{г}}$ на каждом участке конденсатора определяются как: $N_{\text{г},i} = K_i / (G_{\text{г}} C_{p\text{г}})$, $i = \text{г}, \text{к}, \text{жс}$.

Система уравнений (1.56) дополняется граничным условием (1.51) и условием постоянства температуры потока хладагента при конденсации (1.52), а также граничным условием для температуры воздушного потока на входе в конденсатор

$$T_{\theta}(0) = T_{\theta 0} . \quad (1.57)$$

Из решения первой пары уравнений системы (1.56) с граничными условиями (1.51) и (1.57) определяется безразмерная длина участка охлаждения газообразного хладагента \bar{x}_2 до температуры конденсации

$$\bar{x}_2 = \frac{-1}{N_2 + N_{\theta,2}} \ln \left[\frac{N_2 + N_{\theta,2}}{N_2(T_0 - T_{\theta 0})} \left(T_{\kappa} - \frac{T_0 N_{\theta,2} - T_{\theta 0} N_2}{N_2 + N_{\theta,2}} \right) \right] \quad (1.58)$$

и температура воздуха на выходе из участка охлаждения газообразного хладагента:

$$T_{\theta,2} = [N_{\theta,2}(T_{\theta 0} - T_0) \exp(-(N_2 - N_{\theta,2})\bar{x}_2) + N_{\theta,2}T_0 + N_2T_{\theta 0}] / (N_2 + N_{\theta,2}).$$

Если получившееся расчетное значение безразмерной длины x_2 больше единицы, то поток хладагента не конденсируется, а только охлаждается до температуры

$$T_{\text{вых}} = [N_2(T_0 - T_{\theta 0}) \exp(-(N_2 - N_{\theta,2})) + N_{\theta,2}T_0 + N_2T_{\theta 0}] / (N_2 + N_{\theta,2}). \quad (1.59)$$

Значение температуры воздуха на выходе из конденсатора в этом случае определяется по предыдущей формуле подстановкой $\bar{x}_2 = 1$. Если $\bar{x}_2 < 1$ из решения второй пары уравнений системы (1.56) выражается длина участка конденсации

$$\bar{x}_{\kappa} = \frac{-1}{N_{\theta,\kappa}} \ln \left(1 - \frac{rN_{\theta,\kappa}}{N_{\kappa}(T_{\kappa} - T_{\theta,2})} \right). \quad (1.60)$$

и температура воздуха на выходе из участка конденсации

$$T_{\theta,\kappa} = (T_{\theta,2} - T_{\kappa}) \exp(-N_{\theta,\kappa}\bar{x}_{\kappa}) + T_{\kappa}.$$

Если $\bar{x}_2 < 1$ и $(\bar{x}_2 + \bar{x}_{\kappa}) > 1$, т.е. поток хладагента конденсируется не полностью, то относительное количество паровой фазы в потоке хладагента на выходе из конденсатора будет равно

$$y = 1 - (\exp(-N_{\text{в,к}}(1 - \bar{x}_2)))N_{\text{к}}(T_{\text{к}} - T_{\text{в,з}})/(rN_{\text{в,к}})$$

Значение температуры воздуха на выходе из конденсатора в данном случае определяется по предыдущей формуле для $\bar{x}_{\text{к}} = (1 - \bar{x}_2)$.

В случае если $(\bar{x}_2 + \bar{x}_{\text{к}}) < 1$, из решения третьей пары уравнений системы (1.56) получается выражение для температуры жидкого потока хладагента на выходе из конденсатора

$$T_{\text{вых}} = [N_{\text{жс}}(T_{\text{к}} - T_{\text{в,к}})\exp(-(N_{\text{жс}} - N_{\text{в,жс}})(1 - \bar{x}_{\text{к}} - \bar{x}_2)) + N_{\text{в,жс}}T_{\text{к}} + N_{\text{жс}}T_{\text{в,к}}]/(N_{\text{жс}} + N_{\text{в,жс}})$$

и температуры выходящего воздушного потока

$$T_{\text{в,вых}} = [N_{\text{в,жс}}(T_{\text{в,к}} - T_{\text{к}})\exp(-(N_{\text{жс}} - N_{\text{в,жс}})(1 - \bar{x}_{\text{к}} - \bar{x}_2)) + N_{\text{в,жс}}T_{\text{к}} + N_{\text{жс}}T_{\text{в,к}}]/(N_{\text{жс}} + N_{\text{в,жс}}).$$

Требуемая длина теплообменной поверхности для получения определенной температуры жидкого хладагента на выходе из конденсатора $T_{\text{вых}}$ определяется по формуле (1.59), где величины \bar{x}_2 и $\bar{x}_{\text{к}}$ определяются соответственно по формулам (1.58) и (1.60), а $\bar{x}_{\text{жс}}$ определяется

$$\bar{x}_{\text{жс}} = \frac{-1}{N_{\text{жс}} + N_{\text{в,жс}}} \ln \left[\frac{N_{\text{жс}} + N_{\text{в,жс}}}{N_{\text{жс}}(T_{\text{к}} - T_{\text{в,к}})} \left(T_{\text{вых}} - \frac{T_{\text{к}}N_{\text{в,жс}} - T_{\text{в,к}}N_{\text{жс}}}{N_{\text{жс}} + N_{\text{в,жс}}} \right) \right].$$

При охлаждении движущимся воздушным потоком конденсатора в случае движения воздуха в сторону, противоположную движению потока хладагента (рис.1.12.б), система уравнений энергетического баланса потока хладагента и воздуха, описывающая этот процесс для каждого участка конденсатора, имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{d\bar{x}} = N_{\epsilon} (T_{\epsilon} - T) \\ -\frac{dT_{\epsilon}}{d\bar{x}} = N_{\epsilon, \epsilon} (T - T_{\epsilon}), \bar{x} \in [0, \bar{x}_{\epsilon}] \\ \frac{dh}{d\bar{x}} = N_{\kappa} (T_{\epsilon} - T_{\kappa}) \\ -\frac{dT_{\epsilon}}{d\bar{x}} = N_{\epsilon, \kappa} (T_{\kappa} - T_{\epsilon}), \bar{x} \in [\bar{x}_{\epsilon}, \bar{x}_{\epsilon} + \bar{x}_{\kappa}] \\ \frac{dT}{d\bar{x}} = N_{\epsilon, \kappa} (T_{\epsilon} - T) \\ -\frac{dT_{\epsilon}}{d\bar{x}} = N_{\epsilon, \kappa} (T - T_{\epsilon}), \bar{x} \in [\bar{x}_{\epsilon} + \bar{x}_{\kappa}, 1]. \end{array} \right. \quad (1.61)$$

Данная система уравнений дополняется граничным условием (1.51) и условием постоянства температуры потока хладагента при конденсации (1.52). Граничное условие для температуры воздушного потока на входе в конденсатор в данном случае имеет следующий вид:

$$T_{\epsilon}(1) = T_{\epsilon 0}. \quad (1.62)$$

Из решения системы дифференциальных уравнений (1.61) в случае полной конденсации потока хладагента получается следующая система алгебраических выражений относительно температур потока хладагента и воздуха на соответствующих расчётных участках конденсатора и безразмерных длин этих участков:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\kappa} = \frac{T_0 - T_{\epsilon,2}}{1 - A_2} \exp[(N_{\epsilon,2} - N_2)\bar{x}_2] + \frac{T_{\epsilon,2} - A_2 T_0}{1 - A_2} \\ T_{\epsilon, \text{вых}} = \frac{T_0 - T_{\epsilon,2}}{1 - A_2} \frac{N_{\epsilon,2}}{N_2} \exp[(N_{\epsilon,2} - N_2)\bar{x}_2] + \frac{T_{\epsilon,2} - A_2 T_0}{1 - A_2} \\ T_{\epsilon, \kappa} = (T_{\epsilon, \text{жс}} - T_{\kappa}) \exp(N_{\epsilon, \kappa} \bar{x}_{\kappa}) + T_{\kappa} \\ rN_{\epsilon, \kappa} = N_{\kappa} (T_{\epsilon, \text{жс}} - T_{\kappa}) [\exp(N_{\epsilon, \kappa} \bar{x}_{\kappa}) - 1] \\ T_{\text{вых}} = \frac{T_{\kappa} - T_{\epsilon 0}}{1 - A_{\text{жс}}} \exp[(N_{\epsilon, \text{жс}} - N_{\text{жс}})(1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_{\kappa})] + \frac{T_{\epsilon 0} - A_{\text{жс}} T_{\kappa}}{1 - A_{\text{жс}}} \\ T_{\epsilon, \text{жс}} = \frac{T_{\kappa} - T_{\epsilon 0}}{1 - A_{\text{жс}}} \frac{N_{\epsilon, \text{жс}}}{N_{\text{жс}}} \exp[(N_{\epsilon, \text{жс}} - N_{\text{жс}})(1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_{\kappa})] + \frac{T_{\epsilon 0} - A_{\text{жс}} T_{\kappa}}{1 - A_{\text{жс}}} \end{array} \right. , \quad (1.63)$$

где: $A_i = (N_{\epsilon, i} / N_i) \exp(N_{\epsilon, i} - N_i)$, $i = 2, \text{жс}$; $T_{\epsilon, \text{жс}}$ - температура воздуха на входе в участок конденсации потока хладагента. Если при решении системы (1.63) получается, что $\bar{x}_2 > 1$, то происходит только охлаждение газового потока хладагента. В этом случае решается только первая пара уравнений системы (1.63) и определяются только значения температур газообразного хладагента и воздуха на выходе из конденсатора:

$$\begin{aligned} T_{\text{вых}} &= \frac{T_0 - T_{\epsilon 0}}{1 - A_2} \exp(N_{\epsilon,2} - N_2) + \frac{T_{\epsilon 0} - A_2 T_0}{1 - A_2} \\ T_{\epsilon, \text{вых}} &= \frac{T_0 - T_{\epsilon 0}}{1 - A_2} \frac{N_{\epsilon,2}}{N_2} \exp(N_{\epsilon,2} - N_2) + \frac{T_{\epsilon 0} - A_2 T_0}{1 - A_2}. \end{aligned}$$

При частичной конденсации потока хладагента ($\bar{x}_2 < 1$ и $(\bar{x}_2 + \bar{x}_{\kappa}) > 1$) решаются две первые пары уравнений системы (1.63) и в результате получается следующее решение:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\kappa} = \frac{T_0 - T_{\epsilon,2}}{1 - A_2} \exp[(N_{\epsilon,2} - N_2)\bar{x}_2] + \frac{T_{\epsilon,2} - A_2 T_0}{1 - A_2} \\ T_{\epsilon, \text{вых}} = \frac{T_0 - T_{\epsilon,2}}{1 - A_2} \frac{N_{\epsilon,2}}{N_2} \exp[(N_{\epsilon,2} - N_2)\bar{x}_2] + \frac{T_{\epsilon,2} - A_2 T_0}{1 - A_2} \\ T_{\epsilon, \text{вых}} = (T_{\epsilon 0} - T_{\kappa}) \exp[N_{\epsilon, \kappa} (1 - \bar{x}_2)] + T_{\kappa} \end{array} \right.$$

В этом случае относительное количество пара в потоке хладагента на выходе из

конденсатора будет равно

$$y = 1 - (1 - \exp(-N_{e,k}(1 - \bar{x}_2)))N_k(T_k - T_{e,z}) / (rN_{e,k}).$$

Требуемая длина теплообменной поверхности для получения определенной температуры жидкого хладагента $T_{вых}$ определяется по формуле (1.55), где \bar{x}_2 , \bar{x}_k и $\bar{x}_{жс}$ определяются из решения системы (1.63) подстановкой вместо $(1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_{жс})$ величины $\bar{x}_{жс}$.

1.3 Конечно-разностный метод для расчета двухпоточных теплообменников, исключающий возможность пересечения расчётных профилей температур потоков хладагентов для стационарного случая

Для решения системы уравнений, описывающих стационарные режимы работы двухпоточных теплообменников (1.39) с учетом зависимости теплофизических свойств потоков от температуры, используются различные численные методы. При использовании конечно-разностных методов для решения системы уравнений, описывающих работу двухпоточных теплообменников, можно получить решение, при котором расчётные пространственные профили температур потоков хладагентов пересекаются (рис. 1.12). Обычно такое решение возникает при больших значениях чисел NTU потоков и малом числе точек разбиения. Это является следствием того, что линейная аппроксимация производной, применяемая при конечно-разностном методе, приводит к существенной погрешности, т.к. прямая линия плохо аппроксимирует экспоненту при больших значениях её показателей.

Аналитические решения (1.44), (1.45), (1.46) обеспечивают отсутствие пересечения профилей температур потоков хладагентов, что следует из постоянного знака разности между температурами первого и второго потоков.

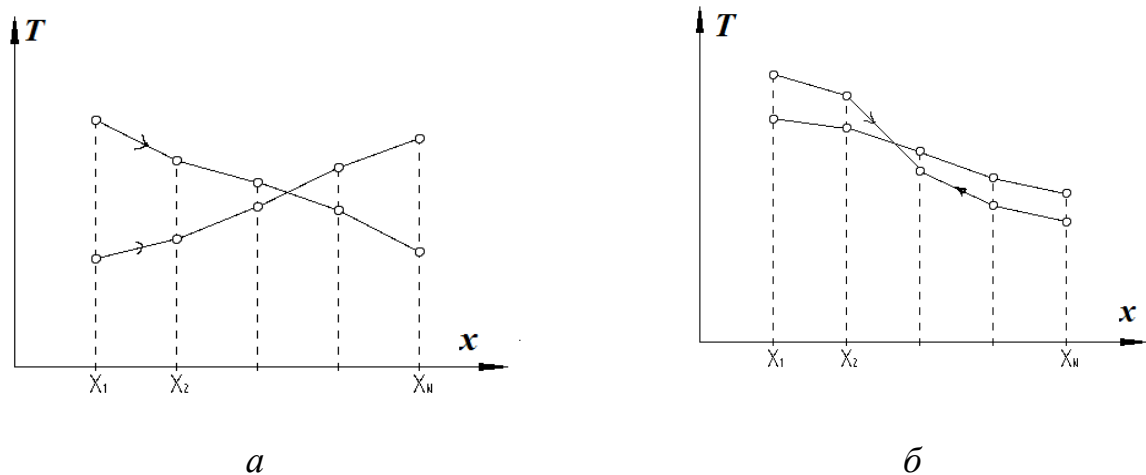


Рис. 1.12. Пересечение профилей температур потоков хладагентов в прямоточном (а) и противоточном (б) теплообменниках

Для прямоточного теплообменника из (1.45) получается:

$$T_1(\bar{x}) - T_2(\bar{x}) = (T_{10} - T_{20}) \exp(-(N_1 + N_2)\bar{x}). \quad (1.64)$$

Для противоточного теплообменника при неодинаковых числах NTU из (1.44) следует:

$$T_1(\bar{x}) - T_2(\bar{x}) = \frac{(T_{10} - T_{20})(1 - N_2/N_1) \exp((N_2 - N_1)\bar{x})}{1 - N_2/N_1 \exp((N_2 - N_1)\bar{x})}. \quad (1.65)$$

Для противоточного теплообменника при одинаковых числах NTU из (1.46) следует:

$$T_1(\bar{x}) - T_2(\bar{x}) = (T_{10} - T_{20}) / (1 + N). \quad (1.66)$$

Не трудно видеть, что выражения (1.64), (1.65) и (1.66) либо все положительны при $T_{10} > T_{20}$, либо все отрицательны при $T_{10} < T_{20}$ для любых положительных значений N_1 и N_2 . При существенной зависимости теплофизических свойств потоков хладагентов от температуры аналитические решения, получаемые при осреднении NTU , имеют значительную погрешность. Поэтому для учёта изменения теплофизических свойств потоков необходимо для вешения системы (1.42) с граничными условиями (1.16) или (1.41) использовать конечно-разностный метод.

Поэтому предложено [15] использовать аналитическое решение на

отрезках разбиения по пространственной координате. Это позволит учесть как зависимость чисел NTU от температуры, так и позволит избавиться от случая возникновения пересечения пространственных профилей температур прямого и обратного потоков хладагентов.

Для проточного теплообменника значения температур прямого и обратного потоков в n точках разбиения $T_{1,i}$ и $T_{2,i}$ ($i=1,2,\dots,n$) выражаются из (1.64) и определяются по рекуррентным соотношениям:

$$T_{1,i+1} = [(T_{1,i} - T_{2,i}) N_{1,i} D_i + N_{2,i} T_{1,i} + N_{1,i} T_{2,i}] / E_i$$

$$T_{2,i+1} = [(T_{2,i} - T_{1,i}) N_{2,i} D_i + N_{2,i} T_{1,i} + N_{1,i} T_{2,i}] / E_i ,$$

где $D_i = \exp[-(N_{1,i} + N_{2,i})]$; $E_i = N_{1,i} + N_{2,i}$; $i=2,3,\dots,n-1$; $T_{1,1} = T_{10}$; $T_{2,1} = T_{20}$.

Значения числа единиц переноса теплоты потоков хладагентов $N_{1,i}$ и $N_{2,i}$ в точках разбиения определяются по известным величинам температур $T_{1,i}$ и $T_{2,i}$. Для противоточного теплообменника из (1.65) и (1.66) нельзя выразить рекуррентные зависимости. Поэтому после преобразований (1.65) для каждого участка разбиения в результате получаются $(n-1)$ пар линейных уравнений вида:

$$\begin{aligned} [a_i (1-b_i)] T_{1,i-1} + (a_i b_i - 1) T_{1,i} + (1-a_i) T_{2,i} &= 0; \quad i=2,3,\dots,n \\ [b_i (1-a_i)] T_{1,i-1} + (a_i b_i - 1) T_{2,i-1} + (1-b_i) T_{2,i} &= 0; \quad i=2,3,\dots,n, \end{aligned} \quad (1.67)$$

где $a_i = \exp(N_{2,i} - N_{1,i})$, $b_i = N_{2,i} / N_{1,i}$.

В данном случае значения $N_{1,i}$ и $N_{2,i}$ определяются как средние величины для температур на концах отрезка разбиений $[i-1, i]$. Если на каком-либо отрезке $N_{1,i} = N_{2,i}$, то необходимо вместо вышеприведенной системы (1.67) использовать преобразованные выражения (1.66):

$$\begin{aligned} T_{1,i-1} + (-N_i - 1) T_{1,i} + N_i T_{2,i} &= 0; \quad i=2,3,\dots,n \\ N_i T_{1,i-1} + (-N_i - 1) T_{2,i-1} + T_{2,i} &= 0; \quad i=2,3,\dots,n. \end{aligned} \quad (1.68)$$

Два уравнения, необходимые для однозначного определения систем (1.67) или (1.68), получаются из граничных условий:

$$T_{1,1} = T_{10}; T_{2,n} = T_{20}.$$

В результате получается система линейных алгебраических уравнений относительно температур потоков хладагентов в точках разбиения $T_{1,1}; T_{2,1}; T_{1,2}; T_{2,2}; \dots; T_{1,n}; T_{2,n}$, матрица которой имеет пятидиагональный вид. Решение этой системы получается методом прогонки [87], причем требуется две-три итерации, т.к. первоначально не известны значения температур потоков хладагентов в точках разбиения для вычисления чисел единиц переноса теплоты NTU , и поэтому перед началом вычислительного процесса необходимо задаться значениями температур в этих точках. Следует заметить, что при использовании конечно-разностных схем первого порядка для противоточного теплообменника, получается система линейных алгебраических уравнений, также имеющая пятидиагональный вид. Поэтому предложенный метод по своей реализации не сложнее, чем при использовании традиционного конечно-разностного способа решения.

Проведенные расчеты показали, что при слабо меняющихся от температуры свойствах потоков и больших значениях чисел NTU , предложенный метод требует в три-четыре раза меньшего числа расчетных точек при одинаковой точности расчета. При малых значениях чисел NTU или при резком изменении теплофизических свойств потоков по длине теплообменника предложенный метод при одинаковой точности требует в полтора-два раза меньшего числа точек разбиения.

1.4 Приближенный метод разложения по базисным функциям по пространственной координате температуры потока хладагента для нестационарного случая

Желательно для более точного определения нестационарного процесса в теплообменных аппаратах получить конечный результат при решении системы уравнений (1.9) в приближенном виде с некоторой точностью в виде

комбинации n алгебраических функций от времени $\delta_i(\bar{\tau})$ и от координаты $\varphi_j(\bar{x})$:

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \sum_{j=1}^n \delta_j(\bar{\tau}) \varphi_j(\bar{x}).$$

Для получения подобных решений наиболее распространены вариационные методы, однако в работах Ю.Т.Глазунова и Ю.А.Михайлова [111] и [112] было показано, что для уравнений типа переноса, к которым относятся уравнения системы (1.11), описывающие нестационарные режимы работы теплообменного аппарата, нельзя построить такой функционал, где уравнением Эйлера было бы уравнением переноса. Методы наименьших квадратов и штрафных функций [113] и [114] также не применимы к уравнениям типа переноса, поскольку необходимо задавать граничные условия на обоих концах координатного отрезка, т.е. переопределять задачу. В работах Т.Гудмэна [115], М.Г.Каганера [116] и В.С.Тарасова [117] приближенное решение уравнения нестационарной теплопроводности искалось в виде:

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = b_1(\bar{\tau}) + b_2(\bar{\tau})\bar{x} + \dots + b_N(\bar{\tau})\bar{x}^{n-1},$$

где $b_i(\bar{\tau})$ - неизвестные функции времени, а в качестве функций $\varphi_j(\bar{x})$ использовалась степенная функция координаты. Для тестовых задач, имеющих точные решения, максимальные отклонения полученных данным способом расчетных значений составили 9% при $n=3$ и 2% при $n=4$. Целесообразно выразить неизвестные функции времени $b_i(\bar{\tau})$ через значения искомых температур в конечном числе опорных точек $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$, принадлежащих отрезку, на котором ищется решение, в результате этого:

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \sum_{j=1}^n T(\bar{\tau}, \bar{x}_j) f_j(\bar{x}) \quad (1.69)$$

где $f_j(\bar{x})$ - линейная комбинация функций $\varphi_j(\bar{x})$, обладающих тем свойством, что

$$f_j(\bar{x}) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}.$$

После подстановки выражения (1.69) для температур прямого и обратного потоков криагентов и теплопередающей стенки в (1.11), дифференцирования известных функций по координате $\varphi_j(\bar{x})$, получается система $(3n-2)$ дифференциальных уравнений первого порядка в полных производных по времени относительно температур прямого, обратного потоков хладагентов и теплопередающей стенки: $T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_1)$, $T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_1)$, $T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_2)$, $T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_2)$, $T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_2)$, ..., $T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_{n-1})$, $T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_n)$, $T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_n)$:

$$\frac{d}{d\bar{\tau}} \begin{pmatrix} T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ \dots \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_{n-1}) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1,1} C_{1,2} \dots \dots \dots C_{1,3n-2} \\ C_{2,1} C_{2,2} \dots \dots \dots C_{2,3n-2} \\ C_{3,1} C_{3,2} \dots \dots \dots C_{3,3n-2} \\ C_{4,1} C_{4,2} \dots \dots \dots C_{4,3n-2} \\ C_{5,1} C_{5,2} \dots \dots \dots C_{5,3n-2} \\ \dots \\ C_{3n-4,1} C_{3n-4,2} \dots \dots C_{3n-4,3n-2} \\ C_{3n-3,1} C_{3n-3,2} \dots \dots C_{3n-3,3n-2} \\ C_{3n-2,1} C_{3n-2,2} \dots \dots C_{3n-2,3n-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ \dots \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_{n-1}) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{1,0} \\ C_{2,0} \\ C_{3,0} \\ C_{4,0} \\ C_{5,0} \\ \dots \\ C_{3n-4,0} \\ C_{3n-3,0} \\ C_{3n-2,0} \end{pmatrix}, \quad (1.70)$$

где коэффициенты $C_{i,j}$ получаются после соответствующих преобразований. Неизвестные $T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_1)$ и $T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_n)$ выражаются из граничных условий (1.12). Система (1.70) дополняется начальными условиями, т.е. значениями температур потоков хладагентов и теплопередающей стенки в опорных точках, которые получаются из (1.13):

$$\begin{aligned} T_2(0, \bar{x}_1) &= T_2^0(\bar{x}_1); & T_{cm}(0, \bar{x}_1) &= T_{cm}^0(\bar{x}_1); & T_1(0, \bar{x}_2) &= T_1^0(\bar{x}_2); \\ T_2(0, \bar{x}_2) &= T_2^0(\bar{x}_2); & T_{cm}(0, \bar{x}_2) &= T_{cm}^0(\bar{x}_2); & & \\ T_{cm}(0, \bar{x}_{n-1}) &= T_{cm}^0(\bar{x}_{n-1}); & T_1(0, \bar{x}_n) &= T_1^0(\bar{x}_n); & T_{cm}(0, \bar{x}_n) &= T_{cm}^0(\bar{x}_n). \end{aligned} \quad (1.71)$$

Общее решение системы (1.70) с начальными условиями (1.71) для постоянных элементов матрицы системы C , но переменных от времени элементов матрицы-столбца свободных членов C_0 имеет следующее матричное решение [117]:

$$T(\bar{\tau}) = \exp(C\bar{\tau})T(0) + \int_0^{\bar{\tau}} \exp(Cy)C_0(\bar{\tau} - y)dy$$

относительно вектора-столбца температур

$$T(\bar{\tau}_1) = \begin{pmatrix} T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_1) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_2(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_{n-1}) \\ T_1(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, \bar{x}_n) \end{pmatrix}.$$

Для случая, когда элементы матрицы-столбца свободных членов C_0 постоянны во времени и собственные числа λ матрицы C различаются друг от друга, решение системы (1.70) имеет вид экспоненциального ряда:

$$T(\bar{\tau}) = \sum_{k=1}^{3n-2} [\exp(\lambda_k \bar{\tau}) \frac{\prod_{j \neq k} (C - \lambda_j E)}{\prod_{j \neq k} (\lambda_k - \lambda_j)} C^{-1} C_0] - C^{-1} C_0, \quad (1.72)$$

где E - единичная матрица. Предварительные оценки значений собственных чисел следуют из теорем об их связи с определителем и следом матрицы [118]

$$\det(C) = \prod_{i=1}^{3n-2} \lambda_i \quad Sp(C) = \sum_i^{3n-2} \lambda_i.$$

Как ранее указывалось, для большинства теплообменников можно пренебречь аккумуляцией теплоты прямого и обратного потоков, т.е. использовать систему (1.14). приближенное решение ищется в виде

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \Phi_1(\bar{\tau}) + \Phi_2(\bar{\tau})\bar{x} + \Phi_3(\bar{\tau})\bar{x}^2 \quad (1.73)$$

при использовании квадратного полинома и

$$T(\bar{\tau}, \bar{x}) = \Phi_1'(\bar{\tau}) + \Phi_2'(\bar{\tau})\bar{x} + \Phi_3'(\bar{\tau})\bar{x}^2 + \Phi_4'(\bar{\tau})\bar{x}^3 \quad (1.74)$$

для кубического полинома.

В качестве опорных точек используются $\bar{x}_1=0$, $\bar{x}_2=0,5$, $\bar{x}_3=1$ для квадратного полинома и $\bar{x}_1=0$, $\bar{x}_2=1/3$, $\bar{x}_3=2/3$, $\bar{x}_4=1$ для кубического полинома. Выражения для $\Phi_i(\bar{\tau})$ ($i=1, 2, 3$) и $\Phi_j'(\bar{\tau})$ ($j=1, 2, 3, 4$) находятся из решения следующих систем:

$$\begin{cases} T(\bar{\tau},0) = \Phi_1(\bar{\tau}) + \Phi_2(\bar{\tau}) \cdot 0 + \Phi_3(\bar{\tau}) \cdot 0^2 \\ T(\bar{\tau},0,5) = \Phi_1(\bar{\tau}) + \Phi_2(\bar{\tau}) \cdot 0,5 + \Phi_3(\bar{\tau}) \cdot 0,5^2 \\ T(\bar{\tau},1) = \Phi_1(\bar{\tau}) + \Phi_2(\bar{\tau}) \cdot 1 + \Phi_3(\bar{\tau}) \cdot 1^2 \end{cases} \quad (1.75)$$

и

$$\begin{cases} T(\bar{\tau},0) = \Phi_1'(\bar{\tau}) + \Phi_2'(\bar{\tau}) \cdot 0 + \Phi_3'(\bar{\tau}) \cdot 0^2 + \Phi_4'(\bar{\tau}) \cdot 0^3 \\ T(\bar{\tau},1/3) = \Phi_1'(\bar{\tau}) + \Phi_2'(\bar{\tau}) \cdot (1/3) + \Phi_3'(\bar{\tau}) \cdot (1/3)^2 + \Phi_4'(\bar{\tau}) \cdot (1/3)^3 \\ T(\bar{\tau},\bar{x}) = \Phi_1'(\bar{\tau}) + \Phi_2'(\bar{\tau}) \cdot (2/3) + \Phi_3'(\bar{\tau}) \cdot (2/3)^2 + \Phi_4'(\bar{\tau}) \cdot (2/3)^3 \\ T(\bar{\tau},\bar{x}) = \Phi_1'(\bar{\tau}) + \Phi_2'(\bar{\tau}) \cdot 1 + \Phi_3'(\bar{\tau}) \cdot 1^2 + \Phi_4'(\bar{\tau}) \cdot 1^3 \end{cases} \quad (1.76)$$

После подстановки $\Phi_i(\bar{\tau})$ в (1.73) и $\Phi_j'(\bar{\tau})$ в (1.74) получаются следующие выражения:

$$T(\bar{\tau},\bar{x}) = (1 - 3\bar{x} + 2\bar{x}^2)T(\bar{\tau},0) + (4\bar{x} - 4\bar{x}^2)T(\bar{\tau},0,5) + (2\bar{x}^2 - \bar{x})T(\bar{\tau},1) \quad (1.77)$$

$$\begin{aligned} T(\bar{\tau},\bar{x}) = & (1 - 5,5\bar{x} + 9\bar{x}^2 - 4,5\bar{x}^3)T(\bar{\tau},0) + (9\bar{x} - 22,5\bar{x}^2 + 13,5\bar{x}^3)T(\bar{\tau},1/3) + \\ & + (-4,5\bar{x} + 18\bar{x}^2 - 13,5\bar{x}^3)T(\bar{\tau},2/3) + (\bar{x} - 4,5\bar{x}^2 + 4,5\bar{x}^3)T(\bar{\tau},1) \end{aligned} \quad (1.78)$$

Дифференцируя по пространственной координате выражения (1.77) и (1.78), подставляя их в систему (1.14), без учёта теплопритока из окружающей среды ($N_0=0$), выписывая полученные выражения для температур потоков хладагентов и теплопередающей стенки в опорных точках, получаются следующие смешанные системы дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
T_2(\bar{\tau}, 0) + 4T_2(\bar{\tau}, 0,5) - T_2(\bar{\tau}, 1) = N_2(0)[T_2(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 0)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(0)[T_1(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] + \beta_2(0)[T_2(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] \\
-T_1(\bar{\tau}, 0) + T_1(\bar{\tau}, 1) = N_1(0,5)[T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5) - T_1(\bar{\tau}, 0,5)] \\
T_2(\bar{\tau}, 0) + T_2(\bar{\tau}, 1) = N_2(0,5)[T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5) - T_2(\bar{\tau}, 0,5)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 0,5)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(0,5)[T_1(\bar{\tau}, 0,5) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5)] + \beta_2(0,5)[T_2(\bar{\tau}, 0,5) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5)] \\
T_1(\bar{\tau}, 0) - 4T_1(\bar{\tau}, 0,5) + 3T_1(\bar{\tau}, 1) = N_1(1)[T_{cm}(\bar{\tau}, 1) - T_1(\bar{\tau}, 1)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 1)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(1)[T_1(\bar{\tau}, 1) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1)] + \beta_2(1)[T_2(\bar{\tau}, 1) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1)]
\end{array} \right. \quad (1.79)$$

И

$$\left\{ \begin{array}{l}
-5,5T_2(\bar{\tau}, 0) + 9T_2(\bar{\tau}, 1/3) - 4,5T_2(\bar{\tau}, 2/3) + T_2(\bar{\tau}, 1) = N_2(0)[T_2(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 0)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(0)[T_1(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] + \beta_2(0)[T_2(\bar{\tau}, 0) - T_{cm}(\bar{\tau}, 0)] \\
-1,5T_1(\bar{\tau}, 1/3) + 3T_1(\bar{\tau}, 2/3) - 0,5T_1(\bar{\tau}, 1) = N_1(1/3)[T_1(\bar{\tau}, 1/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3)] \\
-T_2(\bar{\tau}, 0) - 1,5T_2(\bar{\tau}, 1/3) + 3T_2(\bar{\tau}, 2/3) - 0,5T_2(\bar{\tau}, 1) = N_2(1/3)[T_2(\bar{\tau}, 1/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 1/3)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(1/3)[T_1(\bar{\tau}, 1/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3)] + \beta_2(1/3)[T_2(\bar{\tau}, 1/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3)] \\
-3T_1(\bar{\tau}, 1/3) + 1,5T_1(\bar{\tau}, 2/3) + T_1(\bar{\tau}, 1) = N_1(2/3)[T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3) - T_1(\bar{\tau}, 2/3)] \\
0,5T_2(\bar{\tau}, 0) - 3T_2(\bar{\tau}, 2/3) + T_2(\bar{\tau}, 1) - 0,5T_2(\bar{\tau}, 1) = N_2(2/3)[T_2(\bar{\tau}, 2/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 2/3)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(2/3)[T_1(\bar{\tau}, 2/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3)] + \beta_2(2/3)[T_2(\bar{\tau}, 2/3) - T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3)] \\
4,5T_1(\bar{\tau}, 1/3) - 9T_1(\bar{\tau}, 2/3) + 5,5T_1(\bar{\tau}, 1) = N_1(1)[T_{cm}(\bar{\tau}, 1) - T_1(\bar{\tau}, 1)] \\
\frac{dT_{cm}(\bar{\tau}, 1)}{d\bar{\tau}} = \beta_1(1)[T_1(\bar{\tau}, 1) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1)] + \beta_2(1)[T_2(\bar{\tau}, 1) - T_{cm}(\bar{\tau}, 1)]
\end{array} \right. \quad (1.80)$$

Из решения системы (1.79) с граничными условиями, связанными попарно на каждом конце теплообменника

$$T_1(\bar{\tau}, 0) = k_1(\bar{\tau}) + m_1(\bar{\tau})T_2(\bar{\tau}, 0)$$

$$T_2(\bar{\tau}, 1) = k_2(\bar{\tau}) + m_2(\bar{\tau})T_1(\bar{\tau}, 1)$$

температуры прямого и обратного потоков хладагентов в опорных точках по координате выражаются линейным образом через температуру теплопередающей стенки в этих же точках:

$$\begin{pmatrix} T_1(\bar{\tau}, 0) \\ T_2(\bar{\tau}, 0) \\ T_1(\bar{\tau}, 0, 5) \\ T_2(\bar{\tau}, 0, 5) \\ T_1(\bar{\tau}, 1) \\ T_2(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} B_{12} B_{13} \\ B_{21} B_{22} B_{23} \\ B_{31} B_{32} B_{33} \\ B_{41} B_{42} B_{43} \\ B_{51} B_{52} B_{53} \\ B_{61} B_{62} B_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 0, 5) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ B_{30} \\ B_{40} \\ B_{50} \\ B_{60} \end{pmatrix}, \quad (1.81)$$

где: $B_{11}=m_1 N_2(0)E(0)\psi(N_1)/\omega$, $B_{12}=4m_1(N_2(0,5)\psi(N_1)+m_2 N_1(0,5)[4-E(0,5)])/\omega$,
 $B_{13}=m_1 m_2 N_1(0,5)N_1(1)[4-E(0,5)]/\omega$, $B_{21}=E(0,5)N_2(0)\psi(N_1)/\omega$,
 $B_{22}=4(N_2(0,5)\psi(N_1)+4m_2 N_1(0,5)[4-E(0,5)])/\omega$,
 $B_{23}=m_2 N_1(0,5)N_1(1)[4-E(0,5)]/\omega$, $B_{31}=m_1 E(0,5)N_2(0,5)[4+N_1(1)]/\omega$,
 $B_{32}=(N_1(0,5)\psi(E)[N_1(1)+3]+4m_1 N_2(0,5)[4+N_1(1)]+m_1 m_2 N_1(1)[4-E(0,5)])/\omega$,
 $B_{33}=(m_1 m_2 N_1(0,5)[4-E(0,5)]-N_1(1)\psi(E))/\omega$,
 $B_{41}=N_2(0,5)(m_1 m_2[4-N_2(0,5)]-\psi(N_1))/\omega$,
 $B_{42}=(N_2(0)+3)[N_2(0,5)\psi(N_1)+4m_2 N_1(0,5)]+m_2[4N_2(0,5)+m_1 N_2(0,5)[4-N_1(0,5)]]/\omega$,
 $B_{43}=m_2 N_1(0,5)N_1(1)[4+E(0)]/\omega$,
 $B_{51}=m_1 N_2(0)E(0)[4-N_1(0,5)]/\omega$, $B_{52}=4(N_1(0,5)\psi(E)+m_1 N_2(0,5)[4-N_1(0,5)])/\omega$,
 $B_{53}=N_1(0,5)N_1(1)\psi(E)/\omega$,
 $B_{10}=k_1+m_1[4-E(0,5)](k_1 m_2[4-N_1(0,5)]+k_2\psi(N_1))/\omega$,
 $B_{20}=[4-E(0,5)](k_1 m_2[4-N_1(0,5)]+k_2\psi(N_1))/\omega$,
 $B_{30}=[4+N_1(1)](k_1\psi(E)+k_2 m_1[4-E(0,5)])/\omega$,
 $B_{40}=[4+E(0)](k_2\psi(N_1)+k_1 m_2[4-N_1(0,5)])/\omega$,
 $B_{50}=[4-N_1(0,5)](k_1\psi(E)+k_2 m_1[4-E(0,5)])/\omega$, $E(0)=N_2(0)$;
 $E(0,5)=N_2(0,5)$; $\psi(N_1)=N_1(0,5)N_1(1)+3N_1(0,5)+4$;
 $\psi(E)=E(0)E(0,5)+3E(0,5)+4$; $\omega=\psi(N_1)\psi(E)+m_1 m_2[E(0,5)-4][4-N_1(0,5)]$.

При использовании кубического полинома принимается независимое граничное условие на "тёплом" конце теплообменного аппарата, и связанное на "холодном" конце, т.е.

$$\begin{aligned} T_1(\bar{\tau}, 0) &= k_1(\bar{\tau}) \\ T_2(\bar{\tau}, 1) &= k_2(\bar{\tau}) + m_2(\bar{\tau})T_1(\bar{\tau}, 1) \end{aligned}$$

В результате получается следующее выражение для связи значений температур прямого и обратного потоков хладагентов в опорных точках по координате через температуру теплопередающей стенки в этих же точках:

$$\begin{pmatrix} T_1(\bar{\tau}, 0) \\ T_2(\bar{\tau}, 0) \\ T_1(\bar{\tau}, 1/3) \\ T_2(\bar{\tau}, 1/3) \\ T_1(\bar{\tau}, 2/3) \\ T_2(\bar{\tau}, 2/3) \\ T_1(\bar{\tau}, 1) \\ T_2(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B'_{11} & B'_{12} & B'_{13} & B'_{14} \\ B'_{21} & B'_{22} & B'_{23} & B'_{24} \\ B'_{31} & B'_{32} & B'_{33} & B'_{34} \\ B'_{41} & B'_{42} & B'_{43} & B'_{44} \\ B'_{51} & B'_{52} & B'_{53} & B'_{54} \\ B'_{61} & B'_{62} & B'_{63} & B'_{64} \\ B'_{71} & B'_{72} & B'_{73} & B'_{74} \\ B'_{81} & B'_{82} & B'_{83} & B'_{84} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ B_{30} \\ B_{40} \\ B_{50} \\ B_{60} \\ B_{70} \\ B_{80} \end{pmatrix}, \quad (1.82)$$

где:

$$B'_{11} = N_2(0)[4E(1/3)E(2/3) + 6E(1/3) - 6E(2/3) + 27] / \omega'(E);$$

$$B'_{12} = 36(N_2(1/3)E(2/3) + k_2N_1(1/3)\psi'(E)[9 - 2N_1(2/3)] / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{13} = (9N_2(2/3)[9 - 2E(1/3)] + 12k_2N_1(2/3)\psi'(E)[6N_1(1/3) + 1] / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{14} = 2k_2N_1(1)\psi'(E)[4N_1(1/3)N_1(2/3) + 27] / [\omega'(N_1)\omega'(E)]; \quad B'_{21} = 0;$$

$$B'_{22} = N_1(1/3)[4N_1(2/3)N_1(1) + 22N_1(2/3) + 6N_1(1) + 69] / \omega'(N_1);$$

$$B'_{23} = -12N_1(2/3)[4 + N_1(1)] / \omega'(N_1); \quad B'_{24} = N_1(1)[2N_1(2/3) + 15] / \omega'(N_1);$$

$$B'_{31} = 4N_2(0)[3 - E(2/3)] / \omega'(E);$$

$$B'_{32} = 2(N_2(1/3)[2E(0)E(2/3) - 3E(0) + 11E(2/3) - 12] - 9k_2N_1(1/3)\psi_1(E)[9 - 2N_1(2/3)] / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{33} = 6(2N_2(2/3)[7 + E(0)] + k_2N_1(2/3)\psi_1(E)[1 + N_1(2/3)]) / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{34} = N_1(1)\psi'(E)[4N_1(1/3)N_1(2/3) + 27] / [\omega'(N_1)\omega'(E)]; \quad B'_{41} = 0;$$

$$B'_{42} = 12N_1(1/3)[7 + N_1(1)] / \omega'(E);$$

$$B'_{43} = N_1(2/3)[4N_1(1/3)N_1(1) + 22N_1(1/3) - 6N_1(1) - 24] / \omega'(N_1);$$

$$B'_{44} = 4N_1(1)[3 - N_1(1/3)] / \omega'(N_1); \quad B'_{51} = N_1(0)[15 + 2E(1/3)] / \omega'(E);$$

$$B'_{52} = 12(-N_2(1/3)[4 + E(0)] + 3k_2N_1(1/3)\psi_2(E)[9 - 2N_1(2/3)]) / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{53} = ((N_2(2/3)[4E(1/3)E(2/3) + 22E(1/3) + 6E(2/3) + 69] + 24N_1(2/3)\psi_2(E)[1 + 6N_1(1/3)] / \omega'(N_1)) / \omega'(E);$$

$$B'_{54} = 4k_2N_1(1)\psi_2(E)[4N_1(1/3)N_1(2/3) + 27] / [\omega'(N_1)\omega'(E)]; \quad B'_{61} = 0;$$

$$B'_{62} = 9N_1(1/3)[9 - 2N_1(2/3)] / \omega'(N_1); \quad B'_{63} = 6N_1(2/3)[1 + 6N_1(1/3)] / \omega'(N_1);$$

$$B'_{64} = N_1(1)[27 + 4N_1(1/3)N_1(2/3)] / \omega'(N_1); \quad B'_{10} = 2m_2\psi'(E) + k_1;$$

$$B'_{20} = 0; \quad B'_{30} = m_2\psi_1(E) / \omega'(E); \quad B'_{40} = 0;$$

$$B'_{50} = 4m_2\psi_1(E) / \omega'(E); \quad B'_{60} = 0;$$

$$\omega'(N_1) = 4N_1(1/3)N_1(2/3)N_1(1) + 22N_1(1/3)N_1(2/3) + 6N_1(1/3)N_1(1) - 6N_1(2/3)N_1(1) + 69N_1(1/3) - 24N_1(2/3) + 27N_1(1) + 108;$$

$$\psi'(E) = E(1/3)E(2/3) - 3E(1/3) - 6E(2/3) + 27;$$

$$\psi_1(E) = 2E(2/3)E(0) + 11E(2/3) - 3E(0) - 12;$$

$$\psi_2(E) = E(1/3)E(0) + 6E(1/3) + 3E(0) + 27.$$

После подстановки выражений (1.81) и (1.82) в систему (1.79) и (1.80) соответственно, дифференцирования и преобразований получаются системы дифференциальных уравнений для температур теплопередающей стенки в опорных точках:

$$\frac{d}{d\bar{\tau}} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 0,5) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \end{pmatrix}, \quad (1.83)$$

где коэффициенты матрицы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \beta_1(0)(m_1B_{21}-1) + \beta_2(0)(B_{21}-1); & C_{12} &= B_{22}[\beta_2(0) + m_1\beta_1(0)]; \\ C_{13} &= B_{23}[\beta_2(0) + m_1\beta_1(0)]; & C_{21} &= B_{31}\beta_1(0,5) + B_{41}\beta_2(0,5); \\ C_{22} &= \beta_1(0,5)(B_{32}-1) + \beta_2(0,5)(B_{42}-1); & C_{23} &= B_{33}\beta_1(0,5) + B_{43}\beta_2(0,5); \\ C_{31} &= B_{51}[\beta_1(1) + m_2\beta_2(1)]; & C_{32} &= B_{52}[\beta_1(1) + m_2\beta_2(1)]; \\ C_{33} &= \beta_1(1)(B_{53}-1) + \beta_2(1)(m_2B_{53}-1); & C_{10} &= k_1\beta_1(0) + B_{20}(\beta_2(0) + m_1\beta_1(0)); \\ C_{20} &= B_{30}\beta_1(0,5) + B_{40}\beta_2(0,5); & C_{30} &= \beta_2(1)[m_2B_{50} + k_2] \end{aligned}$$

и

$$\frac{d}{d\bar{\tau}} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_{11} C'_{12} C'_{13} \\ C'_{21} C'_{22} C'_{23} \\ C'_{31} C'_{32} C'_{33} \\ C'_{31} C'_{32} C'_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{cm}(\bar{\tau}, 0) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 2/3) \\ T_{cm}(\bar{\tau}, 1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C'_{10} \\ C'_{20} \\ C'_{30} \\ C'_{40} \end{pmatrix}, \quad (1.84)$$

где:

$$C'_{11} = -\beta_1(0) + \beta_2(0)(B'_{11} - 1); \quad C'_{12} = \beta_2(0)B'_{12}; \quad C'_{13} = \beta_2(0)B'_{13};$$

$$C'_{14} = \beta_2(0)B'_{14}; \quad C'_{21} = \beta_2(1/3)B'_{31};$$

$$C'_{22} = \beta_1(1/3)(B'_{22} - 1) + \beta_2(1/3)(B'_{32} - 1);$$

$$C'_{23} = \beta_1(1/3)B'_{23} + \beta_2(1/3)B'_{33}; \quad C'_{24} = \beta_1(1/3)B'_{24} + \beta_2(1/3)B'_{34};$$

$$C'_{31} = \beta_2(2/3)B'_{51}; \quad C'_{32} = \beta_1(2/3)B'_{42} + \beta_2(2/3)B'_{52};$$

$$C'_{33} = \beta_1(2/3)(B'_{43} - 1) + \beta_2(2/3)(B'_{53} - 1); \quad C'_{34} = \beta_1(2/3)B'_{44} + \beta_2(2/3)B'_{54};$$

$$C'_{41} = \beta_2(1)B'_{71}; \quad C'_{42} = \beta_1(1)B'_{62} + \beta_2(1)B'_{52}; \quad C'_{43} = \beta_1(1)B'_{63} + \beta_2(1)B'_{53};$$

$$C'_{44} = \beta_1(1)(B'_{64} - 1) + \beta_2(1)(B'_{74} - 1); \quad C'_{10} = \beta_2(0)B'_{10};$$

$$C'_{20} = \beta_2(1/3)B'_{30}; \quad C'_{30} = \beta_2(2/3)B'_{50}; \quad C'_{40} = \beta_2(1)B'_{70}.$$

Для исследования полученного решения необходимо определить след матриц \mathbf{C} и \mathbf{C}' систем уравнений (1.83) и (1.84):

$$Sp\mathbf{C} = C_{11} + C_{22} + C_{33} = \beta_2(0)(B_{21} - 1) + \beta_1(0)(m_1 B_{21} - 1) + \beta_1(0,5)(B_{32} - 1) + \beta_2(0,5)(B_{41} - 1) + \beta_1(1)(m_2 B_{53} - 1),$$

$$Sp\mathbf{C}' = C'_{11} + C'_{22} + C'_{33} + C'_{44} = -\beta_1(0) + \beta_2(0)(B'_{11} - 1) + \beta_1(1/3)(B'_{22} - 1) + \beta_2(1/3)(B'_{32} - 1) + \beta_1(2/3)(B'_{43} - 1) + \beta_2(2/3)(B'_{53} - 1) + \beta_1(1)(B'_{64} - 1) + \beta_2(1)(B'_{74} - 1).$$

Поскольку значения коэффициентов β_1 и β_2 не могут быть отрицательными, а при $m_1 \leq 1$ и $m_2 \leq 1$ значения B_{21} , B_{32} , B_{42} , B_{51} , B'_{11} , B'_{22} , B'_{32} , B'_{43} , B'_{53} , B'_{64} и B'_{74} меньше единицы, то след матриц \mathbf{C} и \mathbf{C}' отрицателен. Поэтому выполняется необходимое условие для получения сходящегося во времени решения и нестационарный режим работы теплообменника с течением времени приходит к установившемуся, стационарному состоянию.

Для большинства квазистационарных процессов элементы матриц систем

(1.83) и (1.84) слабо изменяются во времени, поэтому при использовании изложенного метода решение можно получить в аналитическом виде (1.72). Полученное решение, несмотря на некоторую потерю точности при введении аппроксимирующих функций, позволяет учитывать изменение теплофизических параметров по координате через дискретные значения коэффициентов в уравнениях систем (1.79) и (1.80) в опорных точках по координате. Поэтому при сопоставлении с экспериментальными значениями в случае значительного изменения теплофизических параметров по координате, данные приближенные решения могут лежать ближе к экспериментальным значениям, чем аналитические решения, полученные с помощью преобразований Лапласа, т.к. теплофизические параметры потоков хладагентов и теплопередающей стенки осредняются не только по времени, но и по пространственной координате. При использовании аппроксимационного метода решения систем уравнений, описывающих нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, основной проблемой решения является нахождение собственных чисел матриц общего вида, но использование эффективных вычислительных методов линейной алгебры [118, 119, 120, 121] и быстродействующих компьютеров позволяют решить эту задачу без больших затруднений. Если же необходимо учесть не слишком большие изменения теплофизических свойств во времени относительно стационарных значений, то искомые отклонения собственных чисел матриц систем уравнений от стационарных значений определяются соответствующими итерационными методами [122, 123, 124, 125, 127].

Для существенно нестационарных процессов усреднение теплофизических свойств потоков хладагентов и теплопередающей стенки при расчёте во времени приводит к существенным погрешностям результатов вычислений. В этих случаях системы дифференциальных уравнений первого порядка (1.83) и (1.84) решаются численно с помощью широко используемых вычислительных процедур типа Рунге-Кутты, Адамса и многих других [128, 129]. Следует заметить, что точность результата при использовании

аппроксимационного метода в большой степени определяется выбором задаваемых функций $\varphi_j(\bar{x})$, зависящих от пространственной координате.

Данный метод также применим к решению наиболее общих систем уравнений, описывающих нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, учитывающих вторичные факторы, а также многомерных по пространственной координате задач. В данном случае задаваемые функции φ_j будут многомерными. Следует заметить, что точность результата при использовании данного аппроксимационного метода определяется не только числом опорных точек по координате, но в значительной степени определяется выбором функций φ_j для конкретных условий работы теплообменника, т.е. зависит от инженерной интуиции исследователя.

Для апробации предложенного аппроксимационного метода осуществлены тестовые вычисления для расчёта режима охлаждения теплообменника с помощью детандера (рис. 1.13), сравнение с экспериментальными данными Л.П.Арутюняна и В.Н.Козлова [46] методом преобразования Лапласа при усреднении теплофизических параметров по координате (рис. 1.14). При расчётах использовалась система уравнений (1.14) без учёта аккумуляционного члена в уравнениях теплового баланса для потоков хладагента, независимое граничное условие на "тёплом" конце теплообменника

$$T_1(\bar{\tau}, 0) = 270K$$

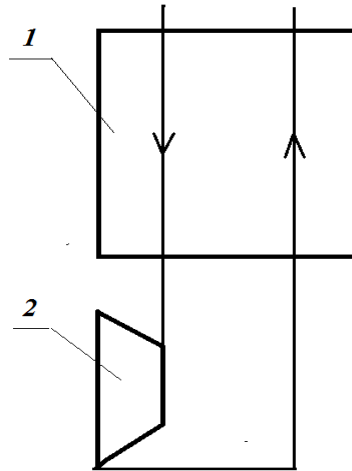
и связанное на "холодном" конце теплообменника

$$T_2(\bar{\tau}, 1) = \gamma T_1(\bar{\tau}, 1),$$

где $\gamma=0,855$ - коэффициент понижения температуры в детандере. Начальные условия (1.13) для потоков хладагентов и теплопередающей стенки постоянны

$$T_{cm} |_{\bar{\tau}=0} = 270K; \quad T_1 |_{\bar{\tau}=0} = 270K; \quad T_2 |_{\bar{\tau}=0} = 270K,$$

значения коэффициентов в системе уравнений (1.14) также принимались постоянными $N_1=363$, $N_2=36$, $N_0=2$, $\beta_1=1077$, $\beta_2=0,393$, $\tau_0=8,5$ с.

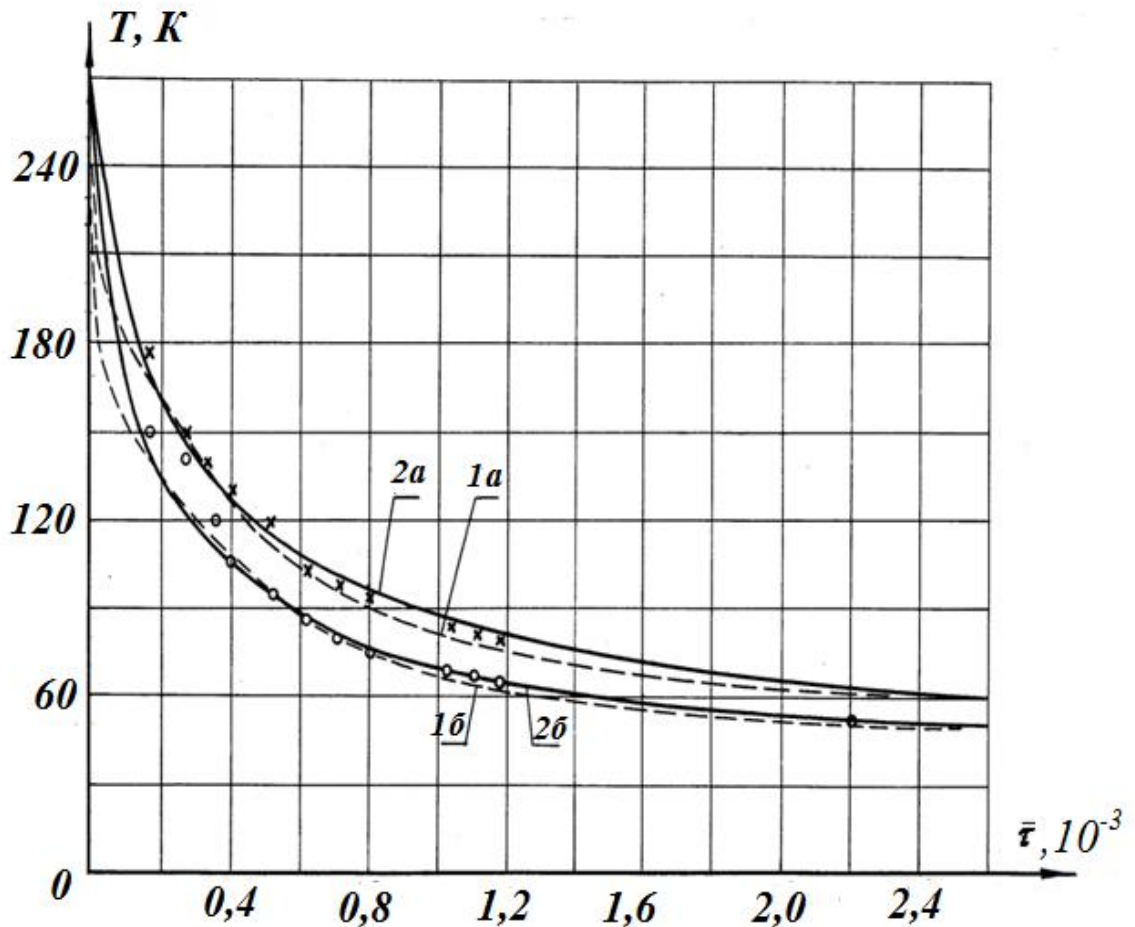


1 - теплообменный аппарат, 2 - детандер

Рис. 1.13. Схема движения потоков в теплообменнике при его охлаждении с помощью детандера

Хорошее совпадение расчётных и экспериментальных результатов наблюдается при $\bar{\tau} > 200$, т.е. при переходе режима охлаждения к квазистационарному процессу. Некоторое расхождение расчётных и экспериментальных значений в начале охлаждения теплообменного аппарата, т.е. при существенно нестационарном процессе, объясняется тем, что степенной функцией невысоких порядков трудно аппроксимировать пространственный профиль температур потоков хладагентов большой кривизны, который имеет место быть при этих временах.

Возможный способ уменьшить величину расхождения - увеличить порядок полинома или задать экспоненциальную аппроксимацию зависимости профиля температур по координате, обладающую большей кривизной при соответствующем показателе экспоненты. Однако увеличение порядка полинома, приводящее к большему числу опорных точек, приводит к усложнению алгебраических преобразований для получения элементов матриц систем типа (1.84).



1 – предложенная методика, 2 – метод интегральных преобразований,
 о и х – экспериментальные значения

Рис. 1.14. Временная зависимость температур прямого (а) и обратного (б) потоков на "холодном" конце теплообменника при его охлаждении

Предложенный аппроксимационный метод расчёта нестационарных режимов работы теплообменных аппаратов можно также применять и для стационарного случая. Аналитические решения (1.40), (1.43), (1.44) и другие, представленные в этой главе, как указывалось выше, дают существенную погрешность при усреднении теплофизических свойств потоков хладагентов. Поэтому задаваясь различными, зависящими от температуры, значениями коэффициентов NTU в конечном числе опорных точек, можно при использовании аппроксимационного метода расчёта учесть переменность теплофизических свойств. Например, при решении системы уравнений (1.39), описывающей стационарные режимы работы двухпоточного теплообменного

аппарата, искомые величины температур в опорных точках выражаются из следующей линейной алгебраической системы, получающейся подстановкой заданного профиля $f_{l,i}(\bar{x})$ температур потоков хладагента:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n T_1(\bar{x}_i) \frac{df_{1,i}}{d\bar{x}}(\bar{x}_k) = N_1(\bar{x}_k)(T_2(\bar{x}_k) - T_1(\bar{x}_k)), k = 2, \dots, n \\ \pm \sum_{i=1}^n T_2(\bar{x}_i) \frac{df_{2,i}}{d\bar{x}}(\bar{x}_m) = N_2(\bar{x}_m)(T_1(\bar{x}_m) - T_2(\bar{x}_m)) + N_0(\bar{x}_m)(T_{o.c.} - T_2(\bar{x}_m)), m = 1, \dots, n-1 \end{cases} \quad (1.85)$$

Система уравнений (1.85) дополняется граничными условиями.

Поскольку для решения системы уравнений (1.85) необходимо знать значения коэффициентов N_1 , N_2 , N_0 в опорных точках, то организуется итерационный процесс для их определения. Первоначально задаётся произвольное распределение температур потоков хладагентов, например, линейное, или полученное по формулам (1.40), (1.43), (1.44). По найденным значениям температур рассчитываются искомые коэффициенты и решается система уравнений (1.85). Определяются значения температур потоков хладагентов в опорных точках, по которым вновь рассчитываются величины коэффициентов N_1 , N_2 , N_0 и итерационный процесс продолжается до сходимости в рамках заданной точности. Обычно, при заданной точности значений температур 0,01% и произвольном начальном распределении температур, требуется для сходимости не более семи итераций.

Таким образом, изложенный аппроксимационный метод расчёта нестационарных режимов работы теплообменных аппаратов применим к расчёту не только двухпоточных, но и однопоточных и многопоточных теплообменных аппаратов, низкотемпературным системам, состоящим из нескольких теплообменников с соответствующими условиями сопряжения между теплообменными аппаратами и граничными условиями. Задачи рационального ведения процессов в низкотемпературных установках, заключающиеся в поддержании определённых значений температур, или определённого закона изменения температур потоков в определённых частях

установки, также могут быть решены с помощью аппроксимационного метода расчёта. Это связано с тем, что после преобразований систем уравнений, описывающих режимы работы теплообменных аппаратов, получается система линейных дифференциальных уравнений первого порядка для нестационарных процессов или система линейных алгебраических уравнений для стационарных процессов относительно значений температур или энтальпий потоков хладагентов в расчётных точках всей низкотемпературной установки. Использование анализа собственных чисел матрицы системы уравнений, описывающей нестационарные процессы в низкотемпературной установке позволяет исследовать поведение системы во времени, а также влияние различных параметров установки на поведение нестационарного процесса.

1.5 Использование критериальных зависимостей для определения коэффициентов теплоотдачи

При поверочном расчёте режимов работы теплообменных аппаратов необходимо достаточно точно определять значения коэффициентов теплоотдачи для прямого и обратного потоков. Для большинства проведённых расчётов принимались критериальные зависимости типа $Nu = f(Re, Pr)$ [130]. При конденсации движущегося потока в трубном пространстве используются выражения, аналогичные однофазному состоянию потока, на что указывалось Е.П.Ананьевым, Г.Н.Кружилиным и Л.Д.Бойко [131]. Учёт двухфазности осуществляется введением величины паросодержания x в выражения, определяющие теплофизические свойства потока, при использовании гомогенной модели потока с равным единице коэффициентом скольжения фаз:

$$\rho = \frac{\rho' \rho''}{x \rho' + (1-x) \rho''}$$

$$C_p = x C_p'' + (1-x) C_p'$$

$$\mu = \frac{(1-x) \mu' \rho'' + x \rho' \mu''}{x \rho' + (1-x) \rho''}$$

$$\lambda = \frac{(1-x)\lambda' \rho'' + x\rho' \lambda''}{x\rho' + (1-x)\rho''},$$

где верхний индекс «/» относится к жидкости, «''» - к пару.

Использование коэффициента теплоотдачи в одномерной модели позволяет избежать проблем, связанных с использованием многомерных задач теплообмена, а также учитывать структуры и характеристики пограничных слоёв турбулентного потока. В общем случае коэффициент теплоотдачи зависит от скорости, температуры и давления потока, а при малых скоростях зависит и от температуры стенки. Учёт изменения коэффициента теплоотдачи в зависимости от температуры и давления существенно усложняет расчёт нестационарных тепловых процессов, поэтому при расчёте квазистационарных процессов целесообразно усреднение по этим величинам, а их переменность учитывать только по изменению величины расхода потока.

Особенно сильно изменяется коэффициент теплоотдачи в начале нестационарного процесса. Влияние нестационарности на коэффициент теплоотдачи осуществляется путём введения поправочных коэффициентов, учитывающих нестационарность температуры, теплового потока, расхода хладагента, теплопроводности и т.д. В.К.Кошкиным, Э.К.Калининым и Г.А.Дрейцером [132, 133, 134] предложен итерационный способ решения нестационарной задачи. На первом этапе принимается квазистационарное значение коэффициента теплоотдачи и определяется значение температуры и её производной по времени, по значениям которых определяются поправочные коэффициенты. На втором этапе принимается значение коэффициента теплоотдачи с учётом данных поправок. Эти авторы показали, что временная зависимость ослабляется при значительной протяжённости каналов, большой теплоёмкой массе металла и теплоносителя, а поправочные коэффициенты, учитывающие нестационарность, стремятся к единице за время, существенно меньшее времени переходного процесса.

Данный факт и ожидаемое ослабление проявления эффекта нестационарности для теплообменников средних и крупных

низкотемпературных установок позволяет использовать для расчётов нестационарных состояний квазистационарный метод. Этот метод заключается в расчёте коэффициентов теплоотдачи по обычным критериальным зависимостям по мгновенным значениям теплофизических параметров и расходов потоков хладагентов, что подтверждено в работах В.П.Белоусова и др. [135], О.К.Смирнова и др. [136].

Безразмерные аналитические зависимости, используемые для определения коэффициентов теплоотдачи, позволяют получить достаточно хорошие значения этих величин для потоков хладагентов, текущих в трубном пространстве. Но эти зависимости для межтрубного пространства витых теплообменников имеют достаточную погрешность вследствие возможных смещений зазоров между корпусом теплообменника и змеевика, а также других неточностей изготовления. Поэтому для определения поправочных коэффициентов $\psi_\alpha = \frac{\alpha_{обр}}{\alpha_{расч}}$ при определении коэффициентов теплоотдачи в межтрубном пространстве $\alpha_{обр}$ относительно расчётных $\alpha_{обр}^{расч}$ используются расчётные зависимости для коэффициентов теплоотдачи в трубном пространстве $\alpha_{тр}$ и имеющиеся экспериментальные данные интегральных коэффициентов теплопередачи $K_{экс}$ по всей длине теплообменника L :

$$K_{экс} = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\alpha_{тр} \Pi_{тр} \alpha_{обр}^{расч} \Pi_{обр} \psi_\alpha}{\alpha_{тр} \Pi_{тр}^{обр} + \alpha_{обр}^{расч} \Pi_{обр} \psi_\alpha} dx$$

или для конечного числа n разбиений:

$$K_{экс} = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{тр,i} \Pi_{тр} \alpha_{обр,i}^{расч} \Pi_{обр} \psi_\alpha}{\alpha_{тр,i} \Pi_{тр}^{обр} + \alpha_{обр,i}^{расч} \Pi_{обр} \psi_\alpha}$$

Использование этого коэффициента ψ_α позволило увеличить точность расчётов при некотором наборе экспериментальных значений коэффициентов теплопередачи.

Выводы по первой главе

1. Рассмотрены различные модели работы теплообменных аппаратов низкотемпературной техники для стационарных и нестационарных режимов, начиная от простейших и заканчивая сложными моделями. Проанализированы области применения этих моделей.

2. Впервые получены аналитические решения систем уравнений, описывающих стационарные режимы работы двухпоточных теплообменных с учётом теплопритока из окружающей среды, а также трёхпоточных теплообменных аппаратов.

3. Впервые создан конечно-разностный метод решения систем уравнений для двухпоточных теплообменников, когда внутри каждого расчётного шага по координате используются аналитические решения. Этот метод позволяет избежать возможного пересечения расчётных пространственных профилей температур прямого и обратного потоков, что может возникнуть при использовании традиционного метода конечных разностей.

4. Впервые подробно проанализированы различные способы сосредоточения по пространственной координате при решении систем уравнений, описывающий нестационарные режимы работы одно- и двухпоточных теплообменных аппаратов в зависимости от значений чисел единиц переноса теплоты и соотношения водяных эквивалентов прямого и обратного потоков хладагентов.

5. Создан приближённый аналитический метод расчёта систем уравнений, описывающих нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов, использующий полиномиальные зависимости температуры потоков хладагентов от пространственной координате.

6. Впервые предложено ввести поправочный коэффициент для коррекции коэффициентов теплоотдачи в межтрубном пространстве на основе ограниченного числа экспериментальных данных интегральных коэффициентов теплопередачи в двухпоточном теплообменном аппарате.

Глава 2. РАСЧЕТНАЯ СИСТЕМА РАЦИОНАЛЬНОГО ВЕДЕНИЯ МЕНЯЮЩИХСЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ УСТАНОВОК

2.1 Моделирование нестационарных и меняющихся режимов работы низкотемпературных установок

При моделировании меняющихся и нестационарных режимов работы низкотемпературных установок используются аналогичные допущения и упрощения, что и для отдельных теплообменных аппаратов, рассмотренных в предыдущей главе. Отличием является использование различных видов сопряжения между теплообменными аппаратами.

Последовательность получения аналитического решения для переходного процесса газовой рефрижераторной установки изложено в работе В.Н.Козлова и Е.В.Чебышева [137]. Для моделирования теплообменного аппарата использовались те же допущения и методы решения, что и в работе [44]. Использовалась общая система уравнений типа (1.14) с постоянными коэффициентами для двух противоточных теплообменников, азотной ванны и детандера, которая решалась с помощью интегральных преобразований Лапласа. Выражения для значений температур потоков хладагентов в интересующих точках получались методом последовательных приближений при решении интегрального уравнения Вольтерра второго рода. В работе этих же авторов [138] изложено аналитическое решение нестационарного уравнения, полученное методом преобразований Лапласа, для модели регенеративной ступени охлаждения и параллельным включением детандера. Знание переходных характеристик теплообменников детандерной ступени позволяет определять динамические свойства остальных ступеней охлаждения и криогенной установки в целом.

Недостатком аналитических решений является использование усреднённых значений теплофизических свойств потоков хладагентов и

теплопередающей стенки, что может привести к большой погрешности результата, а также громоздкость конечного результата в виде бесконечных рядов функций Бесселя. Метод малых отклонений, позволяющий находить взаимосвязь между параметрами установки и внешними возмущениями, был использован А.Я.Черкезом [139] для анализа переменного режима газотурбинных авиационных двигателей, а О.О.Мильманом и Т.И.Озераном [140] - для исследования нестационарных процессов в теплообменниках. В работах В.Н.Новотельнова [141, 142, 143] этот метод был использован для анализа криогенных установок с детандерами. Была решена задача влияния возмущений со стороны окружающей среды, объекта охлаждения и системы регулирования на изменение основных параметров криогенной установки.

Общая последовательность определения характеристик рефрижераторных гелиевых систем изложены в работе В.Н.Новотельнова [144]. Первоначально задаётся исходное состояние криогенной системы и всех её параметров. Затем вычисляются коэффициенты в уравнениях, моделирующих работу этой криогенной системы, при линеаризации этих уравнений. Решается система линеаризованных уравнений и определяются реакции основных параметров системы на данное возмущение. В итоге рассчитываются параметры нового состояния системы.

Моделирование В.Н.Новотельновым [145] нестационарных режимов работы рефрижераторов при охлаждении объектов большой теплоёмкой массы основывалось на пренебрежении инерционной массой рефрижератора по сравнению с объектом и использовании балансового метода, эквивалентного явной конечно-разностной схеме. По известным параметрам расчётного режима решалась линеаризованная система уравнений для заданного возмущения и находилось новое расчётное состояние. Вычислительный процесс продолжался до тех пор, пока значение температуры потока хладагента на выходе из установки не становилось равной начальной температуре объекта охлаждения. После этого происходил вычислительный процесс для определения температуры потока хладагента на выходе из объекта охлаждения за конечный

промежуток времени. Расчётный процесс прекращался при достижении равенства температуры выходящего потока температуре термостатирования. Допущение о пренебрежении тепловой инерционной массой рефрижератора справедливо только для квазистационарных режимов и при рассмотрении охлаждения всей установки в общем случае может быть не во всех случаях верно.

Моделирование пускового периода дроссельных рефрижераторных систем В.Н.Новотельновым, К.Я.Шмалько, В.М.Барабашем [146] основано на использовании метода элементарных балансов подвижных сред, сводящегося при решении к явной конечно-разностной схеме и выполнении условий устойчивости Куранта. Теплофизические свойства потоков хладагентов описывались полиномом третьей степени, коэффициенты теплоотдачи определялись по начальным значениям с учётом поправок на изменение теплофизических свойств.

Использование математической модели переходного процесса двухступенчатой криогенной установки с двумя последовательно соединёнными детандерами рассмотрено В.Н.Новотельновым и О.Г.Рыжовой в работе [147]. При нахождении решения применялся метод элементарных балансов, при использовании которого уравнения записывались в отклонениях от номинальных режимов. Как и в предыдущей работе, применялась кубическая зависимость теплоёмкости потоков хладагентов от температуры. В результате получалась система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно температур потоков хладагентов в точках разбиения. В качестве источника нестационарности использовалось 25% процентное увеличение тепловой нагрузки к рефрижератору. Часть теплообменных аппаратов моделировалась объектами с сосредоточенными параметрами, а другая часть – с распределёнными. Такое разделение определялось степенью изменения теплоёмкости теплопередающей стенки в этих теплообменниках.

Работа В.Н.Новотельнова и Л.Г.Сафоновой [148] посвящена моделированию нестационарных режимов работы двухступенчатых

криогенных рефрижераторных установок при их охлаждении с учётом переменности расхода потоков хладагентов, к.п.д. и степени расширения турбодетандеров, теплопритоков из окружающей среды и теплофизических свойств потоков хладагентов. Основная задача, которую необходимо было решить при моделировании, – согласование массовых расходов, проходящих через компрессор и детандеры. Для решения полученной системы уравнений использовалась явная конечно-разностная схема. Анализ пусковых процессов, оптимальное ведение нерасчётных режимов в криогенных установках рассмотрены в работах В.Н.Новотельнова [149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156].

Расчётные и экспериментальные исследования, а также вопросы регулирования криогенных гелиевых установок рассмотрены в работах специалистов НПО Криогенмаш под руководством И.К.Буткевича [157, 158, 159, 160]. Расчёт нестационарных режимов криогенных гелиевых установок с учётом потерь давления в теплообменных аппаратах изложен в работе [32]. Применялась модель с сосредоточенными параметрами, при использовании которой температурный профиль температур потоков хладагентов по длине теплообменного аппарата усреднялся экспоненциальной функцией, построенной по значениям температур на входе и выходе; изменение давления потоков хладагентов описывалось линейной функцией. Для определения коэффициента теплоотдачи применялась зависимость только от расхода потока хладагента. При моделировании все элементы криогенной системы разделялись на безинерционные, для которых использовались только зависимости выходных параметров от входных, и инерционные, которые оценивались по инерционностям и временам запаздывания по классификации академика Б.Н.Девятова. Результирующая система дифференциальных уравнений первого порядка составлялась относительно температур, давлений и массовых расходов потоков хладагентов для входных и выходных точек теплообменников, что упрощало исследование изменения этих величин при различных внешних возмущениях в системе. При внешней привлекательности такой подход не

лишён общих недостатков моделей с сосредоточенными параметрами: не учёт изменений теплофизических свойств хладагента по координате и задание жёсткой формы профиля температур по длине теплообменного аппарата.

Теоретическое и экспериментальное исследование квазистационарных режимов работы криогенных гелиевых установок при охлаждении объекта большой теплоёмкой массы изложено в работе И.К.Буткевича, С.И.Веремчук, М.А.Зуева [161]. При моделировании не учитывались переходные гидродинамические процессы в самой установке. Использовались уравнения материальных и тепловых балансов для всей установки и её отдельных частей, для теплообменников применялись только уравнения теплопередачи между потоками хладагента. Решение полученной системы уравнений получалось итерационными методами. Расхождение расчётных и экспериментальных величин не превышало 10%. Однако не учёт переходных процессов может привести к достаточно хорошему результату только для частных случаев, а для решения общих задач необходимо учитывать тепловую инерционность и нестационарность процессов в криогенной установке, особенно для случая охлаждения.

Расчётное исследование нестационарных режимов работы криогенных гелиевых установок КГУ-150/4,5 и КГУ-250/4,5 изложено в работе И.К.Буткевича, Б.Д.Краковского и В.М.Маркова [162]. Использовалась модель с сосредоточенными параметрами для дифференциальных уравнений теплового и материального балансов потоков хладагентов с последующей линеаризацией. Все элементы установки разделялись на тепловые и гидравлические ёмкости, теплообменные аппараты рассматривались как двухъёмкостные объёмы: трубное пространство вместе с трубами и межтрубное пространство вместе с корпусом. Математическая модель сводилась к системе алгебраических уравнений и дифференциальных уравнений первого порядка относительно температур потоков хладагентов на концах теплообменных аппаратов. Расхождение расчётных и экспериментальных данных составляло 5–10%. В работе проведена классификация переходных функций в зависимости от

возмущений. По тепловой нагрузке, байпасной линии и второму дроссельному вентилю переходные функции являются периодическими звеньями, а по объёму гелия в сборнике жидкости и в газгольдере – интегральными. При возмущении по степени открытия первого дроссельного вентиля и по изменению числа оборотов первого детандера большинство переходных функций являются колебательными. Было показано, что зависимость между отклонениями и возмущениями - линейная, и время стабилизации не зависит от амплитуды возмущений при изменении нагрузки на $\pm 20\%$. Следует заметить, что используемая расчётная модель с достаточной точностью описывает процессы в данных установках и не всегда может быть пригодна для определения нестационарных режимов работы других систем.

Математическому моделированию переходных процессов в криогенных гелиевых установках посвящены работы А.Ф.Аринина и В.И.Сухова [163, 164, 165, 166], где вместе с моделями, использующими сосредоточенные параметры, рассматривались модели с распределёнными параметрами [164]. Кроме явных конечно-разностных схем при решении уравнений типа переноса, используемых при моделировании нестационарных режимов работы теплообменных аппаратов, в работе [165] применялась чисто неявная конечно-разностная схема и решение сводилось к определению корней системы линейных алгебраических уравнений относительно температур в точках разбиения. Многоуровневая структура исследования переходных режимов работы криогенных установок рассмотрена в работе [166] применительно к системам автоматического проектирования и управления. Рассматриваются четыре уровня исследований: 1) предварительный анализ исходных данных и схемных решений; 2) предварительный анализ элементов схем и систем управления; 3) анализ и уточнение принятых технических решений; 4) экспериментальные исследования и стендовые испытания. Нестационарные режимы разделялись на четыре основные группы: выход на режим, переход с режима на режим; поддержание режима при внешних возмущениях; аварийный режим. Применялись следующие математические модели, подразделяющиеся

по пяти классам сложности: 1) аналитическая модель на основе балансовых уравнений и преобразований Лапласа при их решении; 2) аналитическая модель с использованием для решения преобразований Лапласа и метода частотных характеристик; 3) нестационарная модель в отклонениях с сосредоточенными параметрами на основе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами при искомым переменных; 4) нестационарные модели с сосредоточенными параметрами на основе обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами при искомым переменных; 5) одномерные нестационарные модели в частных производных с постоянными коэффициентами при производных и искомым переменных и аналогичная модель для случая нелинейных коэффициентов. Расчёт систем уравнений, описывающих работу криогенных установок, производился в следующем порядке: отдельно рассматривают модель нестационарной работы теплообменных аппаратов, вводят условия изменения температур (или энтальпий) для безинерционных звеньев (детандеры, компрессоры, дроссели). После этого определяют нестационарный режим работы криогенной установки в целом, последовательно просчитывая режим работы каждого теплообменника и учитывая условия сопряжения между ними.

Оригинальное определение времени пускового периода дроссельных систем без использования сложного математического аппарата предложено А.Д.Суловым [167]. Искомое время складывалось из нескольких частей. Первая часть определялась из быстродействия компрессора, т.е. времени, необходимого для достижения расчётного давления при закрытом дросселе. Вторая часть определялась быстродействием низкотемпературного узла установки, равной времени выхода на режим, когда расход и давление газа на входе в теплообменники постоянны. Полученные по этой методике результаты отличались от экспериментальных не более, чем на 10%.

В.М.Бродянский [168] пусковой период дроссельных систем разделялся на два этапа: 1) охлаждение до появления жидкости; 2) накопление жидкости; 3) уменьшение холодопроизводительности при выходе на рабочий режим. Для

криогенных систем с большим временем пуска составлена методика расчёта на основе уравнений энергетического баланса холодной части установки, связывающих холодопроизводительность и её расходы в период пуска на объект криостатирования, элементы конструкции, теплопритоки, потери вследствие недорекуперации. Пусковой временной интервал разделялся на ряд отрезков, в которых изменение составляющих энергетического баланса аппроксимировалось линейными зависимостями. Расхождение с экспериментальными данными составляли 10-15%. Анализ полученного решения показал, что для быстродействующих систем и при большой теплоёмкой массе объекта охлаждения необходимо учитывать реальный теплообмен, а не довольствоваться величинами недорекупераций.

Переходные режимы и регулирование криогенных гелиевых установок представлены в работах Б.Д.Краковского [169, 170, 171, 172]. При охлаждении объекта, имеющего переменное гидравлическое сопротивление, в криогенной установке окончательное расширение в детандере осуществляется до того значения давления, которое позволяет компенсировать эти потери [173]. Поток хладагента охлаждается до температуры, близкой к кипению, за счёт дросселирования части жидкого хладагента, а пары хладагента, отводимые после охлаждения объекта, подводятся в линию обратного потока на различных температурных уровнях. В работе [174] для исследования нестационарных режимов гелиевой установки КГУ-250/4,2 использовалась модель с сосредоточенными параметрами. В результате относительно переменных получалась система дифференциальных уравнений первого порядка, решение которой находилось численно. Достоинства и недостатки моделей с сосредоточенными параметрами, ранее представленных, также относятся к результатам данной работы.

Обобщённая математическая модель многоступенчатой криогенной рефрижераторной установки, основанная на модульном принципе, предложена А.Г.Подольским [175]. Для реализации модели применяются конечно-разностные схемы. Для решения уравнений сплошности и теплового баланса

потоков теплообменных аппаратов используются неявные конечно-разностные схемы, а для уравнения теплового баланса теплопередающей стенки - явные схемы.

Т.А.Перевозским [176] для моделирования процессов автоматического управления криогенной гелиевой установки создан пакет прикладных программ для расчёта отдельных элементов установки. Система уравнений энергии, сплошности и движения для потоков и энергии для теплопередающей стенки теплообменного аппарата типа «труба в трубе» решалась с помощью устойчивых явных конечно-разностных схем. Расчёт всей системы состоял из последовательного расчёта отдельных элементов с дальнейшим сопряжением полученных величин на концах аппаратов. Такой метод может привести к значительным погрешностям, поскольку значения несовпадений вычисленных величин температур на концах сопрягаемых аппаратов при переходе от одного аппарата к другому накапливается и может по своей величине сравниться с изменением температур потоков в теплообменниках нижних ступеней.

Вопросы интенсификации и оптимизации процессов охлаждения объектов криогенными гелиевыми установками и самих установок рассмотрены в работах В.Г.Пронько [177], Л.В.Кацовой и Г.С.Шубина [178], Л.Е.Полякова [179].

В работе Р.Маекавы и др. [180] рассмотрено моделирование динамического поведения крупномасштабной криогенной системы LHD. Для получения результатов в режиме реального времени были сделаны некоторые упрощения математических моделей отдельных частей системы, например, пересмотрены и оптимизированы модели турбодетандера и теплообменников. Сопоставление экспериментальных и расчетных временных зависимостей процесса охлаждения показало правильность принятых допущений.

Влияние нестационарных процессов во время пуска энергоустановок рассмотрено в работе Ю.Г.Володина, К.С.Федорова и М.В.Яковлева [181]. Было показано, что нестационарное изменение температуры приводит к интенсификации процесса теплообмена, а временное изменение скорости

потока ухудшает теплообмен. Авторы делают вывод, что при проектировании теплоэнергетического теплообменного оборудования необходимо учитывать, что после не долгого по времени нестационарного режима формируется стационарный режим, характеризуемый величиной большого температурного напора, и расчеты коэффициента теплоотдачи для теплонагруженных поверхностей необходимо проводить по зависимостям для стационарных режимов.

Математическое моделирование пусковых режимов энергетических установок рассмотрено в работе О.П.Марфиной [182]. Для математической модели, описывающей нестационарное неизотермическое течение несжимаемого газа в осесимметричных каналах переменной геометрии, получены интегральные тепловые характеристики.

Нестационарные режимы работы транспортных криогенных систем и моделирование этих процессов рассмотрено в работе А. М.Домашенко [183].

2.2 Постановка задачи и расчётные ступени

Параметры низкотемпературных установок при их работе не всегда совпадают с проектными значениями и могут существенно изменяться в процессе эксплуатации. Происходит это из-за переменности внешней тепловой нагрузки, параметров входных потоков хладагентов в установку и изменения характеристик машин и аппаратов, из которых состоит установка. Поэтому рациональная эксплуатация установки в таких меняющихся режимах крайне необходима как для того, чтобы не уменьшалась холодопроизводительность или количество получаемой жидкости, так и для того, чтобы избежать возможности поломок машин и аппаратов данной установки при выходе величин параметров за пределы допустимых значений. Знание возможных областей изменения параметров при меняющихся режимах работы необходимо и на этапе проектирования для определения характеристик средств регулирования. Поскольку проведение экспериментальных исследований в широком диапазоне изменения параметров практически невозможно, то

целесообразно использовать методы математического моделирования с использованием ограниченного количества экспериментальных данных.

Основной задачей исследования является определение величины воздействия на регулирующие средства установки, с помощью которых низкотемпературная установка приходит к наилучшему для данных меняющихся условий рабочему состоянию, характеризующемуся максимальной холодопроизводительностью или полученным жидким продуктом и устойчивостью её работы. Прямое математическое решение этой задачи с учетом распределённости параметров по координате крайне трудоёмко в силу двух основных причин: во-первых, требование большого объема памяти компьютера и его быстродействия, поскольку организация итерационного процесса при получении результата требует больших размеров используемых массивов переменных и значительного числа итераций; во-вторых, математические методы имеют тенденцию к понижению точности при росте числа переменных и возможности прерывания итерационной процедуры в связи с выходом промежуточных результатов за область допустимого изменения переменных. В связи с этим целесообразно не прямо решать данную задачу, а добиться требуемого результата путем создания многоступенчатой расчетной системы с постепенным увеличением сложности математической модели исследуемой установки и использованием поисковых математических методов, для которых результат на предыдущем расчетном шаге будет начальной точкой для текущего расчетного шага.

Параметрами регулирования могут быть различные величины: давление, температура, расход хладагентов в различных точках криогенных установок [147, 159], но наиболее часто используются соотношения между расходами потоков хладагентов по машинам и аппаратам установки, которые в дальнейшем и применяются в качестве регулируемых величин.

При использовании данной методологии к расчету конкретной низкотемпературной установки необходимо предварительно задать: геометрические характеристики теплообменных аппаратов; соответствующие

теоретические и, по возможности, экспериментальные зависимости для определения коэффициентов теплоотдачи потоков хладагентов; характеристики компрессоров, детандеров и других машин; оценить возможные изменения параметров входных потоков хладагентов; выявить ограничения, следующие из особенностей конкретной установки; выбрать средства регулирования и искомые неизвестные соотношения между расходами потоков хладагентов. Также следует задать целевую функцию, экстремум которой ищется по значениям искомым неизвестных. В качестве такой целевой функции обычно используется зависимость холодопроизводительности для рефрижераторов или количество полученного жидкого продукта для ожижителей.

Определение установившихся стационарных состояний работы установки в данной расчетной системе основывается на известных значениях параметров потоков хладагентов в нескольких основных точках, обычно на концах теплообменных аппаратов, по прямому или обратному потоку хладагентов. Эти величины определяются либо из условий, характеризующих особенности установки, либо задаются из каких-либо соображений и в дальнейшем корректируются. Связь энтальпий прямого h_{np} и обратного $h_{обр}$ потоков хладагентов по сечению теплообменного аппарата определяется через тепловой эффект дросселирования Δh_T , теплоемкость обратного потока хладагента C_p и разность температур между потоками хладагентов ΔT (недорекуперацию):

$$h_{обр} = h_{np} + \Delta h_T - C_p \Delta T \quad (2.1)$$

На первой расчетной ступени используется модель, основанная на энергетическом балансе всей установки и ее отдельных частей с косвенным учетом теплообмена через минимальные разности температур потоков хладагентов на концах теплообменников из выражений типа (2.1). Из-за линейности ограничений - условий положительности разности температур между прямым и обратным потоками хладагентов и линейности целевой функции, относительно неизвестных соотношений между потоками хладагентов данная задача сводится к задаче линейного программирования и

решается симплекс-методом [184].

На второй ступени расчета рассматривается модель с сосредоточенными параметрами и учетом теплообмена через интегральные коэффициенты теплопередачи для теплообменных аппаратов. Неизвестные величины - соотношения между потоками хладагентов и разности температур потоков хладагентов на концах теплообменников, связаны между собой через систему нелинейных уравнений, имеющих линейную матрицу производных, что позволяет эффективно использовать метод Ньютона [185] для получения решения. В качестве начальных значений неизвестных используются результаты, полученные на первой расчётной ступени; ограничения применяются те же, что и на предыдущей ступени.

Третья ступень расчета - поиск экстремума нелинейной целевой функции по тем значениям параметров прямого или обратного потоков хладагентов в определённых точках установки, которые первоначально задавались постоянными. В зависимости от их числа и особенностей задачи для решения используются математические методы одномерной или многомерной оптимизации.

На четвертой ступени расчета используются модели с распределёнными параметрами, чтобы учесть изменение теплофизических свойств потоков хладагентов по длине теплообменных аппаратов. С помощью метода конечных разностей [87] системы уравнений для всех теплообменников установки приводятся к общей системе нелинейных уравнений относительно неизвестных - искомых соотношений между потоками хладагентов, разностей температур между прямым и обратным потоком хладагентов в конечном числе точек разбиения по длине теплообменников. В качестве начальных значений для крайних точек применяются результаты, полученные на предыдущей ступени, а в промежуточных точках - берутся по линейной зависимости от крайних значений. При решении данной системы уравнений можно так же использовать метод Ньютона, но, с ростом числа разбиений по длине теплообменников, получаемые матрицы имеют большой размер, что создает известные трудности

при реализации задачи на компьютере. Поэтому альтернативным способом получения решения является поверочный расчет стационарного состояния с дискретной коррекцией по одной или нескольким величинам искомым соотношений потоков.

2.3 Описание экспериментальной установки

Предложенная расчетная система определения рационального ведения меняющихся режимов работы низкотемпературных систем была применена для установки обратной конденсации (УОК), входящей в комплекс криогенного оборудования термовакуумной камеры и предназначенной для ожижения газообразного азота. Жидкий азот по подъемному трубопроводу поступает в оперативную ёмкость, а оттуда в опускную магистраль контура естественной циркуляции термовакуумной камеры (рис. 2.1).

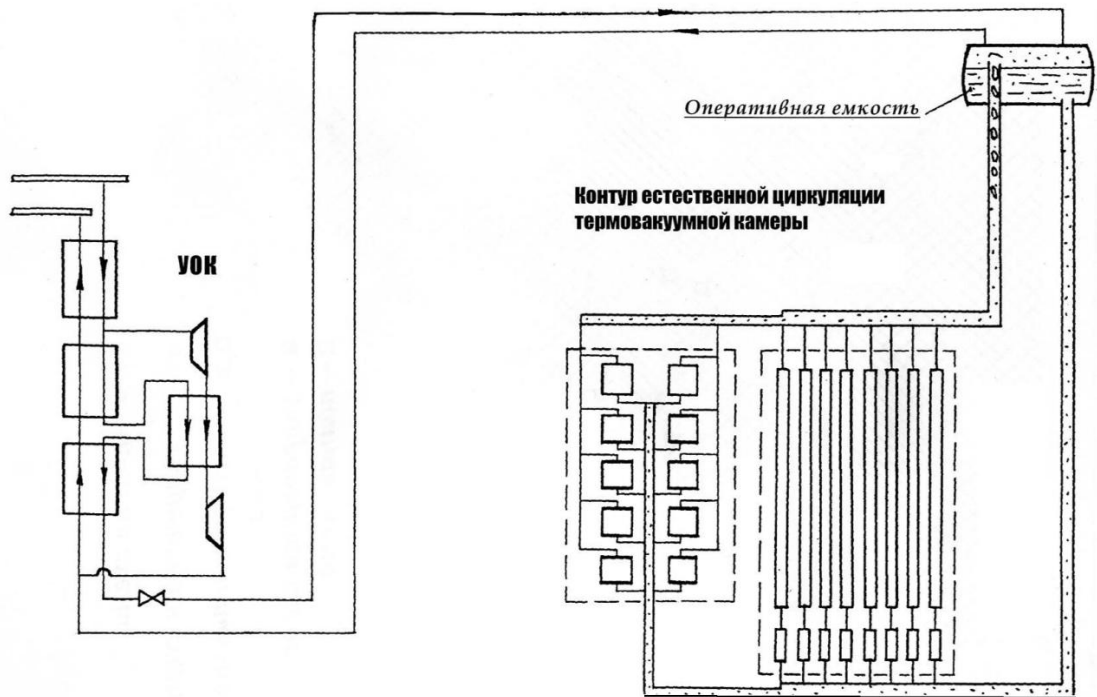


Рис. 2.1. Схема криогенного обеспечения термовакуумной камеры

Снимая тепловую нагрузку в термовакуумной камере, кипящий азот в подъёмной магистрали попадает обратно в оперативную емкость, из которой пары азота поступают в магистраль обратного потока азота установки обратной

конденсации.

Установка обратной конденсации может работать как в сателлитном режиме, т.е. с использованием холода потока газообразного азота из термовакуумной камеры, так и без использования этого потока. Последний случай характерен для накопительного режима, когда установка обратной конденсации работает на заполнение оперативной ёмкости.

Технологическая схема установки обратной конденсации представлена на рис. 2.2. Основу схемы составляют четыре теплообменных аппарата (1, 2, 3, 4), два турбодетандера КД 2008 и КД 2010 (5, 6), два фильтра (7, 8). Все теплообменные аппараты трубчатые витые, изготовлены из гладкой трубы 16x2 алюминиевого сплава АД1. Три основных противоточных теплообменника (1, 2, 4) заключены в один корпус, а детандерный прямоточный теплообменник 3, выполняющий роль конденсатора прямого потока азота, вынесен отдельно. Геометрические размеры и массы теплообменных аппаратов установки обратной конденсации приведены в Таблице 2.1.

Таблица 2.1.

Характеристики теплообменных аппаратов установки обратной конденсации

| Номер теплообменника | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------------------------------------|-------|-------|---------|-------|
| Площадь наружной поверхности, m^2 | 1630 | 365,5 | 23,11 | 652 |
| Число трубок, шт | 488 | 228 | 21 | 228 |
| Суммарная длина трубок, м | 35500 | 92500 | 460 | 14700 |
| Объём трубного пространства, m^3 | 4,015 | 1,046 | 0,052 | 1,662 |
| Объём межтрубного пространства, m^3 | 7,102 | 1,744 | 0,11188 | 2,788 |
| Масса, кг | 8700 | 2280 | 113 | 3620 |
| Внутренний диаметр намотки, м | 360 | 360 | 360 | 360 |
| Внешний диаметр намотки, м | 1836 | 1836 | 660 | 1836 |
| Рабочая длина аппарата, м | 4,37 | 0,98 | 0,45 | 1,74 |

т.е. при раскрытии лопаток количество азотного потока увеличивается, а при закрытии - уменьшается. Расход холодных паров азота из термовакуумной камеры определяется регулировкой задвижки З-804, а соотношение детандерного потока и идущего на дросселирование - З-802 и дроссельным вентилем Р-801. Перепуск обратного потока вне детандерного теплообменника осуществляется с помощью открытия задвижки З-803. В основном блоке теплообменников давление и расход обратного азотного потока регулируется задвижкой З-805. Давление прямого азотного потока определяется расходом азотного потока через установку обратной конденсации: увеличение расхода азотного потока приводит к увеличению давления в теплообменных аппаратах, а уменьшения расхода приводит к понижению давления. От степени открытия лопаток направляющих аппаратов турбодетандеров зависит давление азотного потока на входе в турбодетандеры. При увеличении степени открытия давление понижается, а при уменьшении - повышается. Воздействием на приводящий орган задвижки З-865, расположенной на линии сброса азотного потока в атмосферу, автоматически поддерживается давление паров из термовакуумной камеры.

Температура азотного потока на выходе из второго турбодетандера регулируется вентилем З-803. Величина этой температуры не должна быть ниже температуры конденсации азота при давлении после расширения в турбодетандере. Допускается перегрев газа не более, чем на 3К. Для повышения температуры азотного потока необходимо прикрывать вентиль З-803, а для уменьшения - открывать; при значениях температуры азотного потока 80К вентиль З-803 должен быть закрыт. Расчётный режим работы аппаратов установки обратной конденсации характеризуется тем, что температура азотного потока перед дросселем Р-801 (показания термометра Т-815) равна 83К, а потока азота после второго турбодетандера на 1-2К выше температуры конденсации при давлении после второго турбодетандера.

Регулирование температуры жидкого азота на выходе из установки обратной конденсации производится дроссельным вентилем Р-801: при

открытии вентиля температура азотного потока повышается, а при закрытии - понижается. Управление задвижками с электроприводом 3-801, 3-802, 3-804, 3-805, 3-865 и вентилем Р 801 вынесено на пульт операторной, а задвижкой 3-804 производится вручную. Также на пульт вынесены вторичные приборы датчиков давлений, температур, расходов азотных потоков в основных точках установки обратной конденсации.

Кроме вышеперечисленных параметров установки обратной конденсации производится измерение температур корпусов турбодетандеров термометрами Т-804 и Т-806, контролирующие режимы работы подшипников.

Схема установки обратной конденсации представлена на рис. 2.3, *T-S* диаграмма для расчётного режима - на рис. 2.4.

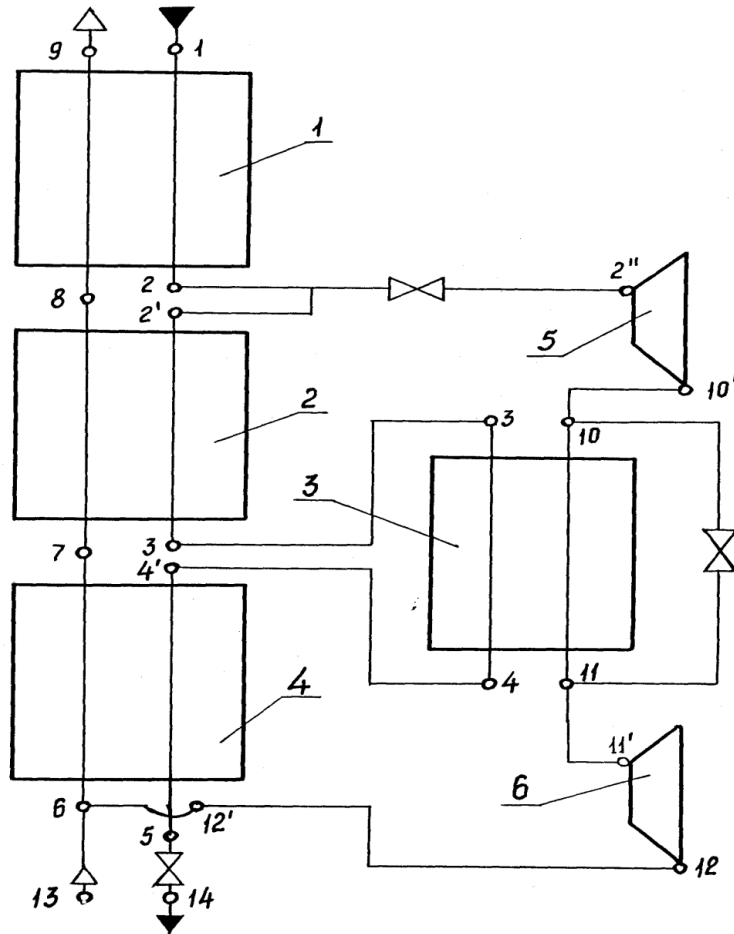


Рис. 2.3. Схема УОК

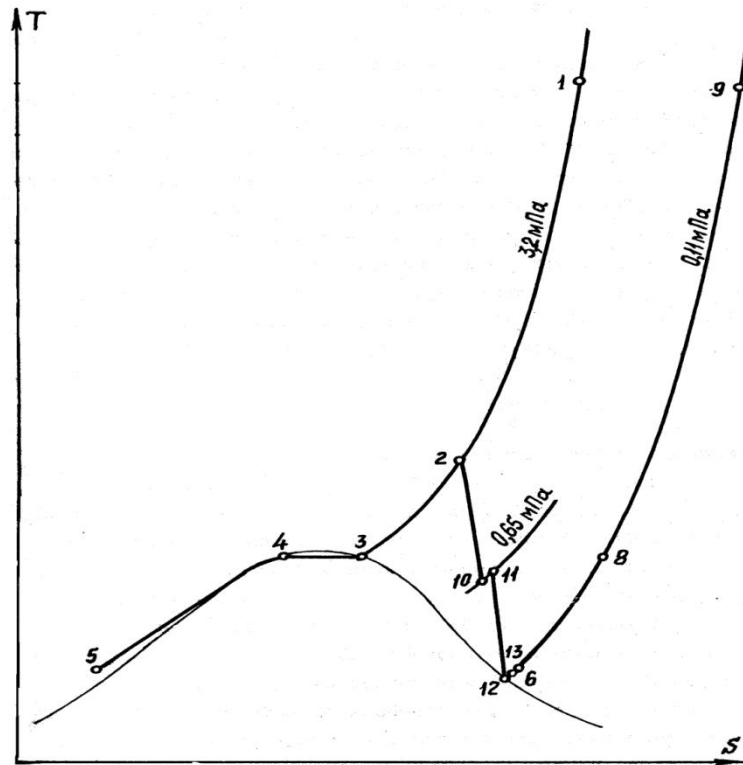


Рис. 2.4. T-S диаграмма процессов для расчётного режима УОК

Продолжительность режима охлаждения установки обратной конденсации главным образом определяется величиной гидравлических сопротивлений азотных потоков в трубном и межтрубном пространстве теплообменных аппаратов, ограничивающих расход подаваемого азотного потока. Охлаждение проводится при полностью закрытом вентиле Р 801 и задвижки 3-804, поэтому весь азотный поток среднего давления после прохождения трубного пространства первого теплообменника подаётся на вход первого и затем второго детандера. После расширения в турбодетандерах азотный поток низкого давления подаётся в нижнюю часть межтрубного пространства основного блока теплообменников. В начальной стадии охлаждения установки обратной конденсации задвижка 3-803 полностью открыта, для того, чтобы азотный поток после расширения в первом турбодетандере сразу подавался на вход второго турбодетандера, минуя детандерный теплообменник. По мере охлаждения задвижка 3-803 начинает открываться и происходит охлаждение детандерного теплообменника.

Проведённые оценочные гидравлические расчёты процесса охлаждения показали, что не менее 80% гидравлических потерь приходится на канал прямого потока в первом теплообменнике, т.е. трубное пространство этого теплообменника. Величина этих гидравлических потерь определяет количество подаваемого в установку обратной конденсации расхода азотного потока, и, следовательно, продолжительность процесса охлаждения.

Отогрев установки обратной конденсации после рабочего режима необходим для того, чтобы на охлаждённой теплопередающей стенке теплообменников не конденсировались водяные пары, углеводороды и другие высококипящие компоненты воздуха окружающей среды. Процесс отогрева установки обратной конденсации осуществляется в следующей последовательности. Нагретый сухой азотный поток через открытую заслонку 0-801 подаётся в межтрубное пространство нижней части блока теплообменников и осуществляет нагрев труб этих теплообменников. Детандерный теплообменный аппарат нагревается тем же нагретым азотным потоком через открытую заслонку 0-802.

Аварийный режим работы может возникнуть вследствие того, что регулировкой вентилями невозможно сдержать падение температуры азотных потоков после расширения в турбодетандерах ниже допустимых значений. Поэтому при приближении к аварийному режиму необходимо закрывать заслонки 3-801 и 3-804, прекращая подачу азотного потока в установку обратной конденсации и останавливая турбодетандеры.

Все эти режимы, включая охлаждение и отогрев, относятся к существенно нестационарным процессам. Так же к нестационарным процессам относятся переходной режим от охлаждения установки обратной конденсации к ожижительному режиму при открытии дроссельного вентиля Р 801, а также процесс перехода с сателлитному режиму работы, когда используется поток холодного азотного пара из термовакуумной камеры. Поддержание рабочего режима при изменении параметров входных потоков осуществляется регулировкой вентиля Р 801 и задвижек 3-804, 3-802, 3-803, 3-801, 3-805 для

выполнения ограничений на входные температуры турбодетандеров и получения максимального количества жидкости на выходе из установки обратной конденсации. В данных режимах в основном существенно меняются только расходы потоков по аппаратам, изменения температур не слишком велики, поэтому эти процессы можно отнести к квазистационарным.

Разнообразные нестационарные тепловыделения и нерасчётные режимы работы систем охлаждения термовакуумной камеры, а также возможные теплопритоки по трубопроводам, превышающие проектные значения, вызывают существенные изменения как количества холодных паров азота, так и их температуры по сравнению с расчётными величинами. Кроме того, давление прямого потока в установке обратной конденсации и к.п.д. турбодетандеров могут отличаться от номинальных значений. Все это приводит к отклонению реальных значений параметров процесса относительно проектных величин. Кроме этого, конденсация прямого потока азота происходит во втором или четвертом теплообменнике, а не в детандерном теплообменнике, как предполагалось для проектного режима.

В этом случае прямой поток азота, поступающий в детандерный теплообменник, может иметь более низкую температуру, чем азотный поток, расширившийся после первого турбодетандера, как показано на $T-S$ диаграмме (рис. 2.5). Для предотвращения нагрева прямого потока азота в детандерном теплообменнике, осуществляется перепуск обратного потока азота вне детандерного теплообменника через полностью открытую задвижку 3-803. Упрощенная схема для данного случая, состоящая из двух теплообменников, тождественных первому теплообменнику установки обратной конденсации и сумме второго и четвертого, и двух, последовательно соединенных турбодетандеров, представлена на рис. 2.6. Параметры проектных и реальных основных точек установки обратной конденсации представлены в таблице 2.2.

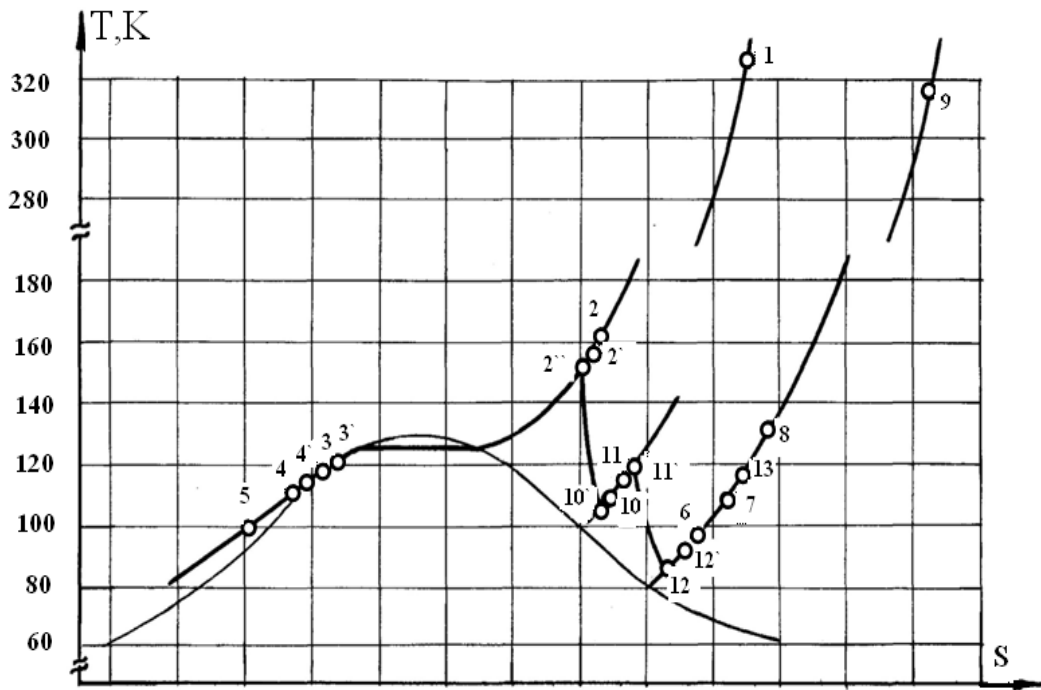


Рис. 2.5. T-S диаграмма процессов для реального режима работы УОК с подогревом прямого потока в детандерном теплообменнике

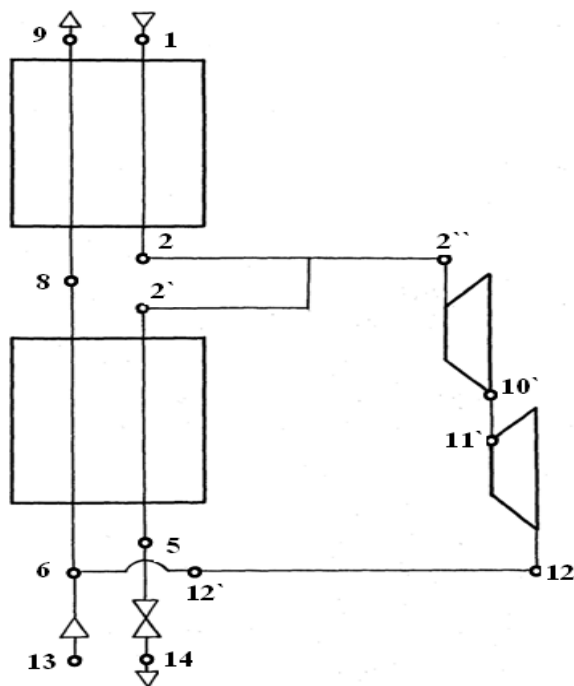


Рис. 2.6. Упрощенная схема УОК с полным перепуском обратного потока вне детандерного теплообменника

Таблица 2.2.

Параметры основных точек установки обратной конденсации

| Точ ка | Температура, <i>K</i> | | | Давление, <i>МПа</i> | | | Расход потока, <i>кг/с</i> | | |
|-----------|-----------------------|------------|--------|----------------------|-----------------|----------|----------------------------|----------------|--------|
| | проект | фактически | датчик | проект | фактически | датчик | проект | фактически | датчик |
| 1 | 303 | 297-340 | T801 | 3,2 | 1,81-3,2 | M80 1 | 7,70 | 5,07- 7,77 | 827 |
| 2 | 161 | 159-195 | T802 | 3,1 | 1,12-3,1 | - | 7,70 | 5,07- 7,77 | - |
| 2" | 161 | 159-195 | T803 | 3,1 | 1,12-3,1 | M80 3 | 5,41 | 4,75- 6,47 | - |
| 3 | 124 | 87-127 | T812 | 3,1 | 1,12-3,1 | - | 2,29 | 0,323- 1,30 | - |
| 4 | 124 | 96-127 | T813 | 3,1 | 1,12-3,1 | - | 2,29 | 0,323- 1,30 | - |
| 5 | 83 | 81-117 | T814 | 3,1 | 1,12-3,1 | - | 2,29 | 0,323- 1,30 | - |
| 6 | 81 | 80-110 | T821 | 0,11 | 0,111- 0,117 | - | 7,84 | 5,07- 7,77 | - |
| 7 | 93 | 84-123 | T820 | 0,11 | 0,111- 0,117 | - | 7,84 | 5,07- 7,77 | - |
| 8 | 123 | 120-143 | T819 | 0,11 | 0,111- 0,117 | - | 7,84 | 5,07- 7,77 | - |
| 9 | 299 | 295-322 | T823 | 0,11 | 0,111- 0,117 | - | 7,84 | 5,07- 7,77 | 831 |
| 10 | 116 | 110-145 | T805 | 0,65 | 0,44- 0,66 | M80 5 | 5,41 | 4,75- 6,47 | - |
| 11 | 117 | 115-132 | T806 | 0,55 | 0,42- 0,66 | - | 5,41 | 4,75- 6,47 | - |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|---------|------|---------------|-----------------|----------|------|----------------|-----|
| 11' | 117 | 115-132 | T807 | 0,55 | 0,43- 0,66 | M80 7 | 5,41 | 4,75- 6,47 | - |
| 12 | 80 | 80-100 | T809 | 0,13- 0,17 | 0,107- 0,125 | M80 9 | 5,41 | 4,75- 6,47 | - |
| 13 | 83 | 133-159 | T822 | 0,13 | 0,107- 0,125 | - | 2,43 | 0,323- 1,30 | 829 |
| 14 | 82 | 81-103 | T826 | 0,55 | 0,42- 0,61 | M81 1 | 2,29 | 0,323- 1,30 | - |

Задача определения оптимального соотношения потоков сводится к поиску экстремума целевой функции - количества жидкости на выходе из УОК и при наличии ограничений - необходимости поддержания температур азотных потоков не ниже определенных значений на входе в турбодетандеры и положительной разности температур между прямым и обратным потоками азота на концах теплообменников:

$$\begin{cases} \Delta T_1 = T_1 - T_9 > 0 \\ \Delta T_2 = T_2 - T_8 > 0 \\ \Delta T_5 = T_5 - T_6 > 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

2.4 Использование при расчётах экспериментальных данных

Использование ограниченного количества экспериментальных данных для проведения расчётных исследований требует введения соответствующих интерполяционных зависимостей. Одним из самых распространённых методов для получения таких зависимостей является метод наименьших квадратов [186], при использовании которого искомая зависимость функции Y от нескольких переменных x_1, x_2, \dots, x_n ищется в линейном виде относительно неизвестных коэффициентов C_0, C_{ij}, C'_m :

$$Y(x_1, x_2, \dots, x_n) = C_0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k_i} C_{ij} x_i^j + \sum_{m=1}^{n_m} \prod_{i=1}^n x_i^{l_i}. \quad (2.3)$$

Подставляя в (2.3) экспериментальные значения x_i и Y получается линейная алгебраическая система

$$A \bullet C = B \quad (2.4)$$

где A - матрица, составленная из значений аргументов x_i , согласно порядку членов в (2.3), C - вектор-столбец искомых коэффициентов C_0, C_1, \dots, C'_m , B - вектор-столбец значений аргументов Y , Система (2.4) переопределена, т.е. число строк матрицы A превышает число столбцов. Поэтому решение этой системы получается путём домножения слева правой и левой частей матричной системы (2.4) транспонированной матрицей A^T . Это приводит к однозначно разрешимой алгебраической системе относительно искомых неизвестных C_0, C_1, \dots, C'_m .

По такой методике получены интерполяционные зависимости к.п.д. турбодетандеров установки обратной конденсации от температуры T_{ex} и давления p_{ex} на входе и давления $p_{вых}$ на выходе и среднеквадратичные отклонения расчётных от экспериментальных значений.

Первый турбодетандер

$$\eta_{s1} = 0,0609 + 3,78 \cdot 10^{-3} T_{ex} - 8,26 \cdot 10^{-6} T_{ex}^2 - 0,015 p_{ex} + 1,21 \cdot 10^{-4} p_{ex}^2 + 0,015 p_{вых} + 9,65 \cdot 10^{-4} p_{вых}^2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,412\%$.

Второй турбодетандер

$$\eta_{s2} = -1,76 + 0,0268 T_{ex} - 7,56 \cdot 10^{-5} T_{ex}^2 - 0,051 p_{ex} + 0,0146 p_{ex}^2 + 0,266 p_{вых} + 6,43 \cdot 10^{-4} p_{вых}^2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,423\%$.

Аналитические зависимости средних коэффициентов теплопередачи по всем теплообменникам установки обратной конденсации определяются в зависимости от массового расхода, давления и температуры прямого (G_1, p_1, T_1) и обратного (G_2, p_2, T_2) потоков азота, входящих в теплообменные аппараты

$$K_1 = 332 - 1,428G_1 - 1,195p_1 - 0,4412T_1 + 7,167G_2 - 112p_2 - 0,2125T_2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,161\%$;

$$K_2 = 165,9 + 5,253G_1 + 3,816p_1 - 0,5545T_1 - 3,048G_2 - 74,9p_2 - 0,5384T_2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,448\%$;

$$K_3 = -1130 + 1555G_1 - 16,06p_1 - 8,088T_1 + 1179G_2 - 350,4p_2 + 50,34T_2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=5,48\%$;

$$K_4 = 6118 - 13,22G_1 - 31,84p_1 + 2,637T_1 + 92,78G_2 + 4812p_2 - 7,272T_2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=9,59\%$;

Средние коэффициенты теплоотдачи по обратному потоку азота в теплообменниках установки обратной конденсации определяются с помощью коэффициента ψ_α по известным значениям средних коэффициентов теплопередачи, критериальным аналитическим зависимостям для определения коэффициентов теплоотдачи в трубном пространстве. Эти коэффициенты теплоотдачи определяются в зависимости от массового расхода азота G , давления p и температуры T на входе в теплообменный аппарат:

$$\alpha_1 = -1,254 \cdot 10^{-4} - 5,712G + 148,1p - 0,08806T,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,870\%$;

$$\alpha_2 = -73,23 - 29,65G + 3,724G^2 + 146,8p - 0,244T + 3,721T^2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=0,830\%$;

$$\alpha_3 = 10300 + 5860G - 920,7G^2 - 7,521p + 17,73T - 0,0523T^2,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=1,61\%$;

$$\alpha_4 = 2183 + 223G + 2481p - 0,1301T,$$

среднеквадратичное отклонение составляет $\sigma=1,27\%$.

2.5 Описание измерений и расчёт погрешностей

Температуры азотных потоков в установке обратной конденсации измерялись платиновыми термометрами сопротивлений ТСП 5071 по ГОСТ

6651-59, имеющими чувствительность $\pm 5\%$. Вторичными приборами для термометров Т 801, Т 803, Т 804, Т 805, Т 808, Т 809, Т 812, Т 813, Т 819, Т 820, Т 821, Т 822, Т 823, Т 824 (рис.2.2) служат два прибора МВУ 6-42 класса точности 1, представляющие собой уравновешенный мост МС-840 и амперметр с тремя диапазонами измерения температур $-200^{\circ}\text{C} - -70^{\circ}\text{C}$, $-90^{\circ}\text{C} - +50^{\circ}\text{C}$, $0^{\circ}\text{C} - +100^{\circ}\text{C}$, с ценами делений 1°C , 2°C , 2°C соответственно. Для термометра Т 814 (выход прямого потока азота из блока теплообменников перед дроссельным вентилем) служит отдельный записывающий прибор КСМ 1 класса точности 1 и диапазоном измерения температур $-200^{\circ}\text{C} - -70^{\circ}\text{C}$ с ценой деления 10°C , а для термометра Т 807 - отдельный прибор МВУ 6-42 с таким же диапазоном температур.

Избыточные давления азотных потоков измеряются датчиками давления МП 23518 с классом точности 0,6. Вторичными приборами для них служат три миллиамперметра М 1731К класса точности 1. Шкала диапазона измерений для датчиков давления М 801 и М 803 составляет $0 - 40\text{кГс/см}^2$ с ценой деления 1кГс/см^2 , для датчиков давления М 805 и М 807 $0 - 10\text{кГс/см}^2$ и $0,2\text{кГс/см}^2$, для датчиков давления М 809 и М 810 $0 - 1\text{кГс/см}^2$ и $0,02\text{кГс/см}^2$. Давление после дроссельного вентиля Р801 измеряется образцовым манометром М 811.

Измерение расходов проводилось стандартными кольцевыми диафрагмами, изготовленными по ГОСТ 14321-73, с помощью мембранных манометров ДМЭ-МИ класса точности 1 с предельными перепадами давлений 16кПа , $6,5\text{кПа}$, $1,6\text{кПа}$ для расходомеров 827, 829, 831. В качестве вторичных приборов использовались миллиамперметры М 1731К класса точности 1, диапазоны измерений соответственно составляли: $0 - 40000\text{нм}^3/\text{час}$, $0 - 10000\text{нм}^3/\text{час}$, $0 - 40000\text{нм}^3/\text{час}$; с ценами делений $400\text{нм}^3/\text{час}$, $200\text{нм}^3/\text{час}$, $400\text{нм}^3/\text{час}$. Вследствие отклонения реальных параметров азотных потоков в установке обратной конденсации от первоначально проектируемых, на которые были подобраны шкалы вторичных приборов, необходимо было пересчитывать получившиеся значения массовых расходов $G_{изм}$ с учётом реальных значений плотностей ρ_p азотных потоков по сравнению с проектируемыми $\rho_{пр}$ [187]:

$$G = G_{изм} \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_{np}}}$$

Выполняемые измерения параметров азотных потоков в процессе эксплуатации установки обратной конденсации проводились в течение нескольких часов, т.е. эти измерения относятся к разряду технических. Для технических измерений считается, что случайные погрешности не определяют точность измерений и поэтому учитываются только систематические погрешности. Точность результата прямого измерения оценивается предельной погрешностью, т.е. каждая из составляющих погрешностей не выходит за пределы измерений.

Предельная относительная погрешность измерения температур и давлений складывается из погрешностей первичного и вторичного приборов и составляет $\delta T = \pm 1,1\%$ и $\delta p = \pm 1,6\%$.

Среднеквадратичная погрешность определения по компьютерной программе теплофизических свойств азота складывается из погрешностей программы $\sigma_{np} = 0,5\%$ и погрешностей температуры и давления, по которым определяются значения плотности, энтальпии, теплоёмкости, вязкости, теплопроводности и составляет $\sigma_{N_2} = 2,005\%$.

Средняя квадратичная относительная погрешность измерения массового расхода потока жидкости или газа с помощью диафрагмы согласно Правилам 28-64 определяется по формуле

$$\sigma_G = \pm \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{\sqrt{\Delta p}}^2 + 4\sigma_d^2 + 0,25\sigma_\rho^2},$$

где σ_α , σ_ε , $\sigma_{\sqrt{\Delta p}}$, σ_d , σ_ρ - средние квадратичные относительные погрешности коэффициентов расхода, поправочного множителя на расширение окружающей среды, показаний по шкале дифманометра, на диаметр цилиндрического отверстия сужающего устройства, значения плотности измеряемой среды.

Средняя квадратичная относительная погрешность коэффициента расхода определяется следующим образом:

$$\sigma_{\alpha} = \pm \sqrt{\sigma_{\alpha_u}^2 + \sigma_{K_{u1}}^2 + \sigma_{K_{u2}}^2 + \sigma_{\alpha_{Re}}^2 + \sigma_{\alpha_D}^2},$$

где σ_{α_u} , $\sigma_{K_{u1}}$, $\sigma_{K_{u2}}$, $\sigma_{\alpha_{Re}}$, σ_{α_D} - средние квадратичные относительные погрешности исходного коэффициента диафрагм, поправочного множителя на шероховатость, на неостроту входной кромки, на влияние числа Рейнольдса, отклонения действительного диаметра трубопровода от номинального.

Средняя квадратичная относительная погрешность поправочного множителя на расширение окружающей среды выражается как

$$\sigma_{\varepsilon} = \pm \sqrt{\sigma_{\varepsilon_{cp}}^2 + \sigma_{\varepsilon_1}^2},$$

где $\sigma_{\varepsilon_{cp}}$, σ_{ε_1} - средние квадратичные относительные погрешности значений ε_{cp} и учитывающее отклонение действительного значения ε от ε_{cp} .

В таблице 2.3 приведены значения параметров измерительных диафрагм, потоков и составляющих среднеквадратичной погрешности расходов, определённых согласно Правилам 28-64.

Таблица 2.3. Погрешности измерения расходов

| Обозначение расходомеров | 827 | 829 | 831 |
|------------------------------------|----------------|---------------|---------------|
| Диаметр трубопровода, мм | 207 | 258 | 806 |
| Модуль диафрагмы | 0,424889 | 0,445168 | 0,476580 |
| Диапазон измеряемого расхода, кг/с | 2,07929-7,7733 | 0,3239-1,2956 | 2,0729-7,7733 |
| Изменение Re | 643000-2557000 | 177250-709000 | 174000-691000 |
| Предельные значения Re | 146000 | 154000 | 172000 |

| | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|
| $\sigma_{\alpha_u}, \%$ | 0,27 | 0,28 | 0,28 |
| $\sigma_{K_{in}}, \%$ | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $\sigma_{K_n}, \%$ | 0,33 | 0,2 | 0,00 |
| $\sigma_{\alpha_{Re}}, \%$ | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $\sigma_{\alpha_D}, \%$ | 0,079 | 0,088 | 0,099 |
| $\sigma_{\alpha}, \%$ | 0,434 | 0,355 | 0,297 |
| $\sigma_{\varepsilon_{cp}}, \%$ | 0,0029 | 0,0056 | 0,0124 |
| $\sigma_{\varepsilon_1}, \%$ | 0,0358 | 0,0186 | 0,1294 |
| $\sigma_{\varepsilon}, \%$ | 0,0359 | 0,0195 | 0,1300 |
| $\sigma_{\sqrt{\Delta p}}, \%$ | 0,0901 | 0,1430 | 0,0885 |
| $\sigma_d, \%$ | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $\sigma_{\rho}, \%$ | 2,005 | 2,005 | 2,005 |
| $\sigma_G, \%$ | 2,053 | 2,041 | 2,033 |

Помимо вышеприведённых параметров приходится пользоваться косвенно-измеряемыми величинами, такими как соотношения расходов азотных потоков, к.п.д. турбодетандеров, тепловыми мощностями азотных потоков, коэффициентам теплоотдачи, определённым по критериальным зависимостям. Оценка погрешности косвенно измеряемой величины Y , функционально связанной с измеряемыми величинами x_1, x_2, \dots, x_n проводится согласно [188] по следующей формуле

$$\sigma_Y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n ((\partial f / \partial x_i) \Delta x_i / Y)^2} .$$

Расчётные формулы и величины среднеквадратичных погрешностей косвенно измеряемых величин приведены в Таблице 2.4.

Таблица 2.4. Погрешности косвенно измеряемых величин

| Величина | Формула для среднеквадратичного отклонения | Числовое значение, % |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $\xi = \frac{G_{831} - G_{829}}{G_{827}}$ | $\sigma_{\xi} = \pm \sqrt{\sigma_{G_{827}}^2 + \frac{\sigma_{G_{829}}^2 G_{829}^2 + \sigma_{G_{831}}^2 G_{831}^2}{(G_{831} - G_{829})^2}}$ | 3,705 |
| $\chi = \frac{G_{829}}{G_{827}}$ | $\sigma_{\chi} = \pm \sqrt{\sigma_{G_{827}}^2 + \sigma_{G_{829}}^2 \frac{G_{829}^2}{G_{827}^2}}$ | 2,204 |
| $\eta_s = \frac{h_{ex} - h_{6blx}}{h_{ex} - h_{s_{6ex}}}$ | $\sigma_{\eta} = \pm \left(\sigma_{h_{ex}}^2 \frac{h_{6blx}^2 (h_{6blx} - h_{s_{6ex}})^2}{(h_{ex} - h_{s_{6ex}})^2 (h_{ex} - h_{6blx})^2} + \sigma_{h_{6blx}}^2 \frac{h_{6blx}^2}{(h_{ex} - h_{6blx})^2} + \sigma_{h_{s_{6ex}}}^2 \frac{h_{s_{6ex}}^2}{(h_{ex} - h_{s_{6ex}})^2} \right)$ | 5,155 4,940 |
| $Nu_{np} = 0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8}$ | $\sigma_{\alpha_{np}} = \pm \sqrt{0,36\sigma_{\xi}^2 + 0,64\sigma_G^2 + 0,36\sigma_{cp}^2 + 0,16\sigma_{\mu}^2}$ | 2,710 |
| $Nu_{обп} = 0,185 Re^{0,85}$ | $\sigma_{\alpha_{обп}} = \pm \sqrt{\sigma_{\xi}^2 + 0,9025(\sigma_G^2 + \sigma_{\mu}^2)}$ | 3,381 |
| $Q = G(h_{ex} - h_{6blx})$ | $\sigma_Q = \pm \sqrt{\sigma_G^2 + \sigma_h^2}$ | 3,501 |

2.6 Апробация расчётных методов для установки

При расчётном исследовании различных режимов работы установки обратной конденсации необходимо проанализировать значения различных безразмерных комплексов и коэффициентов в уравнениях описывающих работу теплообменных аппаратов, из которых состоит установка. Влиянием теплопроводности азотных потоков и теплопередающей стенки трубок теплообменников можно пренебречь, поскольку величина соответствующих безразмерных комплексов достаточно мала. Например, $K_{\lambda} < 10^{-8}$ для азотных потоков и $K_{\lambda cm} < 10^{-5}$ для теплопередающей стенки. Аналогичные рассуждения можно отнести также к влиянию на нестационарный процесс теплоизоляции.

Потерями давления для стационарных режимов работы установки обратной конденсации можно пренебречь, так же как и для квазистационарных режимов. Для существенно нестационарных режимов работы расчёт потерь давления при движении азотных потоков по теплообменным аппаратам установки обратной конденсации можно просчитывать отдельно от теплового расчёта.

Таким образом, нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов установки обратной конденсации описываются системой уравнений (1.11) с граничными условиями, которые можно получить из граничных условий общего вида (1.12) и начальными условиями (1.13). Из анализа безразмерных коэффициентов системы уравнений (1.11) для теплообменных аппаратов установки обратной конденсации следует, что значения безразмерных коэффициентов a_1 и a_2 в первом и третьем уравнениях этой системы порядка 10^5 , поэтому первые члены, в этих уравнениях, содержащие производные по временной координате можно пренебречь. В результате для теплообменников установки обратной конденсации можно использовать систему уравнений (1.14).

Для процесса охлаждения установки обратной конденсации используется схема движения потоков, приведённая на рис. 2.7. Азотный поток среднего давления входит в первый теплообменник установки обратной конденсации и на выходе полностью расширяется в обоих детандерах, проходя при этом через детандерный теплообменник. Расширенный холодный азотный поток низкого давления входит в тракт обратного потока третьего теплообменника, и, последовательно проходя второй и первый теплообменники, охлаждает их.

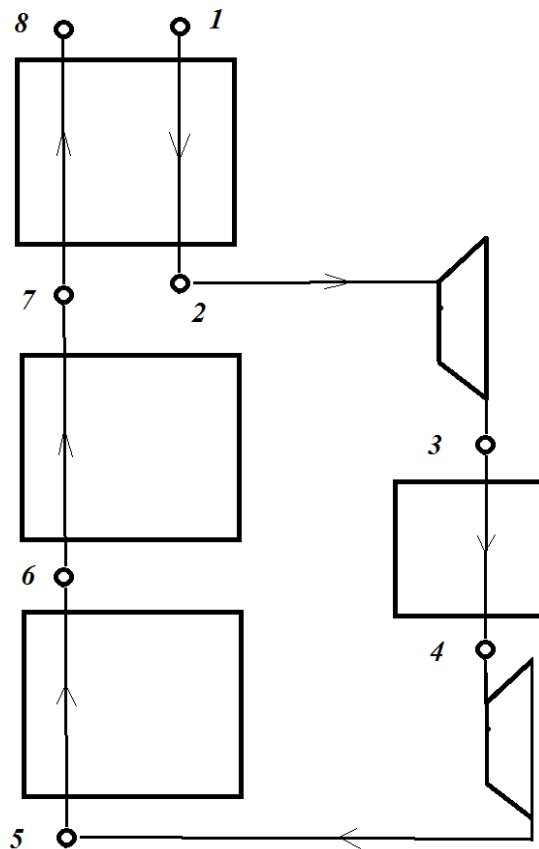


Рис.2.7. Схема движения потоков в установке обратной конденсации при охлаждении

Для расчёта режима охлаждения используется предложенный в первой главе аппроксимационный метод расчёта. В качестве известных функций температуры по координате используется квадратный полином. В результате системы уравнений, составленные из системы (1.14) для первого теплообменника и системы (1.27) для остальных теплообменников, преобразовываются к системе 12 дифференциальных и 16 алгебраических уравнений. Эта система дополняется соответствующими условиями сопряжения, начальными условиями для температур азотных потоков и теплопередающих стенок теплообменника и одним граничным условием для температуры азотного потока на входе в установку обратной конденсации. Поскольку

теплофизические свойства азота и алюминиевого сплава теплопередающей стенки в процессе охлаждения установки обратной конденсации существенно меняются, то получившаяся система уравнений решалась конечно-разностным методом по временной координате с определением теплофизических параметров на каждом временном шаге.

Режим охлаждения установки обратной конденсации также рассчитывался с помощью численных методов, когда системы дифференциальных уравнений для теплообменных аппаратов заменялись неявными конечно-разностными аналогами типа неявного уголка. Производные по времени в системах дифференциальных уравнений для моделирования работы этих теплообменных аппаратов, как это было в случае использования аппроксимационного метода, не отбрасывались. Для системы уравнений (1.15), описывающей нестационарные режимы работы двухпоточного противоточного теплообменника, к которому относится первый теплообменный аппарат установки обратной конденсации, конечно-разностный аналог будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_{1,i}^{(1)j+1} - T_{1,i}^{(1)j}}{\Delta \bar{\tau}} + a_{1,i-1}^{(1)j} \frac{T_{1,i}^{(1)j+1} - T_{1,i-1}^{(1)j+1}}{\Delta \bar{x}^{(1)}} = b_{1,i-1}^{(1)j} (T_{cm,i-1}^{(1)j+1} - T_{1,i-1}^{(1)j+1}), \\ i = 2, \dots, n_1 + 1; \\ \frac{T_{cm,i}^{(1)j+1} - T_{cm,i}^{(1)j}}{\Delta \bar{\tau}} = \beta_{1,i}^{(1)j} (T_{1,i}^{(1)j+1} - T_{cm,i}^{(1)j+1}) + \beta_{2,i}^{(1)j} (T_{2,i}^{(1)j+1} - T_{cm,i}^{(1)j+1}), \\ i = 1, \dots, n_1 + 1; \\ \frac{T_{2,i}^{(1)j+1} - T_{2,i}^{(1)j}}{\Delta \bar{\tau}} - a_{2,i+1}^j \frac{T_{2,i+1}^{(1)j+1} - T_{2,i}^{(1)j+1}}{\Delta \bar{x}^{(1)}} = b_{2,i+1}^{(1)j} (T_{cm,i+1}^{(1)j+1} - T_{2,i+1}^{(1)j+1}) + \\ + c_{2,i+1}^{(1)j} (T_{o.c.} - T_{2,i+1}^{(1)j+1}), \\ i = 1, \dots, n_1; \\ j = 1, \dots, m + 1 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

где n_1 и m - число разбиений по пространственной координате и времени.

Второй и третий теплообменных аппарата установки обратной конденсации при её охлаждении описываются модифицированной системой уравнений (1.24), описывающей нестационарные режимы работы однопоточного теплообменника

$$\begin{cases} \frac{\partial T_2}{\partial \bar{\tau}} - a_2 \frac{\partial T_2}{\partial \bar{x}} = b_2(T_{cm} - T_2) + c_2(T_{o.c.} - T_2) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = \beta_2(T_2 - T_{cm}) \end{cases} . \quad (2.6)$$

Конечно-разностный аналог системы уравнений (2.6) будет иметь следующий вид

$$\begin{cases} \frac{T_{2,i}^{(k)j+1} - T_{2,i}^{(k)j}}{\Delta \bar{\tau}} - a_{i+1}^{(k)j} \frac{T_{2,i+1}^{(k)j+1} - T_{2,i}^{(k)j+1}}{\Delta \bar{x}^{(k)}} = b_{i+1}^{(k)j} (T_{cm,i+1}^{(k)j+1} - T_{2,i+1}^{(k)j+1}) + \\ + c_{i+1}^{(k)j} (T_{o.c.} - T_{2,i+1}^{(k)j+1}), \\ i = 1, \dots, n_k; \\ \frac{T_{cm,i}^{(k)j+1} - T_{cm,i}^{(k)j}}{\Delta \bar{\tau}} = \beta_i^{(k)j} (T_{2,i}^{(k)j+1} - T_{cm,i}^{(k)j+1}), i = 1, \dots, n_k + 1; \\ j = 1, \dots, m + 1 \end{cases} , (2.7)$$

где k - номер теплообменного аппарата.

Четвёртый теплообменный аппарат установки обратной конденсации при её охлаждении так же описывается модифицированной системой уравнений (1.24)

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial \bar{\tau}} + a \frac{\partial T_1}{\partial \bar{x}} = b(T_{cm} - T_1) + c(T_{o.c.} - T_1) \\ \frac{\partial T_{cm}}{\partial \bar{\tau}} = \beta(T_1 - T_{cm}) \end{cases} . \quad (2.8)$$

Конечно-разностный аналог системы уравнений (2.8) будет иметь следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_{1,i}^{(4)j+1} - T_{1,i}^{(4)j}}{\Delta \bar{\tau}} + a_{1,i-1}^{(4)j} \frac{T_{1,i}^{(4)j+1} - T_{1,i-1}^{(4)j+1}}{\Delta \bar{x}^{(4)}} = b_{1,i-1}^{(4)j} (T_{cm,i-1}^{(4)j+1} - T_{1,i-1}^{(4)j+1}), \\ i = 2, \dots, n_4 + 1; \\ \frac{T_{cm,i}^{(4)j+1} - T_{cm,i}^{(4)j}}{\Delta \bar{\tau}} = \beta_i^{(4)j} (T_{1,i}^{(4)j+1} - T_{cm,i}^{(4)j+1}), \\ i = 1, \dots, n_1 + 1; \\ j = 1, \dots, m + 1 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Системы уравнений конечно-разностных аналогов (2.5), (2.7) и (2.9) дополняются конечно-разностными аналогами начальных условий (1.13)

$$\begin{aligned} T_{cm,i}^{(k)1} &= T_{cm,i}^{(k)0}; \\ T_{1,i}^{(k)1} &= T_{1,i}^{(k)0}; \\ T_{2,i}^{(k)1} &= T_{2,i}^{(k)0}; \end{aligned} \quad (2.10)$$

граничным условием - значением температуры азотного потока среднего давления на входе в первый теплообменник

$$T_{1,1}^{(1)j} = T_{1,0}^{(k)j} \quad (2.11)$$

и условиями сопряжения температур азотных потоков между теплообменниками

$$\begin{aligned} T_{2,n_1+1}^{(1)j} &= T_{2,1}^{(2)j}; \\ T_{2,n_2+1}^{(2)j} &= T_{2,1}^{(3)j}; \\ T_{2,n_3+1}^{(3)j} &= T_{1,n_4+1}^{(4)j}; \end{aligned} \quad (2.12)$$

и условиями понижения температуры в турбодетандерах

$$\begin{aligned} T_{1,1}^{(4)j} &= \gamma_1 T_{1,n_1+1}^{(1)j}; \\ T_{2,n_3+1}^{(3)j} &= \gamma_2 T_{1,n_4+1}^{(4)j}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где γ_1 и γ_2 - коэффициенты понижения температуры в первом и втором турбодетандерах.

Решение систем алгебраических уравнений конечно-разностных аналогов

(2.5), (2.5), и (2.5) решалась следующим способом. Из вторых уравнений теплового баланса для теплопередающей стенки этих систем выражается температура этой стенки на неизвестном $(J+1)$ слое по времени через температуры прямого и обратного потоков для первого теплообменника, температуру обратного потока для второго и третьего теплообменника, или температуру прямого потока для четвёртого теплообменника. Эти выражения подставлялись в уравнения теплового баланса для азотных потоков. В результате этих преобразований, с учётом граничного условия (2.11), условий сопряжения между теплообменниками (2.12) и условиями понижения температуры в турбодетандерах (2.13), получается система линейных алгебраических уравнений относительно температур азотных потоков в точках разбиения по координате.

При расчётах принимались следующие значения входных параметров азотного потока в точке 1 (рис.2.7) $p_1=2,2\text{МПа}$, $G_1=2,8\text{кг/с}$, $T_1=323\text{К}$. Безразмерный расчётный шаг по времени $\Delta\bar{\tau}$ составлял 0,0001, по пространственной координате для теплообменников соответственно составлял $\Delta\bar{x}^{(1)}=0,05$, $\Delta\bar{x}^{(2)}=0,1$, $\Delta\bar{x}^{(3)}=0,1$, $\Delta\bar{x}^{(4)}=0,1$. На рис. 2.8 показано изменение температур прямого азотного потока выходе из первого теплообменника (точка 2 на рис.2.7), прямого азотного потока на входе (точка 3 на рис.2.7) и на выходе (точка 4 на рис.2.7) четвёртого теплообменника и на входе (точка 5 на рис.2.7) обратного азотного потока в третий теплообменник. Расчёты проводились аппроксимационным методом с использованием квадратной параболы для пространственного профиля температур азотных потоков и конечно-разностным методом.

Из графических зависимостей видно, что аппроксимационное решение

имеет немногим меньшую точность по сравнению с численным методом, но требует почти в пять раз меньшего времени расчёта на компьютере. При расчётах коэффициенты теплоотдачи рассчитывались по критериальным зависимостям для прямого и обратного потоков. Так же использовалась коррекция с экспериментальными данными интегральных коэффициентов теплопередачи в теплообменных аппаратах установки обратной конденсации с помощью вычисленного коэффициента ψ_α . Значения изоэнтропных к.п.д. турбодетандеров определялись по полученным ранее интерполяционным зависимостям от значений температур и давлений на входе и выходе из детандера. По найденным значениям к.п.д. коэффициентов определялись коэффициенты понижения температуры в детандерах γ_1 и γ_2 . Следует заметить, что при использовании обоих расчётных методов осуществлялась двукратная коррекция безразмерных коэффициентов в уравнения, зависящих от температуры, на каждом расчётном шаге по времени.

На этом же рис. 2.8 показано решение, полученное методом сосредоточения параметров по пространственной координате.

Для описания нестационарного режима работы первого теплообменника установки обратной конденсации использовалась система дифференциальных уравнений (1.14) без учёта аккумуляционного члена в уравнениях потоков хладагентов для противоточного движения (1.14). Для остальных теплообменных аппаратов применялась система дифференциальных уравнений (1.27) также без учёта аккумуляционного члена в уравнении для потока хладагента.

В результате, при использовании сосредоточения с определяющей температурой на "тёплом" конце первого противоточного теплообменника и на выходе из теплообменника для остальных теплообменных аппаратов, получается следующая система линейных алгебраических уравнений для азотных потоков и линейных дифференциальных уравнений первого порядка для теплопередающих стенок теплообменников:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 - T_1 = N_5(T_{cm1} - T_2) \\ \frac{dT_{cm1}}{d\bar{\tau}} = \beta_5(T_1 - T_{cm1}) + \beta_1(T_8 - T_{cm1}) \\ T_8 - T_7 = N_1(T_{cm1} - T_8) \\ \frac{dT_{cm2}}{d\bar{\tau}} = \beta_2(T_7 - T_{cm2}) \\ T_7 - T_6 = N_2(T_{cm2} - T_7) \\ \frac{dT_{cm3}}{d\bar{\tau}} = \beta_3(T_6 - T_{cm3}) \\ T_6 - T_5 = N_3(T_{cm3} - T_6) \\ \frac{dT_{cm4}}{d\bar{\tau}} = \beta_4(T_4 - T_{cm4}) \\ T_4 - T_3 = N_4(T_{cm4} - T_4) \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Обозначения температур азотных потоков в расчётных точках системы уравнений (2.14) соответствует рис. 2.17, номера температур теплопередающих стенок - номерам теплообменных аппаратов установки обратной конденсации. Система уравнений (2.14) дополняется условиями понижения температуры в турбодетандерах, аналогично (2.13)

$$T_3 = \gamma_1 T_2,$$

$$T_4 = \gamma_2 T_3.$$

Решение системы уравнений (2.14) искалось при постоянных значениях коэффициентов: $N_1=31,32$, $N_2=7,982$, $N_3=2,045$, $N_4=12,903$, $N_5=68,67$, $\beta_1=474$,

$\beta_2=1225$, $\beta_3=12400$, $\beta_4=1065$, $\beta_5=1127$, $\gamma_1 =0,6894$, $\gamma_2 =0,6876$. Величины коэффициентов NTU , большие единицы, определили выбор типа сосредоточения по пространственной координате. Получившийся результат, также представленный на рис. 2.8 достаточно хорошо совпадает с результатами расчётов конечно-разностным и аппроксимационным способами, определённое расхождение результатов наблюдается только в начале процесса охлаждения. Это связано с резким изменением температур азотных потоков по координате в теплообменных аппаратах в начале охлаждения.

На рисунках 2.9, 2.10 и 2.11 показаны расчётные изохроны температур прямого и обратного азотных потоков, а также теплопередающей стенки для первого теплообменника установки обратной конденсации в рассматриваемом процессе охлаждения, полученные с помощью конечно-разностного и аппроксимационным методов при использовании полиномов второй и третьей степени. При расчётах принимались следующие постоянные значения коэффициентов для системы уравнений (1.14), описывающей нестационарные режимы работы двухпоточного противоточного теплообменного аппарата с пренебрежением аккумуляционных членов в уравнения теплового баланса для прямого и обратного азотных потоков:

$$N_1(0)=76,6; N_1(1/3)=74,4; N_1(0,5)=73,9; N_1(2/3)=71,9; N_1(1)=67,8; N_2(0)=36,9; \\ N_2(1/3)=36,9; N_2(0,5)=37,2; N_2(1)=38,3; N_0=0; \beta_1(0)=0,648; \\ \beta_1(1/3)=0,824; \beta_1(0,5)=0,648; \beta_1(2/3)=1,01; \beta_1(1)=1,385; \beta_2(0)=0,266; \beta_2(1/3)=0,335; \\ \beta_2(0,5)=0,347; \beta_2(2/3)=0,403; \beta_2(1)=0,578.$$

Из этих рисунков видно некоторое повышение точности при использовании полинома третьего порядка по сравнению со вторым и с результатами конечно-разностного решения при использовании 100 точек

Установка обратной конденсации при вышеприведённых расчётах рассматривалась как единая система теплообменных аппаратов и условий сопряжения между ними, несмотря на громоздкость общей системы уравнений. Если по отдельности рассчитывать каждый теплообменный аппарат низкотемпературной установки и затем согласовывать получившиеся значения температур потоков хладагентов в местах их соединения, то процесс согласования не всегда может привести к сходимости. Это является следствием того, что величина рассогласования температур потоков хладагентов в местах соединения теплообменных аппаратов может накапливаться при расчётном переходе от одного теплообменника к другому. Величина этого рассогласования температур потоков хладагентов зачастую может превосходить полный перепад температур по потоку хладагента в теплообменном аппарате. Это расчётное явление достаточно проявилось при расчёте установки обратной конденсации, когда задавалась разность температур прямого и обратного азотных потоков на "тёплом" конце первого теплообменника, а затем просчитывалось температурное распределение азотных потоков по координате для первого теплообменника, затем второго и до последнего теплообменного аппарата. Полученное при таком расчёте значение температуры прямого азотного потока на выходе из третьего теплообменника установки обратной конденсации сравнивалось с температурой расширившегося азотного потока во втором турбодетандере. По величине рассогласования этих температур корректировалась величина разности температур прямого и обратного азотных потоков на "тёплом" конце первого теплообменника и весь расчёт проводился заново. Однако к сходимости этот итерационный процесс не приходил, вследствие

неравномерного распределения погрешности по теплообменным аппаратам установки обратной конденсации. Приведённые рассуждения относятся к расчёту как нестационарных, так стационарных режимов работы установки обратной конденсации.

С точки зрения переходных нестационарных процессов низкотемпературных установок стационарные режимы работы являются их начальными и конечными стадиями. При расчёте стационарных режимов работы установки обратной конденсации для теплообменных аппаратов использовались системы уравнений типа (1.85). Они сводятся к общей системе линейных алгебраических уравнений относительно энтальпий прямого и обратного азотного потоков в точках разбиения по пространственной координате для трёх опорных точек $\bar{x}_1=0$, $\bar{x}_2=0,5$, $\bar{x}_3=1$. После соответствующих преобразований получается система 16-линейных алгебраических уравнений относительно энтальпий в опорных точках с матрицей общего вида, несмотря на преобладание в ней нулевых элементов. Для сравнения были проведены расчёты для определения стационарного режима работы установки обратной конденсации при помощи конечно-разностной схемы, для отдельного теплообменника, имеющей вид:

$$\begin{cases} \frac{h_{1,i} - h_{1,i-1}}{\Delta \bar{x}} = \frac{1}{6} [(2a_{i-1}^1 + a_i^1)h_{2,i-1} + (a_{i-1}^1 + 2a_i^1)h_{2,i} - (2b_{i-1}^1 + b_i^1)h_{1,i-1} - (b_{i-1}^1 + 2b_i^1)h_{1,i}] \\ \pm \frac{h_{2,i} - h_{2,i-1}}{\Delta \bar{x}} = \frac{1}{6} [(2c_{i-1}^1 + c_i^1)h_{2,i-1} + (c_{i-1}^1 + 2c_i^1)h_{2,i} - (2d_{i-1}^1 + d_i^1)h_{1,i-1} - (d_{i-1}^1 + 2d_i^1)h_{1,i} - 3(e_{i-1}^1 + e_i^1)], \end{cases}$$

где $a_i^1 = K_i L \kappa_{2,i} / G_1$, $b_i^1 = K_i L \kappa_{1,i} / G_1$, $c_i^1 = (K_i + \alpha_{o.c.} \Pi_2) L \kappa_{2,i} / G_2$, $d_i^1 = K_i L \kappa_{1,i} / G_2$,
 $e_i^1 = \alpha_{o.c.} \Pi_2 L T_{o.c.} / G_2$.

Были проведёны вычисления с помощью аппроксимационного метода

при использовании трёх опорных точек и с помощью конечно-разностных схем при различных числах разбиения по координате. Эти вычисления показали, что точность по обоим расчётным методам примерно одинакова при числе 7-8 разбиений по пространственной координате для конечно-разностной схемы, так же, как и в случае расчёта нестационарных процессов работы установки обратной конденсации. На рис. 2.13 показаны расчётные профили температур прямого и обратного азотных потоков по длине теплообменников установки обратной конденсации и экспериментальные данные для следующих значений параметров: $G_I=7\text{кг/с}$, $p_I=3\text{МПа}$, $\zeta=0,82$, $\chi=0,12$, $T_I=343\text{К}$, $T_{I3}=123\text{К}$, $p_{oI}=2,9\text{МПа}$, $p_{o2}=0,6\text{МПа}$, $p_{I3}=0,125\text{МПа}$, $\eta_I=0,7$, $\eta_2=0,82$ и концевыми теплопритоками $q_{к2-2}=3,3\text{кДж/кг}$, $q_{к2-2''}=453\text{кДж/кг}$, $q_{к3-3}=3,3\text{кДж/кг}$, $q_{к4-4'}=3,5\text{кДж/кг}$, $q_{к10-10'}=3,5\text{кДж/кг}$, $q_{к11-11'}=3,5\text{кДж/кг}$.

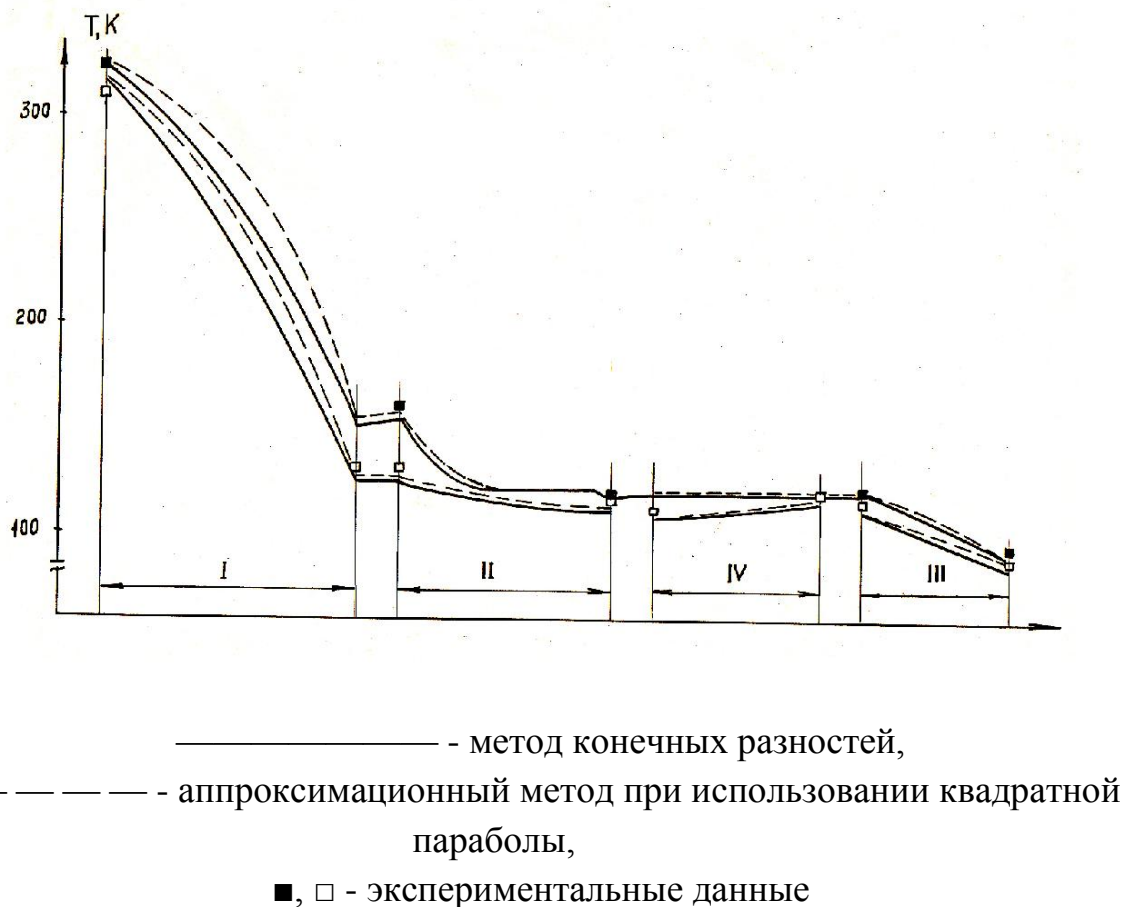


Рис. 2.13. Расчётные профили температур прямого и обратного азотных

При расчётах конечно-разностным методом использовалось следующее число разбиений по координате для четырёх теплообменников соответственно: 20, 10, 10, 10.

Проведённые расчёты существенно нестационарного процесса (охлаждение) и стационарного режима работы установки обратной конденсации показали, что предложенный аппроксимационный метод расчёта достаточно точно описывает работу установки. Расхождение с экспериментальными данными укладывается в пределы погрешности измерений и вычислений. По сравнению с конечно-разностным методом, аппроксимационный расчётный метод более экономичный по времени расчёта в 2-2,5 раза на компьютере при той же точности расчёта.

2.7 Модель с косвенным учетом теплообмена

Для моделирования работы установки обратной конденсации при полном перепуске обратного потока азота вне детандерного теплообменника энтальпии точек азотного потока в детандерной ветви определяются из условия, что на выходе из второго турбодетандера (точка 12) имеется насыщенный пар азота при соответствующем давлении обратного азотного потока. По изоэнтропному к.п.д. и давлению на входе второго турбодетандера на $T-S$ диаграмме определяется энтальпия и температура азотного потока на входе во второй детандер - точка 11' (рис. 2.7). С учетом теплопритоков определяется энтальпия точки 10' и по изоэнтропному к.п.д. и давлению на входе первого турбодетандера - энтальпия точки 2'' и затем h_2, h_2' . В случае если значение h_{10} меньше энтальпии насыщенного пара азота при давлении p_{02} , то h_{10}' принимается равной этому значению и по изоэнтропному к.п.д. второго

детандера определяется значение h_{12} ; соответственно находится величина $h_{2'}$. Также необходимо задать значение энтальпии азотного потока на выходе из нижнего теплообменника. Эта величина на данном этапе задается из условия образования насыщенной жидкости после дросселя Р-801 (рис. 2.14).

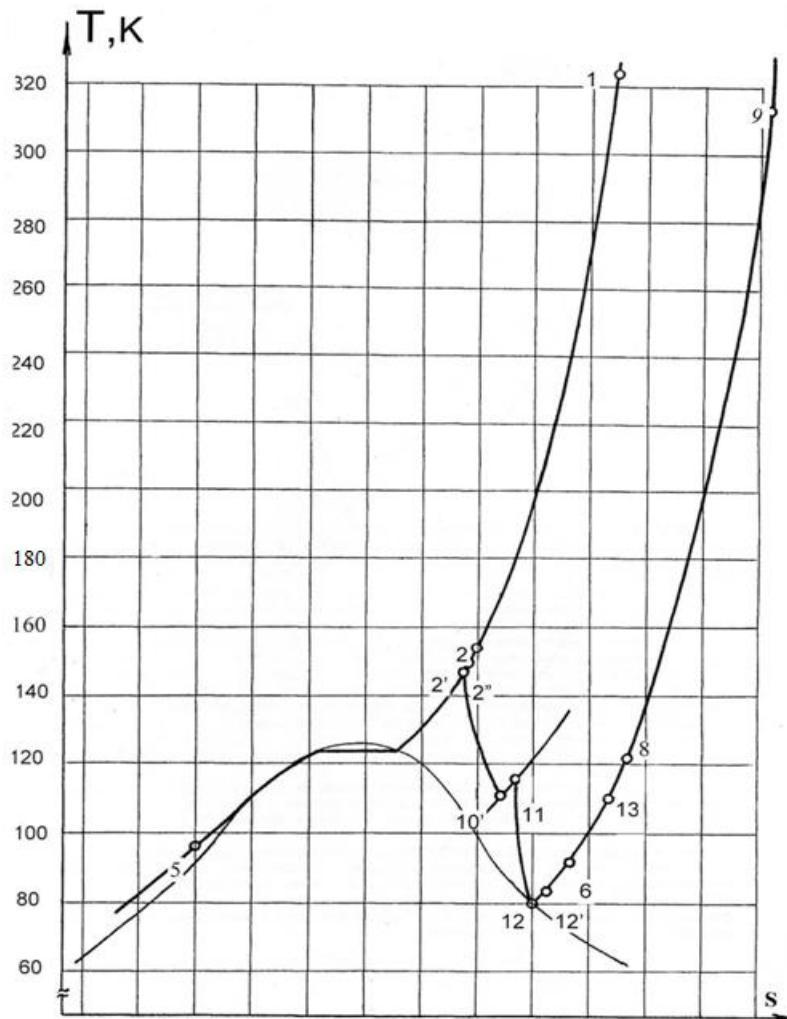


Рис. 2.14. T-S диаграмма процессов в УОК при полном перепуске обратного потока вне детандерного теплообменника

Система уравнений энергетического баланса всей установки, нижнего теплообменника и условия смешения азотных потоков в точке 6 имеет следующий вид:

$$\begin{cases} h_1 + q_\Sigma + \chi h_{13} = \xi(h_2 - h_{12'}) + (1 - \xi)h_5 + (\chi + \xi)h_5 \\ (1 - \xi)h_2 + q_n + \chi h_{13} = (\chi + \xi)h_8 + (1 - \xi)h_5 \\ \chi h_{13} + \xi h_{12'} = (\chi + \xi)h_6 \end{cases} \quad (2.15)$$

Учитывая связь энтальпий прямого и обратного потоков азота (2.1) на концах теплообменников

$$h_9 = h_1 + \Delta h_{T1} - C_{p9} \Delta T_1$$

$$h_8 = h_2 + \Delta h_{T2} - C_{p8} \Delta T_2$$

$$h_6 = h_5 + \Delta h_{T5} - C_{p6} \Delta T_5$$

из системы (2.15) выражаются разности температур на концах теплообменников:

$$\begin{cases} \Delta T_1 = \frac{(1-\xi)h_5 + \xi(h_2 - h_{12'}) + (\chi + \xi)(h_1 + \Delta h_{T1}) - h_1 - \chi h_{13} + q_\Sigma}{C_{p9}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_2 = \frac{(\chi + \xi)(h_2 + \Delta h_{T2}) - (1-\xi)(h_2 - h_5) - \xi h_{12'} - \chi h_{13} - q_n}{C_{p8}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_5 = \frac{(\chi + \xi)(h_5 + \Delta h_{T5}) - \xi h_{12'} - \chi h_{13}}{C_{p6}(\chi + \xi)} \end{cases}, \quad (2.16)$$

где: $\xi = G_2/G_1$ - относительное количество детандерного потока азота; $\chi = G_{13}/G_1$ - относительное количество холодного азотного газа от объекта охлаждения, подаваемого в обратный азотный поток ожижителя (точка 13 на рис. 2.15); q_Σ - суммарный удельный теплоприток ко всей установке; q_n - суммарный удельный теплоприток к среднему и нижнему теплообменникам.

Величины разностей температур ΔT_1 , ΔT_2 , ΔT_5 между прямым и обратными потоками азота должны быть положительны (2.2) и быть более минимальных величин $\Delta T_{min,j}$, при которых возможен теплообмен в конкретном теплообменнике, т.е.

$$\begin{cases} \frac{(1-\xi)h_5 + \xi(h_2 - h_{12'}) + (\chi + \xi)(h_1 + \Delta h_{T1}) - h_1 - \chi h_{13} + q_\Sigma}{C_{p9}(\chi + \xi)} \geq \Delta T_{min,1} \\ \frac{(\chi + \xi)(h_2 + \Delta h_{T2}) - (1-\xi)(h_2 - h_5) - \xi h_{12'} - \chi h_{13} - q_n}{C_{p8}(\chi + \xi)} \geq \Delta T_{min,2} \\ \frac{(\chi + \xi)(h_5 + \Delta h_{T5}) - \xi h_{12'} - \chi h_{13}}{C_{p6}(\chi + \xi)} \geq \Delta T_{min,5} \end{cases} \quad (2.17).$$

После преобразований системы неравенств (2.17) получаются три

линейных неравенства относительно ξ и χ

$$\begin{cases} (h_5 + q_\Sigma - h_1) + (h_2 - h_{12'} + h_1 + \Delta h_{T1} - C_{p9} \Delta T_{\min,1}) \xi + (h_1 + \Delta h_{T1} - h_{13} - C_{p9} \Delta T_{\min,1}) \chi \geq 0 \\ (h_5 - h_2 - q_H) + (2h_2 + \Delta h_{T2} - h_5 - h_{12'} - C_{p8} \Delta T_{\min,2}) \xi + (h_2 + \Delta h_{T2} - h_{13} - C_{p8} \Delta T_{\min,2}) \chi \geq 0 \\ (h_5 + \Delta h_{T5} - h_{12'} - C_{p6} \Delta T_{\min,5}) \xi + (h_5 + \Delta h_{T5} - h_{13} - C_{p6} \Delta T_{\min,5}) \chi \geq 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Кроме системы неравенств (2.18) имеются ограничения на физический смысл величин относительного количества азотного потока:

$$0 < \xi < 1 \quad \text{и} \quad \chi \geq 0. \quad (2.19)$$

Поиск экстремума линейной целевой функции – относительного количества жидкости на выходе из ожижителя, т.е.

$$F_u = \min(\xi), \quad (2.20)$$

осуществляется симплекс-методом [184] вследствие линейности системы (2.6) и неравенств (2.19) относительно ξ и χ . Искомая точка (ξ_{onm}, χ_{onm}) лежит в одной из вершин выпуклого многоугольника плана задачи (рис. 2.15), внутри которого выполняются условия, определяемые системой неравенств (2.18) и неравенствами (2.19). Целевая функция (2.20) так же линейна относительно ξ . В данном случае искомой точкой является нижняя вершина многоугольника ограничений - точка a на рис. 2.15. В случае, если расход азотного потока из термовакуумной камеры меньше оптимальной величины, т.е. $\chi_1 < \chi_{onm}$, то по данной величине χ_1 находится точка a_1 на ближайшей стороне многоугольника плана задачи (рис. 2.15) и, соответственно, величина ξ_1 , рациональная для данного случая.

Величины разностей температур $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_5$ между прямым и обратными потоками азота определяются подстановкой в систему уравнений (2.18) найденных значений ξ и χ .

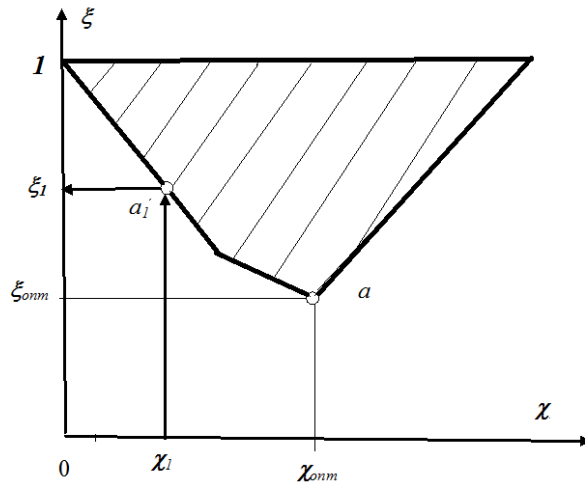
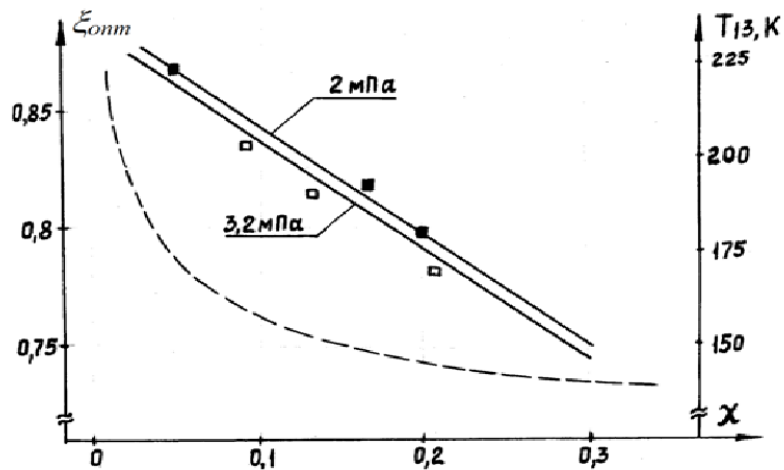


Рис. 2.15. Геометрическая интерпретация нахождения решения симплекс - методом

Результаты расчетов при давлении $0,5 \text{ МПа}$ после дросселя $P-801$ представлены на рис. 2.16, из которого видно, что зависимость оптимального значения ξ от χ носит почти линейный характер и изменяется с ростом давления входного потока в установку обратной конденсации.



— - ξ_{opt} от χ , - - - - χ_{opt} от T_{13} ; \square , \blacksquare - экспериментальные точки

Рис. 2.16. Зависимость величин, полученных симплекс-методом при различных значениях давления прямого потока без включения детандерного теплообменника

Также на рис.2.16 нанесены экспериментальные точки, полученные при оптимальной работе УОК в режиме отключения детандерного теплообменника и расчетная зависимость оптимального значения χ от температуры холодных паров T_{13} , которая слабо зависит от давления входного потока. При расчетах принимались следующие минимальные разности температур на концах теплообменников: $\Delta T_{min,1} = 5\text{К}$, $\Delta T_{min,2} = 1\text{К}$, $\Delta T_{min,5} = 0,5\text{К}$ и величины удельных теплопритоков $q_{\Sigma} = 8 \text{ кДж/кг}$, $q_n = 3 \text{ кДж/кг}$.

Для аналогичного моделирования режима работы установки обратной конденсации с включённым детандерным теплообменником необходимо предварительно задавать величину разности энтальпий по обратному потоку в детандерном теплообменнике Δh_{11-10} , значения которой необходимо корректировать в процессе вычислений. Задаваясь величиной энтальпии обратного потока на выходе из второго турбодетандера h_{12} , по известным изоэнтропным к.п.д. детандеров и величине перепада энтальпий Δh_{11-10} определяются энтальпии детандерной ветви h_{11} , h_{10} , h_2 . Из уравнений энергетического баланса всей установки, теплообменников и условия смешения потоков в точке б, выражаются разности температур между прямым и обратным потоками азота на концах теплообменников:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T_1 = T_1 - T_9 = \frac{(1-\xi)h_5 + \xi(h_2 - h_{12}) + (\chi + \xi)(h_1 + \Delta h_{T1}) - h_1 - \chi h_{13} + q_{\Sigma}}{C_{p9}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_2 = T_4 - T_8 = \frac{(\chi + \xi)(h_2 + \Delta h_{T2}) - (1-\xi)(h_2 - h_5) - \xi h_{12} - \chi h_{13} - q + \omega(h_{11} - h_{10})}{C_{p8}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_3 - \Delta T_4 = (T_3 - T_7) - (T_4 - T_7) = \frac{(1-\xi)(\Delta h_{T3} - \Delta h_{T4} - q_{c4}) + \omega(h_{11} - h_{10})}{C_{p7}(1-\xi)} \\ \Delta T_4 = T_4 - T_7 = \frac{(\chi + \xi)(h_4 + \Delta h_{T4}) - (1-\xi)(h_4 - h_5 + q_{c4}) - \xi h_{12} - \chi h_{13}}{C_{p7}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_5 = T_5 - T_6 = \frac{(\chi + \xi)(h_5 + \Delta h_{T5}) - \xi h_{12} - \chi h_{13}}{C_{p6}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_{10} = T_3 - T_{10} = \frac{(1-\xi)(h_4 - h_{10} + \Delta h_{T10} - q_{c3}) + \omega(h_{11} - h_{10})}{C_{p10}(\chi + \xi)} \\ \Delta T_{10} - \Delta T_{11} = (T_3 - T_{10}) - (T_4 - T_{11}) = \\ = \frac{(1-\xi)[C_{p11}(h_4 - h_{10} + \Delta h_{T10} - q_{c3}) / C_{p10} - h_4 + h_{11} - \Delta h_{T11}] + \omega(h_{11} - h_{10})}{C_{p11}(1-\xi)} \end{array} \right. , \quad (2.21)$$

где q_{c3}, q_{c4} - теплопритоки к нижнему и детандерному теплообменникам;
 $\omega = G_{10} / G_1$ - относительное количество обратного потока в детандерном теплообменнике:

$$0 \leq \omega \leq 1 \quad (2.22)$$

Аналогично величины всех разностей температур должны быть положительны и быть более минимальных величин $\Delta T_{min,j}$, при которых возможен теплообмен. Величина энтальпии h_4 выбирается из условия $h_4 \geq h_{11} - \Delta h_{T11} + C_{p11} \Delta T_{min11}$, а h_5 - в интервале $(h'_{0,1}; h''_{0,1})$, чтобы по этому значению в дальнейшем искать экстремум целевой функции, где $h''_{0,1}$ и $h'_{0,1}$ - энтальпии равновесных газа и жидкости при давлении $0,1$ МПа. В результате после преобразования (2.4) получается система семи линейных неравенств относительно ξ, χ, ω , которая с учетом ограничений (2.19) и (2.22) также решается с помощью симплекс-метода. Проведённые расчёты показали, что в широком диапазоне изменений $\Delta h_{11-10}, h_4, \omega$ при определённых значениях входного давления и температуры T_5 план задачи оказывался пуст, и решения имелись только для узкого диапазона искомых переменных при $\omega = 1$.

2.8 Модель с сосредоточенными параметрами

На данном этапе применяется модель с сосредоточенными параметрами, в которой используются интегральные коэффициенты теплопередачи в теплообменниках. Уравнения энергетического баланса теплообменников и условие смешения детандерного потока и подаваемых холодных паров для укороченной расчётной схемы без включения детандерного теплообменника (рис. 2.6) примут вид:

$$\begin{cases} h_1 - h_2 + q_{c1} = 0,5K_1(\Delta T_1 + \Delta T_2)/G \\ (\chi + \xi)(h_1 - h_2 + \Delta h_{T1} - \Delta h_{T2} - C_{p9}\Delta T_1 + C_{p8}\Delta T_2) = 0,5K_1(\Delta T_1 + \Delta T_2)/G \\ (1 - \xi)(h_2 - h_5 + q_u) = 0,5K_u(\Delta T_2 + \Delta T_5)/G \\ (\chi + \xi)(h_2 - h_5 + \Delta h_{T2} - \Delta h_{T5} - C_{p8}\Delta T_2 + C_{p6}\Delta T_5) = 0,5K_u(\Delta T_2 + \Delta T_5)/G \\ (\chi + \xi)(h_5 + \Delta h_{T5} - C_{p6}\Delta T_5) = \xi h_{10} + \chi h_{13} \end{cases}, \quad (2.23)$$

где K_l и K_n интегральные коэффициенты теплопередачи для верхнего и нижнего теплообменников.

Преобразуя систему (2.23) относительно пяти неизвестных ξ , χ , ΔT_1 , ΔT_2 , ΔT_5 , получается следующая система нелинейных уравнений, матричная форма записи которой относительно вектора-столбца неизвестных Y имеет следующий вид

$$B \bullet Y + B_0 = 0 \quad (2.24)$$

где матрицы B , Y , B_0 имеют следующий вид:

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} & B_{15} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} & B_{25} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} & B_{35} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} & B_{45} \\ B_{51} & B_{52} & B_{53} & B_{54} & B_{55} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \xi \\ \chi \\ \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \Delta T_3 \end{pmatrix}, \quad B_0 = \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ B_{30} \\ B_{40} \\ B_{50} \end{pmatrix},$$

где $B_{11} = 0$; $B_{12} = 0$; $B_{13} = 0,5K_l/G$; $B_{14} = 0,5K_l/G$; $B_{15} = 0$;

$$B_{21} = h_1 - h_2 + \Delta h_{T1} - \Delta h_{T2} - C_{p9}\Delta T_1 + C_{p8}\Delta T_2;$$

$$B_{22} = h_1 - h_2 + \Delta h_{T1} - \Delta h_{T2} - C_{p9}\Delta T_1 + C_{p8}\Delta T_2;$$

$$B_{23} = -0,5K_l/G; B_{24} = -0,5K_l/G; B_{25} = 0;$$

$$B_{31} = h_5 - h_2 - q_n; B_{32} = 0; B_{33} = 0; B_{34} = -0,5K_n/G; B_{35} = -0,5K_n/G;$$

$$B_{41} = h_2 - h_5 + \Delta h_{T2} - \Delta h_{T5} - C_{p8}\Delta T_2 + C_{p6}\Delta T_5;$$

$$B_{42} = h_2 - h_5 + \Delta h_{T2} - \Delta h_{T5} - C_{p8}\Delta T_2 + C_{p6}\Delta T_5;$$

$$B_{43} = 0; B_{44} = -0,5K_n/G; B_{45} = -0,5K_n/G;$$

$$B_{51} = h_5 + \Delta h_{T5} - C_{p6}\Delta T_5 - h_{10}; B_{52} = h_5 + \Delta h_{T5} - C_{p6}\Delta T_5 - h_{13};$$

$$B_{53} = 0; B_{54} = 0; B_{55} = 0;$$

$$B_{10} = h_2 - h_1 - q_{c1}; B_{20} = 0; B_{30} = h_2 - h_5 + q_n; B_{40} = 0; B_{50} = 0$$

При решении матричного уравнения (2.24) целесообразно применять метод касательных Ньютона [129], при использовании которого решение Y_{i+1} на текущем шаге вычислений ищется в форме следующей рекуррентной

зависимости от решения на предыдущем шаге Y_i :

$$Y_{i+1} = Y_i - [F'(Y_i)]^{-1} \bullet F(Y_i).$$

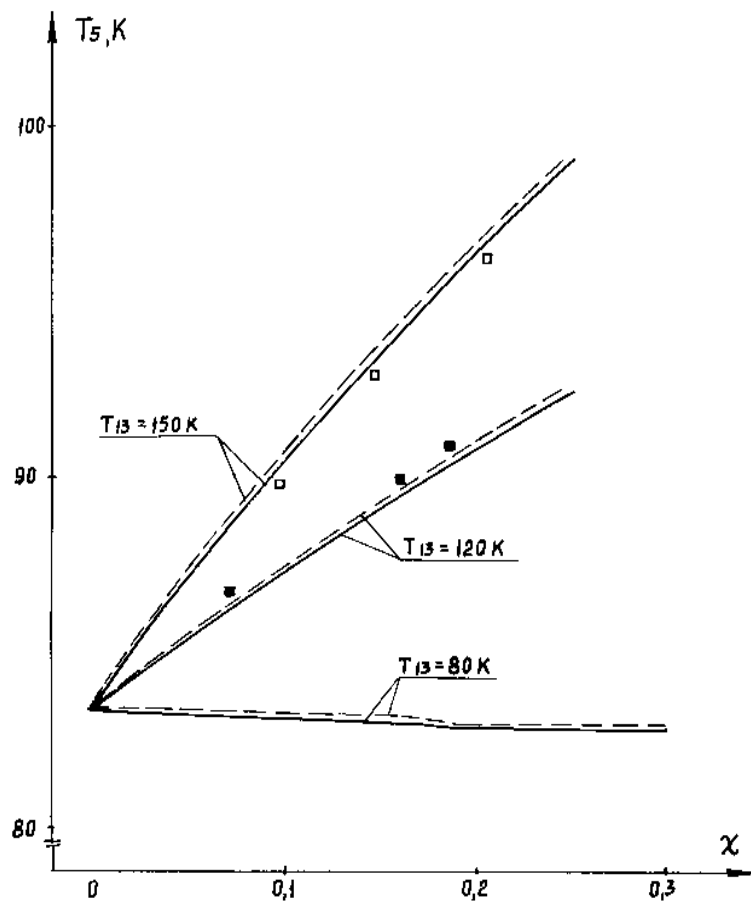
В данном случае $F(Y_i) = B \bullet Y_i + B_0$, $[F'(Y_i)]^{-1}$ - обратная матрица для матрицы $F'(Y_i)$, составленной из частных производных по искомым переменным системы (2.24). Данная матрица является линейной относительно данных переменных, и, следовательно, непрерывной на рассматриваемом интервале, что позволяет с большой надёжностью использовать данный метод решения. Сходимость метода Ньютона в значительной степени зависит от начальных значений искомым переменных, в качестве которых используются результаты, полученные симплекс-методом.

На следующем расчётном этапе определяется оптимальное значение энтальпии h_5 , величина которой при использовании предыдущих моделей принималась постоянной. Величина энтальпии h_5 определяется из условия максимума целевой функции F_y , в качестве которой используется выражение для относительного количества жидкости после дросселя Р-801 при давлении подачи жидкого азота в каналы охлаждения термовакуумной камеры, близком к 0,1 МПа:

$$F_y = (1 - \xi) \frac{h''_{0,1} - h_5}{h''_{0,1} - h'_{0,1}}. \quad (2.25)$$

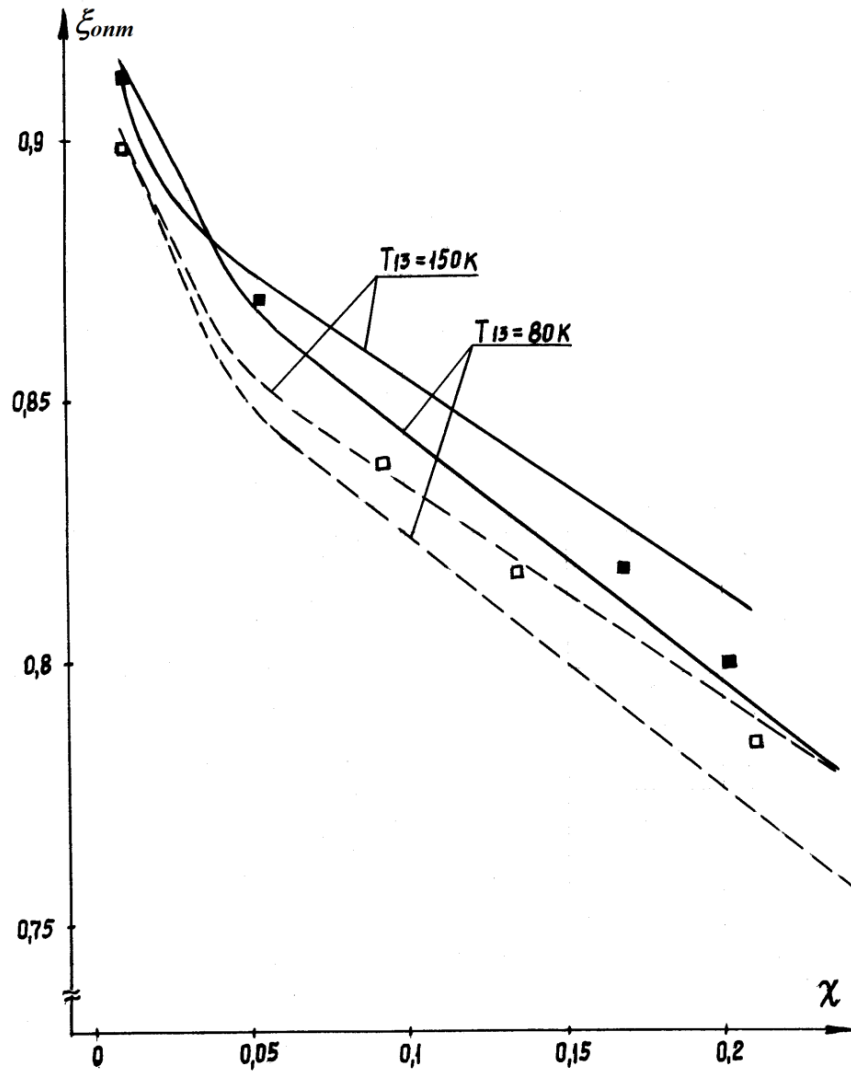
Непосредственное решение системы (2. 42) с выполнением условия экстремума выражения (2.25) получить не удастся из-за невыполнения условий на детандеры или на разности температур (2.2), поэтому целесообразно использовать следующий комбинированный итерационный метод. Задаваясь значением энтальпии прямого потока азота h_5 из интервала $(h'_{0,1} ; h''_{0,15})$, решается система (2.24) и на основании полученных результатов проводится одномерный поиск экстремума целевой функции (2.25) по величине h_5 и найденной по ней ξ .

Результаты проведенных расчетов в виде оптимальных зависимостей T_5 от χ , ξ от χ и F_u от χ при различных давлениях входного потока и температурах холодного газа T_{13} приведены на рис. 2.17, 2.18 и 2.19. Здесь же нанесены экспериментальные точки, соответствующие просчитываемым режимам. Видно достаточно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений, их расхождение не более 6% и укладывается в величину погрешности вычислений и измерений.



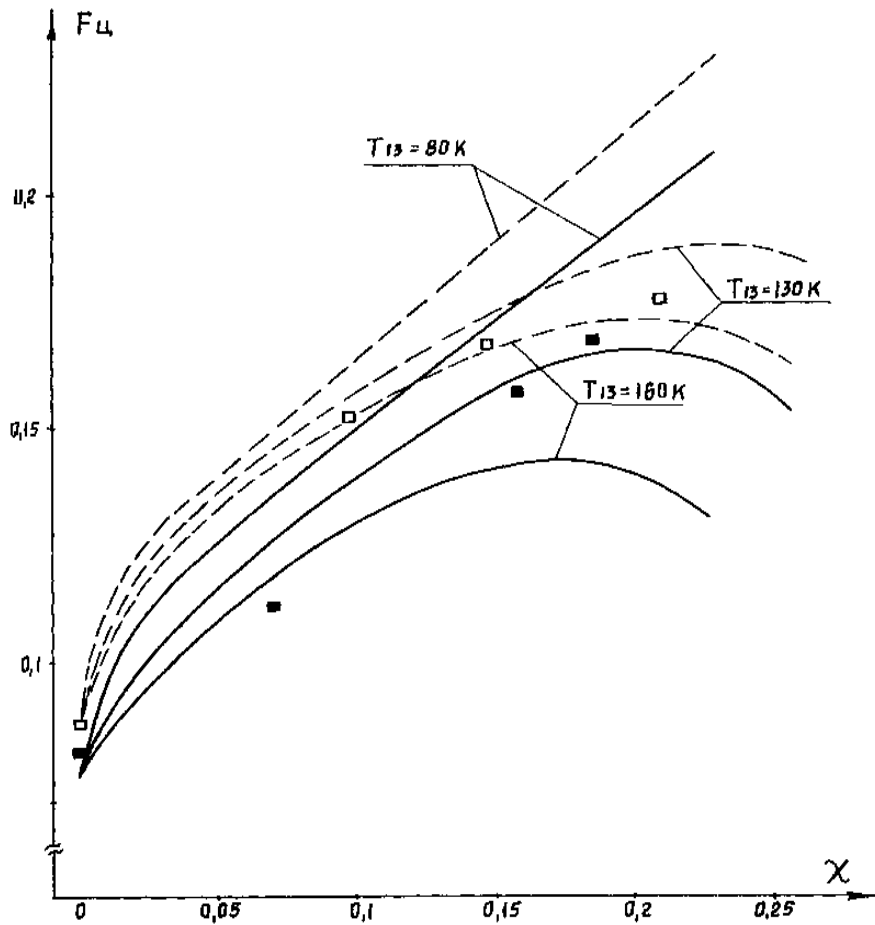
(— - - - - 2 МПа, - - - - - 3,2 МПа) различные значения давления прямого потока при температурах холодного газа;
 ■ - 1,8...2,3 МПа, □ - 2,6...3,2 МПа - экспериментальные данные

Рис. 2.17. Зависимость температуры прямого потока на выходе из УОК T_5 от χ при оптимальном ξ



(— - 2 МПа, - - - - 3,2 МПа) - различные значения давления прямого потока при температурах холодного газа;
 ■ - 1,8...2,3 МПа, □ - 2,6...3,2 МПа - экспериментальные данные

Рис. 2.18. Расчётные зависимости ξ_{onm} от χ



(— - 2 МПа, - - - - 3,2 МПа) - различные значения давления прямого потока при температурах холодного газа; ■ - 1,8...2,3 МПа, □ - 2,6...3,2 МПа - экспериментальные данные

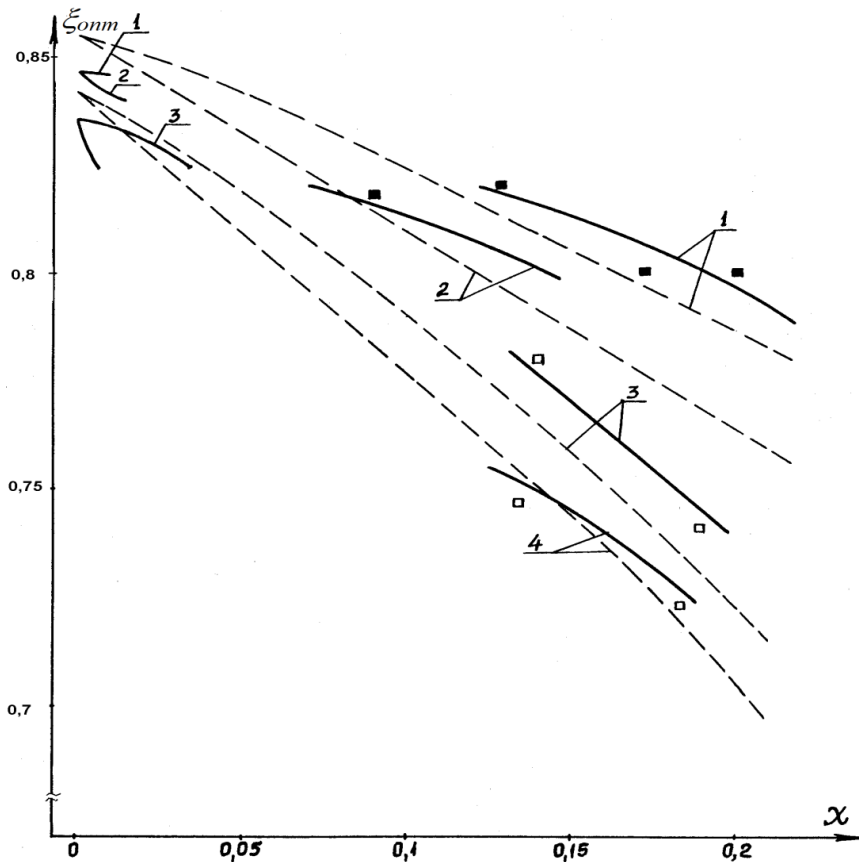
Рис. 2.19. Зависимость целевой функции $F_{ц}$ от χ при оптимальном ξ

Хотя расчетные данные, полученные симплекс-методом, немногим хуже совпадают с экспериментальными, чем результаты комбинированного метода, последний позволяет проследить влияние большего числа параметров на искомые зависимости, что нельзя учесть при использовании симплекс-метода.

Система уравнений энергетического баланса и связей для схемы с включённым детандерным теплообменником имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l}
h_1 - h_2 = 0,5K_1(\Delta T_1 + \Delta T_2) / G \\
(\chi + \xi)(h_1 - h_2 + \Delta h_{T1} - \Delta h_{T2} - C_{p9}\Delta T_1 + C_{p8}\Delta T_2) = 0,5K_1(\Delta T_1 + \Delta T_2) / G + q_{c1} \\
(1 - \xi)(h_2 - h_3) = 0,5K_2(\Delta T_2 + \Delta T_3) / G \\
(\chi + \xi)(h_2 - h_3 + \Delta h_{T2} - \Delta h_{T3} - C_{p8}\Delta T_2 + C_{p7}\Delta T_3) = 0,5K_2(\Delta T_2 + \Delta T_3) / G + q_{c2} \\
(1 - \xi)(h_3 - h_4) = 0,5K_3(\Delta T_{10} + \Delta T_{11}) / G \\
\xi\omega(h_{11} - h_{10}) = 0,5K_3(\Delta T_{10} + \Delta T_{11}) / G + q_{c3} \\
(1 - \xi)(h_4 - h_5) = 0,5K_4(\Delta T_4 + \Delta T_5) / G \\
(\chi + \xi)(h_4 - h_5 + \Delta h_{T4} - \Delta h_{T5} - C_{p7}\Delta T_4 + C_{p6}\Delta T_5) = 0,5K_4(\Delta T_4 + \Delta T_5) / G + q_{c4} \\
h_2 = h_{10} + l_{o1} \\
h_3 + \Delta h_{T3} - C_{p7}\Delta T_3 = h_4 + \Delta h_{T4} - C_{p7}\Delta T_4 \\
h_{10} = h_3 + \Delta h_{T10} - C_{p10}\Delta T_{10} \\
h_{11} = h_4 + \Delta h_{T11} - C_{p11}\Delta T_{10} = h_{12} + l_{o2} \\
(\chi + \xi)(h_5 + \Delta h_{T5} - C_{p6}\Delta T_5) = \xi h_{12} + \chi h_{13}
\end{array} \right. \quad (2.26)$$

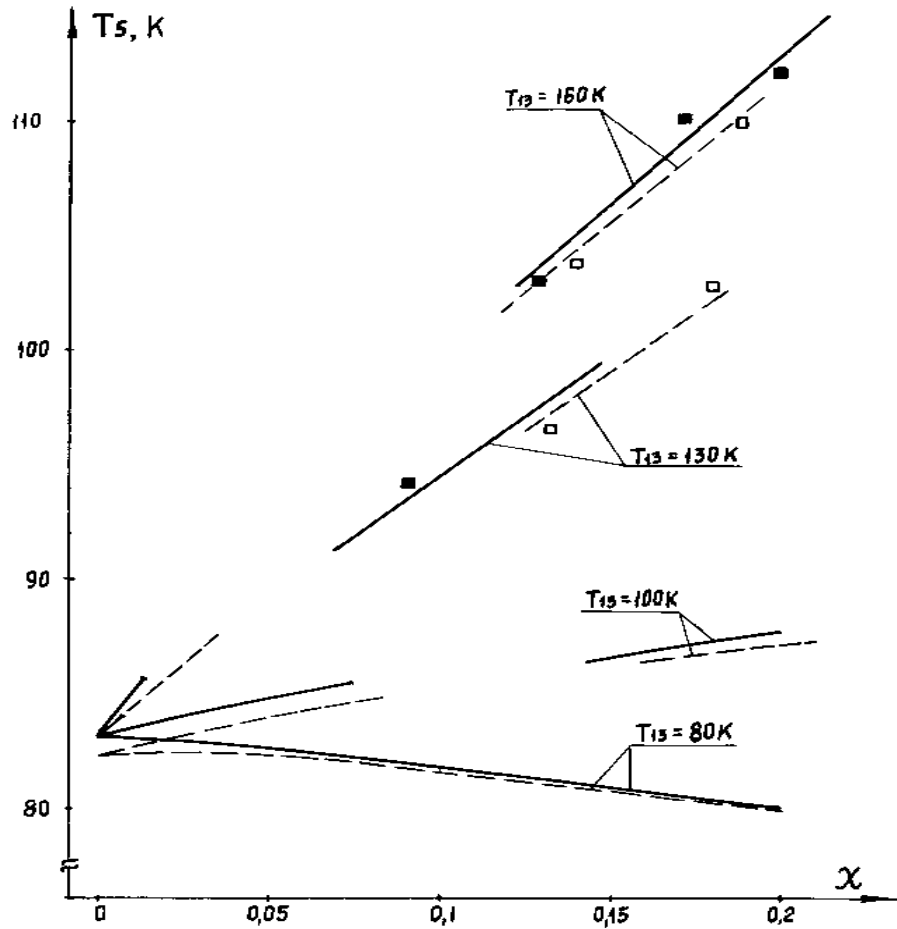
Для доопределения этой системы 14-ти нелинейных алгебраических уравнений с 18-тью неизвестными необходимо задаться энтальпией после второго теплообменника, перепадом энтальпий по обратному потоку в детандерном теплообменнике, а также значениями ω и h_5 , по которым ищется затем экстремум целевой функции. Решения системы (2.26) методом Ньютона, удовлетворяющие ограничениям на ξ , χ , ω и не отрицательности разности температур в основных точках, были получены только в узком интервале параметров входных потоков, причём все эти режимы характеризуются тем, что ω была практически равной 1, т.е. без пропуска обратного потока вне детандерного теплообменника и малым температурным перепадом в нём 1-3К. На рис. 2.20 показаны зависимости $\xi_{\text{опт}}$ от χ , полученные симплекс-методом и с учётом теплообмена методом Ньютона. На рис. 2.21 и 2.22 приведены зависимости T_5 от χ и F_u от χ при оптимальном значении ξ с учётом теплообмена, здесь же нанесены экспериментальные значения, соответствующие этим режимам.



----- симплекс метод, — с учётом теплопередачи
 при различных значениях давления прямого потока (1, 2 – 2,5 МПа; 3, 4 – 2,5 МПа) и температурах холодного газа (1, 3 – 150К; 2, 4 – 130К);
 ■ – 2,4-2,5 МПа и □ – 2,65-3 МПа - экспериментальные данные

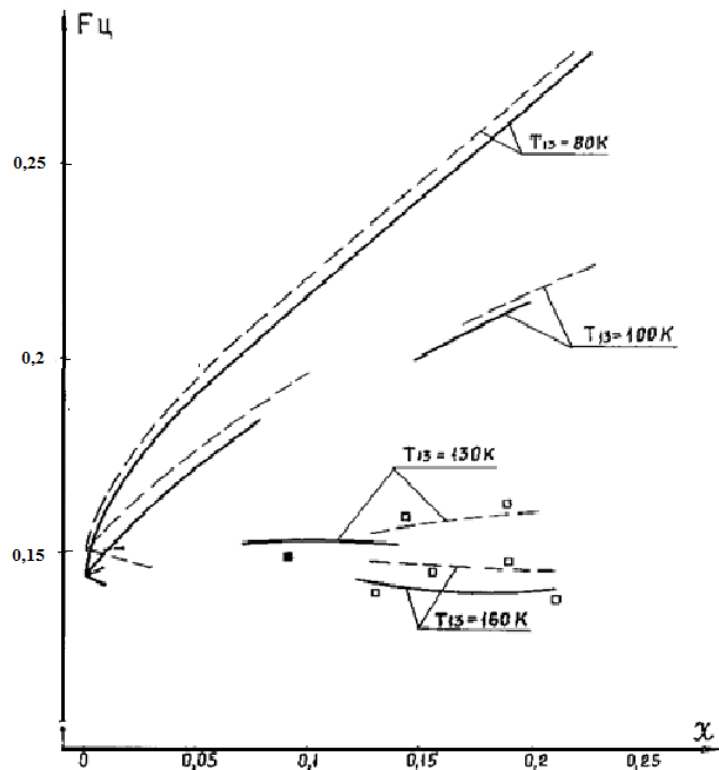
Рис. 2.20. Расчётные зависимости ξ_{om} от χ

Из рисунков видно, что учёт влияния теплопередачи существенно сужает интервалы оптимальных решений по сравнению с результатами, полученными симплекс-методом и расчётные величины достаточно хорошо совпадают с имеющимися экспериментальными данными. При расчетах принимались следующие минимальные разности температур на концах теплообменников: $\Delta T_{min,1} = 5\text{К}$, $\Delta T_{min,2} = 1\text{К}$, $\Delta T_{min,3} = 1\text{К}$, $\Delta T_{min,4} = 1\text{К}$, $\Delta T_{min,5} = 0,5\text{К}$, $\Delta T_{min,10} = 1\text{К}$, $\Delta T_{min,11} = 1\text{К}$ и величины удельных теплотротоков $q_{\Sigma} = 8 \text{ кДж/кг}$, $q_{н} = 3 \text{ кДж/кг}$, $q_{с3} = 3,3 \text{ кДж/кг}$, $q_{с4} = 3,5 \text{ кДж/кг}$.



— - 2,5 МПа , - - - - 3,0 МПа расчёт; ■ – 2,4-2,6 МПа и □ – 2,65-3 МПа - экспериментальные данные

Рис. 2.21. Расчётные зависимости T_5 от χ при оптимальном ξ с учетом теплообмена для различных значений давлений прямого потока и температурах холодного газа



— - 2,5 МПа , - - - 3,0 МПа расчёт; ■ – 2,4-2,6 МПа и □ – 2,65-3 МПа - экспериментальные данные

Рис. 2.22. Зависимость целевой функции $F_{ц}$ от χ при оптимальном значении ξ с учетом теплообмена для различных значений давлений прямого потока и температурах холодного газа

2.9 Модели с распределенными параметрами

Не учет изменения теплофизических параметров по координате может привести к искажению полученного расчетного результата и появлению пересечения расчетных профилей температур потоков внутри теплообменника. Поэтому следующим этапом моделирования является использование модели с распределенными параметрами для определения оптимальных значений ξ и χ при различных параметрах входных потоков.

При использовании метода Ньютона для нахождения искомых значений неизвестных ξ и χ , энтальпий прямого потока $h_{i,j}$ и разностей температур $\Delta T_{i,j}$

совпадают с некоторым числом данных, полученных на предыдущем этапе расчета, т.е. при использовании модели с сосредоточенными параметрами. Для схемы с работающим детандерным теплообменником проведённые расчёты для ряда интервалов изменения параметров показали расхождение результатов по сравнению с моделью с сосредоточенными параметрами. Это происходит из-за того, в детандерном теплообменнике происходит не охлаждение, а нагрев прямого азотного потока, и как следствие, образование парожидкостной смеси на выходе из второго турбодетандера.

Несовпадения вызваны тем, что при расчетах с использованием моделей с сосредоточенными параметрами нельзя учесть некоторые эффекты, связанные с распределенностью параметров, такие как пересечение расчётных профилей температур потоков в теплообменниках, изменения коэффициентов теплопередачи по длине теплообменников и т.д. Области изменения параметров ξ , χ и T_{13} , где выполняются соответствующие ограничения и целевая функция достаточно велика, приведены на рис. 2.23 и рис. 2.24.

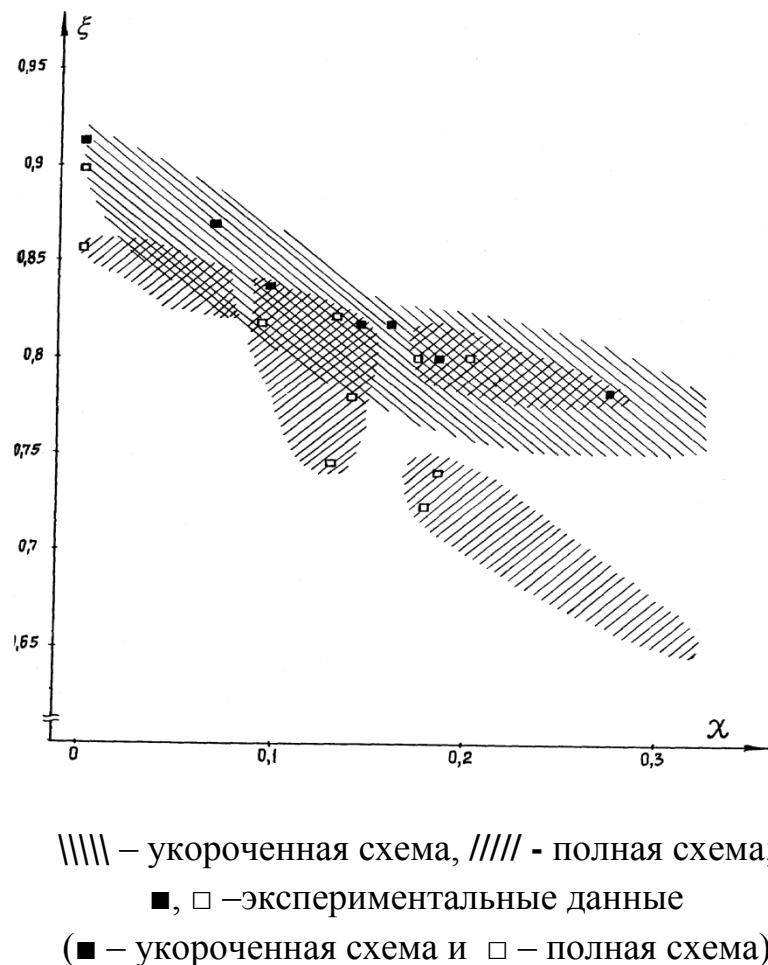
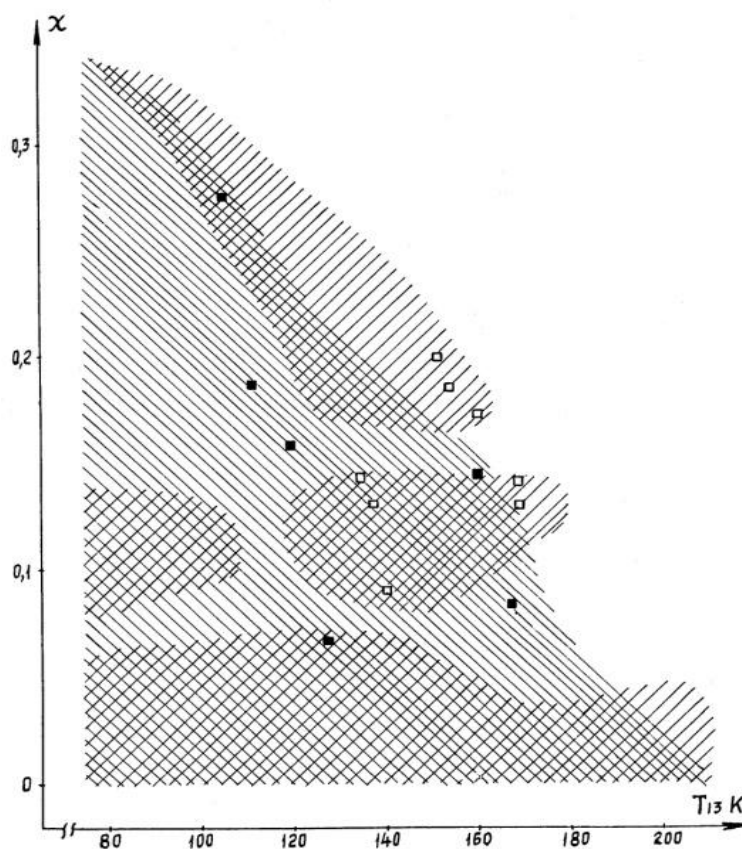


Рис. 2.23. Расчётные области оптимальной эксплуатации в координатах χ , ξ

Из рисунков видно, что области, где целесообразно использовать детандерный теплообменник, крайне невелики по сравнению с областью перепуска потока вне детандерного теплообменника и лежат вблизи проектных значений.



\\\\\\\\ - укороченная схема, ///// - полная схема;
 ■, □ - экспериментальные данные
 (■ - укороченная схема и □ - полная схема)

Рис. 2.24. Расчётные области оптимальной эксплуатации в координатах x , T_{13}

2.10 Поверочный расчёт и рациональное проведение переходных режимов работы

Следующей задачей исследования является определение рационального переходного процесса от одного установившегося состояния до другого при

изменении параметров входных потоков в установке обратной конденсации. Расчёт проводился как конечно-разностными, так и аппроксимационными методами, для системы уравнений, описывающей нестационарные режимы работы теплообменных аппаратов в случае возможности фазовых переходов потоков (1.10). Для исследования переходного процесса и возможности его осуществления целесообразно использовать аппроксимационный метод получения решения. Система уравнений, описывающая нестационарные режимы работы установки обратной конденсации, и с учётом возможного перепуска части прямого азотного потока g вне первого теплообменника, сразу на вход детандера, имеет следующий вид:

$$\frac{dT_{cm}(1,1)}{d\bar{\tau}} = -g(1,1)T_{cm}(1,1) + f(1,1)h_2(1,1) + e(1,1)h_1(1,1)$$

$$\frac{dh_2(1,1)}{d\bar{\tau}} = b_2(1,1)T_{cm}(1,1) - [c_2(1,1) - 3a_2(1,1)]h_2(1,1) + 4a_2(1,1)h_2(2,1) - a_2(1,1)h_2(1,2) + d(1,1)$$

$$\frac{dh_1(2,1)}{d\bar{\tau}} = b_2(2,1)T_{cm}(2,1) - c_1(2,1)h_1(2,1) - a_1(1,1)h_1(3,1) + a_1(2,1)h_1(1,1)$$

$$\frac{dT_{cm}(2,1)}{d\bar{\tau}} = -g(2,1)T_{cm}(2,1) + f(2,1)h_2(2,1) + e(2,1)h_1(2,1)$$

$$\frac{dh_2(2,1)}{d\bar{\tau}} = -a_2(2,1)h_2(1,1) + b_2(2,1)T_{cm}(2,1) - c_2(2,1)h_2(2,1) + a_2(2,1)h_2(1,2) + d(2,1)$$

$$\frac{dh_1(3,1)}{d\bar{\tau}} = -a_1(3,1)h_1(1,1) + 4a_1(3,1)h_1(2,1) - [c_1(3,1) + a_1(3,1)]h_1(3,1) + b_1(3,1)T_{cm}(3,1)$$

$$\frac{dT_{cm}(3,1)}{d\bar{\tau}} = e(3,1)h_1(3,1) - g(3,1)T_{cm}(3,1) + f(3,1)h_2(1,2)$$

$$\frac{dT_{cm}(1,2)}{d\bar{\tau}} = -g(1,2)T_{cm}(1,2) + e(1,2)h_1(3,1) + f(1,2)h_2(1,2) + e(1,2)q_{\kappa 1}$$

$$\frac{dh_2(1,2)}{d\bar{\tau}} = b_2(1,2)T_{cm}(1,2) - [3a_2(1,2) + c_2(1,2)]h_2(1,2) + 4a_2(1,2)h_2(2,2) - a_2(1,2)h_2(1,4) + d(1,2)$$

$$\frac{dh_1(2,2)}{d\bar{\tau}} = a_1(2,2)h_1(3,1) + b_1(2,2)T_{cm}(2,2) - c_1(2,2)h_1(2,2) - 4a_1(2,2)h_1(3,2) + a_1(2,2)q_{\kappa 1}$$

$$\begin{aligned}\frac{dT_{cm}(2,2)}{d\bar{\tau}} &= e(2,2)h_1(2,2) - g(2,2)T_{cm}(2,2) + f(2,2)h_2(2,2) \\ \frac{dh_2(2,2)}{d\bar{\tau}} &= -a_2(2,2)h_2(1,2) + b_2(2,2)T_{cm}(2,2) - c_2(2,2)h_2(2,2) + a_2(2,2)h_2(1,4) + \\ &+ d(2,2)\end{aligned}\tag{2.28}$$

$$\begin{aligned}\frac{dh_1(3,2)}{d\bar{\tau}} &= -a_1(3,2)h_1(3,1) + 4a_1(3,2)h_1(2,2) - [a_1(3,2) - c_1(3,2)]h_1(3,2) + \\ &+ b_1(3,2)T_{cm}(3,2) - a_1(3,2)q_{\kappa 1} \\ \frac{dT_{cm}(3,2)}{d\bar{\tau}} &= e(3,2)h_1(3,2) - g(3,2)T_{cm}(3,2) + f(3,2)h_2(1,4) \\ \frac{dT_{cm}(1,3)}{d\bar{\tau}} &= k_2f(1,3)h_1(3,1) - g(1,3)T_{cm}(1,3) + e(1,3)h_1(3,2) + k_1f(1,3)h_1(1,1) + k_3f(1,3) \\ \frac{dh_2(2,3)}{d\bar{\tau}} &= k_2a_2(2,3)h_1(3,1) + b_2(2,3)T_{cm}(2,3) - c_2(2,3)h_2(2,3) - a_2(2,3)h_2(3,3) + \\ &+ k_1a_2(2,3)h_1(1,1) + k_1a_2(2,3) + d(2,3) \\ \frac{dh_1(2,3)}{d\bar{\tau}} &= a_1(2,3)h_1(3,2) - c_1(2,3)h_1(2,3) + b_1(2,3)T_{cm}(2,3) - a_1(2,3)h_1(3,3) + a_1(2,3)q_{\kappa 3} \\ \frac{dT_{cm}(2,3)}{d\bar{\tau}} &= e(2,3)h_1(2,3) - g(2,3)T_{cm}(2,3) + f(2,3)h_2(2,3) \\ \frac{dh_2(3,3)}{d\bar{\tau}} &= -k_2a_2(3,3)h_1(3,1) + 4a_2(3,3)h_2(2,3) + b_2(3,3)T_{cm}(3,3) - c_2(3,3)h_2(3,3) - \\ &- 3a_2(3,3)h_2(3,3) - k_1a_2(3,3)h_1(1,1) - k_3a_2(3,3) + d(3,3) \\ \frac{dh_1(3,3)}{d\bar{\tau}} &= -a_1(3,3)h_1(3,2) + 4a_1(3,3)h_1(2,3) + [c_1(3,3) - 3a_1(3,3)]h_1(3,3) + \\ &+ b_1(3,3)T_{cm}(3,3) - a_1(3,3)q_{\kappa 3} \\ \frac{dT_{cm}(3,3)}{d\bar{\tau}} &= -g(3,3)T_{cm}(3,3) + f(3,3)h_2(3,3) + e(3,3)h_1(3,3) \\ \frac{dT_{cm}(1,4)}{d\bar{\tau}} &= e(1,4)h_1(3,3) - g(1,4)T_{cm}(1,4) + f(1,4)h_2(1,4) + e(1,4)q_{\kappa 5} \\ \frac{dh_2(1,4)}{d\bar{\tau}} &= -a_2(1,4)m_2h_1(3,1) - a_2(1,4)m_3h_2(3,3) + b_2(1,4)T_{cm}(1,4) - [3a_2(1,4) + c_2(1,4)]h_2(1,4) + \\ &+ 4a_2(1,4)h_2(2,4) + d(1,4) - a_2(1,4)m_1h_1(1,1) - a_2(1,4)m_4 \\ \frac{dh_1(2,4)}{d\bar{\tau}} &= a_1(2,4)h_1(3,3) + b_1(2,4)T_{cm}(2,4) - c_1(2,4)h_1(2,4) - a_1(2,4)h_1(3,4) + a_1(2,4)q_{\kappa 5} \\ \frac{dT_{cm}(2,4)}{d\bar{\tau}} &= e(2,4)h_1(2,4) - g(2,4)T_{cm}(2,4) + f(2,4)h_2(2,4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_2(2,4)}{d\bar{\tau}} &= a_2(2,4)m_2h_1(3,1) + a_2(2,4)m_3h_2(3,3) - a_2(2,4)h_2(1,4) + b_2(2,4)T_{cm}(2,4) - \\ &- c_2(2,4)h_2(2,4) + a_2(2,4)m_1h_1(1,1) + a_2(2,4)m_4 + d(2,4) \\ \frac{dh_1(3,4)}{d\bar{\tau}} &= -a_1(3,4)h_1(3,3) + 4a_1(3,4)h_1(2,4) - [c_1(3,4) + 3a_1(3,4)]h_1(3,4) + b_1(3,4)T_{cm}(3,4) - \\ &- a_1(3,4)q_{\kappa 5} \\ \frac{dT_{cm}(3,4)}{d\bar{\tau}} &= f(3,4)m_2h_1(3,1) + f(3,4)m_2h_2(3,3) + e(3,4)h_1(3,4) - g(3,4)T_{cm}(3,4) + \\ &+ f(3,4)m_1h_1(1,1) + f(3,4)m_4 \end{aligned}$$

где коэффициенты данной системы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a_1(j,k) &= \frac{G_1(k)\tau_0}{S_1(k)\rho_1(j,k)L(k)}, & a_2(j,k) &= \frac{G_2(k)\tau_0}{S_2(k)\rho_2(j,k)L(k)}, \\ b_1(j,k) &= \frac{\alpha_1(j,k)\Pi_1(k)\tau_0}{S_1(k)\rho_1(j,k)}, & b_2(j,k) &= \frac{\alpha_2(j,k)\Pi_2(k)\tau_0}{S_2(k)\rho_2(j,k)}, \\ c_1(j,k) &= b_1(j,k)\kappa_1(j,k), & c_2(j,k) &= \left(b_2(j,k) + \frac{\alpha_{o.c.}\Pi_2(k)\tau_0}{S_2(k)\rho_2(j,k)} \right) \kappa_2(j,k), \\ d(j,k) &= \frac{\alpha_{o.c.}\Pi_2(k)\tau_0}{S_2(k)\rho_2(j,k)}, & f(j,k) &= \frac{\alpha_2(j,k)\Pi_2(k)\tau_0\kappa_2(j,k)}{\rho_{cm}S_{cm}(k)C_{cm}(j,k)}, \\ f(j,k) &= \frac{(\alpha_1(j,k)\Pi_1(k) + \alpha_2(j,k)\Pi_2(k))\tau_0}{\rho_{cm}S_{cm}(k)C_{cm}(j,k)}, \\ k_1 &= \frac{g}{\xi}, & k_2 &= 1 - k_1, & k_3 &= q_{k2} + q_{k3} - l_{o1}, \\ m_1 &= \frac{\xi(1-\omega)k_1}{\xi + \chi}, & m_2 &= \frac{\xi(1-\omega)k_2}{\xi + \chi}, & m_3 &= \frac{\xi\omega}{\xi + \chi}, \\ m_4 &= \frac{\chi h_{13} + \xi k_3(1-\omega) + \xi(q_{k7} - l_{o2})}{\xi + \chi}. \end{aligned}$$

Для данных коэффициентов $j = 1, 2, 3$ - номер расчётной точки по пространственной координате, $k = 1, 2, 3, 4$ - номер теплообменного аппарата.

Оценка сходимости получаемого с помощью системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка решения следует из следа

полученной матрицы системы (2.28)

$$\begin{aligned} SpC = & -g(1,1) - c_2(1,1) - 3a_2(1,1) - c_1(2,1) - g(2,1) - c_2(2,1) - c_1(3,1) - 3a_1(3,1) - g(3,1) - \\ & - g(1,2) - 3a_2(1,2) - c_2(1,2) - c_1(2,2) - g(2,2) - c_2(2,2) - 3a_1(3,2) - c_1(3,2) - g(3,2) - \\ & - g(1,3) - c_2(2,3) - c_1(2,3) - g(2,3) - 3a_2(3,3) - 3a_1(3,3) - c_1(3,3) - g(3,3) - g(1,4) - \\ & - 3a_2(1,4) - c_2(1,4) - c_1(2,4) - g(2,4) - c_2(2,4) - 3a_2(3,4) - c_1(3,4) - g(3,4) \end{aligned}$$

Поскольку все коэффициенты системы (2.28) положительны, то след матрицы будет отрицательным, что обеспечивает устойчивость решений во всём диапазоне изменения параметров работы установки обратной конденсации, т.е. полученные решения сходятся во времени. Несмотря на большой размер 28×28 матрицы системы уравнений (2.28), большинство её элементов нулевые, что облегчает действие с этой матрицей.

При исследовании переходных процессов установки обратной конденсации от одного стационарного состояния до другого возникает необходимость определения изменения относительных соотношений потоков во времени. Этот закон должен удовлетворять двум требованиям: обеспечить минимальное время и не выйти за пределы безаварийной работы. В данном случае можно использовать ступенчатый закон изменения, т.е. резкий переход к конечным значениям $\zeta_k, \chi_k, \omega_k$ в начале переходного процесса, либо в середине временного интервала. Так же можно использовать иную зависимость. Данная задача может быть решена к решению систем уравнений, описывающих нестационарные режимы работы установки обратной конденсации, к виду, удобному для использования градиентных методов, например конечно-разностному аналогу или аппроксимационным уравнениям. Система уравнений дополняется ограничениями на положительность разностей температур между прямым и обратным азотными потоками в теплообменниках и условий на окончание расширения азотного потока во втором турбодетандере - отсутствие парожидкостной смеси. Для начального значения искомым неизвестных также целесообразно использовать значения на предыдущем временном шаге. Для однозначного определения искомым величин необходимо задать два или три

(для схемы с включённым детандерным теплообменником) значений энтальпии азотных потоков в определённых точках установки обратной конденсации. Наилучшим будет задание энтальпии прямого азотного потока на выходе из установки обратной конденсации и на выходе второго турбодетандера при выключенном детандерном теплообменнике и разности энтальпий обратного азотного потока в детандерном теплообменнике при его включении.

Поскольку система уравнений, описывающая нестационарные режимы работы всех теплообменных аппаратов установки обратной конденсации относительно энтальпий прямого и обратного азотных потоков и температуры теплопередающей стенки без учёта аккумуляционных членов в уравнениях теплового баланса для азотных потоков, аналогичных (1.14), то ниже приведена конечно-разностный аналог этой системы уравнений для второго теплообменника:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{cm,1}^{(2),j+1} - T_{cm,1}^{(2),j} = \Delta \bar{\tau} \left(D_{1,1}^{(2),j} h_{1,1}^{(2),j+1} + D_{2,1}^{(2),j} h_{2,1}^{(2),j+1} - \beta_1^{(2),j} T_{cm,1}^{(2),j+1} \right) \\ (\xi + \chi)(h_{2,2}^{(2),j+1} - h_{2,1}^{(2),j+1}) = \Delta \bar{x}^{(2)} \left(B_{2,2}^{(2),j} h_{2,2}^{(2),j+1} - A_{2,2}^{(2),j} T_{cm,2}^{(2),j+1} + E_2^{(2),j} \right) \\ (1 - \xi)(h_{1,2}^{(2),j+1} - h_{1,1}^{(2),j+1}) = \Delta \bar{x}^{(2)} \left(A_{1,1}^{(2),j} T_{cm,1}^{(2),j+1} - B_{1,1}^{(2),j} h_{1,1}^{(2),j+1} \right) \\ \dots\dots\dots \\ (\xi + \chi)(h_{2,n_2+1}^{(2),j+1} - h_{2,n_2}^{(2),j+1}) = \Delta \bar{x}^{(2)} \left(B_{2,n_2+1}^{(2),j} h_{2,n_2+1}^{(2),j+1} - A_{2,n_2+1}^{(2),j} T_{cm,n_2+1}^{(2),j+1} + E_{n_2+1}^{(2),j} \right) \\ T_{cm,n_2+1}^{(2),j+1} - T_{cm,n_2+1}^{(2),j} = \Delta \bar{\tau} \left(D_{1,n_2+1}^{(2),j} h_{1,n_2+1}^{(2),j+1} + D_{2,n_2+1}^{(2),j} h_{2,n_2+1}^{(2),j+1} - \beta_{n_2+1}^{(2),j} T_{cm,n_2+1}^{(2),j+1} \right) \\ (1 - \xi)(h_{1,n_2+1}^{(2),j+1} - h_{1,n_2}^{(2),j+1}) = \Delta \bar{x}^{(2)} \left(A_{1,n_2}^{(2),j} T_{cm,n_2}^{(2),j+1} - B_{1,n_2}^{(2),j} h_{1,n_2}^{(2),j+1} \right) \\ j = 1, \dots, m + 1 \end{array} \right. \quad (2.29)$$

где

$$A_{k,i}^{(2),j} = \frac{\alpha_{k,i}^{(2),j} \Pi_k^{(2)} L^{(2)}}{G_\Sigma}, \quad B_{1,i}^{(2),j} = \frac{\alpha_{1,i}^{(2),j} \Pi_1^{(2)} \kappa_{1,i}^{(2),j}}{G_\Sigma},$$

$$B_{2,i}^{(2),j} = \frac{(\alpha_{2,i}^{(2),j} + \alpha_{o.c.,i}^{(2)}) \Pi_2^{(2)} L^{(2)}}{G_\Sigma}, \quad D_{k,i}^{(2),j} = \frac{\alpha_{k,i}^{(2),j} \Pi_k^{(2)} L^{(2)} \tau_0 \kappa_{k,i}^{(2),j}}{C_{cm,i}^{(2)} M^{(2)}},$$

$$E_i^{(2),j} = \frac{\alpha_{o.c.,i}^{(2)} \Pi_2^{(2)} L^{(2)} T_{o.c.}}{G_\Sigma}, \quad \beta_i^{(2),j} = \frac{(\alpha_{1,i}^{(2),j} \Pi_1^{(2)} + \alpha_{2,i}^{(2),j} \Pi_2^{(2)}) \tau_0}{C_{cm,i}^{(2)} S_{cm,i}^{(2)} \rho_{cm}^{(2)}}, \quad k=1, 2.$$

Использование системы уравнений, аналогичной (2.29), для всех

теплообменников установки обратной конденсации с соответствующими условиями сопряжения между теплообменными аппаратами для определения временных зависимостей для ξ , χ и ω достаточно трудоёмко вследствие большого размера матрицы этой системы, что приводит к погрешностям вычислений на компьютере и значительному расчётному времени. Поэтому для получения зависимостей ξ , χ и ω от времени для рационального проведения переходного процесса целесообразно предварительно задаваться временными законами изменений этих величин и выбрать из этих законов наилучший. Проведённые расчёты переходных процессов установки обратной конденсации с помощью систем уравнений (2.28) (2.29) показали, что наилучшим является использование экспоненциальной временной зависимости, с показателем экспоненты, равной наименьшему по модулю собственному числу матрицы системы аппроксимационных уравнений (2.28) $|\lambda_{s\min}|$:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \chi \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_k \\ \chi_k \\ \omega_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_n - \xi_k \\ \chi_n - \chi_k \\ \omega_n - \omega_k \end{pmatrix} e^{-|\lambda_{s\min}| \bar{t}},$$

где индекс "н" относится к значениям в начальном стационарном состоянии, индекс "к" - к конечному состоянию. Такая зависимость достаточно близка к виду переходного временного процесса в его середине. Выигрыш в сокращении времени переходного процесса по сравнению с линейным и ступенчатым регулированием не более 0,5%. Это сравнимо с точностью вычислений, но экспоненциальный закон проведения временного процесса позволяет осуществить плавный характер с соблюдением ограничений, нарушение которых может иметь место при использовании функции ступенчатого типа.

2.11 Рекомендации по конструктивным изменениям, приводящим к улучшению проведения рабочих процессов

Созданная методика определения рационального соотношения расходов азотных потоков применяется для улучшения ведения рабочих процессов установки обратной конденсации и осуществляется посредством воздействия на имеющиеся вентили и задвижки. При этом полагается, что конструктивная схема установки не меняется. Однако целесообразно внести некоторые конструктивные изменения, которые могут привести к увеличению выхода жидкого продукта из установки обратной конденсации, уменьшению затрат энергии на осуществления процессов, сокращению времени и удобству ведения нестационарных процессов.

Например, достаточно рациональный способ подачи холодного азотного потока из термовакуумной камеры в различные точки обратного азотного потока, наиболее близкие между собой по температуре, чтобы свести к минимуму потери при смешении "холодного" и "тёплого" потоков. Данный способ, широко реализованный при проектировании и эксплуатации гелиевых криогенных установок [170, 178] не может быть реализован для установки обратной конденсации из-за сложности присоединения этих трубопроводов и нарушения теплоизоляции основного блока теплообменников.

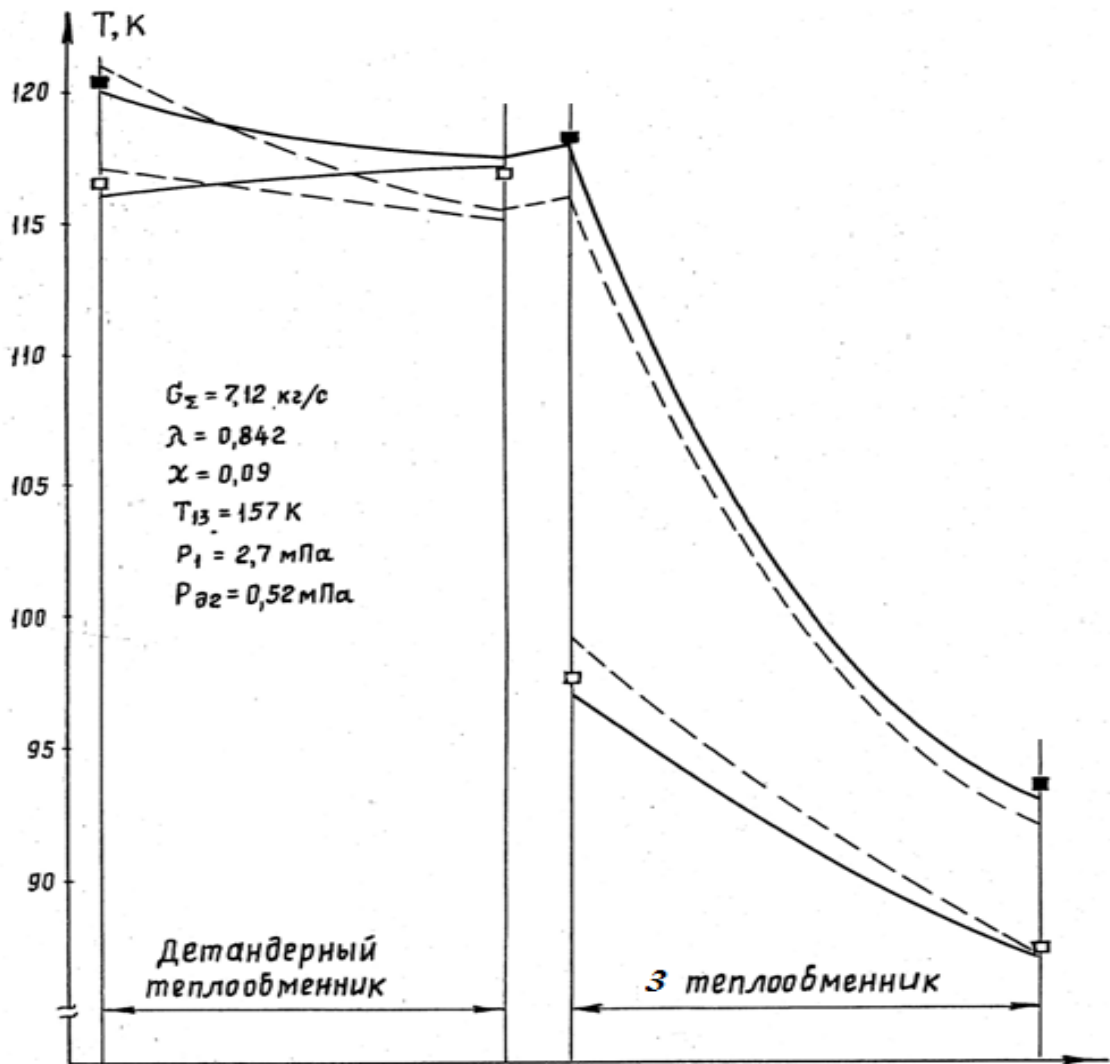
2.10.1 Изменение движения азотных потоков в детандерном теплообменнике

В реальных условиях эксплуатации установки обратной конденсации прямой азотный поток начинает переходить в жидкое состояние не в детандерном теплообменнике, а либо во втором, либо в третьем теплообменных аппаратах. В этих случаях прямоточная схема движения азотных потоков в детандерном теплообменнике, наилучшая для процесса конденсации, становится менее рациональной по сравнению с противоточной схемой. Эти

рассуждения достаточно хорошо иллюстрируются расчётом стационарного режима работы установки обратной конденсации при разных схемах движения азотных потоков в детандерном теплообменнике. Для расчётов использовалась конечно-разностная схема относительно энтальпий прямого и обратного азотных потоков с числом разбиений для теплообменных аппаратов соответственно 50, 25, 20 и 20. Погрешность при коррекции теплофизических свойствам азота составила менее 0,1%. Расчётные профили температур прямого и обратного азотных потоков в детандерном и третьем теплообменниках для обеих схем включения при конденсации прямого азотного потока во втором теплообменнике показаны на рис.2.23, а при конденсации в третьем теплообменнике - на рис.2.24. На этих же рисунках нанесены экспериментальные данные для прямоточной схемы движения азотных потоков детандерного теплообменника.

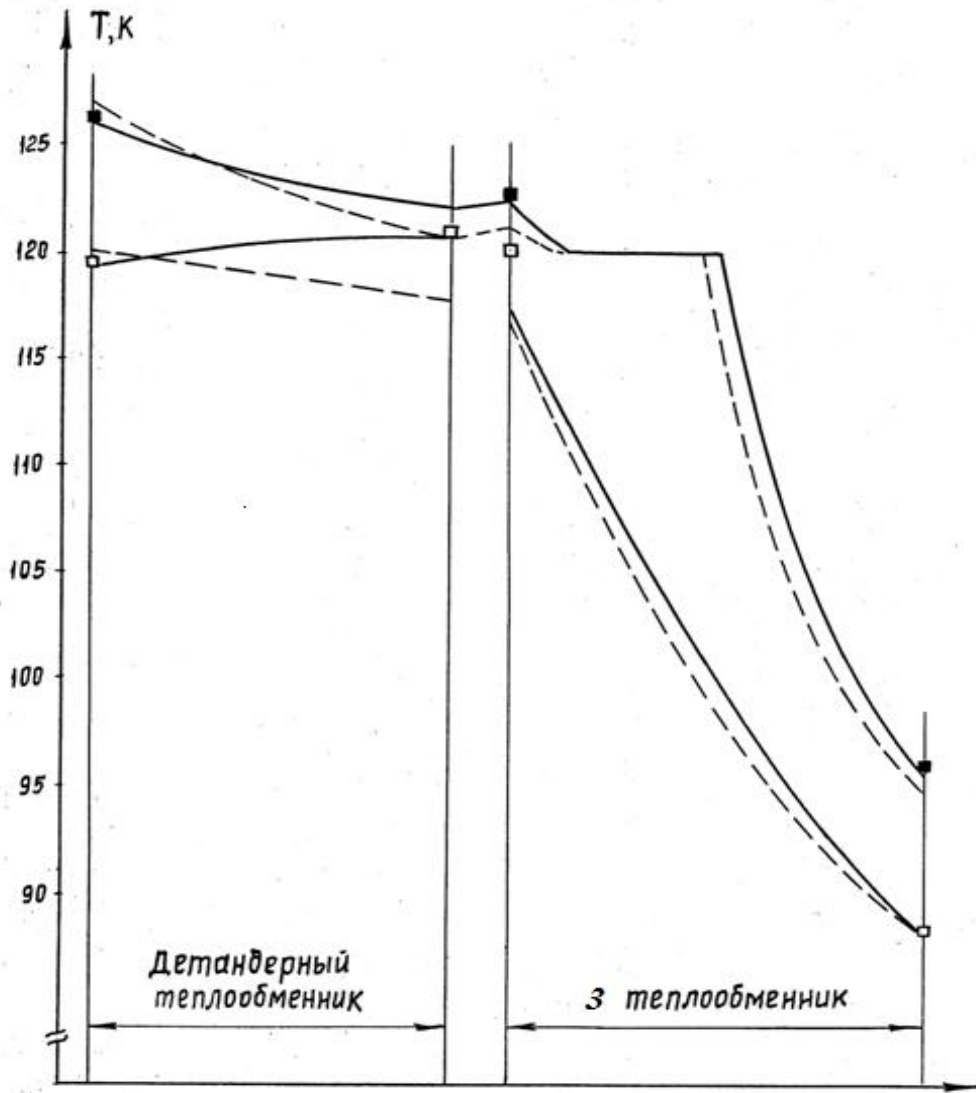
Технологически переход от прямоточного движения азотных потоков к противоточному может быть осуществлён без существенных переделок, поскольку детандерный теплообменник вынесен отдельно от основного блока теплообменников, и для этого необходимо только поменять местами подводящую и отводящую магистрали этих теплообменников.

Следует заметить, для тех режимов работы установки обратной конденсации, при которых прямой азотный поток после второго теплообменника имеет более низкую температуру, чем азотный поток после расширения в первом турбодетандере, все вышеприведённые выводы неприемлемы, поскольку в этом случае требуется перепускать прямой поток вне детандерного теплообменника по байпасной магистрали через полностью открытую задвижку 3-803.



— - прамоточное движение потоков,
 - - - - противоточное движение потоков;
 ■ , □ – экспериментальные данные

Рис. 2.23. Расчётные профили температур прямого и обратного азотных потоков в детандерном и третьем теплообменных аппаратах УОК при конденсации прямого азотного потока во втором теплообменнике при $G_1=7,12$ кг/с, $\xi=0,842$, $\chi=0,09$, $T_{13}=157\text{К}$, $p_1=2,7\text{МПа}$, $p_{a2}=0,52\text{МПа}$



— - прямоточное движение потоков,
 - - - - противоточное движение потоков;
 ■ , □ - экспериментальные данные

Рис. 2.24. Расчётные профили температур прямого и обратного азотных потоков в детандерном и третьем теплообменных аппаратах УОК при конденсации прямого азотного потока в четвёртом теплообменнике при $G_1=6,67$ кг/с, $\xi=0,854$, $\chi=0$, $p_1=2,5$ МПа, $p_{02}=0,46$ МПа

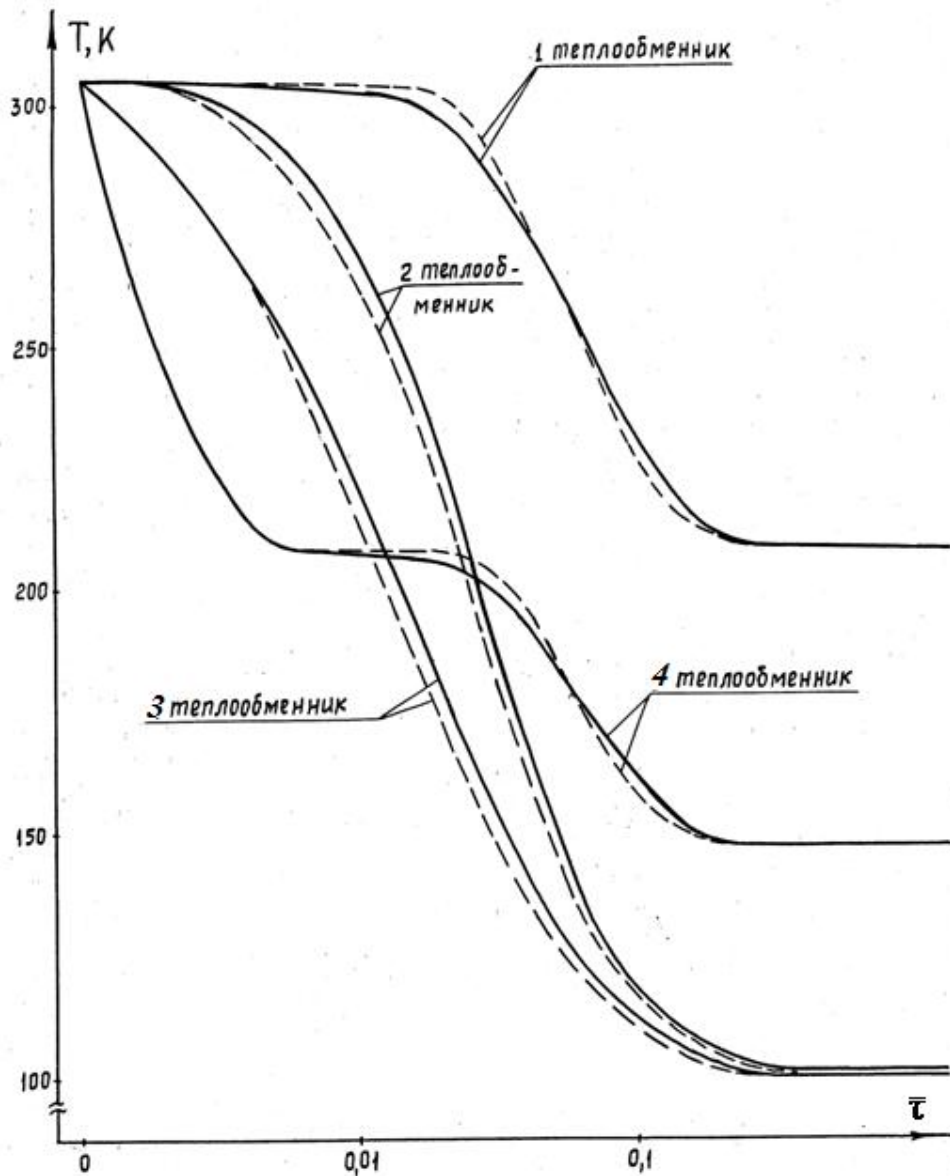
2.10.2 Перепуск азотного потока среднего давления при охлаждении установки обратной конденсации

В период охлаждения установки обратной конденсации не менее 10% времени прямой азотный поток в первом теплообменнике практически не охлаждается и потери давления при этом достаточно велики и составляют 0,6 МПа. Для уменьшения этих гидравлических потерь целесообразно в начале процесса охлаждения перепускать весь азотный поток среднего давления на вход первого турбодетандера, для чего в конструкцию установки необходимо ввести перепускную магистраль с запорным вентилем Вд (рис.2.25), что можно осуществить без особых затрат.

При дальнейшем процессе охлаждения также целесообразно перепускать часть прямого азотного потока минуя первый теплообменник на вход первого турбодетандера, причём не только для уменьшения потерь давления. При движении прямого потока в первом теплообменнике происходит передача теплоты от него обратным азотным потоком, счёт чего происходит недоохлаждение теплопередающей стенки теплообменника. Кроме этого, целесообразно как можно дольше поддерживать максимальную температуру на входе в первый турбодетандер, чтобы получить наибольший изоэнтропный к.п.д. [33].

Степень перепуска прямого азотного потока вне первого теплообменника g определялась в следующей последовательности. Аппроксимационным методом, или с помощью конечно-разностного метода рассчитывался процесс охлаждения установки обратной конденсации с учётом переменности теплофизических свойств азота, материала теплопередающей стенки и к.п.д. турбодетандеров. На каждом расчётном временном шаге по времени определялось значение g , при котором получался наибольшее понижение температуры теплопередающих стенок теплообменных аппаратов. Решение осуществлялось перебором значений g в пределах (0, 1) с дискретным шагом 0,1 и с ограничением, чтобы потери давления по прямому азотному потоку в

азотных потоков в установке обратной конденсации и с использованием перепуска.



— - - - - обычная схема движение потоков,

- - - - - схема движение потоков при использовании перепуска

Рис. 2.26. Временные изменения средних температур теплопередающих стенок теплообменных аппаратов во время охлаждения для обычной схемы движения азотных потоков в установке обратной конденсации и с использованием перепуска

Сокращение времени охлаждения при использовании перепуска составило 4%. Но, несмотря на небольшое значение, при большом числе пусков установки, использование перепуска может привести к большой экономии. Кроме того, использование данной перепускной магистрали позволяет регулировать температуру азотного потока на входе в первый турбодетандер в случае её понижения ниже предельного значения в рабочем режиме. Данный способ регулирования менее инерционный, чем принятый за счёт регулировкой вентилями Р 801 и задвижкой З-802 (рис.2.2). Также следует заметить, что в случае неплотности вносимого перепускного вентиля при его полном закрытии часть потока среднего давления будет поступать сразу на вход первого турбодетандера, минуя первый теплообменник, и может ухудшить работу установки обратной конденсации в рабочем режиме. Поэтому на азотный трубопровод, где установлен вносимый регулировочный вентиль, целесообразно установить дополнительный запорный вентиль.

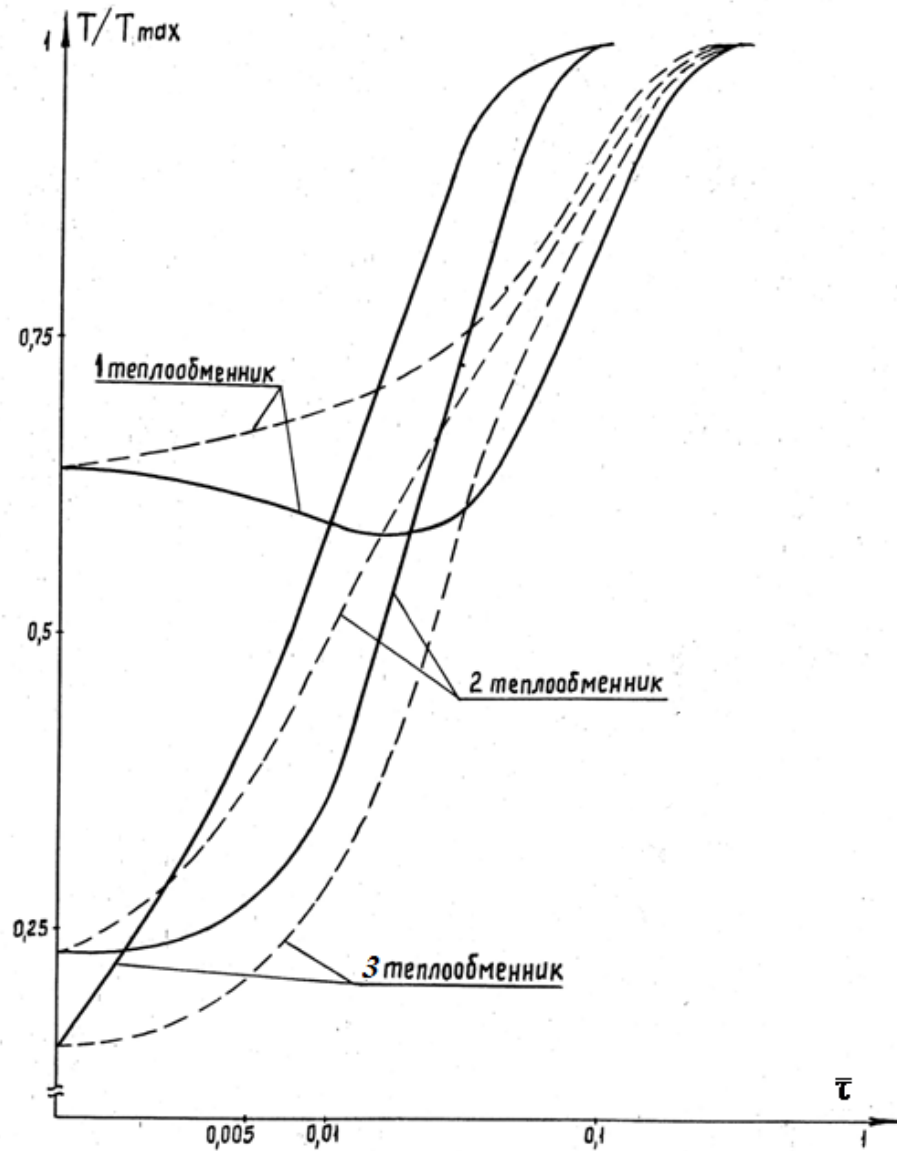
2.10.3 Изменение направления движения тёплого азотного потока при нагреве установки обратной конденсации

Нагрев основного блока теплообменников установки обратной конденсации после его рабочего режима осуществляется подачей тёплого азотного потока в нижнюю часть через вентиль 0-803, а детандерного теплообменника через вентиль 0-803 (рис.2.2). Такой процесс характеризуется неравномерным температурным перепадом между теплопередающими стенками теплообменников и тёплым азотным потоком, что приводит к нерациональному использованию теплоты азотного потока. Поэтому целесообразно подавать тёплый азотный поток в верхнюю, т.е. самую "тёплую", часть основного блока теплообменников и таким образом уменьшить температурный перепад между теплопередающими стенками теплообменников и тёплым азотным потоком. Это осуществляется за счёт подвода трубопровода от линии греющего азота к установке обратной конденсации через задвижку 0-

806 и использования задвижки 0-801 для сброса этого потока (рис.2.2).

Для оценки эффективности предложенного изменения движения тёплого азотного потока проведены расчёты с использованием систем уравнений для каждого теплообменника типа (1.24), т.е. теплового взаимодействия потока хладагента со стенкой в одномерном приближении. Данная система может быть решена как конечно-разностным, так и аппроксимационным методом. При решении применялись условия сопряжения между теплообменниками, в качестве начального распределения температур по пространственной координате теплопередающих стенок теплообменных аппаратов использовались расчётные результаты стационарных режимов работы установки обратной конденсации.

Временные изменения средних относительных температур теплопередающих стенок теплообменных аппаратов при нагреве для обычной схемы движения азотных потоков в установке обратной конденсации и предложенного направления движения потоков показаны на рис.2.27, из которого видно, что основное время процесса нагрева определяется первым (верхним) теплообменником, как самым крупным. Предложенный способ нагрева установки обратной конденсации даёт сокращение времени этого процесса до 20%.



— - обычная схема движение потоков,
 - - - - схема движение потоков для предложенного способа

Рис.2.27. Временные изменения относительных средних температур теплопередающих стенок теплообменных аппаратов при нагреве для обычной схемы движения азотных потоков в установке обратной конденсации и предложенного направления движения потоков

Выводы по второй главе

1. Проведён анализ существующих методов определения рационального ведения работы низкотемпературных установок, работающих в нерасчётных режимах.

2. Определено, что при расчётном исследовании стационарных и нестационарных режимов работы низкотемпературных установок необходимо одновременно рассчитывать системы уравнений, описывающих работу теплообменных аппаратов, из которых состоит установка, поскольку обособленный расчёт каждого теплообменника в отдельности с последующей корректировкой условий сопряжения между ними, зачастую приводит к значительной погрешности или к расходимости решений.

3. Показано, что при исследовании квазистационарных процессов работы низкотемпературных установок, достаточно использовать стационарную модель с меняющимися во времени граничными условиями.

4. Впервые использован симплекс-метод для решения задачи определения оптимальных параметров для нерасчётных стационарных режимов работы низкотемпературных установок.

5. Впервые создана многоуровневая расчётная система рационального проведения меняющихся режимов работы низкотемпературных установок. В данной расчётной системе происходит усложнение физической и математической модели с переходом от нижнего к верхнему уровню, при этом в качестве начальных значений неизвестных величин используются решения, полученные на предыдущем уровне моделирования.

6. Предложенные в первой главе методы расчёта стационарных и нестационарных режимов работы теплообменных аппаратов были применены к исследованию режимов работы установки обратной конденсации и позволили получить результаты, совпадающие с экспериментальными данными в пределах точности измерений и вычислений.

7. Созданная многоуровневая расчётная система оптимального проведения меняющихся режимов работы была успешно реализована для установки обратной конденсации и позволила определить области оптимальных значений регулируемых параметров.

8. Расчётные исследования позволили оценить повышение эффективности при внедрении рекомендаций по изменению движения азотных потоков в теплообменных аппаратах установки обратной конденсации для различных режимов работы.

Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОХЛАЖДЕНИЯ ТЕЛ С КАНАЛАМИ ВНУТРИ НИХ

3.1 Основные способы охлаждения объектов

Процессы охлаждения объектов до низких температур имеют особое значение вследствие своей продолжительности и зачастую требуют особых условий проведения, например, из-за неравномерного охлаждения отдельных частей тела и, как следствие, возможность появления механических напряжений при разности температур этих частей объекта. Обычно охлаждение объектов осуществляют тремя способами: погружным, циркуляционным и прокачным [189, 190]. При погружном способе объект находится в жидком хладоносителе. Данный способ достаточно прост в реализации, но является самым продолжительным по времени из-за слабой интенсивности теплообмена на поверхности объекта при малом перепаде температур между поверхностью объекта и хладоносителя, а при большом температурном перепаде возникает большой градиент температур между отдельными частями объекта, приводящий к возникновению механических напряжений. При циркуляционном способе хладоноситель прокачивается через каналы, сделанные в объекте, что требует подачи хладагента под давлением для преодоления гидравлических сопротивлений при его движении. При прокачном способе хладагент прокачивается через ёмкость, в которой находится охлаждаемый объект. В данном случае охлаждения объекта теплообмен более интенсивный, чем при погружном способе, но хуже, чем в циркуляционном способе, хотя при его использовании требуется повышенное давление хладагента. Хладагент при прокачном способе протекает не только снаружи объекта, но может проходить через неплотности внутри объекта, тем самым увеличивая поверхность теплообмена. Теплообмен при прокачном случае, описывается уравнениями нестационарной теплопроводности охлаждаемого объекта [191] и конвективного теплообмена для хладагента при движении

внутри каналов охлаждаемого объекта, аналогичными выражению для системы (1.1):

$$\begin{cases} C\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) \\ \rho_1 S C_{p1} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + G C_{p1} \frac{\partial T_1}{\partial f} = \alpha \Pi (T - T_1) \end{cases}, \quad (3.1)$$

где C - теплоемкость, ρ - плотность, T - температура, τ - время, λ - коэффициент теплопроводности, S_i - площадь проходного сечения для потоков хладагентов G - массовых расход потока хладагента, f - координата по длине теплообменной поверхности, α - коэффициент теплоотдачи, Π - периметр теплоотдачи в сечении, перпендикулярном по координате f . Переменные с подстрочным индексом l относятся к потоку хладагента, без индекса – к охлаждаемому объекту, индекс p обозначает изобарность потока. Система уравнений (3.1) дополняется начальными условиями для температур охлаждаемого объект и потока:

$$T|_{\tau=0} = T^0(x); \quad T_1|_{\tau=0} = T_1^0(x) \quad (3.2)$$

граничными условиями для потока, определяющими температуру потока на входе в охлаждаемый объект

$$T_1|_{x=0} = T_{10}(\tau) . \quad (3.3)$$

В качестве граничного условия для охлаждаемого объекта обычно применяется условие отсутствия теплового потока на торцах охлаждаемого объекта:

$$\frac{\partial T_{cm}}{\partial f} \Big|_{f=0} = 0; \quad \frac{\partial T_{cm}}{\partial f} \Big|_{f=L} = 0, \quad (3.4)$$

где L – полная длина поверхности теплообмена охлаждаемого объекта.

3.2 Оценки времени охлаждения объектов

В ряде задач не требуется достаточно точное определение времени охлаждения объекта, в большинстве случаев достаточно оценить только

порядок данной величины. Это связано с тем, что температура различных точек охлаждаемого объекта может резко отличаться в одинаковые моменты времени; поэтому требуется определить временную зависимость либо средней, либо наивысшей или наименьшей температуры какой-либо точки объекта, по значению которой можно судить о правильности ведения процесса охлаждения. Для оценки этой величины часто используются различные эмпирические формулы для конкретной формы и материала объектов, а также условий охлаждения; некоторые этих зависимостей носят обобщенный характер. Поэтому желательно получить общие зависимости для любой формы и условий охлаждения. В некотором смысле ими являются величины характерных времен процессов теплообмена $\tau_{\alpha o} = C\rho\delta/\alpha$ и теплопроводности $\tau_{\lambda o} = C\rho\delta^2/\lambda$, которые получаются при обезразмеривании нестационарного уравнения теплопроводности

$$C\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) \quad (3.5)$$

и граничного условия третьего рода, описывающего конвективный теплообмен между хладоносителем на поверхности охлаждаемого объекта

$$-\lambda(\nabla T)|_f = \alpha(T|_f - T_F) \quad (3.6):$$

где δ - характерный размер объекта. Однако эти величины не включают значений температур в начале и конце процесса охлаждения и поэтому дают слишком приблизительный результат. Поэтому желательно получить аналитические выражения для оценки времени процесса для различных условий охлаждения, дающие погрешность результата не более порядка, что вполне пригодно для оценочных расчетов. Для этого целесообразно рассмотреть общий механизм передачи теплоты, выделить отдельные составляющие и их по отдельности рассмотреть.

Первоначально рассматривается процесс охлаждения объекта хладоносителем, температура которого T_x принимается постоянной. В данном случае присутствуют два процесса передачи теплоты: первый - за счет

теплоотдачи с поверхности объекта в кипящую жидкость и второй - за счёт теплопроводности из толщи объекта охлаждения к его поверхности. Рассмотрим по отдельности и независимо друг от друга оба процесса. При оценке времени посредством теплоотдачи принимается, что теплопроводность объекта бесконечно велика, т.е. его температура одинакова во всех точках для любого момента времени. В этом случае процесс охлаждения объекта описывается следующим уравнением теплового баланса:

$$MC \frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha F (T_x - T) \quad (3.7)$$

где M - масса охлаждаемого объекта; F - площадь наружной поверхности теплоотдачи.

Интегрируя уравнение (3.7) с учетом начального условия $T = T_n$ при $\tau = 0$, получается выражение для характерного времени до конечной температуры T_k охлаждения τ_α процесса теплообмена:

$$\tau_\alpha = \frac{CM}{\alpha F} \ln \frac{T_n - T_x}{T_k - T_x} \quad (3.8)$$

Для оценки времени процесса теплопроводности при отводе теплоты от толщи объекта к его поверхности принимается идеальный теплообмен на его поверхности, т.е. температура поверхности объекта имеет такую же температуру, что и кипящая жидкость или холодный газ. В этом случае процесс охлаждения объекта описывается упрощенным уравнением нестационарной теплопроводности:

$$MC \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{S}{\delta} (T_x - T), \quad (3.9)$$

где: S , δ - средняя площадь поперечного сечения и средняя длина в направлении теплового потока за счёт теплопроводности. Интегрируя (3.9) с учетом начального условия, получается выражение для характерного времени охлаждения τ_λ процесса теплопроводности:

$$\tau_\lambda = \frac{CM\delta}{\lambda S} \ln \frac{T_n - T_x}{T_k - T_x}. \quad (3.10)$$

Основной трудностью для применения формулы (3.10) для реальной геометрии объекта является определение величин S и δ . Поэтому целесообразно привести реальную геометрию охлаждаемого объекта к одной из одномерных моделей: бесконечной пластине, шару, бесконечному цилиндру.

К бесконечной пластине, можно привести объект охлаждения, у которого два размера существенно больше третьего. В этом случае величина δ является половиной наименьшего размера. Величину средней площади поперечного сечения можно определить как $S = 0,5V/\delta$, где V - объем объекта.

Если все размеры объекта охлаждения соизмеримы между собой, то его целесообразно свести к шару радиусом $R = \sqrt[3]{3V/4\pi}$, для которого $\delta = R$ и $S = 4\pi R^2/3$.

Геометрию объекта, у которого два размера a и b соизмеримы между собой и существенно меньше третьего c , можно привести к бесконечному цилиндру радиусом $R = \sqrt[2]{\pi V/c}$, для которого $\delta = R$ и $S = \pi R c$.

Приведение геометрии реальных объектов одномерным телом вносит достаточно большую погрешность, однако её величина много меньше погрешности перехода от уравнения (3.5) к (3.10).

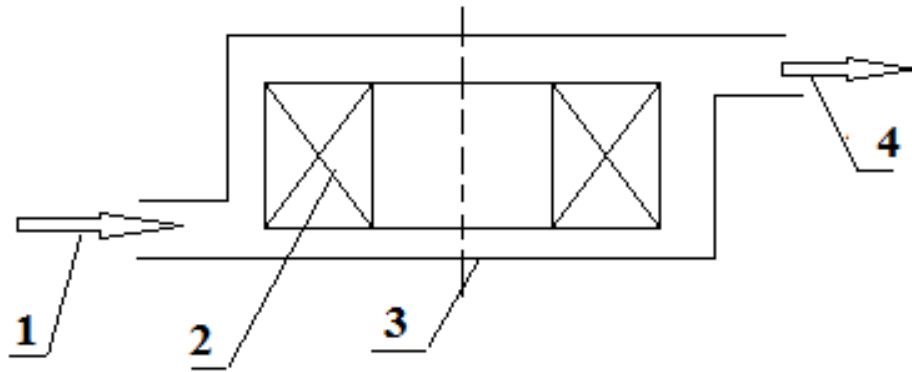
Определяющим временем процесса охлаждения объекта является максимальное значение из полученных величин, т.е. самый продолжительный процесс:

$$\tau = \max(\tau_\alpha, \tau_\lambda).$$

При охлаждении объекта потоком хладоносителя, когда в ёмкость с охлаждаемым объектом подаётся насыщенная жидкость, на выходе получается равновесный пар (рис. 3.1) справедливы временные оценки (3.8) и (3.10), как и в случае охлаждения средой с постоянной температурой. Кроме того, добавляется временная оценка, получающаяся вследствие конечной величины расхода подаваемого жидкого хладоносителя:

$$\tau_G = \frac{CM(T_H - T_K)}{LG}, \quad (3.11)$$

где G - массовый расход хладагента, L - теплота парообразования хладагента.



1 - вход хладагента, 2 - охлаждаемый объект, 3 - ёмкость, 4 - выход хладагента

Рис. 3.1. Схема охлаждения объекта

В случае охлаждения объекта насыщенной жидкостью с температурой на входе T_x и использовании холодопроизводящей способности образующегося газа, температура которого на выходе из ёмкости ниже температуры объекта на величину недорекуперации ΔT , выражение для τ_G будет иметь вид:

$$\tau_G = \frac{CM}{C_2 G} \ln \frac{C_2(T_H - T_x - \Delta T) + L}{C_2(T_K - T_x - \Delta T) + L}. \quad (3.12)$$

где C_2 - теплоёмкость газа охлаждающего потока хладагента. Для получения в данном случае оценок для τ_α и τ_λ необходимо в выражениях (3.7) и (3.9) в качестве разности температур использовать среднюю разность температур между объектом и потоком хладагента на входе и на выходе. В результате получаются следующие выражения:

$$\tau_\alpha = \frac{2CM}{F\alpha} \ln \frac{(T_H - T_x - \Delta T)}{(T_K - T_x - \Delta T)}, \quad (3.13)$$

$$\tau_\lambda = \frac{2CM\delta}{S\lambda} \ln \frac{(T_H - T_x - \Delta T)}{(T_K - T_x - \Delta T)}, \quad (3.14)$$

где ΔT - величина недорекуперации температуры на выходе потока

хладоносителя относительно охлаждаемого объекта.

Для случая охлаждения объекта газовым потоком с температурой на входе T_x , температура которого на выходе из ёмкости ниже температуры объекта на величину недорекуперации ΔT , выражение для τ_G будет иметь вид:

$$\tau_G = \frac{CM}{C_p G} \ln \frac{(T_n - T_x - \Delta T)}{(T_k - T_x - \Delta T)}. \quad (3.15)$$

Для получения в данном случае оценок для τ_α и τ_λ , как и в предыдущем случае, используются выражения (3.13) и (3.14).

Определяющим временем процесса охлаждения потоком хладоносителя будет максимальное значение из трёх полученных величин, т.е. самый продолжительный из отдельных процессов переноса теплоты:

$$\tau = \max(\tau_\alpha, \tau_\lambda, \tau_G).$$

3.3 Математическая модель теплообмена цилиндрического объекта, имеющего осевые каналы

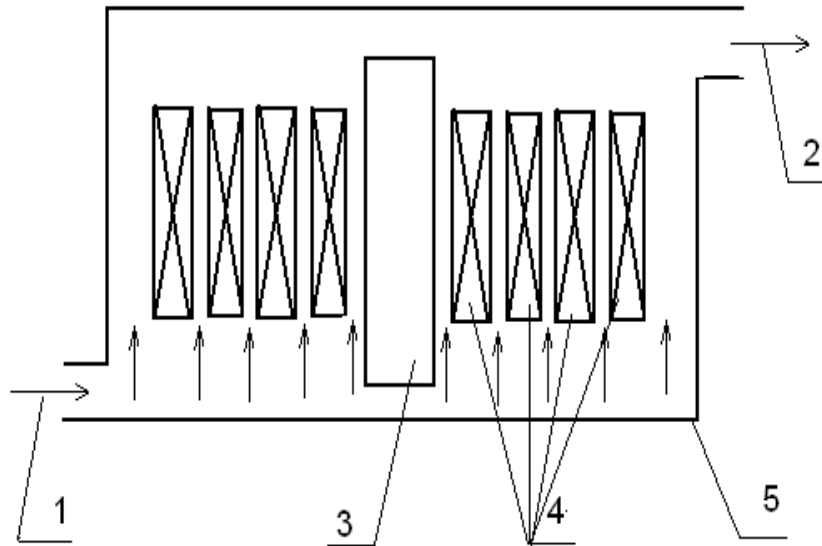
Рассмотрим процесс охлаждения цилиндрического объекта, имеющего осевые каналы. Объект находится в ёмкости, через которую прокачивается хладоноситель (рис. 3.1). В качестве расчетной геометрии объекта принимается тело, состоящее из конечного числа коаксиальных слоёв, причём расстояние между слоями считается одинаковым (рис. 3.2). Хладагент протекает через центральное отверстие, зазоры между слоями и зазор между внутренней поверхностью емкости и наружной поверхностью объекта.

Уравнение энергетического баланса для n -ого слоя, представляемого коаксиальным цилиндром, имеет следующий вид:

$$\rho C \frac{\partial T_n}{\partial \tau} = \frac{1}{R_n} \frac{\partial}{\partial R} (\lambda R_n \frac{\partial T}{\partial R}) + \frac{\partial}{\partial Z} (\lambda Z \frac{\partial T}{\partial Z}), \quad (3.16)$$

где T_n - температура n -ого слоя, ρ , C , λ - плотность, теплоемкость и теплопроводность материала слоя, τ - время, R_n - радиальная координата n -ого слоя, меняющаяся от внутреннего радиуса $R_{s,n}$ до наружного радиуса $R_{n,n}$, Z -

осевая координата.



1 – вход хладагента; 2– выход хладагента; 3 – сердечник; 4 –коаксиальные слои;
5 – корпус

Рис. 3.2. Расчётная геометрия осесимметричного тела

Уравнение (3.16) дополняется граничными условиями по радиальной и осевой координатам, описывающими конвективный теплообмен на наружной и внутренней поверхностях:

$$\lambda \frac{\partial T_n}{\partial R}(R_{e,n}) = \alpha_{e,n}(T(R_{e,n}) - \Theta_n)$$

$$\lambda \frac{\partial T_n}{\partial R}(R_{n,n}) = \alpha_{n,n}(\Theta_{n+1} - T(R_{n,n}))$$

и отсутствие теплового потока на торцах цилиндра, аналогично (3.4):

$$\frac{\partial T_n}{\partial Z}(0) = \frac{\partial T_n}{\partial Z}(L) = 0,$$

где $\alpha_{e,n}$ и $\alpha_{n,n}$ - коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхности n -ого слоя; Θ_n и Θ_{n+1} - температуры n -ого и $n+1$ -ого потоков хладагента, охлаждающих внутреннюю и наружную поверхности n -ого слоя, L - высота слоя.

Уравнение (3.16) также дополняется начальным условием - распределением температуры охлаждаемого тела в начальный момент времени, аналогично выражению (3.2)

$$T_n(0, R_n, Z) = T_n^0(R_n, Z).$$

Считая, что температура потоков хладагента меняется только в осевом направлении, уравнение энергетического баланса без учета влияния осевой теплопроводности, имеет следующий вид для всех потоков между слоями:

$$\rho_l S_n C_p \frac{\partial \Theta_n}{\partial \tau} + G_n C_p \frac{\partial \Theta_n}{\partial z} = \alpha_{n,n} (T_n - \Theta_n) + \alpha_{\epsilon, n+1} (T_{n+1} - \Theta_n), \quad (3.17)$$

где ρ_l , C_p - плотность и теплоемкость хладоносителя; S_n и G_n - площадь проходного сечения и массовый расход n -ого потока, находящегося между n -ым и $n+1$ -ым слоями. Для первого потока (текущего внутри первого слоя) уравнение (3.17) примет вид:

$$\rho_l S_1 C_p \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} + G_1 C_p \frac{\partial \Theta_1}{\partial z} = \alpha_{\epsilon, 1} (T_1 - \Theta_1).$$

Уравнение (3.17) дополняется начальным условием - значением температуры потока в нулевой момент времени

$$\Theta_n(0, Z) = \Theta_n^0(Z)$$

и граничным условием, определяющим значение температуры потока на входе в каналы охлаждаемого тела

$$\Theta_n(\tau, 0) = \Theta_0(\tau).$$

Для решения двухмерного уравнения нестационарной теплопроводности (3.16) использовался метод конечных разностей [192], сводящийся к решению системы линейных алгебраических уравнений, полученных при аппроксимации исходного уравнения относительно значений температур потока и слоёв тела в точках разбиения. Наиболее целесообразно применять способ «расщепления», заключающийся в том, что на первом полушаге по времени используется чисто неявная конечно-разностная схема по оси Z и явная по оси R :

$$\begin{aligned}
(\rho C)_{n,i,k}^j \frac{T_{n,i,k}^{j+1/2} - T_{n,i,k}^j}{\Delta \tau / 2} &= \left[\lambda_{n,i+1/2,k}^j \frac{T_{n,i+1,k}^{j+1/2} - T_{n,i,k}^{j+1/2}}{(\Delta z)^2} - \lambda_{n,i-1/2,k}^j \frac{T_{n,i,k}^{j+1/2} - T_{n,i-1,k}^{j+1/2}}{(\Delta z)^2} \right] + \\
&+ \frac{1}{R_{n,k}} \left[(\lambda_{n,i,k+1/2}^j R_{n,k+1/2}) \frac{T_{n,i,k+1}^j - T_{n,i,k}^j}{(\Delta R)^2} - (\lambda_{n,i,k-1/2}^j R_{n,k-1/2}) \frac{T_{n,i,k}^j - T_{n,i,k-1}^j}{(\Delta R)^2} \right],
\end{aligned}$$

и на втором полушаге явная схема по оси Z и неявная по оси R :

$$\begin{aligned}
(\rho C)_{n,i,k}^{j+1/2} \frac{T_{n,i,k}^{j+1} - T_{n,i,k}^{j+1/2}}{\Delta \tau / 2} &= \left[\lambda_{n,i+1/2,k}^{j+1/2} \frac{T_{n,i+1,k}^{j+1/2} - T_{n,i,k}^{j+1/2}}{(\Delta z)^2} - \lambda_{n,i-1/2,k}^{j+1/2} \frac{T_{n,i,k}^{j+1/2} - T_{n,i-1,k}^{j+1/2}}{(\Delta z)^2} \right] + \\
&+ \frac{1}{R_{n,k}} \left[(\lambda_{n,i,k+1/2}^{j+1/2} R_{n,k+1/2}) \frac{T_{n,i,k+1}^{j+1} - T_{n,i,k}^{j+1}}{(\Delta R)^2} - (\lambda_{n,i,k-1/2}^{j+1/2} R_{n,k-1/2}) \frac{T_{n,i,k}^{j+1} - T_{n,i,k-1}^{j+1}}{(\Delta R)^2} \right],
\end{aligned}$$

где i, j и k номер расчетной точки соответственно по оси, времени и радиусу.

Аналогичные уравнения записываются и для уравнений потоков (3.17):
для первого полушага:

$$\begin{aligned}
(\rho_l C_p S)_{n,i}^j \frac{\Theta_{n,i}^{j+1/2} - \Theta_{n,i}^j}{\Delta \tau / 2} + G_n C_{p,n,i} \frac{\Theta_{n,i}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2}}{\Delta z} &= \alpha_{n,n-1,i}^j \Pi_{n-1} (T_{n-1,i-1,NK+1}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2}) + \\
&+ \alpha_{\theta,n,i}^j \Pi_n (T_{n,i-1,1}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2})
\end{aligned}$$

и для второго полушага:

$$\begin{aligned}
(\rho_l C_p S)_{n,i}^{j+1/2} \frac{\Theta_{n,i}^{j+1} - \Theta_{n,i}^{j+1/2}}{\Delta \tau / 2} + G_n C_{p,n,i} \frac{\Theta_{n,i}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2}}{\Delta z} &= \alpha_{n,n-1,i}^{j+1/2} \Pi_{n-1} (T_{n-1,i-1,NK+1}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2}) + \\
&+ \alpha_{\theta,n,i}^{j+1/2} \Pi_n (T_{n,i-1,1}^{j+1/2} - \Theta_{n,i-1}^{j+1/2})
\end{aligned}$$

где NK - число шагов по радиусу. Таким же способом определяются конечно-разностные аналоги граничных и начальных условий для слоёв тела и потоков.

3.4 Рациональное ведение процесса охлаждения пакета использованных автопокрышек

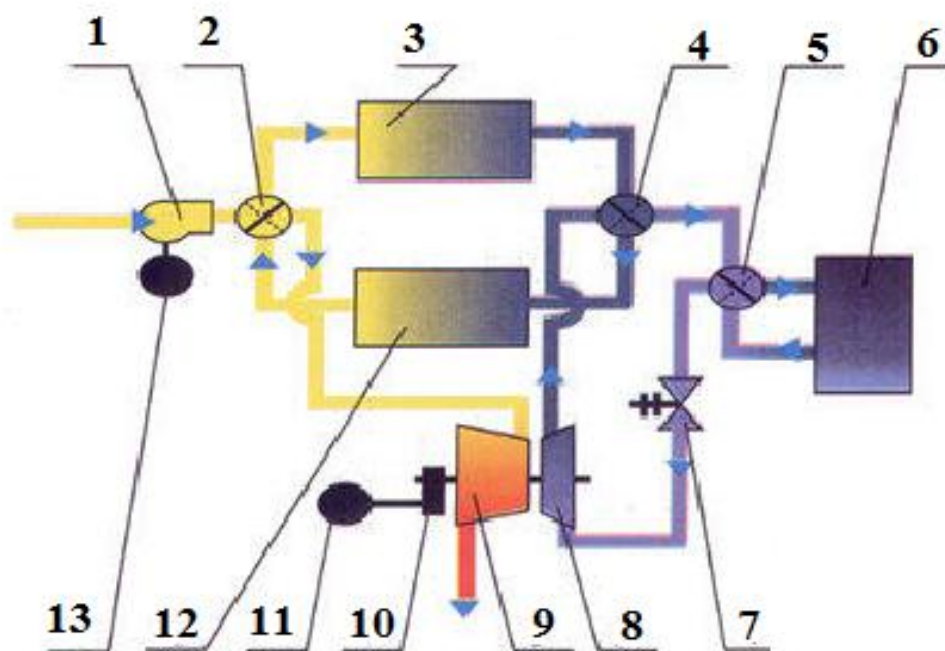
Охлаждение блока использованных автопокрышек необходимо для последующего помещения в утилизатор, где производится их разрушение с целью получения порошка резины. Для этого блок автопокрышек необходимо охладить до температуры не выше -60°C . На базе воздушной турбохолодильной машины МТХМ1-21Р был создан экспериментальный стенд для исследования процессов охлаждения изношенных автопокрышек,

используемых для криовзрывной утилизации. Принципиальная схема воздушной турбохолодильной машины МТХМ 1-21Р представлена на рис. 3.3 [193]. Атмосферный воздух вентилятором 1 подаётся в секцию регенератора 3, где он охлаждается. Затем воздух направляется в холодильную камеру 6, где он нагревается, охлаждая блок изношенных автопокрышек. Затем нагретый воздух расширяется в детандере 8 и вновь поступает в секцию регенератора 3, где нагревается при давлении ниже атмосферного и затем сжимается в компрессоре 9. После сжатия в компрессоре воздух выбрасывается в атмосферу с температурой, более высокой, чем температура окружающей среды. Для выноса атмосферной влаги из холодильной машины регенератор выполнен в виде двух секций 3 и 12, потоки в которых переключаются с помощью автоматических клапанов 2,4,5 с электроприводом. Установка снабжена электродвигателем вентилятора 13 и электродвигателем 11 с мультипликатором 10 компрессора. Компрессор и турбодетандер установлены на одном валу в корпусе с горизонтальным разъемом. Часть мощности, потребляемую компрессором, даёт турбодетандер, остальную - внешний источник – двигатель.

Машина реализуют термодинамический цикл, называемый "русским циклом" [194, 195]. Достоинством вакуумного цикла является отсутствие теплообменника для отвода теплоты сжатия компрессора, поскольку нет необходимости в подводе большого количества воды или воздуха, предназначенного для охлаждения. Кроме этого при получении низких температур в традиционных воздушных турбохолодильных машинах без регенерации теплоты требует большой степени повышения давления, чем при использовании вакуумного цикла. Другим преимуществом является использование выходящего из машины горячего воздуха для различных технических нужд, что повышает общую термодинамическую эффективность турбохолодильной машины.

Холодный поток воздуха из турбохолодильной машины поступает снизу в холодильную камеру, представляющую собой цилиндрическую стальную

оболочку внутренним диаметром 0,93 м и высотой 1,5 м. В камере охлаждения помещается блок брикетов из разрезанных автопокрышек, помещённых на сердечник. Внутри камеры приварены специальные воздухораспределительные короба, обеспечивающие вертикальную подачу охлаждающего воздуха, проходящего через зазоры между автопокрышками в брикете. Для загрузки и выгрузки пакетов автопокрышек камера снабжена верхней крышкой с механическими зажимами. Теплоизоляция камеры охлаждения выполнена из листового пенополиуретана толщиной 45 мм. Воздух протекает через центральное отверстие в блоке, зазоры между слоями автопокрышек и зазор между внутренней поверхностью ёмкости и наружной поверхностью блока.



1 - вентилятор; 2,4,5 - клапаны; 3,12 – секции регенератора; 6 - холодильная камера потребителя; 7 - дроссель; 8 - турбодетандер; 9 - компрессор; 10 - мультипликатор; 11,13 - электродвигатель

Рис.3. 3. Принципиальная схема воздушной турбохолодильной машины
MTXM 1-21P

Измерение температуры автопокрышек, а также температуры входа и

выхода воздушного потока в камере охлаждения производится датчиками температуры компании Honeywell с платиновыми чувствительными элементами. Датчик HEL -700 имеет следующие характеристики: диапазон рабочих температур $-200...+200^{\circ}\text{C}$, точность $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$. Объёмный расход воздушного потока измеряется диафрагменным расходомером типа AWM 300M с измеряемым диапазоном $1...100$ м³/мин в интервале температур $-25...+85^{\circ}\text{C}$, диапазон перепада давлений $\pm 0,048$ кПа.

Блок состоял из автопокрышек легковых автомобилей толщиной 0,01м и имел высоту 1,2м, наружный радиус 0,455м, внутренний 0,15м, масса блока составляла 350кг. Данный блок автопокрышек устанавливается на стальной сердечник диаметром 0,14м и помещается в камеру охлаждения. Средняя величина зазора между наружной поверхностью блока автопокрышек и внутренней стенкой камеры составляет 0,01м. Начальная температура блока равнялась 288К, температура воздуха на выходе из турбохолодильной машины меняется с течением времени и при расчетах усредняется линейной зависимостью, массовый расход воздуха составляет 0,946кг/с. Число слоёв шин в брикете автопокрышек определяется исходя из габаритов и массы блока шин, плотности покрышек (1190кг/м^3) и их толщины.

В качестве расчетной геометрии реального блока автопокрышек принимается тело, состоящее из конечного числа коаксиальных слоёв, причём размеры зазоров между слоями принимаются одинаковыми, для чего разработана методика пересчета по реальным средним толщине и объёму автопокрышек и внешнему объёму блока.

Первоначально оценочные расчеты процесса охлаждения блока шин проводились по формулам (3.13), (3.14) и (3.15). Поскольку все эти выражения представляют собой произведение одинакового логарифмического выражения на постоянные коэффициенты, зависящий от теплофизических свойств охлаждаемого объекта, то целесообразно оценить эти коэффициенты и сравнить их между собой, поскольку большее из этих значений будет

определять самый медленный механизм передачи теплоты. Эти коэффициенты имеют размерность времени и их можно использовать в качестве характерных времён процессов, используемых при обезразмеривании временной координаты. Для указанных характеристик блока автопокрышек величины этих коэффициентов составляют

$$\frac{2CM}{F\alpha} = 976, \quad \frac{2CM\delta}{S\lambda} = 677, \quad \frac{CM}{C_2G} = 602.$$

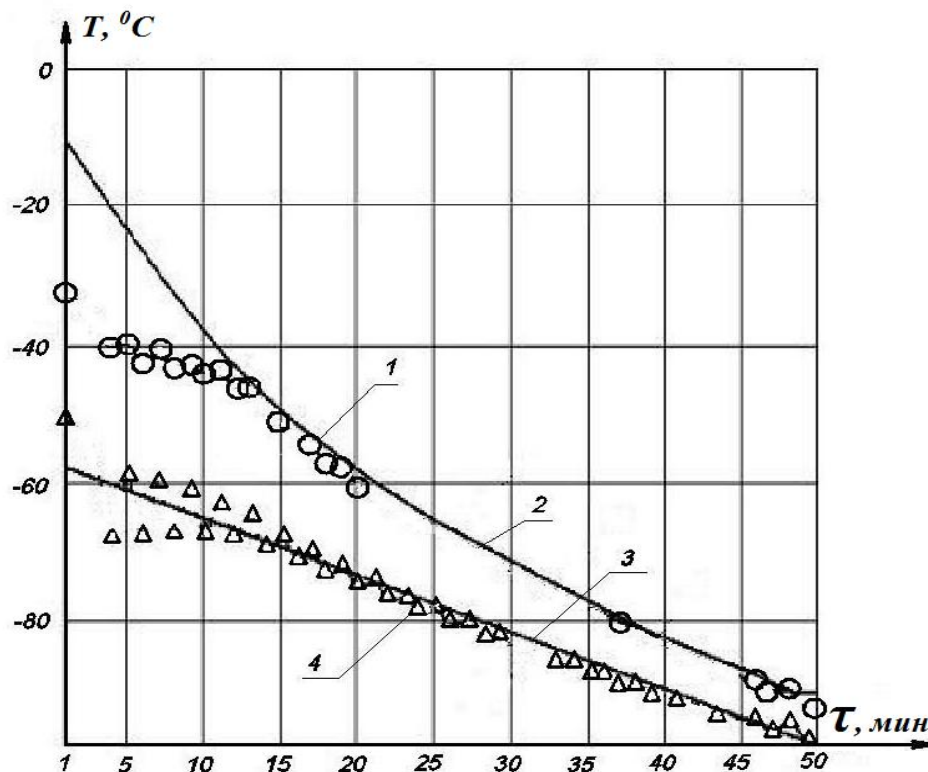
Все эти величины примерно одного порядка, наибольшее значение имеет коэффициент в выражении для переноса теплоты за счёт теплоотдачи на поверхности. Следует заметить, что при уменьшении массового расхода охлаждающего воздуха до 0,6 кг/с и менее самым медленным механизмом будет являться перенос теплоты за счёт ограниченного количества подаваемого воздушного потока.

Следующим этапом моделирования процесса охлаждения является использование системы двухмерного уравнения нестационарной теплопроводности для данного составного цилиндрического тела и уравнения сопряженного конвективного теплообмена для воздушного потока (3.1). Данная система решалась описанным выше конечно-разностным методом и была апробирована на экспериментальных данных, полученных при охлаждении холодным воздушным потоком блока. При расчетах шаг по времени составлял 0,25 с, число разбиений по высоте составило 20, по радиусу каждого слоя 10. Теплофизические свойства воздуха и материала шин брались из [196].

На рис. 3.4 показаны экспериментальные временные зависимости температуры воздушного потока на входе и выходе из камеры охлаждения и соответствующие значения для принимаемой усреднённой температуры на входе и полученной расчетной на выходе. Соответствие расчетных и экспериментальных значений температуры потока на выходе показало правильность принятой модели.

Принятая расчетная модель двумерной нестационарной теплопроводности

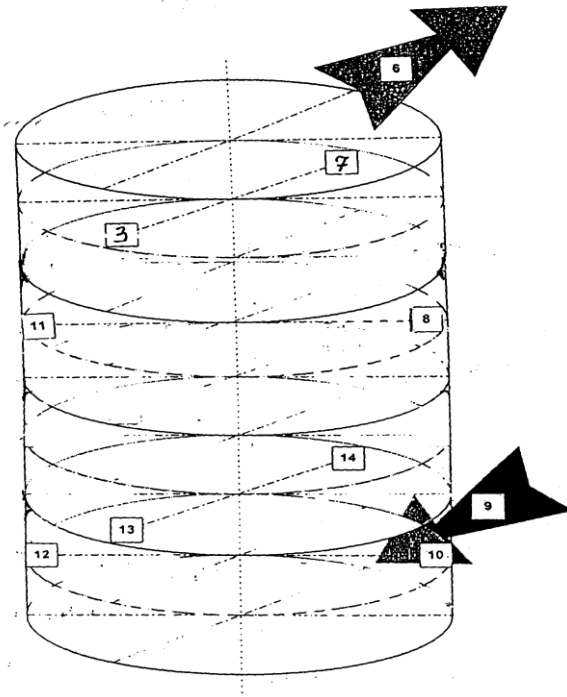
требовала использования больших размеров массивов переменных, что приводило к требованию большого объема оперативной памяти компьютера и времени расчета. Поэтому была создана упрощенная расчетная модель, в которой пренебрегалось осевой теплопроводностью в слое блока шин, что позволило сократить размер массивов переменных и время расчета. Данное допущение следует из того, что толщина шины много больше ее осевого размера. Точность расчетов практически не изменилось.



1 (о), 4 (Δ) - экспериментальные значения; 2, 3 - расчетные значения

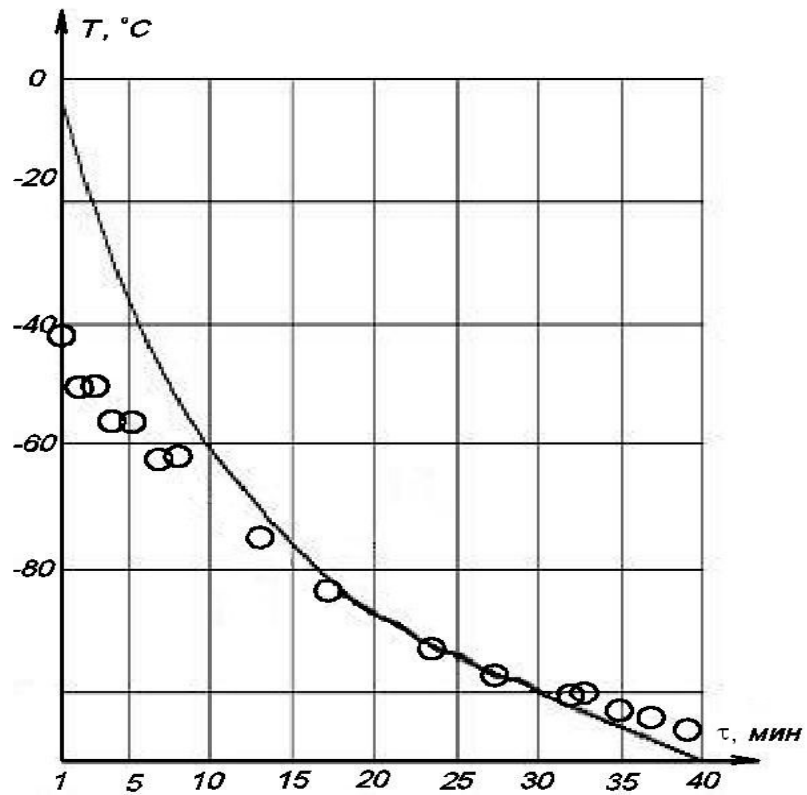
Рис. 3.4. Временная зависимость температур воздушного потока на выходе (1, 2) и на входе (3, 4) из камеры охлаждения

На рис. 3.5 показано расположение температурных датчиков в блоке шин, на рис. 3.6, 3.7, 3.8 временные расчетные и экспериментальные зависимости температуры точек блока шин. Из рисунков видно, что несовпадения лежат в пределах точности вычислений и принятых допущений.



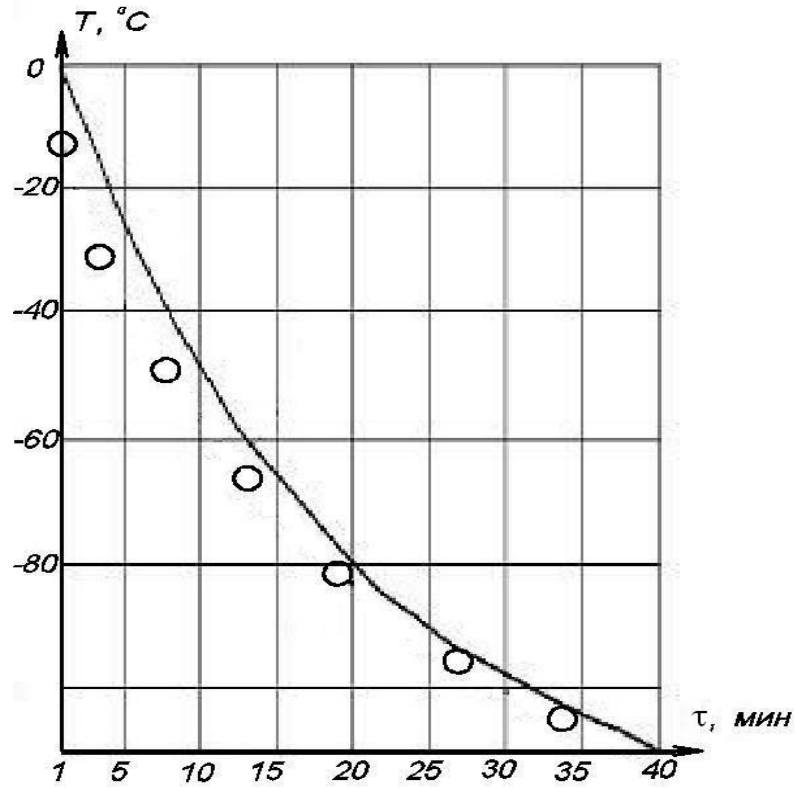
3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 - номера датчиков

Рис. 3.5. Схема расположения температурных датчиков



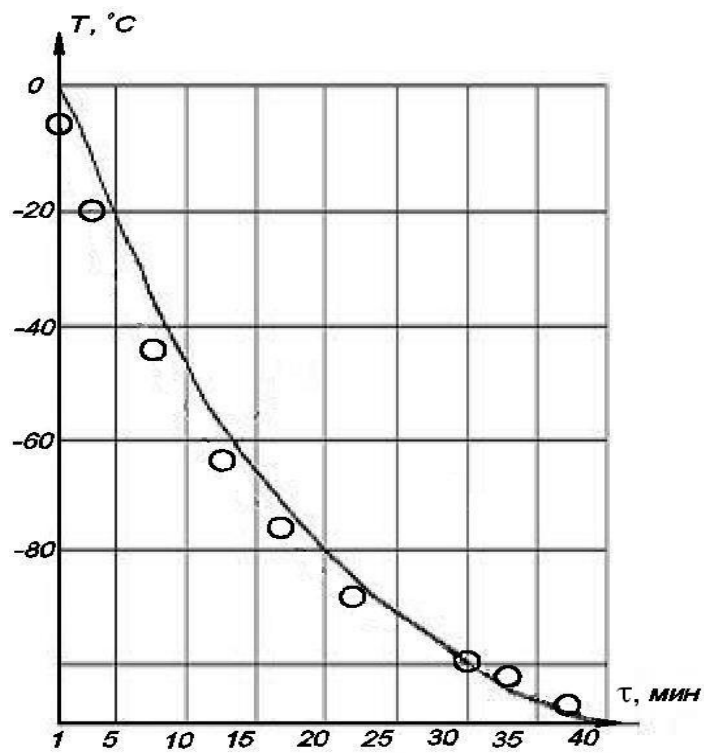
— расчётная зависимость; о — экспериментальные данные

Рис. 3.6. Временная зависимость температуры в 7-ой точке блока шин



— расчётная зависимость; o – экспериментальные данные

Рис. 3.7. Временная зависимость температуры в 8-ой точке блока шин



— расчётная зависимость; o – экспериментальные данные

Рис. 3.8. Временная зависимость температуры в 9-ой точке блока шин

Следующей задачей было определение рациональной величины расхода потока холодного воздуха, идущего на охлаждения блока автопокрышек. Оценка проводилась по значениям среднеинтегральной температуры блока шин. На рис. 3.9 показана временная зависимость расчётной и пересчитанной по измеренным экспериментальным значениям среднеинтегральной температуры блока для величины используемого массового расхода $0,946 \text{ кг/с}$. Расхождение между полученными величинами лежит в пределах погрешности пересчёта ограниченного числа экспериментальных значений температур в измеряемых точках блока. Поэтому данная модель может быть использована для решения задачи определения рациональной величины расхода воздушного потока. Расчёты (рис. 3.10) показали, что увеличение величины массового расхода воздуха более 1 кг/с не приводит к существенному уменьшению средней температуры блока шин вследствие конечной величины коэффициента теплопроводности.

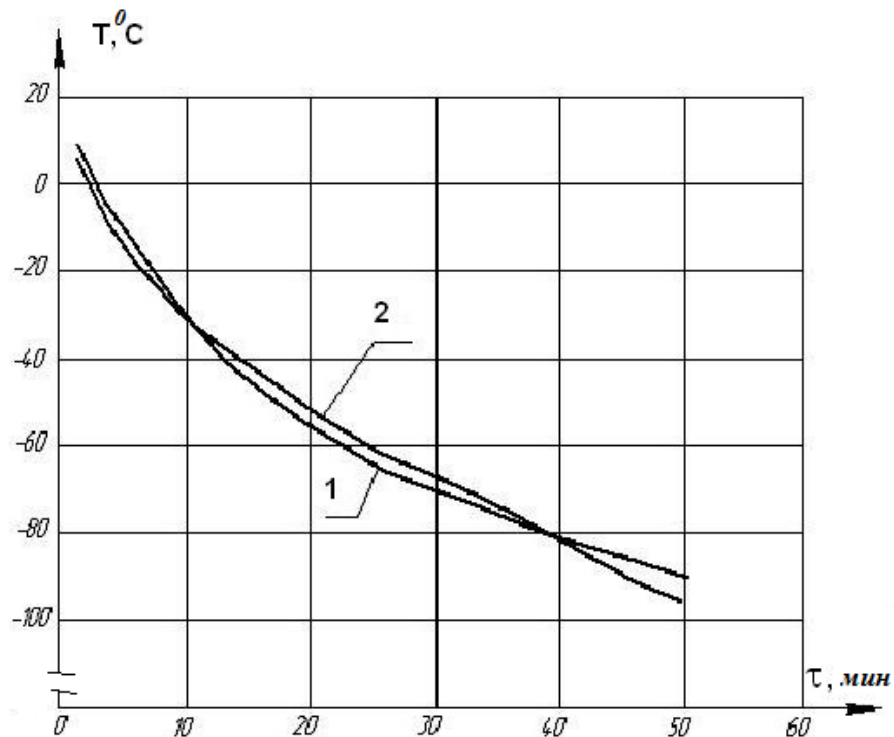
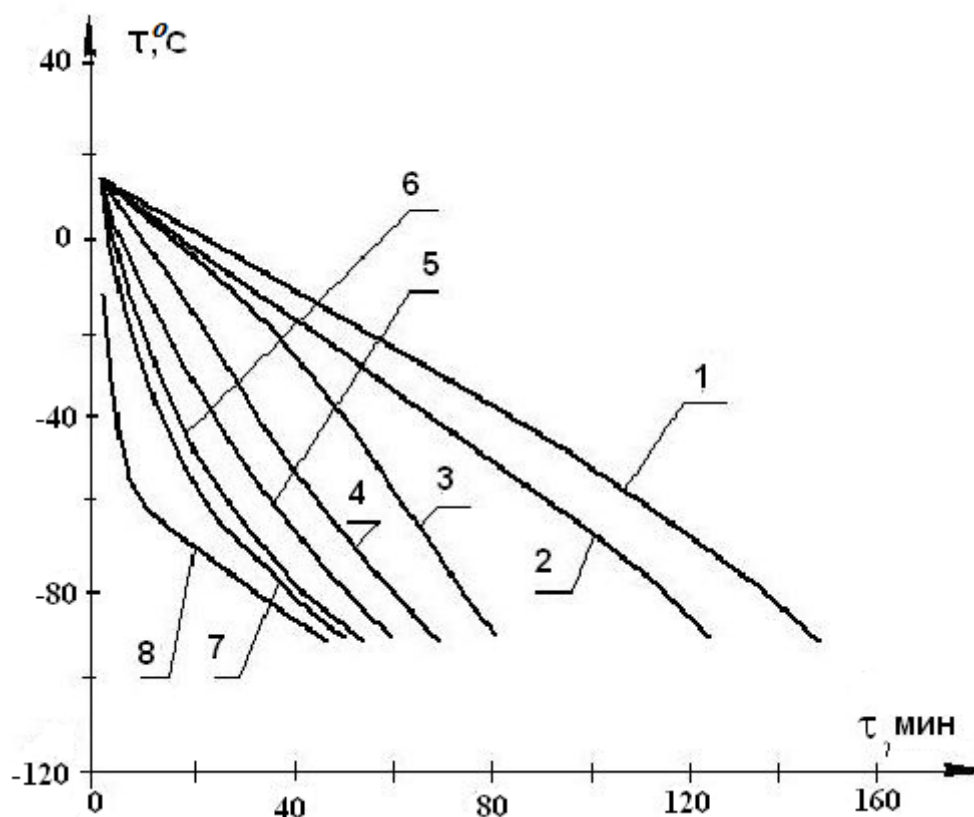


Рис. 3.9. Временная зависимость расчётной (1) и пересчитанной по измеренным экспериментальным значениям (2) среднеинтегральной температуры блока для величины используемого массового расхода $0,946 \text{ кг/с}$

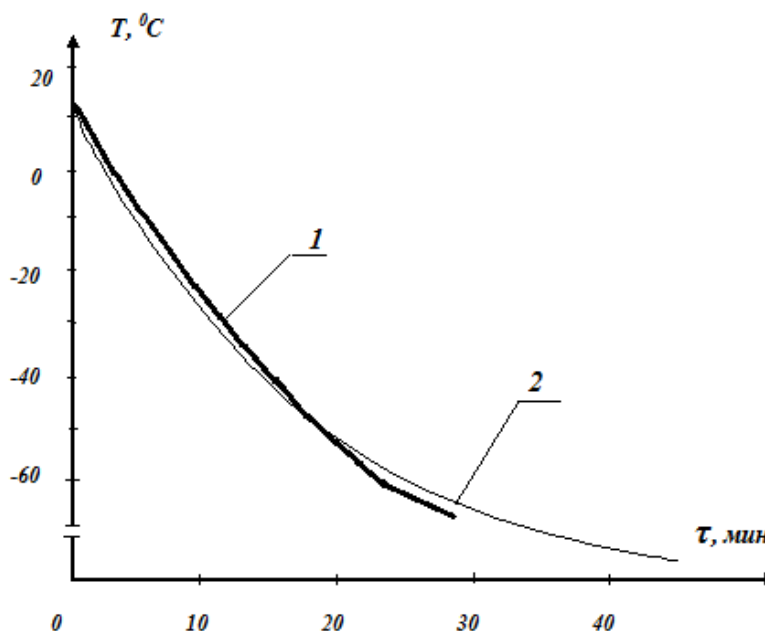


1 - 0,1 кг/с; 2 - 0,2 кг/с; 3 - 0,25 кг/с; 4 - 0,3 кг/с; 5 - 0,5 кг/с; 6 - 0,75 кг/с; 7 - 1 кг/с; 8 - 10 кг/с

Рис. 3.10. Временная зависимость средней температуры блока шин при различных значениях массового расхода потока хладагента

На рис. 3.11 показана временная зависимость средней температуры блока шин при охлаждении воздушным потоком, определённая по оценочным расчётам и использованию механизма теплоотдачи, т.е. при использовании формулы (3.13) и полученного численного решения для массового расхода 0,946 кг/с. При оценочных расчётах принималась величина недорекуперации $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$, средняя температура воздушного потока на входе $T_x = -90^{\circ}\text{C}$. Сравнение полученных результатов показывает, что в значительной части времени процесса охлаждения блока шин (до 20 минут) наблюдается совпадение в пределах 15% обоих расчётных методов. При больших временах

расхождение увеличивается, что связано с усреднением теплоёмкости при использовании формулы (3.13).



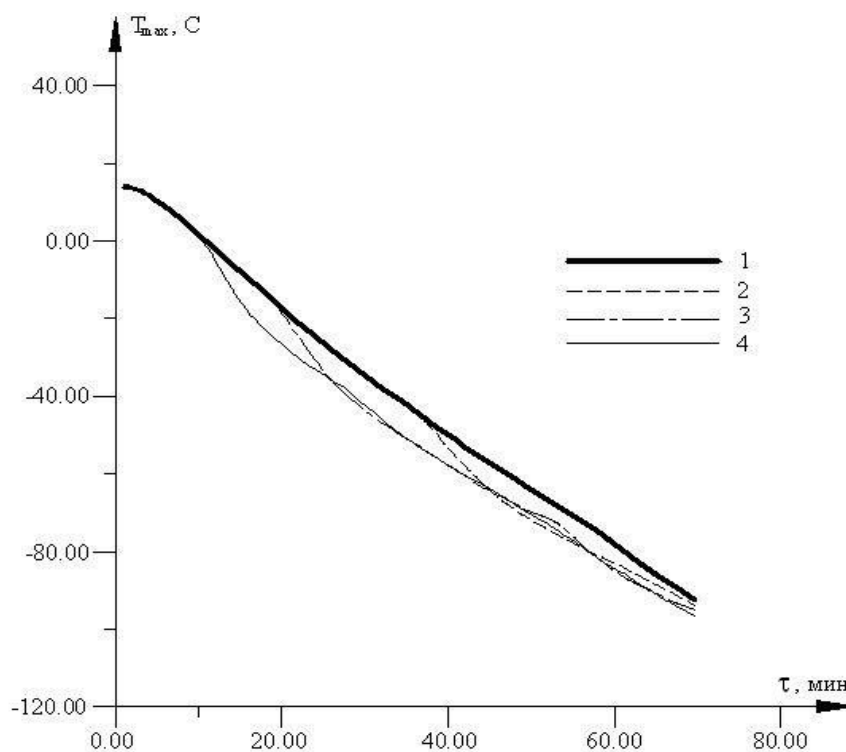
1 – конечно-разностный метод, 2 - метод интегральных оценок

Рис.3.11. Временная зависимость средней температуры блока шин в процессе охлаждения воздушным потоком

Использование оценочных расчётов позволяет сделать анализ поведения полученных расчётных зависимостей, показанных на рис. 3.10. Для малых значений расходов воздуха (менее 0,3 кг/с) определяющим в процессе охлаждения является ограниченное количество подаваемого воздушного потока и графики зависимостей имеют отрицательную кривизну. С увеличением величины расхода воздуха (более 0,3 кг/с) кривизна меняет свой знак. Это связано с тем, что определяющим, т.е. самым медленным, становится процесс переноса теплоты за счёт теплоотдачи. Кривизна особенно увеличивается при понижении температуры, что связано с уменьшением разности температур между поверхностью охлаждаемого тела и воздушным потоком и возрастанием характерного времени за счёт теплоотдачи.

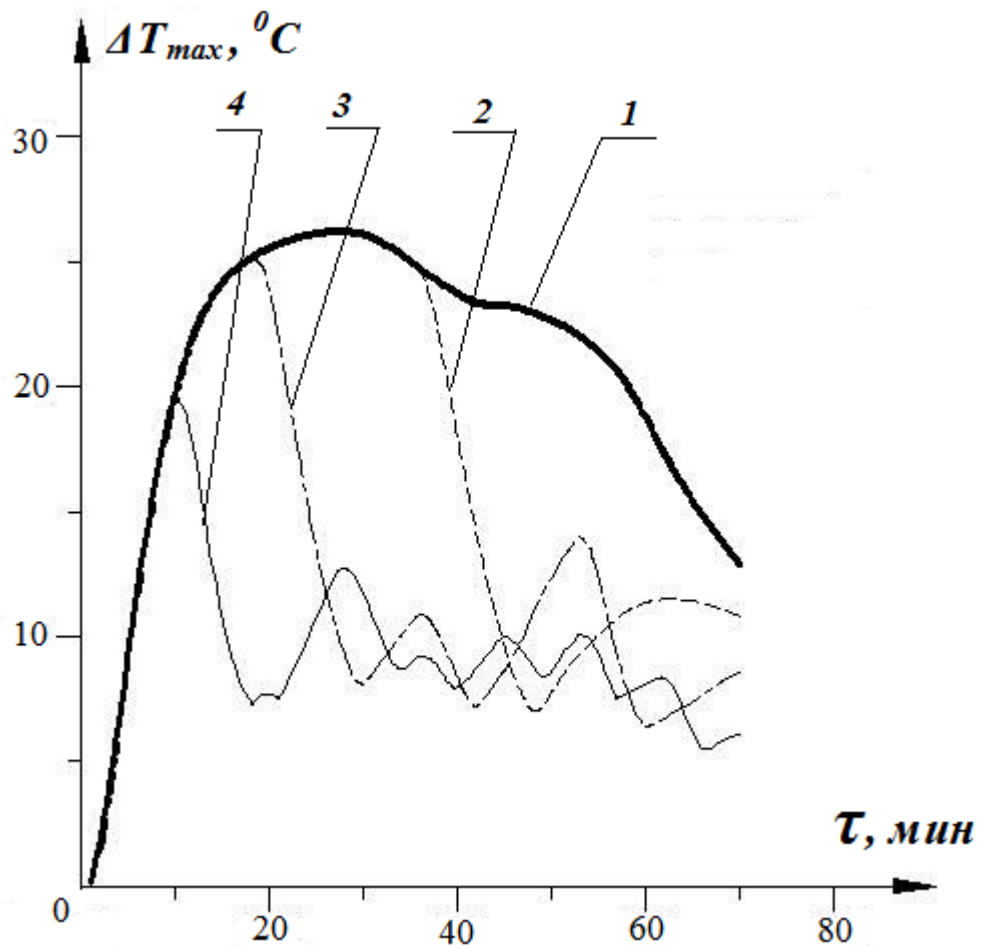
3.5 Использование изменения направления движения потока для уменьшения разности температур в охлаждаемом теле

Реверсирование, т.е. изменение направления движения потока при охлаждении блока, позволяет сократить общее время охлаждения тела до средней температуры, понизить наивысшую температуру внутри тела, уменьшить максимальный перепад температуры внутри тела. Для величины массового расхода 0,946 кг/с были рассчитаны временные зависимости максимальной температуры в блоке (рис. 3.12) и максимального перепада температур в блоке шин (рис. 3.13) для различных значений времени реверсирования.



1 - без реверсирования; 2 – реверс через 35 мин.; 3 – через 17,5 мин.;
4 – через 8,75 мин.

Рис. 3.12. Расчётная зависимость максимальной температуры в блоке шин при многократном реверсировании от времени



1 - без реверсирования; 2 – реверс через 35 мин.; 3 –через 17,5 мин.; 4 –через 8,75 мин.

Рис. 3.13. Расчётная зависимость максимального перепада температур в блоке шин от времени начала многократного реверсирования

Из рисунков видно, что с повышением частоты реверсирования значения максимальной температуры и максимального перепада температур в блоке шин уменьшаются. Частое реверсирование осуществить достаточно трудоёмко и обычно используется однократное реверсирование во время процесса охлаждения. Поэтому следующим этапом было определение времени начала реверсирования для более эффективного проведения процесса охлаждения на основе созданной расчётной программы.

Для апробации расчётной модели произведено сравнение экспериментальных и расчётных зависимостей температуры ближней к входу

потока точки блока шин от времени при однократном реверсировании. Температура этой точки наиболее резко меняется при начале реверсирования, т.к. она находится в начале движения охлаждающего потока. Расчёты (рис. 3.14) показали удовлетворительное совпадение результатов, что позволило использовать данную расчётную программу для моделирования процесса однократного реверсирования.

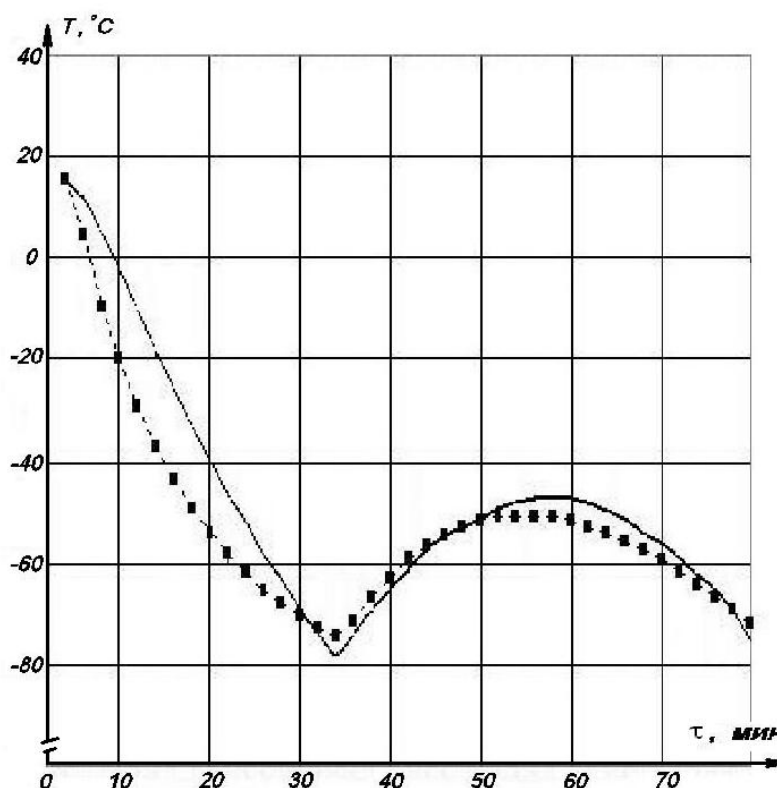
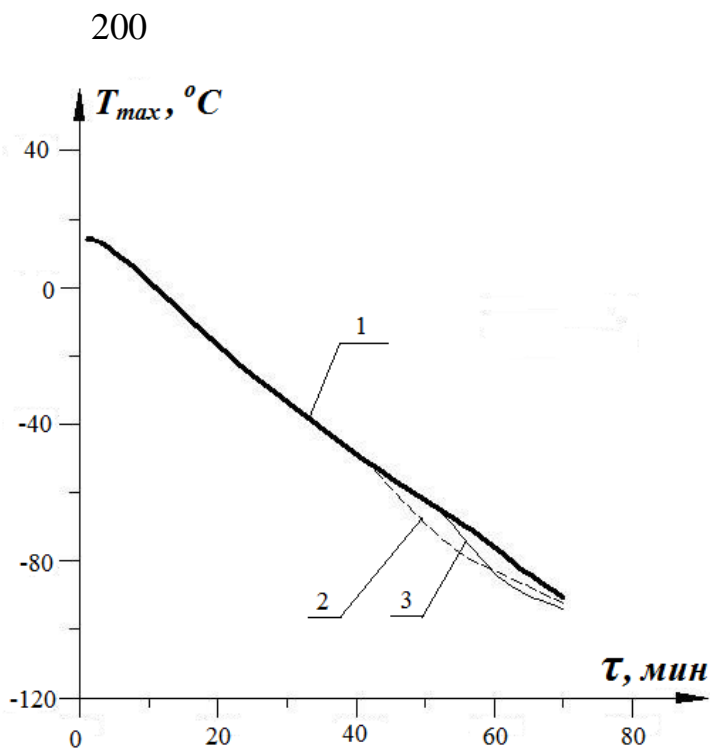


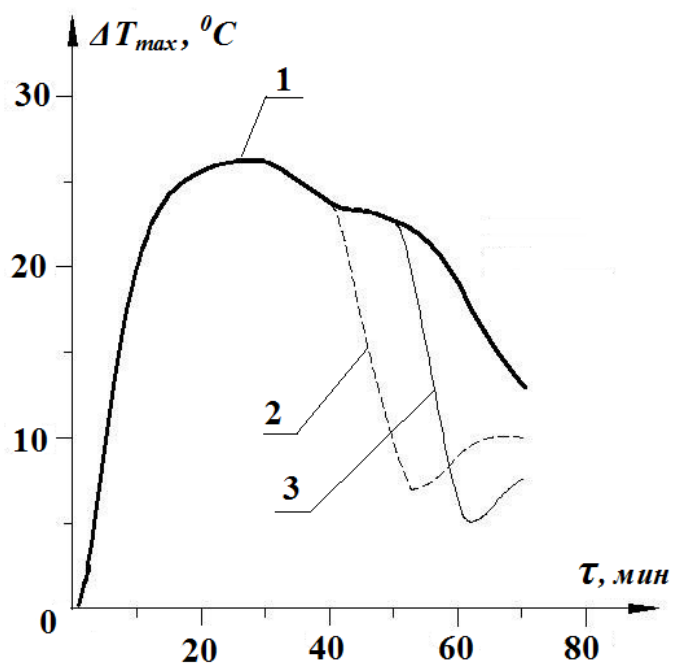
Рис. 3.14 Экспериментальная (■) и расчетная (—) зависимости температуры крайней точки блока шин от времени при однократном реверсировании

На рис. 3.15 и рис. 3.16 представлены расчётные зависимости максимальной температуры и максимального перепада температур в блоке шин от времени начала однократного реверсирования.



1 - без реверсирования; 2 – реверс через 40 мин.; 3 – реверс через 50 мин.

Рис. 3.15. Расчётная зависимость максимальной температуры в блоке шин от времени начала однократного реверсирования



1 - без реверсирования; 2 – реверс через 40 мин.; 3 – реверс через 50 мин.

Рис. 3.16. Расчётная зависимость максимального перепада температур в блоке шин от времени начала однократного реверсирования

Из этих зависимостей видно, что чем позже начинается реверсирование, тем меньше конечная средняя температура и максимального перепада температур в блоке шин. Реверсирование целесообразно проводить на заключительной стадии процесса охлаждения, когда температура ближней к входу потока точки блока шин достигнет минимального требуемого значения. Из проведённых расчётов видно, что при использовании однократного реверсирования время охлаждения блока может быть уменьшено на 6 – 8%.

Выводы по третьей главе

1. Сделан обзор различных способов охлаждения объектов, физических и математических моделей для их расчёта.

2. Впервые получена интегральная оценка времени охлаждения объектов для различных условий охлаждения и сделан анализ механизмов переноса теплоты для этих случаев, позволяющая определить роль основных механизмов передачи теплоты для разных условий охлаждения.

3. Впервые создана физическая и математическая модель процесса охлаждения объектов с осевыми каналами потоком хладоносителя.

4. Созданная модель была использована при расчёте процессов охлаждения блока использованных автопокрышек для последующей криодеструкции с целью получения резины.

5. Проведённые расчёты при использовании данной модели позволили определить рациональное значение расхода воздушного потока, предназначенного для охлаждения блока использованных автопокрышек, а также оптимальное время реверсирования воздушного потока.

Глава 4. СОПРЯЖЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ БИОЛОГИЧЕСКИХ И ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

4.1 Особенности моделирования процессов охлаждения и замораживания

Процессы затвердевания и оттаивания тел имеет существенное значение в холодильной и криогенной технике, особенно при рассмотрении процессов замораживания и отогрева пищевых продуктов, промерзания почвы, замораживания биологических объектов при использовании криохирургического инструмента, а также в скороморозильных аппаратах. Поэтому их исследование необходимо для проектирования криогенного и холодильного оборудования и рациональной организации технологических процессов охлаждения и отогрева.

Несмотря на большой экспериментальный опыт, полученный в виде эмпирических зависимостей для различного рода охлаждаемых тел и условий охлаждения, математическое моделирование таких процессов имеет большое значение для проектирования соответствующего оборудования и определения рациональных режимов работы данных устройств, особенно при использовании нестандартных объектов охлаждения, оценки времени процесса при отклонении режимов от номинальных.

Процессы замораживания и отогрева с учетом фазового перехода описываются в общем случае нестационарным трехмерным уравнением теплопроводности для однофазных частей тела и для границы затвердевания (задача Стефана) [191]:

$$\begin{cases} C\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) \\ \lambda_s \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=z+0} - \lambda_l \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=z-0} = L\rho_s \frac{\partial z}{\partial \tau}, T|_{x=z} = T_L, \end{cases} \quad (4.1)$$

где T - температура; τ - время; C , ρ , λ - теплоемкость, плотность и коэффициент

теплопроводности тела; L , T_L - теплота и температура затвердевания; x - координата в направлении оси, перпендикулярной поверхности затвердевания; z - координата границы поверхности затвердевания, индекс « s » относится к твердой фазе, индекс « l » - к еще не затвердевшей фазе.

Система (4.1) дополняется начальным условием:

$$T|_{\tau=0} = T_0, \quad (4.2)$$

где T_0 - температура тела в начале процесса, и граничными условиями конвективного теплообмена на поверхности, обозначаемой индексом f :

$$-\lambda(\nabla T)|_f = \alpha(T|_f - T_F), \quad (4.3)$$

где α - коэффициент теплоотдачи между холодным воздухом с температурой T_F и поверхностью тела, и в случае симметрии отсутствие теплового потока в центре тела ("с"):

$$(\nabla T)|_c = 0 \quad (4.4)$$

Система (4.1) с соответствующими начальным (4.2) и граничным условиями (4.3) и (4.4) в трехмерном случае не имеет аналитического решения, даже численное решение этой задачи достаточно затруднительно.

Аналитическое решение даже одномерных систем уравнений типа (4.1) с соответствующими начальным и граничным условиями для случая постоянных коэффициентов в уравнениях (что используется при усреднении теплофизических свойств замораживаемого тела и охлаждающей среды) возможно получить методом интегральных преобразований [191]. Однако этот процесс очень трудоёмок, и конечное выражение нельзя получить в виде явной функциональной зависимости от времени и координаты.

Существуют различные приближённые решения задачи Стефана, среди которых наиболее распространённым является формула Планка [197], которая получена для затвердевания пластины при условии постоянства температуры в незамерзшем слое и линейному закону изменения температуры по пространственной координате. Время замораживания части пластины толщиной z определяется по формуле

$$\tau = \frac{L\rho_l z}{T_L - T_F} \left(\frac{z}{2\lambda_s} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (4.5)$$

Многие приближённые решения задачи Стефана для моделей различной степени сложности зачастую не дают результатов, удовлетворительно совпадающих с экспериментальными данными. В значительной степени это объясняется большим различием зависимостей теплофизических параметров объектов охлаждения, особенно биологического происхождения, и в этом случае даже увеличение математической точности решения не может привести к увеличению общей точности рассматриваемой физической модели. Поэтому в большинстве случаев для инженерных расчетов можно без большой потери точности аппроксимировать форму замораживаемых тел до правильной и, таким образом, свести модель к одномерной: полуограниченное тело, бесконечная пластина, шар, бесконечный цилиндр.

Также для получения приближённого решения задачи Стефана можно использовать методику оценки времени охлаждения объектов, подробно изложенную в третьей главе данной работы. Если в процессе охлаждения объекта происходит фазовый переход при температуре T_L , ниже конечной температуры T_k , например, затвердевание, то значение величины характерного времени охлаждения τ_λ за счёт теплопроводности определится следующим образом:

$$\tau_\lambda = \tau_{\lambda 1} + \tau_{\lambda 2} + \tau_{\lambda 3}, \quad (4.6)$$

где: $\tau_{\lambda 1}$ - время охлаждения объекта от начальной температуры T_0 до температуры затвердевания T_L , которое определяется по формуле (3.10)

$$\tau_{\lambda 1} = \frac{CM\delta}{\lambda S} \ln \frac{T_0 - T_F}{T_L - T_x}, \quad (4.7)$$

$\tau_{\lambda 3}$ - время охлаждения затвердевшего объекта до конечной температуры, которое также определяется по формуле (3.10)

$$\tau_{\lambda 3} = \frac{CM\delta}{\lambda S} \ln \frac{T_L - T_x}{T_r - T_x}, \quad (4.8)$$

$\tau_{\lambda 2}$ - время затвердевания при постоянной температуре T_L , которое определится из уравнения теплового баланса процесса затвердевания:

$$\tau_{\lambda 2} = \frac{LM\delta}{\lambda S(T_L - T_x)}, \quad (4.9)$$

где L - теплота затвердевания.

Аналогично в случае фазового перехода определяется величина характерного времени охлаждения τ_{α} процесса теплообмена:

$$\tau_{\alpha} = \tau_{\alpha 1} + \tau_{\alpha 2} + \tau_{\alpha 3}, \quad (4.10)$$

где величины $\tau_{\alpha 1}$ и $\tau_{\alpha 3}$ определяются по формуле (3.8)

$$\tau_{\alpha 1} = \frac{CM}{\alpha F} \ln \frac{T_H - T_x}{T_L - T_x}, \quad (4.11)$$

$$\tau_{\alpha 3} = \frac{CM}{\alpha F} \ln \frac{T_L - T_x}{T_K - T_x} \quad (4.12)$$

$\tau_{\alpha 2}$ - время затвердевания при постоянной температуре T_L в процессе теплообмена, которое определится из уравнения теплового баланса процесса затвердевания:

$$\tau_{\alpha 2} = \frac{LM}{F\alpha(T_L - T_s)}. \quad (4.13)$$

Также, при рассмотрении процесса охлаждения и последующего затвердевания теплофизические параметры реальных тел существенно зависят от температуры и резко изменяются вблизи температуры фазового перехода. Помимо этого реальные тела, особенно биологического происхождения и почва, могут обладать существенной анизотропией теплофизических свойств.

Поэтому для получения расчетного результата с учётом переменности теплофизических свойств целесообразно использовать численные способы нахождения решения, среди которых часто используется конечно-разностный метод. Для получения конечно-разностного решения рассматриваемых систем уравнений теплопроводности с фазовым переходом А.А.Самарским [181] вводится понятие сосредоточенной теплоемкости, т.е. величина теплоты фазового перехода "размазывается" на малом температурном отрезке длиной

ΔT_L , содержащим температуру фазового перехода T_L . Тогда зависимость такой условной теплоемкости $\tilde{C}(T)$ от температуры становится непрерывной функцией (рис. 4.1) с ограниченным пиком, величина которого определяется как

$$C_L = 0,5(C_{T=T_L-0} + C_{T=T_L+0}) + L/\Delta T_L.$$

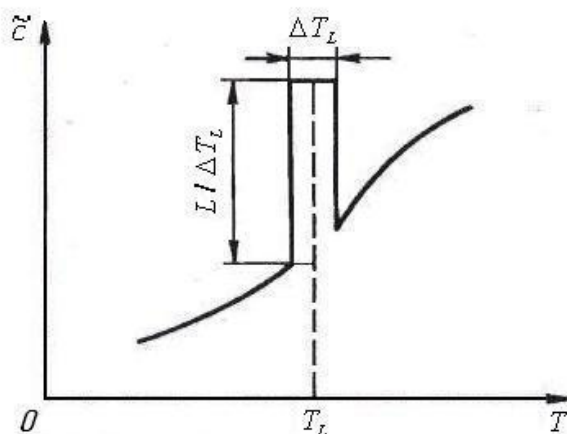


Рис. 4.1. Зависимость условной теплоёмкости от температуры, принятая для конечно-разностного решения

Поэтому систему уравнений (4.1) можно записать одним уравнением теплопроводности, используя введенную условную величину теплоемкости \tilde{C} :

$$\tilde{C}\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) \quad (4.13)$$

Для одномерных уравнений, к которым сводится уравнение (4.13), составляются конечно-разностные линейные уравнения относительно значений температур в точках разбиения по координате и времени. Обычно используется чисто неявная конечно-разностная схема, дающая абсолютную устойчивость. Причем необходимо так подобрать шаги разбиения, чтобы изменение температуры в соседних точках по координате и времени не превысило величины температурного отрезка ΔT_L , на котором происходит "размазывание" теплоты фазового перехода. Это делается для того, чтобы при расчете полей температур не "проскочить" условие пика теплоемкости при температуре затвердевания.

В последнее время решением задачи Стефана применительно к различным приложениям занимался И.А.Калиев [198]. В его работе

исследуются различные модели для описания фазовых переходов в многомерных упругих средах с использованием невыпуклой функции свободной энергии, проводится гомогенизация многомерной задачи Стефана в случае, когда среда является композитом, состоящим из двух различных веществ. Основной целью работы являлось математическое исследование начальных и краевых задач для нелинейных уравнений и систем, описывающих тепловые, диффузионные, термодиффузионные процессы, сопровождаемые фазовыми превращениями среды с поглощением или выделением скрытой теплоты.

Двухфазная задача Стефана в полубесконечном теле при условии конвективного теплообмена на поверхности этого тела рассмотрена в работе Д.А.Тарзия и К.В.Тёрнера [199]. Доказана монотонная зависимость решения от исходных данных и изучено асимптотическое поведение решения при бесконечном удалении от поверхности теплообмена. Исследовано асимптотическое поведение свободной границы при стремлении времени к бесконечности.

В работе Сычевского В.А. [200] предложен достаточно простой метод расчета задачи Стефана на основании метода контрольного объема. Этот метод заключается в том, что вместо поверхности фазового перехода используется контрольный объем, в котором находятся расчётные точки разбиения по координате. Разработанный метод протестирован на серии задач, решение которых можно получить другими способами, что показало хорошую точность представленного метода при понижении уровня сложности использованной модели.

Метод численного решения многофронтowych нестационарных двумерных задач Стефана с явным выделением межфазных границ в произвольных областях изложен в работе В.И.Мажукина, А.А.Самарского и М.М.Чуйко [201]. Использовалась динамическая адаптация расчетной сетки при переходе к произвольной нестационарной системе координат, которая осуществлялась автоматически с помощью искомого решения. Интегрально-разностный метод

решения задачи Стефана представлен в работе В.С.Кошмана, З.К.Кабакова и Н.Н.Синицына [202]. Метод решения задачи Стефана, состоящий в разложении решения в ряд по степеням малого параметра числа Рейнольдса или интенсивности вихря дана в работе А.С.Миненко [203], где получена формула уравнения свободной границы в зависимости от малого параметра. Существование глобального классического решения двухфазной задачи Стефана на основе специальной дифференциально-разностной аппроксимации показано в работе М.А.Бородина [204].

Пример применения генетического алгоритма к обратной задаче Стефана приведён в работе Д.Слота [205]. Восстанавливалась функция, описывающая коэффициент теплоотдачи на поверхности в зависимости от перемещения границы раздела фаз. Расчетное исследование движения границы раздела фаз "твердое тело-жидкость" с объемным выделением теплоты для вертикального цилиндрического тела приведено в работе К.Крепеау, А.Шиахпуша и Б.Споттена [206], где получено хорошее согласование между результатами квазистатического аппроксимирующего аналитического решения и результатами решения по расчетной модели, использующей компьютерную программу гидродинамики FLUENT.

В работе Т.Б.Гранкина [207] при моделировании динамики роста ледяного покрова в водоемах решается задача о фазовом переходе жидкость-твердое тело (вода-лёд) в одномерной постановке в предположении, что в твердом теле распределение температуры линейное. Решение математической задачи сводится к интегрированию уравнения теплопроводности в области с неизвестной подвижной границей. Для решения используется метод "спрямления фронта", позволяющий решать уравнение в регулярной области. На выбор численного метода влияет конвективный член задачи теплопроводности. При расчете рассматриваемой задачи исследовалось несколько разностных схем: явная схема с направленными разностями; неявная схема с направленными разностями; схема расщепления; схема Вабищевича-Самарского. Вычислительные эксперименты показали, что более эффективной

оказались неявные схемы, как абсолютно устойчивые и позволяющие вести расчеты без ограничения на размер временного шага.

Задача Коши для модели Дарси-Стефана, описывающей процесс замерзания или оттаивания насыщенного пористого грунта с учетом фильтрации жидкой фазы рассматривается в работе С.А.Саженова [208]. Модель использует закон Дарси, уравнение несжимаемости в жидкой фазе, условие неподвижности твердой фазы, уравнение баланса энергии в системе пористый грунт - насыщающая сплошная среда, а также условие Стефана и условие непрерывности нормальных компонент поля скоростей на межфазной границе. Доказано существование обобщенных решений задачи, удовлетворяющих дополнительному условию неубывания энтропии в термомеханической системе, т. е. второму закону термодинамики.

Работа А.Н.Комякова [209] посвящена получению приближенного решения задачи Стефана для вычисления скорости движения и положения границы таяния льда в замороженном слое измельченной древесины, который является конструктивным элементом большегрузного плавучего контейнера.

Решение задачи о промерзании грунта с использованием математической модели, существенно отличающейся от классической постановки Стефана, без явного выделения границы фазового перехода приведено в работе Т.А.Нагорновой [210]. Использовался метод конечных разностей с применением неявной итерационной разностной схемы. Было определено, что предложенный подход приводит к результатам, отличающимся не более чем на 4,4% по значениям температур и координат фронта промерзания при решении одномерной задачи Стефана.

Моделирование тепловых характеристик процесса замораживания в водонасыщенных пористых средах рассматривалось в работе П.Раттандечо и С.Вонгвисеса [211]. Определён наиболее эффективный расчётный метод для решения задачи перемещения границы затвердевания, основанный на интерполяции и замене дифференциального параболического уравнения в частных производных системой алгебраических уравнений для двухмерной

расчётной сетки. Полученные результаты хорошо совпали с имеющимися аналитическими решениями и экспериментальными результатами.

Актуальность прогнозирования результатов криовоздействия объясняется расширившимися за последние годы областями применения криоинструментов. Поэтому необходимо определить зависимость результатов криовоздействия, от небольшого числа переменных: температуры и геометрических характеристик криоинструмента, скорости охлаждения и времени воздействия, объема и структуры тканей, подлежащих деструкции. Наиболее перспективным в методическом отношении является метод математического моделирования процессов динамики роста зоны замораживания биологической ткани, основанный на решении задачи теплопроводности при фазовом переходе – задачи Стефана. Большое число работ за последние годы по решению задачи Стефана применительно к криомедицине выполнялось в Кабардино-Балкарской государственной сельскохозяйственной академии А.К.Буздовым, Б.К.Буздовым и Ф.Х.Кудаевой. В работе А.К.Буздова [212] проведено исследование двумерных краевых задач Стефана, применительно к криохирургии, включая вопросы качественного анализа и разработки методов решения. Математическое моделирование процессов охлаждения и замораживания биологической ткани криохирургическими инструментами типа криозондов, имеющими форму, поверхность которых можно получить вращением плоской кривой вокруг одной из осей координат приведено в работе Б.К.Буздова [213]. В работе Б.К.Буздова и А.К.Буздова [214] показано, что в случае плоского и достаточно длинного криохирургического инструмента процесс распространения теплоты в биоткани хорошо моделируется двумерной задачей Стефана. Приведено решение "сглаженной" задачи Стефана с помощью локально-одномерного метода и показано, что область определения сглаживающей функции для расчета методом сглаживания коэффициентов лучше выбирать так, чтобы охватывались 2-3 счетные точки. Вид сглаживающей функции слабо влияет на результаты расчета. В работе Ф.Х.Кудаева [215] показано нецелесообразность рассмотрения только лишь

классических решений при математическом моделировании температурных полей в охлаждаемых и замораживаемых биотканях. В другой работе Ф.Х.Кудаева [216] рассматривается одномерная нестационарная задача типа Стефана, описывающая динамику температурного поля в охлаждаемых и замораживаемых биологических тканях.

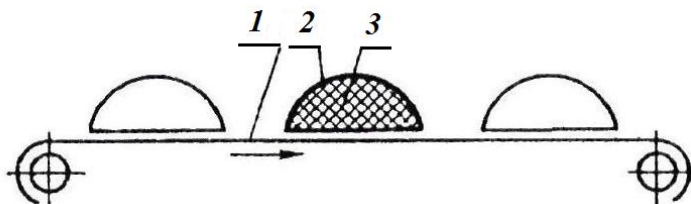
Одномерные математические модели криодеструкции при не идеальном тепловом контакте поверхности биоткани с охлаждающей поверхностью криозонда предложены в работе В.А.Денисенко [217]. На основании этих решений получены функциональные зависимости основных параметров криодеструкции биоткани от входных данных, например, динамики роста замороженной зоны; максимальные размеры криопоражения; время, в течение которого биоткань для данной пространственной точки находится в заданном интервале температур.

В работе Н.И.Никитенко и Ю.Ф.Снежкина [218] представлено моделирование процессов тепломассопереноса, фазовых превращений и деформирования при сушке пористых тел с многокомпонентными паровой и жидкой фазами. Были получены выражения для вычисления интенсивности испарения и теплоты фазового перехода компонентов жидкой смеси, а также формула для равновесного парциального давления компонентов паровой фазы. Разработан конечно-разностный способ расчета, основанный на явной трехслойной схеме и использования метода расщепления. Сравнение расчётных и экспериментальных данных свидетельствуют о возможности использования результатов моделирования для расчета и оптимизации режимов сушки капиллярно-пористых и коллоидных капиллярно-пористых материалов. Эти же авторы и Н.Н.Сороковая в работе [219] определили соотношения, позволяющие найти площадь контакта жидкой и газообразной фаз в единичном объеме тела, среднее значение капиллярного давления и равновесную объемную концентрацию влаги в функции температуры и влажности внешней газовой среды. С использованием дифференциального уравнения переноса субстанции в деформируемой системе построена система уравнений тепломассопереноса,

фазовых превращений и усадки капиллярно-пористого тела с многокомпонентной жидкой фазой. Для реализации полученной математической модели разработан численный метод, который базируется на трехслойной конечно-разностной схеме.

4.2. Расчётное и экспериментальное исследование замораживания неоднородного пищевого продукта в скороморозильном аппарате

Рассмотрим моделирование процесса замораживания пельменя в скороморозильной камере. Пельмень представляет собой мясной фарш, покрытый тестовой оболочкой (рис. 4.2).



1 - лента транспортера; 2 – тестовая оболочка; 3 – фаршевая начинка

Рис. 4.2. Движение пельменей по транспортеру в холодильной камере

Пельмень поступает на конвейер холодильной камеры скороморозильного аппарата, имеющего постоянную температуру воздуха T_F , при некоторой начальной температуре и должен покинуть конвейер, когда его наружная поверхность затвердеет на глубину не менее 2-3 мм.

Моделирование процессов проводилось для стандартного пельменя «Крестьянский» массой 12 г с толщиной тестовой оболочки 1,5 мм. Температура воздуха в холодильной камере скороморозильного аппарата принималась равной $T_F = 240$ К, начальная температура пельменя $T_0 = 293$ К.

Форма пельменя наиболее близка к сплюсненному эллипсу с ориентировочными размерами полуосей в горизонтальной плоскости a и b и в вертикальной плоскости c . Для рассматриваемого образца пельменя $a=44$ мм,

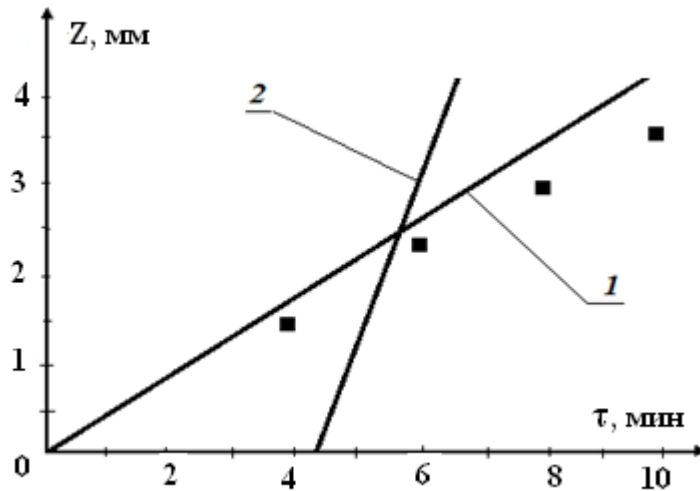
$b=18$ мм, $c=22$ мм. Теплофизические свойства пельменя определялись из справочника А.С.Гинзбурга, М.А.Громова и Г.И.Красовской [220].

Форму пельменя можно аппроксимировать следующими одномерными моделями: бесконечной пластиной, шаром, полуограниченным телом. Проведенные предварительные расчеты и их сравнение с экспериментальными зависимостями при охлаждении без фазового перехода показали, что качественно наилучшее приближение пельменя для решения данной задачи дает одномерная аппроксимация бесконечной пластиной. Эквивалентная толщина модельной пластины определится как отношение половины его объема к площади основания, которая принимается равной половине площади поверхности эллипса. Для учёта отличия площадей поверхности вводится коэффициент формы k_f , показывающий во сколько раз площадь поверхности реального пельменя больше площади наружной поверхности приближающей его пластины.

Первоначально для расчётного определения глубины промерзания использовались формула Планка (4.5) и оценочные выражения (4.6) – (4.13) для следующих значений полутолщины 0,011 м и усреднённых значениях теплофизических свойств: $C = 3$ кДж/кг·К, $\lambda = 0,8$ Вт/м·К, $L = 80$ кДж/кг, $\alpha = 20$ Вт/м²·К. Результаты расчётов приведены на рис 4.3, там же приведены экспериментальные данные, полученные при замораживании пельменя в скороморозильном аппарате. Из рисунка видно, что значения глубины промерзания, полученные по оценочным зависимостям, более удалены от экспериментальных данных, чем полученные по формуле Планка, но качественно позволяют оценить время охлаждения до температуры затвердевания и дальнейшее затвердевание.

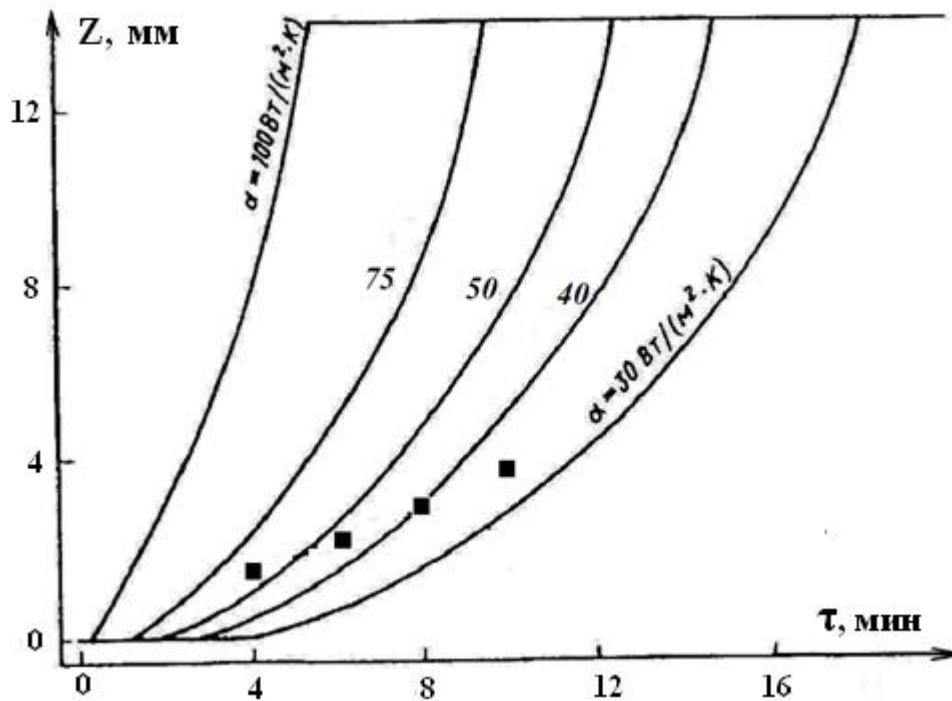
Полученные расчётные результаты с помощью конечно-разностных методов, зависимости глубины промерзания от времени представлены на рис. 4.4, где также приведены экспериментальные данные. Из графиков видно, что количественное совпадение наблюдается для больших значений коэффициентов теплоотдачи (80-100 Вт/м²/К), которые не могут

соответствовать реальным скоростям воздуха в скороморозильной камере 5 - 10 м/с и соответствующим им коэффициентам теплоотдачи 20 - 30 Вт/м²/К.



■ – экспериментальные данные, 1 – по формуле Планка, 2 – по оценочным выражениям

Рис. 4.3. Зависимость глубины промерзания от времени



■ – экспериментальные данные

Рис. 4.3. Зависимость глубины промерзания от времени при различных значениях коэффициента теплоотдачи α для расчетной модели

Наклон линии экспериментальных данных достаточно близок к расчётной кривой, соответствующей коэффициенту теплоотдачи $30 \text{ Вт/м}^2/\text{К}$, который реально достигается в скороморозильном аппарате.

Известно, что при замораживаниипельменя в скороморозильной камере он теряет $0,5 - 0,7 \%$ своей массы, главным образом воды, составляющей $40 - 60\%$ от общей массыпельменя.

Наиболее интенсивно происходит испарение в начале процесса охлаждения, что приводит к увеличению интенсивности отвода теплоты отпельменя и возрастанию суммарного коэффициента теплоотдачи. Некоторое увеличение коэффициента теплоотдачи может быть связано с интенсификацией теплообмена с пористой поверхности тестовой оболочки, но оценочные расчёты показали незначительность этой добавки по сравнению с испарением.

4.3 Моделирование процессов массообмена при охлаждении

Обычно при замораживании или отогреве, помимо чисто тепловых процессов (теплопроводность, конвекция) имеют место процессы массообмена, сопровождающиеся тепловыделениями или теплопоглощениями, например, испарение влаги при охлаждении и поглощение при отогреве, что особенно существенно для тел биологического происхождения, в значительной степени состоящих из воды.

Производительность и эффективность работы скороморозильных аппаратов во многом определяется процессами теплопередачи от охлаждаемых пищевых продуктов к охлаждающей среде, одной из составляющих частей которых является отвод теплоты вследствие массопереноса.

С учетом испарения влаги теплообмен на поверхности складывается из обычного конвективного теплообмена и теплоотвода за счет испарения. Граничное условие (4.3) в этом случае примет вид:

$$-\lambda(\nabla T)|_f = \alpha(T|_f - T_F) + q_m, \quad (4.14)$$

где q_m - тепловой поток, отводимый от тела вследствие испарения влаги

$$q_m = m' r,$$

r - теплота испарения влаги при температуре поверхности тела. Массовую скорость испарения влаги m' с единицы поверхности можно определить как:

$$m' = \varphi_f \rho_w k (y_e - y),$$

где ρ_w - плотность водяных паров; k - коэффициент массопередачи; y_e и y - равновесная и текущая объемная доля водяных паров в охлаждающей среде; φ_f - коэффициент, учитывающий отличие реальной поверхности испарения от идеальной, т.е. свободной поверхности воды для которой $\varphi_f = 1$. В качестве этого коэффициента целесообразно использовать величину объемной доли содержания влаги y_v в теле $\varphi_f = y_v / y_f$.

Массовая доля c и объемная доля y_v содержания влаги в теле связаны соотношением $y_v = c \rho / \rho'_w$, где ρ - плотность охлаждаемого тела, ρ'_w - плотность влаги в охлаждаемом теле.

В результате массовая скорость испарения влаги m' с единицы поверхности определится:

$$m' = c_f \rho \rho_w k (y_e - y) / \rho'_w \quad (4.15)$$

Процесс диффузии влаги внутри тела описывается следующим уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \nabla(D \nabla c), \quad \text{где } D \text{ - коэффициент диффузии, и дополняется}$$

начальным условием:

$$c|_{t=0} = c_0, \quad (4.16)$$

где c_0 - массовая доля влаги в теле в начале процесса, и граничными условиями: отсутствием массового потока в центре тела (условие симметрии) $(\nabla c)_c = 0$ и массообменом на поверхности

$$-D \nabla c|_f = k(y_e - y).$$

Испарение влаги интенсивно только в начале процесса, когда поверхностные слои тела насыщены влагой и в дальнейшем при их обеднении влагой этот процесс становится пренебрежимо малым, поскольку процесс

диффузии из внутренних слоёв достаточно медленный по сравнению с процессом теплопроводности. Поэтому для описания процесса испарения влаги одномерным уравнением диффузии:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (4.17)$$

целесообразно использовать модель полуограниченного тела с начальным условием (4.16) и граничными условиями, одно из которых описывает массообмен на поверхности

$$-D \left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=0} = k(y_e - y),$$

а второе является условием полуограниченного тела

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial c}{\partial x} = 0.$$

При усреднении теплофизических свойств можно получить аналитическое решение уравнения (4.17) с соответствующими начальным и граничными условиями [191], из которого определяется массовая доля влаги на поверхности тела:

$$c(0, \tau) = c_0 \exp(H^2 D \tau) \operatorname{erfc}(H \sqrt{D \tau}),$$

где $H = \varphi k(y_e - y)/D$ - коэффициент; erfc - функция ошибок Гаусса:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-x^2) dx.$$

В результате массовая скорость испарения влаги (4.14) с единицы поверхности определится как:

$$m' = -C_0 k(y_e - y) \rho'_w \exp(H^2 D \tau) \operatorname{erfc}(H \sqrt{D \tau}).$$

Проведенные предварительные расчеты с учетом испарения влаги показали следующий ход течения процесса замораживания пельменя. В начале процесса поверхность пельменя быстро охлаждается и начинает затвердевать за счет большого темпа теплоотдачи, связанного с испарением влаги, которая в десятки раз больше конвективной теплоотдачи. В тонком слое на поверхности

пельменя возникает затвердевший слой, и температура в нем резко понижается, т.к. количество теплоты, подведенное к поверхности пельменя от его толщи за счет теплопроводности, меньше количества теплоты, отбираемого от поверхности при испарении влаги.

После образования тонкого затвердевшего слоя на поверхности процесс испарения влаги резко уменьшается. Это связано с двумя причинами: уменьшением количества влаги, находящейся в поверхностных слоях пельменя и снижением темпа диффузионной передачи влаги из толщи к поверхности пельменя из-за уменьшения коэффициента диффузии в затвердевшем слое. Теплоотдача с поверхности пельменя начинает резко уменьшаться до конвективного значения, т.к. диффузионный поток становится достаточно малым. В результате этого температура на поверхности начинает возрастать, а толщина затвердевшего слоя - уменьшаться, т.к. подвод теплоты из толщи пельменя становится больше отвода теплоты с поверхности.

С течением времени из-за понижения температуры в толще пельменя уменьшается темп подвода теплоты из толщи пельменя к поверхности и толщина затвердевшего слоя опять начинает увеличиваться. Испарение влаги с поверхности уменьшается, отводимая при этом процессе теплота становится пренебрежимо малой по сравнению с конвективным теплообменом. Этот период охлаждения пельменя описывается только процессом теплопроводностью без учета процесса испарения влаги.

Следует заметить, что в объёме морозильной камеры скороморозильного аппарата относительная влажность воздуха близка к 100%, но вблизи поверхности пельменя, за счёт пограничного слоя, температура выше, чем в камере и, следовательно, относительная влажность воздуха ниже. При расчётах относительная влажность воздуха определялась по средней температуре поверхности пельменя и холодного воздуха в камере.

4.4 Экспериментальное исследование процессов испарения влаги при охлаждении и замораживании

Для более подробного экспериментального исследования этих процессов на базе холодильника Stinol-106 был создан специальный экспериментальный стенд. Температура в морозильной камере поддерживалась вблизи -32°C , относительная влажность холодного воздуха составляла более 90%, обдув холодным воздухом с постоянной скоростью 0,5 м/с осуществлялся вентилятором.

Для замораживания использовались стандартные пельмени, продающиеся в торговой сети, размеры которых и масса представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

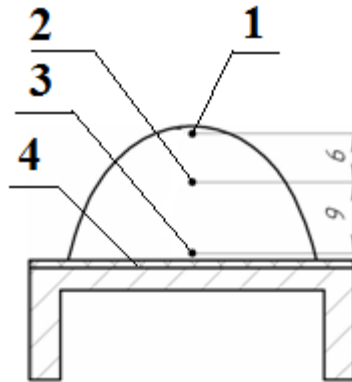
Характеристики образцов замораживаемых пельменей

| Номер образца | 1 | 2 | 3 |
|--------------------|------|-------|-------|
| высота, мм | 20,5 | 20,5 | 20,0 |
| размеры основания: | | | |
| <i>a</i> , мм | 37,0 | 37,0 | 38,0 |
| <i>b</i> , мм | 32,5 | 32,0 | 33,0 |
| начальная масса, г | 17,1 | 15,55 | 13,85 |

Пельмень помещался на специальный каркас из латунной сетки, причем для лучшей имитации охлаждения пельменя на ленте транспортера скороморозильного аппарата, между сеткой и пельменем помещалась тонкая бумажная прокладка. Бумажная прокладка также необходима для того, чтобы можно было сравнить значения температуры в точке 4, где отсутствует процесс испарения влаги, со значением температуры в точке 2. Термопары 2 и 4 расположены на одинаковом расстоянии от поверхности. Температура в точке 4 должна понижаться быстрее, чем в точке 2, т.к. теплообмен со стороны латунной сетки более интенсивный, чем со стороны воздуха.

Температура пельменя измерялась тремя медно-константановыми термопарами, расположенные: вблизи поверхности пельменя, на глубине 1,5 мм

от поверхностипельменя (между тестовой оболочкой и мясной фаршем) и в центре пельменя (рис. 4.4).



1, 2, 3 – термопары, 4 – бумажная прокладка

Рис. 4.4. Расположение термопар на пельмене

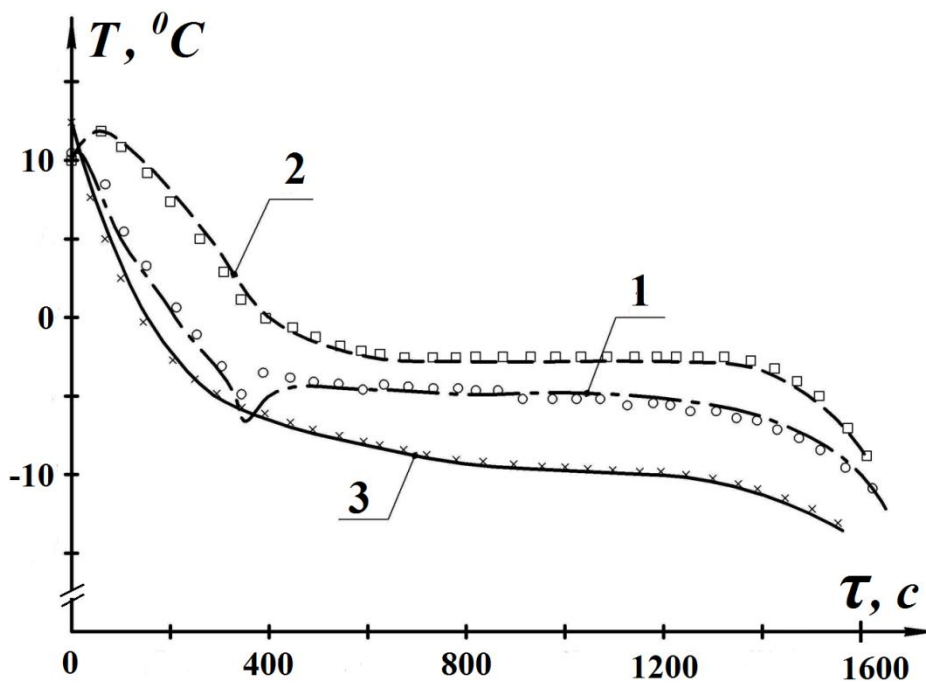


Рис. 4.5. Расчетные (линии) и экспериментальные (x, o, □) зависимости температур различных точек (2, 3, 4) первого образца от времени

Измерялась масса образцов до и после измерялась прецизионными электронными весами. Погрешность измерения температур термопарами

составляет $1,5^{\circ}\text{C}$, электронных весов – 1 мг. Перед экспериментом пельмени нагревались в комнатных условиях до температуры 15°C на поверхности, при этом температура в центре была около 10°C . До и после эксперимента образцы взвешивались, причём их масса уменьшилась после замораживания примерно на 0,1 г.

Экспериментальные и расчётные результаты процесса замораживания образцов, для которых при расчётах в начальный момент времени принимался линейный профиль температур по полутолщине пельменя, представлены на рис. 4.5, 4.6, 4.7. Полученные зависимости имеют три характерных участка.

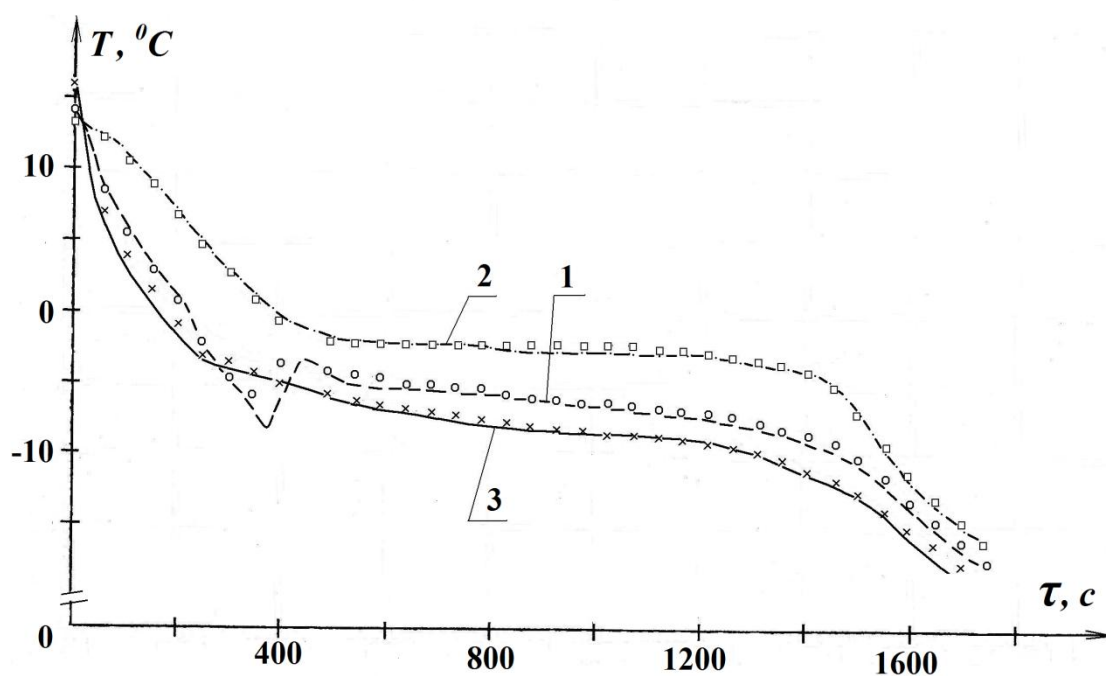


Рис. 4.6. Расчетные (линии) и экспериментальные (x, o, □) зависимости температур различных точек (1, 2, 3) второго образца от времени

Первый участок соответствует охлаждению пельменя до криоскопической температуры, при которой начинается затвердевание. Температура в центре (точка 3) со временем меняется достаточно быстро, но поверхностный слой (точка 2) охлаждается до более низких, чем криоскопическая, температур, сначала с большой скоростью из-за интенсивного испарения, а затем с некоторым повышением температуры. Температура в точке 4 резко не меняет

своего значения, т.к. находится вблизи поверхности соприкасающейся с бумажной лентой, которая препятствует испарению влаги.

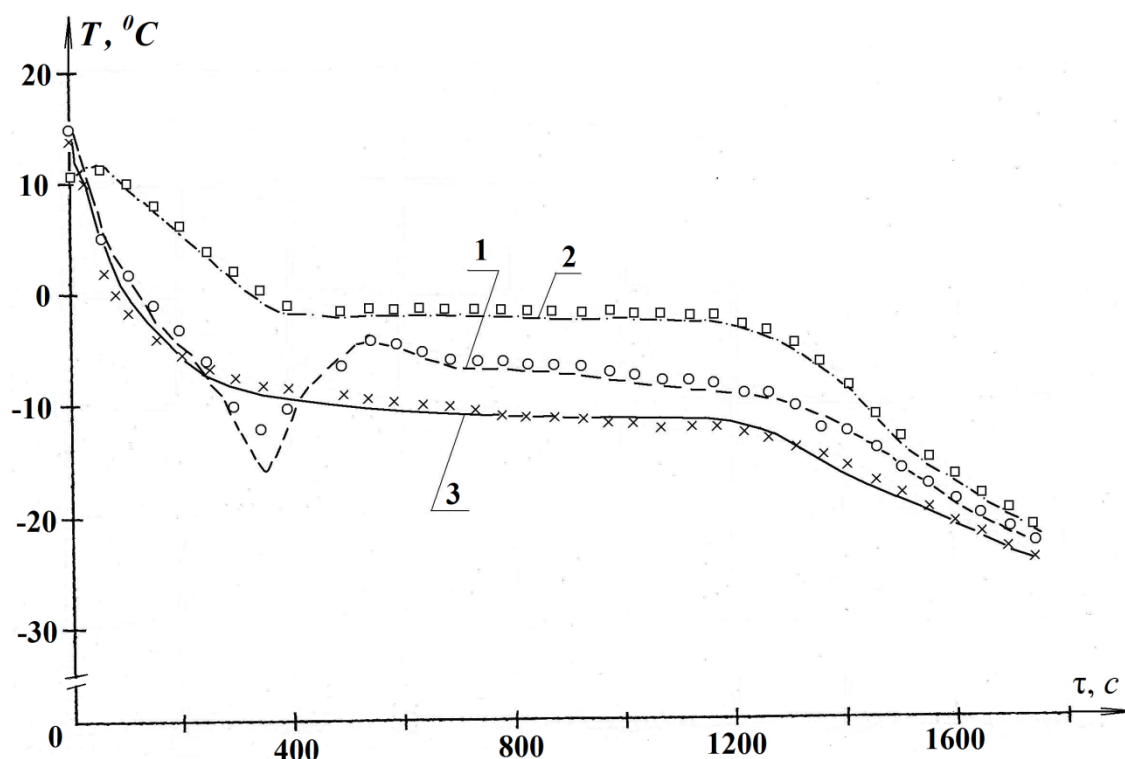


Рис. 4.7. Расчетные (линии) и экспериментальные (x, o, □) зависимости температур различных точек (1, 2, 3) первого образца от времени

На втором участке температурные зависимости 3 и 2 имеют почти линейный вид, близкий к горизонтальной прямой, поскольку происходит затвердевание толщи пельменя. Температура в точке 4 продолжает понижаться из-за более интенсивного теплосъёма со стороны латунной сетки.

На третьем участке происходит охлаждение уже полностью затвердевшего пельменя, причем темп охлаждения тем больше, чем больше расстояние от поверхности, поэтому в результате происходит выравнивание температур по толщине пельменя.

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы. В целом процесс испарения влаги позволяет уменьшить время охлаждения пельменя в скороморозильном аппарате, за счёт интенсивного испарения и понизить

температуру и позволить затвердеть поверхностному слою в начальный промежуток времени. Затем происходит некоторый нагрев поверхностного слоя за счёт обеднения поверхности влагой и подводом теплоты из толщи пельменя к поверхности. Поэтому по окончании процесса испарения влаги в пельмене в скороморозильном аппарате необходимо быстро переместить пельмень в морозильную камеру для окончательного замораживания, чтобы минимизировать нагрев поверхности и в целом сократить время нахождения пельменя в скороморозильном аппарате. Поэтому для рационального проведения процесса затвердевания в скороморозильном аппарате необходимо для каждого замораживаемого образца пищевого продукта рассчитывать время затвердевания поверхностного слоя до требуемой величины, чтобы по найденному времени охлаждения определять характеристики скороморозильного аппарата.

Выводы по четвёртой главе

1. Сделан обзор различных моделей, описывающих процесс замораживания объектов биологического происхождения.
2. На основе моделей с сосредоточенными параметрами и отдельного моделирования механизмов передачи теплоты за счёт конвективного теплообмена и теплопроводности получены аналитические зависимости времени охлаждения от условий процесса.
3. Впервые создана модель охлаждения и затвердевания пищевых продуктов, учитывающая процесс испарения влаги, наиболее интенсивный в начальный период проведения этого процесса.
4. Учёт испарения влаги с поверхности охлаждаемого тела позволяет более детально анализировать процесс затвердевания до требуемой толщины охлаждаемого пищевого продукта при работе скороморозильного аппарата.

Глава 5. ТЕПЛОМАССОБМЕН ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗОВЫХ ПУЗЫШЕЙ ЧЕРЕЗ СЛОЙ ЖИДКОСТИ

5.1 Особенности тепломассообменных процессов при барботаже

Барботажные устройства, в которых происходят процессы тепло и массообмена между жидкостью и проходящими через нее газовыми пузырями, нашли широкое применение в химической промышленности и технике низких температур [33]. Основным их преимуществом является естественным образом получаемая большая величина поверхности взаимодействия газовой и жидкой фаз, а также простота конструкции таких аппаратов. В барботажных устройствах можно осуществлять следующие массообменные процессы:

- насыщать жидкость газом за счёт его растворения в жидкости;
- проводить очистку жидкости от растворённых в ней газов за счет их массопереноса из жидкости в пузыри другого газа;
- насыщать газовые пузыри парами жидкости.

Теплообменные процессы в барботажных устройствах могут происходить при изменяющихся во времени температурах жидкости и газовых пузырей, как вследствие разных температур входящих потоков, а также за счёт испарении жидкости в газовые пузыри.

Изменение объема всплывающего в жидкости одиночного газового пузыря во времени происходит путём растворения газовых компонентов из пузыря в жидкость и обратной диффузии в пузырь растворенных в жидкости газов и паров жидкости. Движущей силой этих процессов является разность предельной и текущей концентраций этих компонентов жидкости и газовом пузыре. Изменение объёма (объёмная скорость) за счёт диффузии i -ого газового компонента из пузыря в жидкость определится согласно [221]:

$$\frac{dV_i}{d\tau} = 4\pi\alpha_\phi r_n^2 k_i \cdot (C_i - C_{i_{\max}}) \frac{\rho_{жс} m_i}{\rho_i m_{жс}}, \quad (5.1)$$

где V_i – парциальный объём i -ого газового компонента в пузыре, τ - время; r_n -

эффективный радиус пузыря:

$$r_n = \left[\frac{3 \cdot V_n}{4 \cdot \pi} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (5.2)$$

где V_n - объем пузыря, $\rho_{жс}$ - плотность жидкости; ρ_i - плотность i -ого газового компонента при температуре T и давлении p процесса массопередачи; $m_{жс}$ - мольная масса жидкости; m_i - мольная масса i -ого газового компонента; α_ϕ - коэффициент формы пузыря, учитывающий отклонение реальной поверхности пузыря от сферы:

$$\alpha_\phi = \frac{S_o}{4\pi r_n^2}, \quad (5.3)$$

где S_o - действительная площадь поверхности пузыря, k_i - объёмный коэффициент удельной массопередачи для i -ого газового компонента ($м/с$); C_i - мольная доля i -ого газового компонента в жидкости (кмоль/кмоль); $C_{i_{max}}$ - предельная мольная доля растворённого i -ого газового компонента в жидкости (предельная растворимость), определяемая по закону Генри [222]:

$$C_{i_{max}} = \frac{p_i}{H_i}, \quad (5.4)$$

где p_i , H_i - парциальное давление и постоянная Генри для i -ого газового компонента в пузыре.

Объемная скорость испарения паров жидкости в пузырь определится:

$$\frac{dV_{жс}}{d\tau} = 4\pi\alpha_\phi r_n^2 k_{жс} (y_e - y_{жс}), \quad (5.5)$$

где $y_{жс}$ - мольная доля паров жидкости в пузыре; y_e - предельная мольная доля паров жидкости в пузыре, определяемая по закону Рауля [206]:

$$y_e = \frac{p_e}{p}, \quad (5.6)$$

где p_e - равновесное парциальное давление паров чистой жидкости над жидкостью с растворенными газами:

$$p_e = C_{ж} p_0 \quad , \quad (5.7)$$

где $C_{ж}$ - мольная доля чистой жидкости в жидкости с растворенными газами; p_0 - равновесное давление паров жидкости над чистой жидкостью при температуре T процесса.

Процессы сопряженного тепломассообмена, происходящего при работе барботажных устройств, описываются достаточно сложными системами дифференциальных уравнений в частных производных. Это уравнение движения пузыря в слое жидкости, уравнение нестационарного теплообмена и уравнение нестационарной массопередачи между пузырем и жидкостью [69, 221, 223]. Проводя анализ отдельных процессов в барботажном устройстве, можно выявить определяющие и второстепенные процессы и за счёт отбрасывания последних упростить решение поставленной задачи.

Подробный анализ использования различных моделей теплового и массообменного процессов при движении частиц в жидкости приведены в диссертации С.С.Сорокина [224]. Если интенсивность тепломассообмена зависит от параметров внутри частицы, то такая задача считается внутренней. Если определяющими являются внешние факторы – параметры потока, то задача относится к внешней. В общем случае описание задачи конвективного тепломассообмена частицы с окружающей средой сводится к системе уравнений гидродинамического обтекания частицы и уравнения конвективной диффузии или теплопроводности. Оказывается возможным отделить гидродинамическую задачу от диффузионной или тепловой задач. Трудности, возникшие при математическом решении задач массопереноса, привели к созданию упрощённых моделей этих процессов, среди которых наиболее известны плёночная и пенетрационная. В основе использования плёночной модели [225] лежит представление о наличии тонкой плёнки на границе раздела фаз, в которой сосредоточено сопротивление массопередаче. Перенос вещества через эту плёнку осуществляется только за счёт молекулярной диффузии, и процесс описывается стационарным уравнением. Основной недостаток

плёночной модели – расчётное и экспериментальное определение толщины плёнки не является общим и используется применительно к условиям конкретного эксперимента. Гидродинамические условия данная модель учитывает неявным способом через толщину плёнки. В пенетрационной модели учитывается влияние параметров обтекающей частицу потока на процесс массообмена [226]. При этом считается, что частица движется в неподвижной жидкости, в которой растворено некоторое вещество и происходит как бы «ступенчатое» движение частицы относительно жидкости при переходе от объёма с обедненной концентрацией до нового объёма с необеднённой концентрацией. При этом полагается, что величина этого временного интервала равна отношению размеру частицы к скорости её движения относительно жидкости. При использовании пенетрационной модели происходит замена конвективного массообмена на процесс молекулярной диффузии, что предполагает относительно невысокую точность полученных результатов. Из этого следует, что плёночная и пенетрационная модели могут быть использованы для сложных процессов тепломассообмена лишь для оценочных расчётов. Применение методов пограничного слоя для моделирования процессов тепло- и массообмена описывается в работах В.Г.Левича [227], Т.Шервуда [221] и Р.Ш.Вайнберга [228]. Как и в случае использования пенетрационной модели, время движения жидкости τ вблизи обтекаемой частицы определяется её размером d и скоростью v :

$$\tau = d/v.$$

В течение этого времени диффундирующее вещество проникает с поверхности в жидкостной поток на расстояние

$$l = \sqrt{Dd/v}.$$

Вводя безразмерное расстояние $\delta = l/d$ можно получить оценку:

$$\delta \sim \sqrt{D/dv} = \sqrt{1/Pe},$$

где $Pe = \nu d / D$ - число Пекле. При $Pe \gg 1$ основное изменение концентрации осуществляется в тонком слое толщиной δ вблизи поверхности частицы и поэтому перенос теплоты и массы в перпендикулярном направлении к поверхности существенно превышает перенос за счёт молекулярной диффузии вдоль поверхности, который соответствует порядку величины конвективному переносу. За счёт этого предположения и линеаризации выражений для определения поля скоростей в области пограничного слоя, позволяет упростить уравнение конвективной диффузии и получить множество конкретных решений.

В.Г.Левичем [227] на основании экспериментальных и расчётных зависимостей для жидкостей, близких по свойствам к воде и газам, близким к воздуху, были показаны следующие результаты по форме пузырей. При эффективных радиусах пузыря менее 1 мм пузырь можно считать шаром; от 1 мм до 1,5 мм сплюснутым эллипсоидом; распад и дробление пузырей происходит при эффективном радиусе более 7,5 мм. Между 1,5 мм и 7,5 мм пузыри имеют грибовидную форму.

В работе М.Б.Абрамзона и Г.А.Фишбейна [229] приводится разграничение области применения методов моделирования теплового или конвективного взаимодействия частиц с потоком жидкости. Метод диффузионного пограничного слоя даёт вполне приемлемые результаты для частиц с большим значением числа Пекле, особенно при $Pe > 1000$.

Сотрудниками НПО «Криогенмаш» А.Б.Булановым и Н.В.Филиным [230, 231, 232] показаны результаты расчётных и теоретических исследований интегральных характеристик теплообмена при барботаже газообразного гелия через слой криогенной жидкости при температурах жидкого азота и водорода для определения условий равновесного протекания процесса барботажа. В качестве определяющей величины выбрана глубина погружения барботёра. Неравновесность процесса учитывалась с помощью эмпирических коэффициентов. Принималось, что максимальный размер пузырей ограничен

критическим диаметром, при достижении которого, вследствие испарения жидкости, пузыри дробятся на более мелкие. Экспериментально было показано, что для глубин погружения барботёра более 0,5 м и для широкого диапазона изменения скорости газа в отверстиях барботёра диаметром 1-5 мм. Несмотря на значительные практические исследования и теоретические предпосылки необходимо углубление физической модели процесса.

В последнее время работы по исследованию тепло- и массообмена при барботаже характеризуется как развитием моделирования этих процессов и созданием расчётных программ, так и экспериментальным изучением этих процессов. В работе Янг Нинга и др. [233] представлен обзор применения вариационных методов решения при моделировании работы газо-жидкостных систем. Особенностью этой работы является применение замкнутой гидродинамической модели за счёт введения условия стабильности для создания компромисса между преобладающими механизмами в системе. Было рассмотрено решение для систем и предложены простые модели общих характеристик.

Численное моделирование эволюции восходящего воздушного пузыря больших размеров представлено в работе Ли Шаову и Хуанга Ксиаоуна [234]. Пузырь начинает подниматься в воде при исходном избыточном давлении 2 кПа и через некоторое время достигает свободной поверхности воды. Прослежена форма пузыря, изменение давления в нем и его распад по достижении свободной поверхности.

Исследование влияние газораспределителя на гидродинамику в неглубокой воздушно-водной барботажной колонне приведено в работе Лау Раймонда и др. [235]. Изучено три типа распределителей: отдельный насадок, перфорированная пластина и пористая пластина. Для диапазона приведенных скоростей газа изучена задержка газа и распределение пузырьков по размерам и по скоростям подъема. Результаты показывают, что отдельный насадок не подходит для работы в неглубоком слое жидкости.

В работе А.Кулкарни [236] подъемная сила, действующая на пузыри в

жидкости, оценивалась с использованием лазерной доплеровской анемометрии в цилиндрической барботажной колонне. Фактически измеренные размеры пузырей, соответствующие значения скорости скольжения в поперечном и осевом направлениях и локальные скорости сдвига дали возможность обоснования известных формул для скоростей подъема пузырей.

На основе ячеечной модели пузырькового режима барботажа в работе Г.В.Рябчука, С.А.Трусова, Т.А.Никитенко и О.А.Залипаевой [237] определена связь динамических параметров газожидкостного слоя с факторами, определяющими процесс образования, отрыва и движения пузырей в жидкости. Установлены зависимости гидродинамических и массообменных параметров от чисел Рейнольдса, Архимеда и Вебера с учетом зависимости от свободного сечения барботажного устройства при условии существования пузырькового режима.

Для лабораторных барботажных колонн двух разных диаметров выполнены двух- и трехмерные численные моделирования двухфазных (воздух-вода) неустановившихся течений в диапазоне скоростей газа от 8 до 20 см/с в режиме вихреобразной турбулентности в работе П.Чена, Дж.Саньяла и М.П.Дудаковича [238]. Результаты моделирования также объясняют воздействия увеличения поверхностной скорости газа и поверхностного натяжения на распределение пузырей по размерам, которые согласуются с наблюдениями

В работе Л.Зхоу и др. [239] предложена модель турбулентного режима двухфазных систем газ-жидкость для описания турбулентных флуктуаций скоростей потоков и взаимодействия пузырьков газа с жидкостью. Модель применена для определения средней скорости газа и жидкости в барботажных колоннах, объемной доли газа и кинетической энергии турбулентных вихрей. Также была выполнена проверка адекватности модели по экспериментальным и литературным данным.

Исследование роли подъемной силы на устойчивость гомогенного режима течения в пузырьковой колонне рассмотрена в работе Д.Лукаса,

Х.М.Прассера и А.Манеры [240]. Анализируются физические механизмы, приводящие к возникновению неустойчивости, причем подъемная сила является одной из основных причин неустойчивости и перехода от гомогенного к гетерогенному режиму.

В работе Х.Дхауади, С.Пончина, Дж.Хорнута и Н.Миндоукса [241] представлено моделирование процесса растворения кислорода в жидкости применительно к реактору высотой 6 м и внутренним диаметром 0,15 м. Получена динамика концентрации кислорода во времени и проведено сравнение результатов расчётного аналитического и численного методов решений для получения значений объемного коэффициента массопередачи газа в жидкость при различных поверхностных скоростях газа.

Возможность применения методов двумерного динамического моделирования для изучения течений в барботажной колонне с учетом турбулентной дисперсии изложена в работе К.Беча [242], применение известной трехмерной дискретной модели пузырьков к исследованию сложного поведения гидродинамики, переноса массы и химических реакций в реакторе газожидкостной барботажной колонны в работе Д.Дармана, Н.Дина и Дж.Куиперса [243]. Качественная оценка гидродинамической обстановки в реакторе в случае горизонтальной подачи воздуха в жидкость дана в работе Ю.И.Шишацкого и О.А.Семенихина [244]. Обзор работ, посвященных экспериментальному исследованию и анализу течений, возникающих в барботажной колонне, представлен у Р.Мидда [245].

Аналитическая зависимость, позволяющая сформировать поле концентраций в зоне, близкой к поверхности раздела фаз в барботажных аппаратах, дана в работе Х.Такаши и И.Мамору [246]. Адекватность уравнения проверена экспериментально на 459 наборах экспериментальных данных в барботажной колонне с принудительной конвекцией газообразной фазы. Эксперимент проводился в каналах с круглым и прямоугольным сечениями с гидравлическим диаметром в интервале 9,0-5500 мм, в горизонтальном и вертикальном направлении потоков со скоростью газа в интервале 0,000788-

4,87 м/с, для жидкостей с плотностью 684-1594 кг/м³, вязкостью 0,410-21,1 мПа·с и поверхностным натяжением 20,0-75,0 мН/м.

В работе М.Бхола и Дж.Джоши [247] методами теории линейной устойчивости выводится критерий перехода от гомогенного к гетерогенному режиму в барботажной колонне. Гидродинамика течения описывается двухжидкостной моделью. Моделирование процессов на поверхности раздела газ-жидкость позволило определять коэффициент переданной массы с достаточной достоверностью.

Численное моделирование нестационарных и пространственных полей течения в барботажных колоннах проведено в работе Ф.Лехра, М.Миллиеса и М.Бласенгро [248]. Локальное распределение размеров пузырьков рассчитано с помощью уравнения баланса для средних объемов пузырьков в пузырьковом течении. Распад и слияние пузырьков описано физически обоснованной моделью. Поля течения для цилиндрических барботажных колонн получены с помощью метода Эйлера, что позволило добиться совпадения результатов расчетов с экспериментальными данными в колоннах для диаметров до 0,3 м. Математическая модель, описывающая изменение параметров газожидкостной смеси при барботаже газа через слой несжимаемой вязкой жидкости с учетом теплообмена между фазами, представлена в работе В.Н.Диденко и Д.Н.Попова [233], где даётся анализ характера изменения газосодержания по высоте барботажного канала цилиндрической формы на основании численных расчетов.

В работе В.С.Калекина и др. [250] приведены результаты экспериментальных исследований гидродинамики и тепломассообмена центробежно-барботажного аппарата, который может найти широкое применение в качестве абсорбера, скруббера, хим. реактора, контактного теплообменника и т.п. Установлены величины гидравлических сопротивлений аппарата в различных режимах работы при нижней подаче жидкости, получены безразмерные зависимости, учитывающие числа $Fr=7900-14300$, числа Рейнольдса $Re=750-3000$ и соотношения геометрических характеристик

аппарата. Установлены безразмерные зависимости для расчета коэффициента теплоотдачи и массоотдачи со стороны газовой фазы, при нижней подаче жидкости, учитывающие изменение числа $Re=2000-3000$.

Влияние свойств жидкости на характеристики барботажных колонных реакторов представлено в работе А.Моуза, Г.Далакоглу и С.Параса [251]. Рассматривались жидкости с различными величинами поверхностного натяжения и вязкости и атмосферный воздух. Скоростная видеокамера позволила получить новые данные о распределениях пузырей по размерам и диаметрам, соответствующие существующим физическим моделям. Для определения конструктивных характеристик барботажной колонны в работе Дж. Занга и др. [252] проведено расчетное исследование движения газожидкостной смеси в этой колонне и рассчитаны распределения скоростей жидкой фазы и влияние на картины течения схем ввода газа, растворимости газа и вязкости жидкости

Работа барботажной колонны с квадратным поперечным сечением моделировалась с использованием пакета программ CFX-4.4 в работе Р.Лау, В.Сима Р.Мо [253], где изучалась физическая и химическая абсорбция пузырей чистого CO_2 в воде и водном растворе $NaOH$. Полное объединение при одновременном моделировании течения текучей среды, массопередачи и химических реакции осуществлялось путем введения уравнения плотности числа пузырей. Первоначально была оценена способность расчётной модели плотности числа пузырей прогнозировать размер пузырей. Затем численно исследовалась физическая абсорбция чистого CO_2 в воде и хемосорбция пузырей чистого CO_2 в водном растворе $NaOH$. Для физической абсорбции CO_2 в воде было обнаружено, что обычно размер пузырей в сердцевине шлейфа пузырей больше, чем размер пузырей, захваченных нисходящим потоком вдоль стенки, но с течением времени различия в размерах пузырей становятся меньше как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований в работе М.Мартина, Ф.Монтеса и М.Галана [254] позволили проанализировать влияние

количества, конструкции и мест установки импеллеров и перфорированных пластин, а также геометрических размеров аппарата на гидродинамику движения пузырьков газа и массообменные процессы, протекающие в аппаратах рассматриваемого класса. С использованием эмпирических зависимостей были определены оптимальные условия проведения этих процессов и рекомендованы правила выбора наилучших типов импеллеров и перфорационных пластин, служащих для диспергирования пузырьков газа в жидкости.

Теоретическая модель для анализа переходов режимов барботажной колонны с условиями устойчивости и результаты проведенных численных экспериментов представлена в работе Дж.Чена и др. [255]. Проведена оценка влияния разных факторов на характер переходов режимов и исследованы условия, гарантирующие устойчивость работы барботажной колонны.

В работе М.И.Шиляева, А.В.Толстых, А.Н.Деренок и Е.М.Хромова [256] разработана математическая модель тепломассообмена на стадии образования пузырей в барботажных аппаратах, с помощью которой определены качественные и количественные закономерности, определяющие влажность и температуру воздушных пузырей. Результаты опытов по исследованию нелинейной эволюции формы пузырька, истекающего из единичного затопленного отверстия, и возникающего сопутствующего течения около поднимающегося пузырька рассмотрены в работе М. Шоджи [257], где также разработана теоретическая модель образования формы пузырька и вида его поверхности.

5.2 Изотермический массообмен при всплытии единичного газового пузыря через слой жидкости

Массообмен при свободном всплытии одиночного газового пузыря через слой неподвижной жидкости рассматривается при следующих допущениях: температура газа и жидкости одинакова и постоянна; газ и жидкость не вступают между собой в химическую реакцию, гидростатическое давление

меняется не слишком существенно и оказывает слабое влияние на процесс массообмена. Всплывающий газовый пузырь является смесью различных газов, жидкость представляет собой жидкий чистый компонент с некоторым количеством растворённых в ней газовых примесей. Свободное всплытие пузыря в слое жидкости осуществляется при равенстве сил Архимеда и гидравлического сопротивления.

Суммарное изменение объема V_n и эффективного радиуса r_n пузыря определяется из выражения:

$$\frac{dV_n}{d\tau} = 4\pi r_n^2 \cdot \frac{dr_n}{d\tau} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{dV_i}{d\tau}, \quad (5.8)$$

где n - число газовых компонентов, участвующих в процессе диффузии, а индекс $i=n+1$ соответствует парам чистой жидкости.

Скорость изменения числа молей в пузыре v_i при использовании закона состояния идеального газа определится:

$$\frac{dv_i}{d\tau} = \frac{p}{RT} \cdot \frac{dV_i}{d\tau}, \quad (5.9)$$

где $R = 8314$ Дж/кмоль·К - универсальная газовая постоянная.

Мольные доли y_i (моль/моль) компонентов в пузыре для момента времени от τ_0 до τ определяются:

$$y_i = \frac{v_{z,i}^0 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\partial v_i}{\partial \tau} d\tau}{\sum_{i=1}^{n+1} [v_{z,i}^0 + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\partial v_i}{\partial \tau} d\tau]}. \quad (5.10)$$

Число молей рассматриваемых компонентов в пузыре для начального момента времени τ_0 :

$$v_{z,i}^0 = \frac{4\pi \cdot (r_n^0)^2 \cdot y_i^0 p}{3RT}, \quad (5.11)$$

где y_i^0 и r_n^0 - мольная доля i -ого газового компонента в пузыре и эффективный радиус пузыря в начальный момент времени τ_0 .

Мольная доля i -ого газового компонента в жидкости C_i для рассматриваемого случая единичного газового пузыря принимается постоянной во времени вследствие пренебрежимо малой массы пузыря по сравнению с массой жидкости, в которой он всплывает.

Расстояние, пройденное пузырем за время от τ_0 до τ , определится как:

$$h = \int_{\tau_0}^{\tau} v_n \cdot d\tau, \quad (5.12)$$

где v_n - скорость всплытия пузыря.

Суммарная объемная массопередача i -ого компонента из газового пузыря в жидкость определится как:

$$K_i = \frac{dV_i}{d\tau}. \quad (5.13)$$

Отдельно рассматривается случай, когда газовый пузырь и жидкость состоят только из чистых компонентов. Согласно выражениям (5.1) и (5.5) объем пузыря изменяется только за счет растворения газового компонента в жидкости и обратной диффузии паров жидкости в пузырь:

$$\frac{dV_n}{d\tau} = 4\pi r_n^2 K_r, \quad (5.14)$$

где K_r - скорость изменения радиуса пузыря:

$$K_r = \alpha_\phi \cdot [(k_1(C_1 - C_{1\max})) \cdot \frac{\rho_{жс} m_1}{\rho_1 m_{жс}} + k_{жс}(y_e - y_{жс})], \quad (5.15)$$

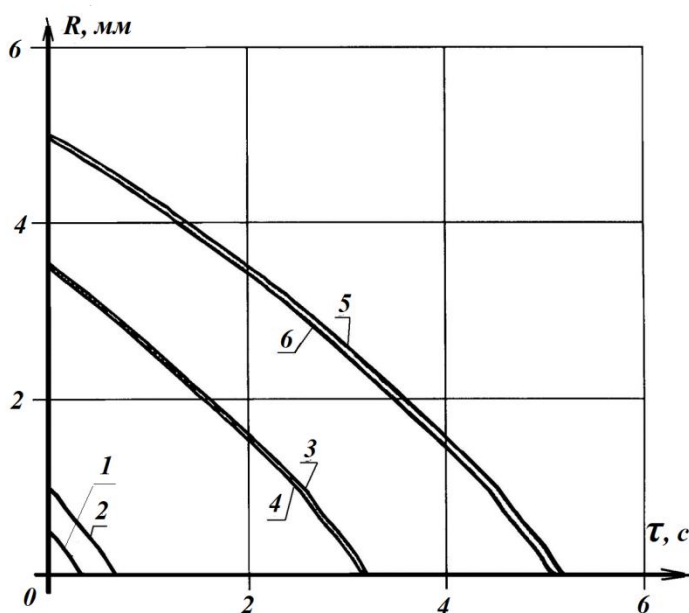
где индекс l относится к газовому компоненту, $жс$ - к жидкости. Тогда радиус пузыря в момент времени τ определится:

$$r_n = r_n^0 + \int_{\tau_0}^{\tau} K_r d\tau. \quad (5.16)$$

По приведенной методике сделаны тестовые расчеты процессов растворения единичного газового пузыря в жидкость при температуре 298 К и давлении 0,1 МПа. Газовый пузырь состоит либо из чистого кислорода, либо воздуха. Жидкость является либо чистой водой, либо водой, насыщенной углекислым газом и воздухом. Скорость всплытия пузыря определяется по

зависимостям из книги Т.Шервуда [221]. Вычисленные по этим формулам значения хорошо совпадают с экспериментальными данными, приведенными в справочнике С.С.Кутателадзе [258]. Коэффициент массопередачи определялся по зависимостям из книги Г.Уоллиса [259], физические свойства используемых веществ брались из справочника Дж.Перри [222] и Ю.А.Намиота [260].

Первоначально проводились расчеты для определения влияния испарения паров жидкости в единичный пузырь на общий процесс растворения газа из пузыря в жидкость. На рис. 5.1 и 5.2 показано временное изменение радиуса пузыря, состоящего только из кислорода, в чистую воду, для различных значений начального радиуса пузыря с учетом и без учета испарения паров воды в газовый пузырь. С увеличением начального радиуса пузыря удлиняется время его полного растворения (рис. 5.1). Это связано с уменьшением относительной площади поверхности пузыря, отнесенной к его объему при увеличении начального радиуса пузыря. Испарение паров воды в пузырь оказывает небольшое влияние на растворение пузыря только в начале рассматриваемого процесса, когда радиус пузыря незначительно возрастает (рис. 5.2), а затем испарение паров воды в пузырь практически не влияет на процесс его растворения (рис. 5.1).



1 - 0,5 мм; 2 - 1 мм; 3, 4 - 3,5 мм; 5, 6 - 5 мм с учетом (1, 2, 3, 5) и без учета (4, 6) обратной диффузии водяных паров в пузырь

Рис. 5.1. Расчётное изменение радиуса единичного пузыря кислорода от времени при его растворении в воде для различных начальных радиусах пузыря

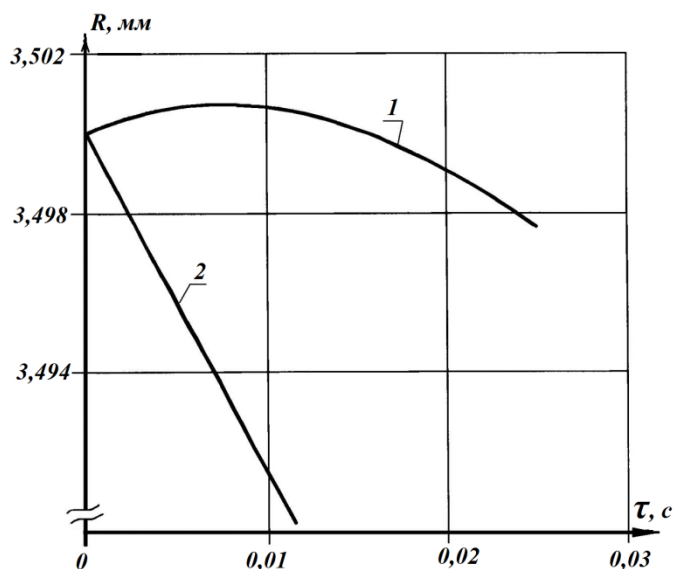


Рис. 5.2. Расчётное изменение радиуса единичного пузыря кислорода от времени в начале процесса растворения пузыря в воде с учетом (1) и без учета (2) испарения водяных паров в пузырь

Время, за которое происходит полное испарение паров воды в пузырь, крайне незначительно по сравнению с временем всего процесса растворения (рис. 5.3).

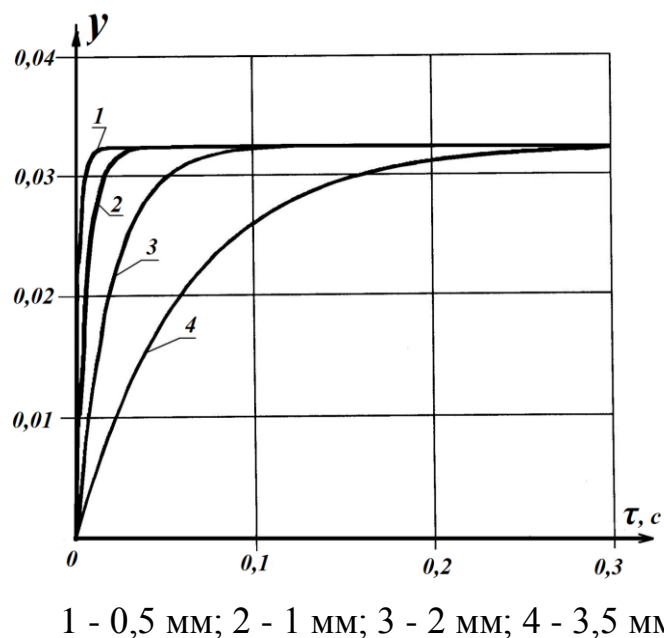


Рис. 5.3. Расчётная временная зависимость мольной доли водяных паров в единичном пузыре в процессе его растворения в воде для различных значений начального радиуса пузыря

Поэтому учитывать испарение паров жидкости в пузырь можно только в начале процесса.

При усредненных значениях коэффициентов массопередачи и формы, время, за которое радиус пузыря изменится от начального значения r_n^o до значения r_n , определится по формуле:

$$\tau = \tau_o + \frac{r_n - r_n^o}{\alpha_\phi \cdot k_1 (C_1 - C_{1\max}) \frac{\rho_{жс} m_1}{\rho_1 m_{жс}}} \quad (5.17)$$

Величина массопередачи кислорода в воду пропорциональна парциальному давлению кислорода в пузыре. Наличие газовых примесей в пузыре приводит к уменьшению предельной мольной доли растворённого кислорода в воде. Это видно из рис. 5.4, где представлена расчётная временная зависимость объёмной массопередачи кислорода из пузырей чистого кислорода и воздуха.

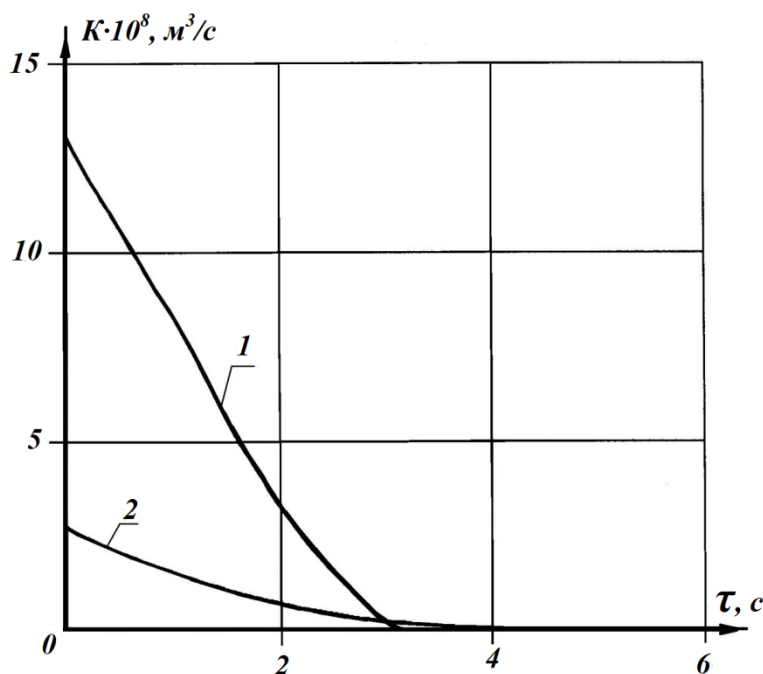
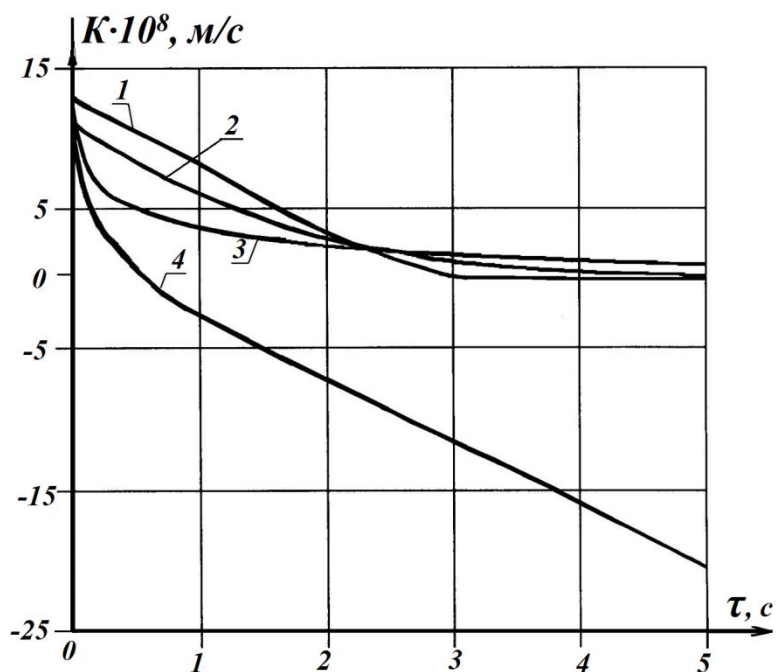


Рис. 5.4. Расчётное изменение во времени полной массопередачи кислорода в воду из единичных пузырей кислорода (1) и воздуха (2) при начальном радиусе пузырей 3,5 мм

К уменьшению массопередачи кислорода в воду приводит наличие в воде

растворенных газов. Эти газы диффундируют из жидкости в пузырь, что приводит к уменьшению парциального давления кислорода в пузыре. На рис. 5.5 показана расчётная временная зависимость массопередачи кислорода из кислородного пузыря в чистую воду; воду, насыщенную углекислым газом; воду, насыщенную воздухом; воду, насыщенную углекислым газом и воздухом.



1 - вода чистая; 2 - насыщенная воздухом; 3 - насыщенная CO₂; 4 - насыщенная CO₂ и воздухом для начального радиуса пузыря 3,5 мм

Рис. 5.5. Расчётная временная зависимость величины массопередачи кислорода из единичного пузыря кислорода в воду

Для случаев воды, насыщенной воздухом, и воды, насыщенной углекислым газом и воздухом, величина массопередачи кислорода из пузыря уменьшается с течением времени до нуля и затем до отрицательных значений. Отрицательные значения массопередачи означают обратный перенос растворённого в воде кислорода в газовый пузырь. Это связано с тем, что на малых временах процесса, когда парциальное давление кислорода в пузыре максимально, происходит массоперенос кислорода из пузыря в воду. Затем, с

течением времени, осуществляется обратный массоперенос кислорода из воды в пузырь из-за того, что парциальное давление кислорода в пузыре уменьшается вследствие насыщения пузыря растворенными в воде углекислым газом, азотом и аргоном при их массопереносе из жидкости в пузырь. При этом предельная мольная доля кислорода в воде становится меньше текущей мольной доли кислорода в воде. Поэтому происходит обратный перенос кислорода из жидкости в газовый пузырь. Следует заметить, что в случаях обратного массопереноса радиус пузыря возрастает с течением времени.

Расчётная временная зависимость мольных долей кислорода, азота, аргона и углекислого газа в газовом пузыре при массопереносе из него в воду, насыщенную воздухом и углекислым газом, представлена на рис. 5.6.

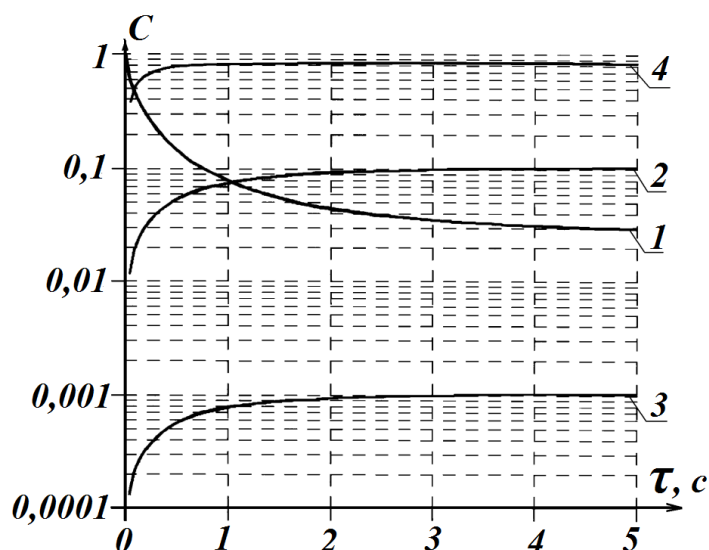
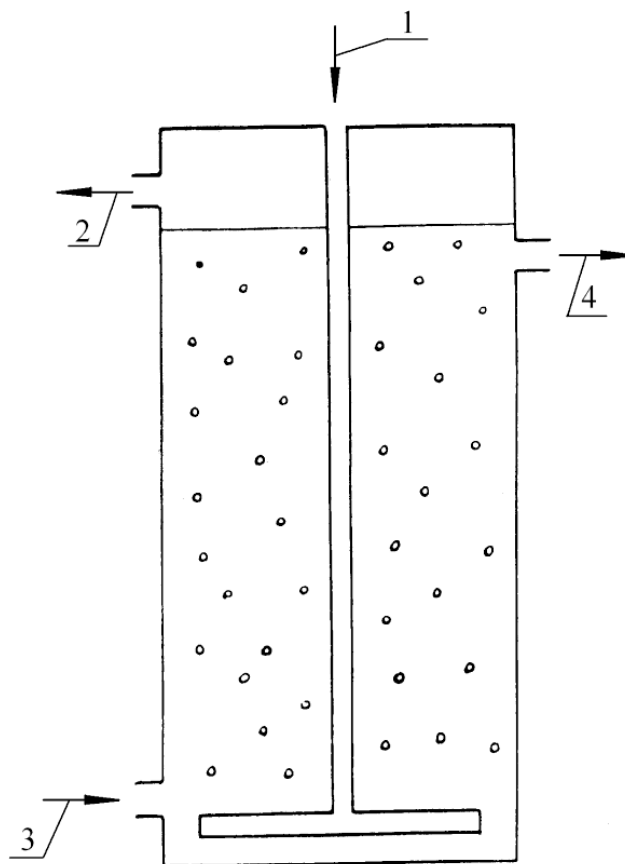


Рис. 5.6. Расчётная временная зависимость мольной доли кислорода (1), азота (2), аргона (3), углекислого газа (4) в единичном пузыре при массопереносе в воду, насыщенную воздухом и углекислым газом для начального радиуса пузыря 3,5 мм

5.3 Моделирование изотермической барботажной колонны без перемешивания

На рис. 5.7 представлена схема барботажной колонны, снизу которой подается жидкость и газовые пузыри, а сверху отводятся газообразные и

жидкие продукты взаимодействия.



1,2 - вход и выход газа; 3,4 - вход и выход жидкости

Рис. 5.7. Схема барботажной колонны

При моделировании процессов массообмена в барботажной колонне принимаются те же допущения, что и при рассмотрении случая единичного пузыря, а также условия, что параметры жидкости и газа меняются только в вертикальном направлении, т.е. все пузыри в горизонтальном слое имеют одинаковые размеры и состав. Также предполагается, что скорость движения жидкости в вертикальном направлении пренебрежимо мала по сравнению со скоростью всплытия пузыря газа в этой жидкости.

В данном случае для каждого единичного пузыря справедливы соотношения (5.1 - 5.9) и (5.12 - 5.17). Исходя из этих соотношений, мольная доля y_i компонента в пузыре для момента времени τ в барботажной колонне определяется из закона сохранения массы по каждому компоненту:

$$y_i = \frac{v_{z,i}^o + N_n \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{dv_i}{d\tau} d\tau}{\sum_{i=1}^{n+1} [v_{z,i}^o + N_n \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{dv_i}{d\tau} d\tau]}, \quad (5.18)$$

где $v_{z,i}^o$ - начальное число молей i -ого компонента в пузыре. Аналогично определяется мольная доля каждого компонента в жидкости:

$$C_i = \frac{v_{ж,i}^o - N_n \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{dv_i}{d\tau} d\tau}{\sum_{i=1}^{n+1} [v_{ж,i}^o - N_n \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{dv_i}{d\tau} d\tau]}, \quad (5.19)$$

где N_n - число пузырей в единице объема V_u , число которых принимается постоянным в процессе работы барботажной колонны:

$$N_n = \frac{3L V_u}{4\pi (r_n^0)^3}, \quad (5.20)$$

где L - газовая нагрузка, т.е. безразмерная величина, равная отношению объема газовых пузырей в жидкости к общему объему газожидкостной смеси. Число молей каждого компонента, находящегося в газовой фазе $v_{z,i}^o$ в начальный момент времени τ_0 определяется, исходя из начального радиуса пузыря r_n^0 , числа пузырей N_n и уравнения состояния идеального газа:

$$v_{г,i}^0 = \frac{4\pi (r_n^0)^3 p_i N_n}{3RT} \quad (5.21)$$

и в жидкости $v_{ж,i}^0$:

$$v_{ж,i}^0 = \frac{C_i^0 \rho_{ж} V_u (1-L)}{\sum_i^{n+1} C_i^0 m_i}, \quad (5.22)$$

где C_i^0 - начальная мольная доля i -ого компонента в жидкости.

Объёмная массопередача i -ого компонента в любой момент времени τ определяется как:

$$K_i = \frac{dV_i}{d\tau} N_n. \quad (5.23)$$

По данной методике проведены расчеты процессов массообмена между

водой, насыщенной растворёнными углекислым газом и воздухом, и кислородными пузырями при различных величинах начальной газовой нагрузки и начального радиуса пузыря. Качественно полученные результаты не отличаются от случая массообмена с единичным пузырем. Газовая нагрузка возрастает со временем, что связано с увеличением радиуса пузыря, а затем выходит на постоянное значение (рис. 5.8). Аналогично с увеличением начального радиуса пузыря увеличивается время достижения установившихся значений мольных долей компонентов и других расчетных величин.

В отличие от вышерассмотренного массопереноса при движении единичного пузыря в жидкости, в рассматриваемой барботажной колонне мольные доли первоначально растворенных в воде газов уменьшаются с течением времени вследствие массопереноса этих газов из жидкости в газовые пузыри.

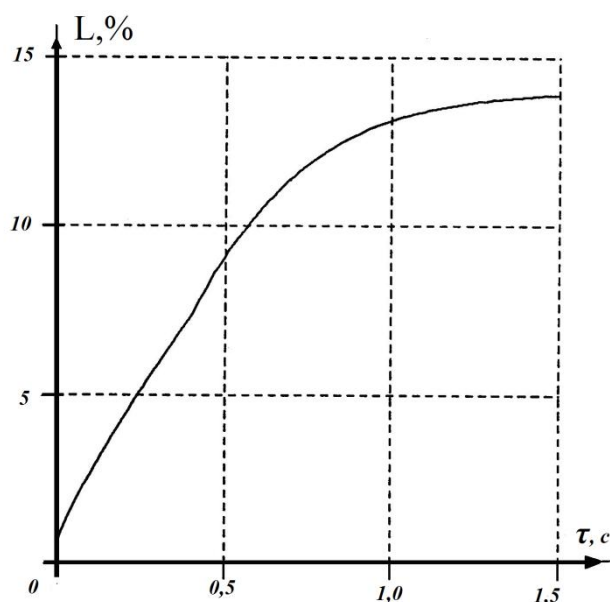


Рис. 5.8. Расчётная временная зависимость величины газовой нагрузки при движении пузырями кислорода в воде, насыщенной воздухом и углекислым газом при начальном радиусе пузырей 1 мм

Это видно из рис. 5.9, где показано расчётное изменения во времени мольной доли растворенного кислорода в воде, первоначально насыщенной углекислым газом и воздухом. Первоначально растворенного кислорода в воде

возрастает вследствие массопереноса кислорода из газовых пузырей в воду, а затем уменьшается вследствие обратного переноса растворенных в воде газов в пузыри, т.к. понижается парциальное давление кислорода в газовых пузырях. При больших временах процесса величина мольной доли растворенного кислорода в воде асимптотически стремится к постоянному значению, которое превосходит начальное значения мольной доли кислорода в воде вследствие обеднения воды растворёнными газами – компонентами воздуха и углекислым газом.

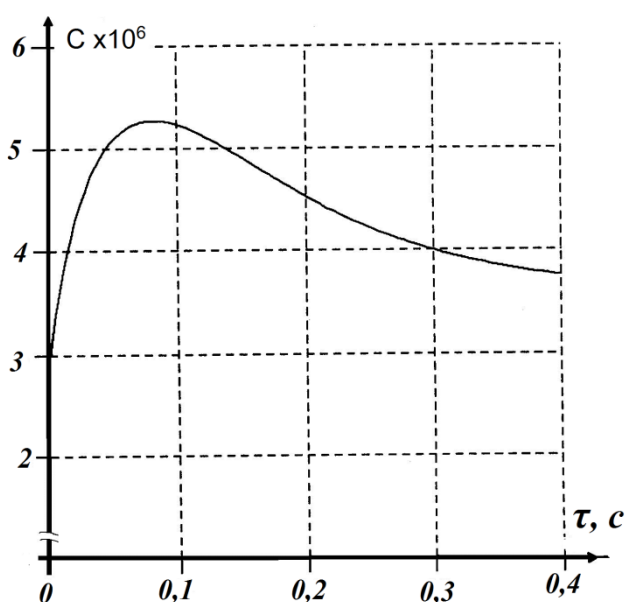
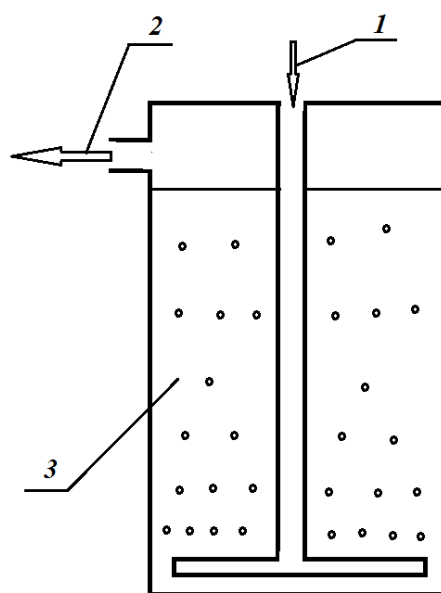


Рис. 5.9. Расчётная временная зависимость мольной доли кислорода в воде при массопередаче из пузырей кислорода в воду, насыщенную воздухом и углекислым газом для начальных значений газовой нагрузки 4% и радиуса пузыря 1 мм

Созданная расчётная методика была апробирована при проектировании и испытании барботажной колонны для создания воздушно-бензиновой смеси, используемой в лабораторной установке, предназначенной для улавливания паров бензина на автозаправочной станции [261]. Барботажная колонна представляла собой стальной цилиндрический сосуд, наружным диаметром 400 мм, толщиной 5 мм и высотой 700 мм, в который заливался жидкий бензин

марки Аи93. Схема барботажной колонны представлена на рис. 5.10. Снизу сосуда подается воздух через отверстия диаметром 1 мм, сверху сосуда происходит отвод образовавшейся паровоздушной смеси. При испарении бензина в воздушные пузыри температура жидкой и газовой фаз понижается, что вызывает уменьшение равновесного содержания паров бензина в воздухе. Поэтому для поддержания постоянной температуры барботажной колонны использовался электронагреватель. Для измерения объемного расхода паровоздушной смеси используется стандартный поплавковый ротаметр типа РМ ГОСТ 13045-81 с верхним пределом измерения по воздуху 25 м³/час.



1 - вход воздуха; 2 – выход воздухобензиновой смеси; 3 – жидкий бензин с пузырьками

Рис. 5.10. Схема барботажной колонны

Измерение температур осуществляется тремя полупроводниковыми датчиками DS1820 и переключающимся преобразовательным прибором - 8-ми канальным измерителем температуры и влажности модели 2605(08) предприятия «Измерительная техника» г. Москва.

Содержание паров бензина в воздухе осуществляется инфракрасным оптико-акустическим газоанализатором КЕДР-06 (изготовитель НПО

«Химавтоматика» г. Москва), предназначенным для непрерывного измерения содержания углеводородов в воздухе и отградуированным для измерения паров бензина в воздухе.

Величины погрешностей определялись аналогично главе 2 данной работы. Предельная относительная погрешность измерения температуры и концентрации паров бензина складывается из погрешностей первичного и вторичного приборов и составляет $\delta T=1\%$, $\delta c=0,5\%$. Погрешность измерения объёмного расхода ротаметром составляет $\delta V=1\%$.

Конечная концентрация паров бензина в выходящей из барботажной колонны воздухобензиновой смеси определяется прежде всего высотой уровнем налитого жидкого бензина и температурой процесса. Чем выше уровень, тем больше время всплытия пузыря и тем продолжительней процесс массообмена при испарении бензина в воздушные пузыри. Таким образом, повышение уровня жидкого бензина приведёт к повышению конечной концентрация паров бензина в выходящей из барботажной колонны воздухобензиновой смеси.

Равновесное (максимальное) содержание паров бензина в воздушном пузыре увеличивается с повышением температуры процесса из-за более интенсивного испарения бензина. Поэтому повышение температуры приведёт к увеличению конечной концентрации паров бензина в выходящей из барботажной колонны воздухобензиновой смеси.

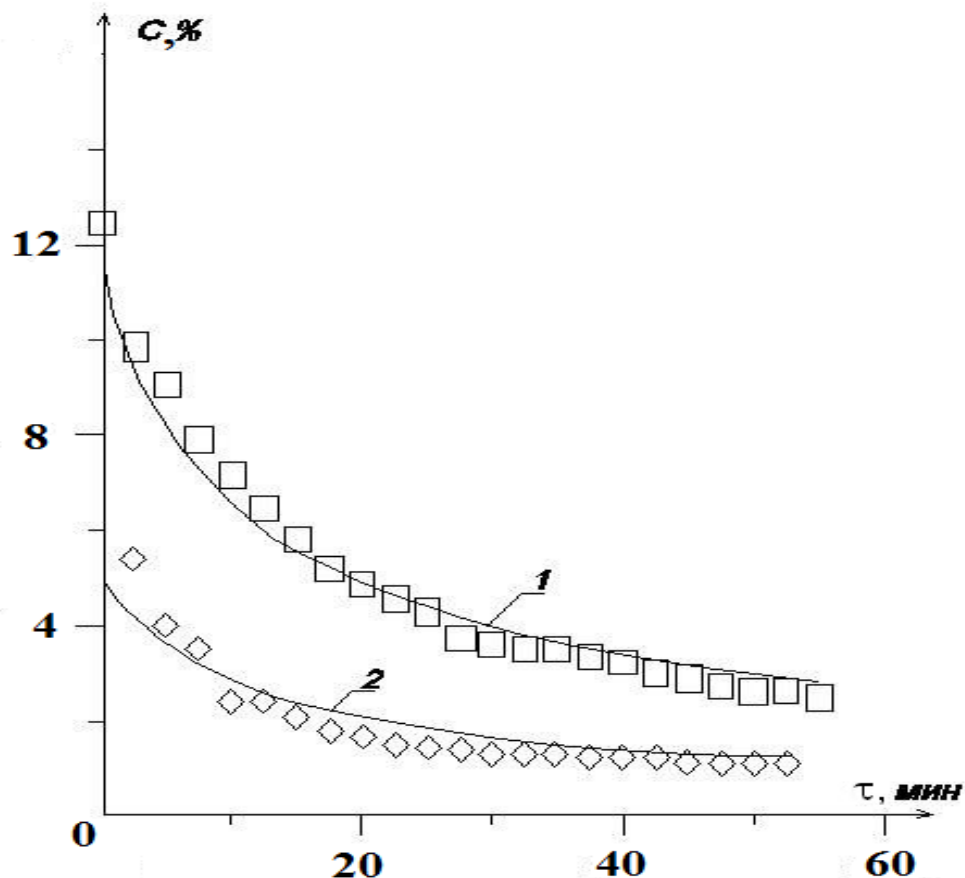
Для определения начального радиуса пузыря r_n^o использовалась эмпирическая формула из [222]:

$$r_n^o = 0,5 \left(\frac{6d_0 \sigma_{жс}}{(\rho_{жс} - \rho_n)g} \right)^{1/3},$$

где d_0 - диаметр отверстия, $\sigma_{жс}$ - коэффициент поверхностного натяжения жидкости, $\rho_{жс}$ и ρ_n - плотности жидкости и газа пузыря, g – ускорение свободного падения.

На рис. 5.11 и 5.12 показаны временные зависимости концентрации

воздухобензиновой смеси на выходе из барботажной колонны, полученные экспериментальным путём, и соответствующие им расчётные значения, полученные по предложенной методике. Средняя температура процесса составляла 24°C .

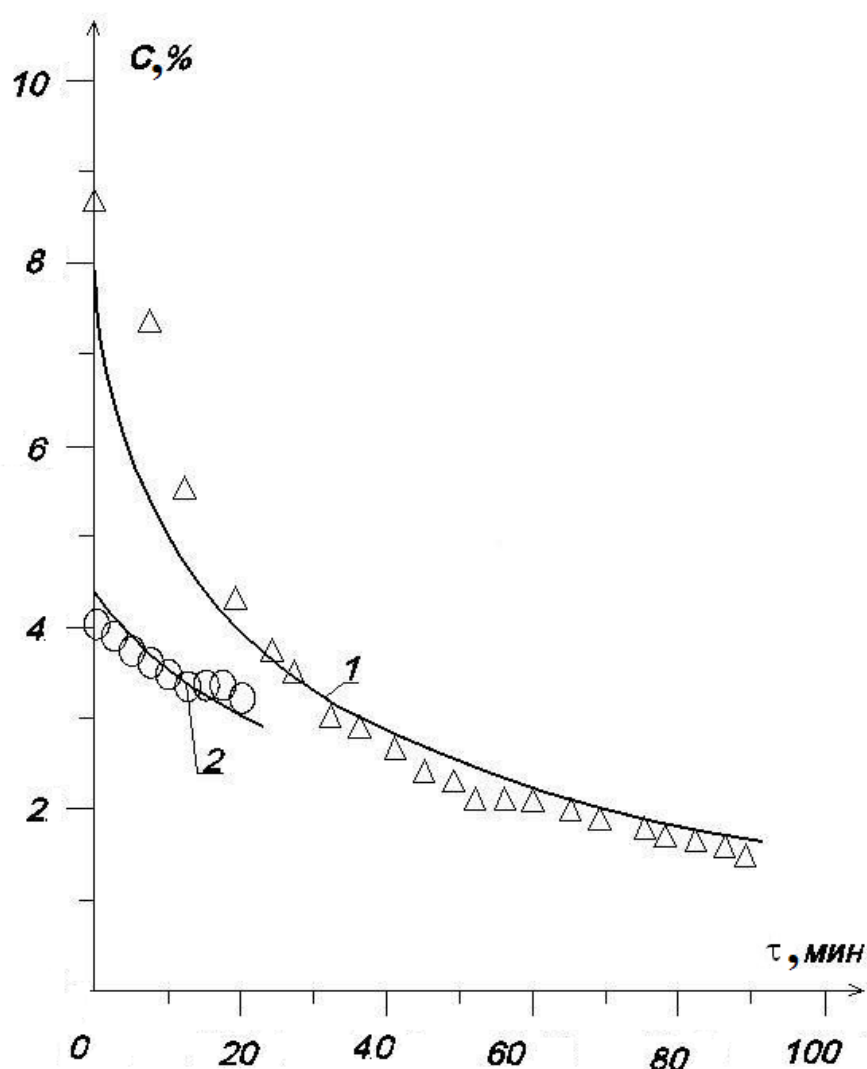


□, ◇ - экспериментальные значения; 1, 2 - расчётные значения

Рис. 5.11. Временная зависимость концентрации паров бензина в выходящем паровоздушном потоке для расхода подаваемого воздушного потока $9 \text{ м}^3/\text{час}$ и при разных высотах жидкого бензина в барботажной колонне

Некоторые несовпадения экспериментальных и расчётных данных наблюдается в начале и конце рассматриваемого процесса барботажа. Это можно объяснить следующими причинами. В начале процесса воздух начинает интенсивно растворяться в жидком бензине и поэтому количество воздуха в пузырьках будет уменьшаться. Уменьшение количества воздуха в пузырьках приведёт к увеличению реальной концентрации паров бензина по сравнению с

расчётной по предложенной модели. В конце процесса уровень жидкого бензина уменьшается и в нём увеличивается относительный объём газовых пузырей при неизменном объёмном расходе подаваемого воздуха. При этом пузыри могут сливаться друг с другом, что приведёт к уменьшению поверхности контакта между жидкостью и газом и, следовательно, уменьшению массопередачи. Поэтому расчётная концентрация паров бензина в пузырях будет выше реальной.



Δ, \circ - экспериментальные значения для $5,5 \text{ м}^3/\text{час}$ при $T=32^\circ\text{C}$ и $4,4 \text{ м}^3/\text{час}$ соответственно; 1, 2 - расчётные значения

Рис. 5.12. Временная зависимость концентрации паров бензина в выходящем паровоздушном потоке для разных величин расхода подаваемого воздушного потока

5.4 Моделирование барботажной колонны с перемешиванием

Обычно для интенсификации заботы барботажных устройств, используются различного вида механизмы, осуществляющие перемешивание газо-жидкостной смеси. В этом случае пузыри увлекаются потоком жидкости и создается сложная картина движения, описываемая соответствующей гидродинамической задачей, решение которой может представлять особую сложную задачу. Детальное моделирование процессов массообмена в таких устройствах достаточно затруднительно, поэтому в первом приближении считается, что перемешивание в барботажном устройстве достаточно интенсивное и состав жидкости принимается однородным во всех направлениях, т.е. мольные доли компонентов в жидкости C_{imax}^m постоянны и их значения принимаются средними в процессе:

$$C_{imax}^m = 0,5(C_i^o + C_{imax}^e) \quad (5.35)$$

где C_{imax}^e определяется при парциальном давлении i -ого компонента в пузыре, соответствующего состоянию массообменного равновесия между газовой и жидкостной фазами, т.е. после прекращения всех массообменных процессов, что соответствует идеальным параметрам газа и жидкости на выходе из барботажного устройства:

$$C_{imax}^e = N_{l,i}^e / N_{l,\Sigma}^e, \quad (5.36)$$

где $N_{l,\Sigma}^e$ - сумма всех молей компонентов в жидкости для единичного объема V_u при равновесии:

$$N_{l,\Sigma}^e = \sum_{i=1}^{n+1} N_{l,i}^e, \quad (5.37)$$

величина которой определится из уравнений материального баланса с учетом (5.4) и (5.6) и пренебрежением влияния изменения мольной доли чистой жидкости в жидкости с растворенными газами:

$$\sum_{i=1}^n N_i / [(1-H_i/p)N_{l,\Sigma}^e + N_{\Sigma}H_i/p] + N_{n+1} / [(1-p_e/p)N_{l,\Sigma}^e + N_{\Sigma}p_e/p] = 1 \quad (5.38)$$

где N_{Σ} - суммарное число молей всех компонентов в газе и жидкости для единичного объема V_w , N_i - суммарное число молей i -ого компонента в газе и жидкости для единичного объема. Эти величины считаются постоянными в данной модели:

$$N_i = N_{g,i} + N_{l,i} = N_{g,i}^0 + N_{l,i}^0 \quad (5.39)$$

$$N_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n+1} N_i \quad (5.40)$$

Пренебрежение влиянием изменения мольной доли чистой жидкости в жидкости с растворенными газами заключается в том, что величина парциального давления паров чистой жидкости p_e над жидкостью с растворенными газами определяемая по формуле (5.7), берется для мольной доли C_i^0 в начале процесса, т.е. на входе в барботажное устройство. После преобразования выражения (5.38) получается алгебраическое уравнение $(n+1)$ порядка, которое в общем виде имеет $(n+1)$ корень, среди которых могут быть как мнимые, так и не удовлетворяющие реальным условиям:

$$0 < N_{l,\Sigma}^e < N_{\Sigma} \quad (5.41)$$

Обычно из получившихся действительных корней удовлетворяет условию (5.41) только один. Для того чтобы уточнить значение $N_{l,\Sigma}^e$ корректируется величина равновесного давления p_e по получившейся мольной доле C_{n+1}^e , которая, как и мольные доли растворенных в жидкости газов, определяется по формуле (5.36), причем равновесное число молей компонентов в жидкости определяется:

$$N_{l,i}^e = N_i / [N_{\Sigma i} / N_{l,\Sigma}^e - 1] H_i / p + 1 \quad (5.42)$$

Равновесное число молей компонентов в газовой фазе определится:

$$N_{g,i}^e = N_i - N_{l,i}^e \quad (5.43)$$

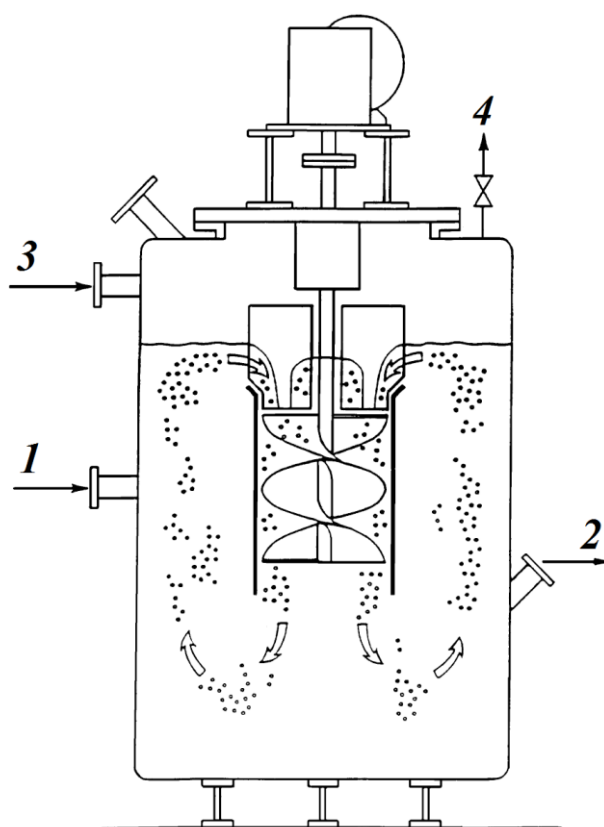
и мольные доли компонентов в газовых пузырях:

$$y_i = N_{g,i}^e / N_{g,\Sigma}^e \quad (5.44)$$

где $N_{g,\Sigma}^e$ - сумма всех молей компонентов в газовых пузырях при равновесии:

$$N_{g,\Sigma}^e = \sum_{i=1}^{n+1} N_{g,i}^e \quad (5.45)$$

Данная расчётная модель была использована при моделировании работы химического реактора AGR фирмы PRAXAIR (США) (рис. 5.13), предназначенного для растворения газа в жидкости. Реактор имеет следующие характеристики: внутренний радиус 2 м, высоту 4 м. В центре помещён вращающийся шнек в трубе, из которого выходит жидкость со скоростью 1,2 м/с. Внутренний диаметр шнековой трубы 0,5 м, расстояние от дна реактора до нижней части шнековой трубы 0,48 м, до верхней части – 3,52 м.



1 – вход чистой жидкости, 2 – выход жидкости, насыщенной кислородом, 3 – вход кислорода, 4 – выход избыточного газа, 5 – приводное устройство шнекового перемешивателя

Рис. 5.13. Схема газового реактора фирмы PRAXAIR

Расчёты проводились при растворении кислорода в чистой воде, газовая нагрузка в реакторе составляла 0,1 (объёма газовых пузырей в реакторе к общему объёму газо-жидкостной смеси). На рис. 5.14 представлено распределение отношения мольной доли растворённого в воде кислорода в жидкости к предельной мольной доле по фронтальному сечению реактора. Более тёмные области соответствуют большей концентрации, более светлые – меньшей концентрации. Цифрами показаны экспериментальные значения отношения мольных долей, определённые в работе [262].

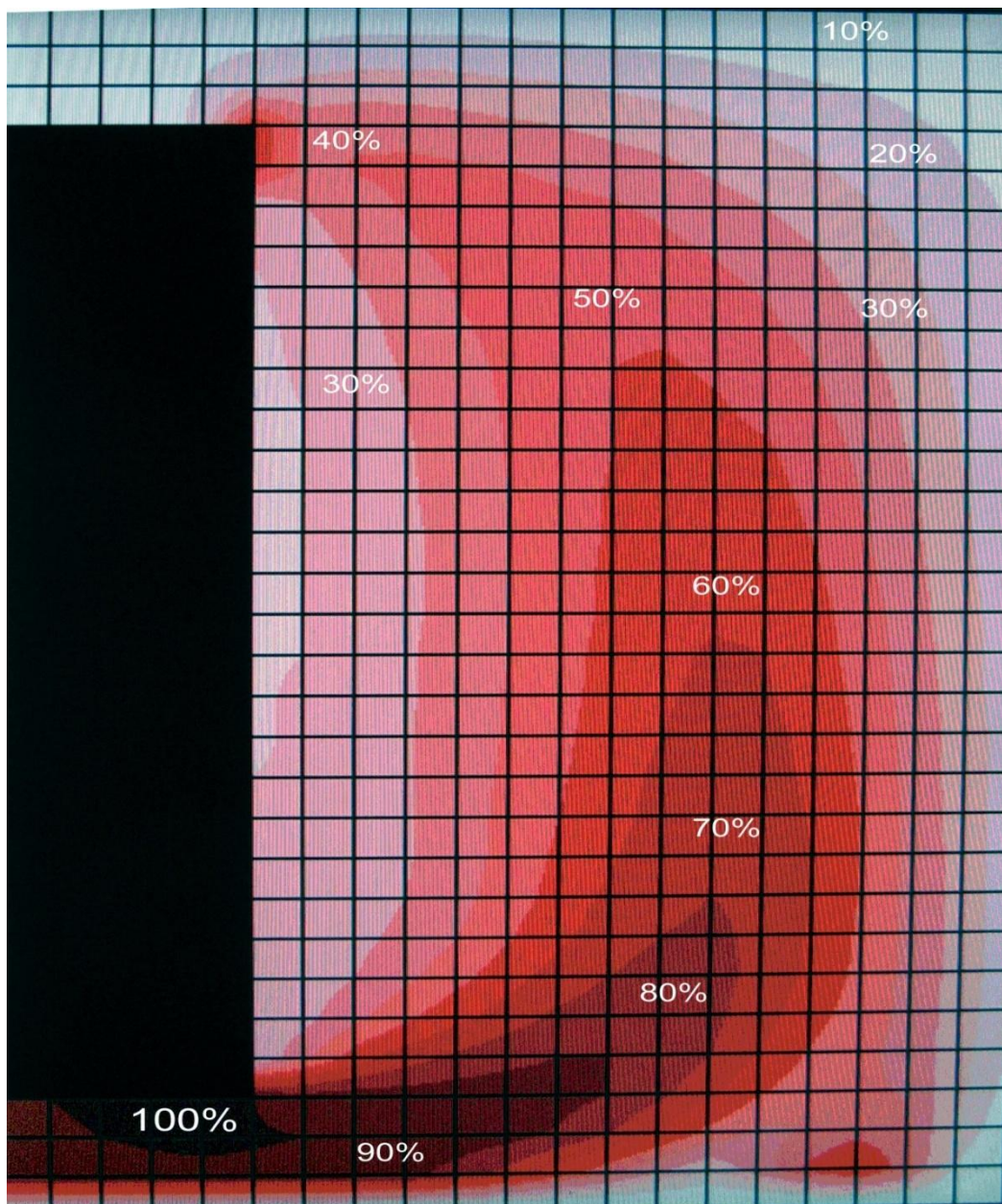


Рис. 5.14. Расчётные результаты и экспериментальные (%) данные, полученные при работе газового реактора фирмы PRAXAIR

На рис. 5.15, 5.16 и 5.17 показаны аналогичные распределения отношения мольных долей кислорода в воде по фронтальному сечению реактора с дополнительным подводом кислорода: с дополнительной подачей кислорода сверху шнековой трубы (рис. 5.15), с подачей кислорода только снизу шнековой трубы (рис. 5.16) и с дополнительной подачей кислорода сверху шнековой трубы и в верхней части реактора (рис. 5.16).

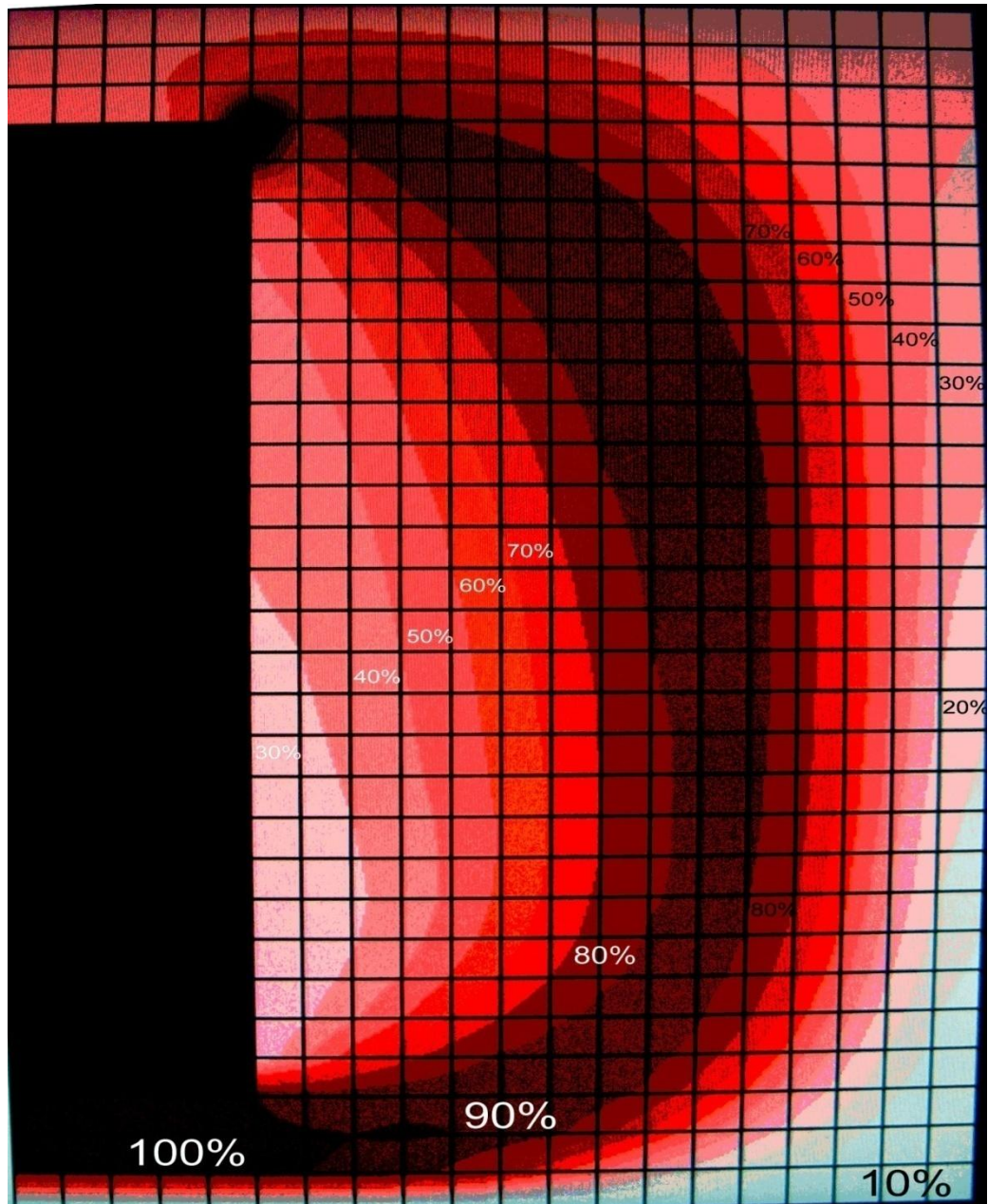


Рис. 5.15. Расчётные результаты и экспериментальные (%) данные, полученные при работе с дополнительной подачей кислорода сверху шнековой трубы

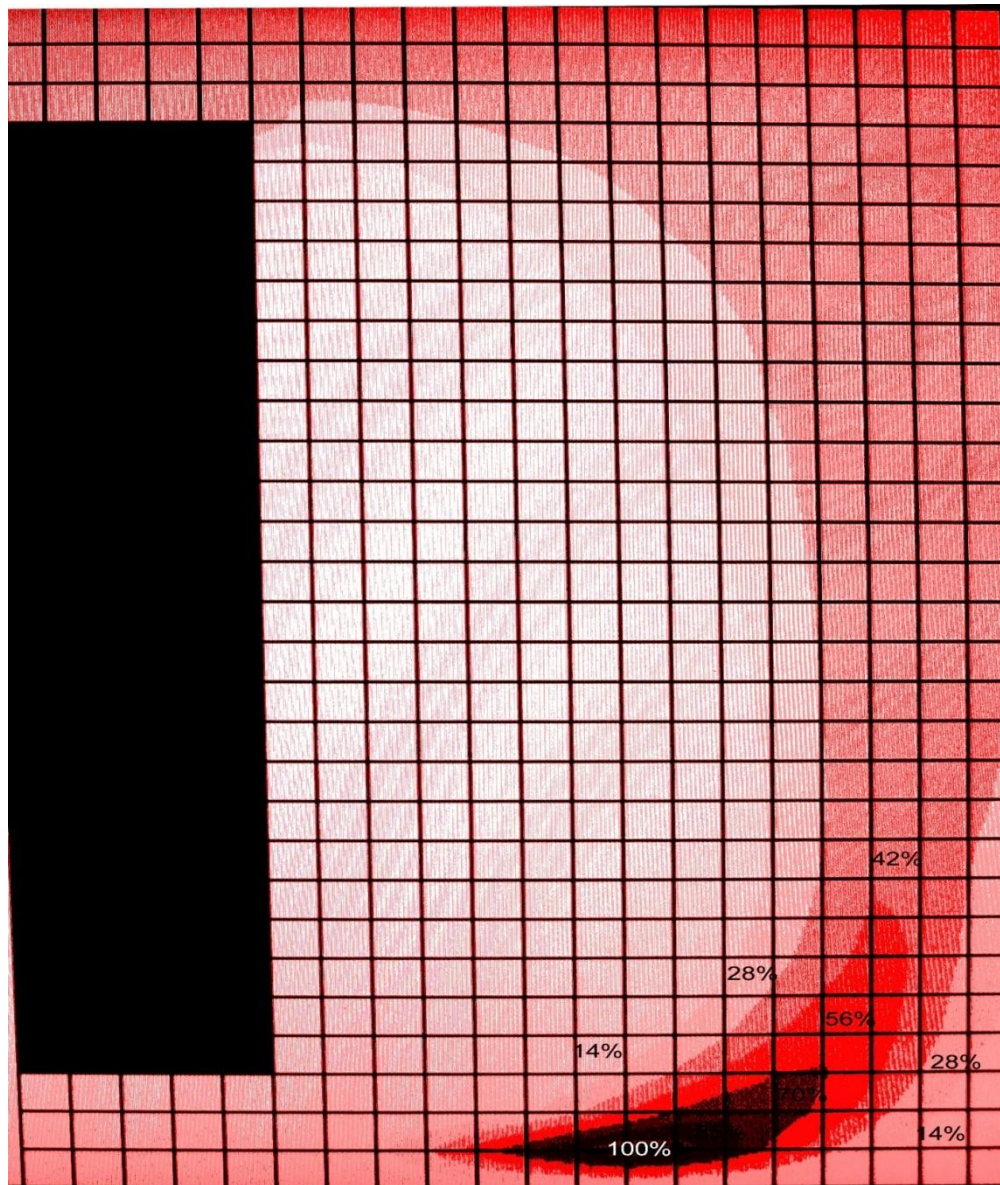


Рис. 5.16. Расчётные результаты и экспериментальные (%) данные, полученные при работе с подачей кислорода только снизу шнековой трубы

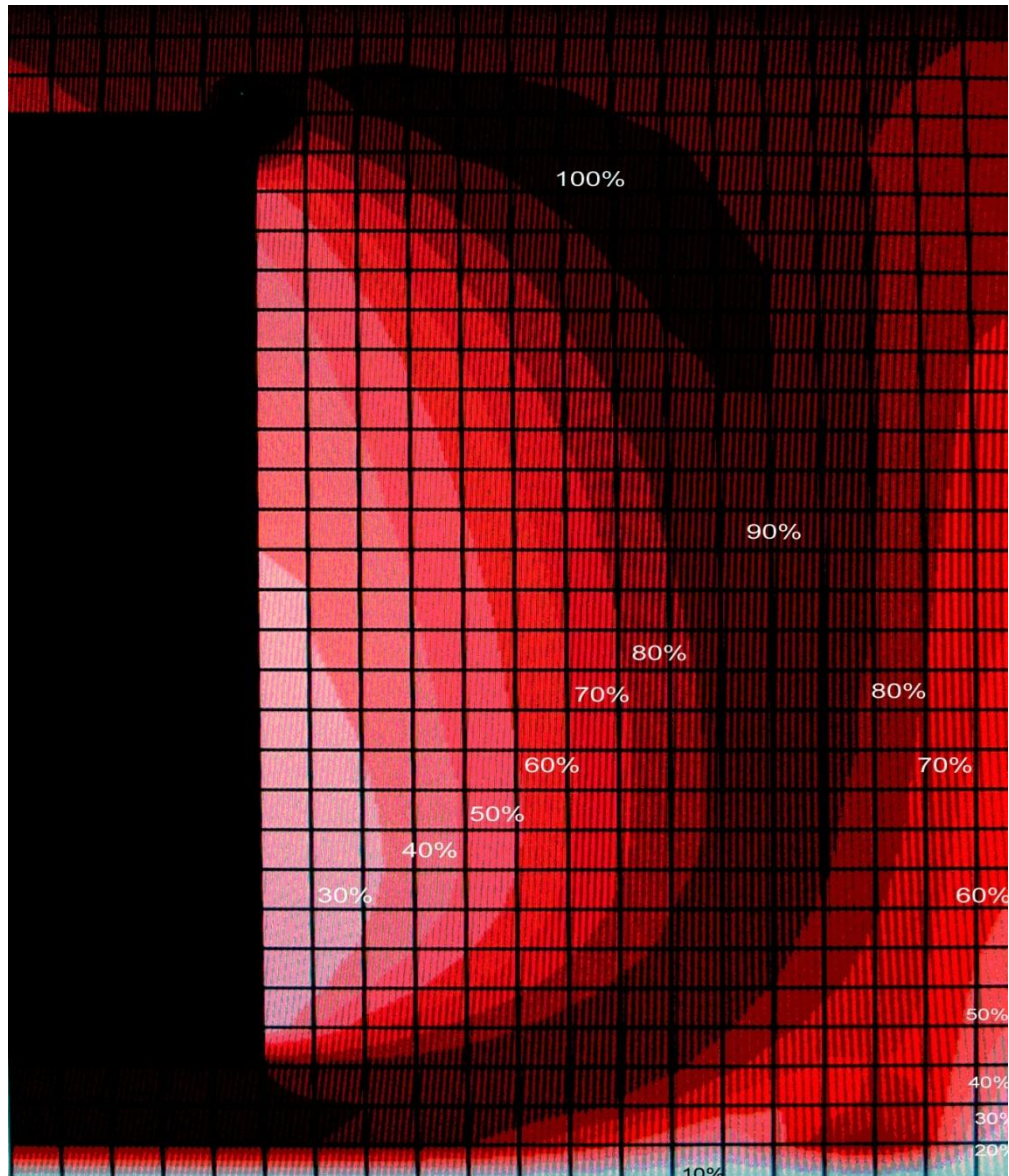


Рис. 5.17. Расчётные результаты и экспериментальные (%) данные, полученные при работе с дополнительной подачей кислорода сверху шнековой трубы и в верхней части реактора

5.5 Моделирование процессов очистки жидкости от растворённого в ней газа при барботаже

В большинстве реальных случаев температура подаваемых в барботажную колонну газовых пузырей отличается от температуры

находящейся в ней жидкости. Поэтому для моделирования процесса барботажа в этом случае необходимо использовать сопряженный теплообмен при движении пузырей, т.е. рассматривать три одновременных процесса: движение пузыря в слое жидкости, нестационарный теплообмен и массопередачу между пузырем и жидкостью. Такая модель, описанная в [224, 228], представляет собой достаточно сложную для расчётов задачу. Поэтому для инженерных расчетов необходимо упростить решение данной задачи путём отдельного анализа и оценки характерных времён этих трех основных процессов: теплообмена при охлаждении пузырей, диффузии растворённого газа в пузырь и всплытия пузыря.

На практике достаточно часто барботажная колонна используется для очистки жидкости от растворённого газа. Через жидкость, находящуюся в колонне, пропускаются пузыри газа, того же вещества, что и чистая жидкость, при температуре, выше или равной температуре жидкости. При этом происходит обратная диффузия растворенного в жидкости газа в пузыри подаваемого газа. Пузыри в начале процесса увеличивают свой размер за счет испарения в них жидкости до насыщенного состояния, а затем уменьшают свой размер при охлаждении жидкостью, имеющей более низкую температуру.

При моделировании процессов очистки жидкости в барботажной колонне используются следующие допущения: газ и жидкость не вступают между собой в химическую реакцию; гидростатическое давление меняется не слишком существенно и оказывает слабое влияние на процесс тепло- и массообмена; температура жидкости, температура и расход подаваемого в колонну газа постоянны в любой момент времени; температура пузырей при движении определяется только тепловым взаимодействием между пузырем и жидкостью; объём находящихся в жидкости пузырей пренебрежимо мал по сравнению с объёмом жидкости, т.е. при прохождении пузырей объём жидкости принимается постоянным; все подаваемые в газовые пузыри имеют одинаковые размеры.

Исходя из принятых допущений, изменение во времени числа молей газа

v_2 в пузыре складывается из изменения числа молей газа за счет диффузии v_2° и за счет испарения v_2'' части жидкости с растворенным газом:

$$\frac{dv_2}{d\tau} = \frac{dv_2^{\circ}}{d\tau} + \frac{dv_2''}{d\tau}. \quad (5.46)$$

Согласно (5.1) изменение во времени числа молей газа v_2° , диффундирующего из жидкости в пузырь определится:

$$\frac{dv_2^{\circ}}{d\tau} = 4\alpha_{\phi} \pi r_n^2 k \cdot (C - C_{\max}) \frac{\rho_{жс}}{m_{жс}}, \quad (5.47)$$

где предельная мольная доля растворенного газа в жидкости C_{\max} определится по закону Генри (5.4)

$$C_{\max} = \frac{py_2}{H_2},$$

где p - полное давление в пузыре, H_2 - постоянная Генри, y_2 - объёмная концентрация растворенного газа в пузыре:

$$y_2 = \frac{v_2 m_2 \rho_n}{v_2 m_2 \rho_n + v_n m_{жс} \rho_2}, \quad (5.48)$$

где v_2 и v_n - число молей растворённого и подаваемого газа в пузыре в данный момент времени, ρ_n и ρ_2 - плотности подаваемого и растворённого газа в пузыре, m_2 - молекулярная масса газа.

Изменение числа молей растворённого газа в пузыре за счет испарения v_2'' части жидкости с растворенным газом определится из преобразованного уравнения теплового баланса процесса испарении жидкости в пузырь:

$$\frac{dv_2''}{d\tau} = \frac{4\pi r_n^2 \alpha_{\phi} \alpha \cdot (T - T_{жс}) C}{q_{исп} [(1 - C)m_{жс} + Cm_2]}, \quad (5.49)$$

где α - коэффициент теплоотдачи между пузырём и жидкостью, T - текущая температура пузыря, $T_{жс}$ - температура жидкости, $q_{исп}$ - удельная теплота испарения жидкости. Аналогично определится изменение числа молей подаваемого газа в пузыре за счет испарения v_n'' части жидкости с

растворенным газом:

$$\frac{d\nu_n^u}{d\tau} = \frac{4\pi r_n^2 \alpha_\phi \alpha \cdot (T - T_{жс}) (1 - C)}{q_{исп} [(1 - C)m_{жс} + Cm_z]} \quad (5.50)$$

Данная модель использовалась для расчёта процесса очистки жидкости от растворённого в ней газа в барботажной колонне, схема которой представлена на рис. 5.7. Снизу в барботажную колонну подается газовый поток того же состава, что и чистая жидкость, с объёмной скоростью V_z (m^3/m^3), приведённой к единичному объёму жидкости, при температуре подачи T_0 в виде пузырей, имеющих начальный радиус r_0 . Тогда число газовых пузырей N ($1/m^3$) в единичном объёме жидкости определится как:

$$N = \frac{3V_z \tau_\phi}{4\pi r_0^3}, \quad (5.51)$$

где τ_ϕ – время всплытия пузыря в слое жидкости высотой h , определяемое из уравнения (5.12). Аналогично определяется начальное число молей подаваемого газа в пузырях:

$$\nu_n^0 = \frac{\rho_n^0 V_z \tau_\phi}{m_{жс}}, \quad (5.52)$$

где $y_{жс}^0$ - объёмная концентрация растворённого в жидкости газа, приведённая к нормальным условиям; ρ_n^0 - начальная плотность подаваемого газа в барботажной колонне. Начальная мольная доля C_0 растворенного в жидкости газа определяется через его начальную объёмную концентрацию $y_{жс}^0$, приведённую к нормальным условиям:

$$C_0 = \frac{y_{жс}^0 \rho_z^n m_{жс}}{(1 - y_{жс}^0) \rho_n^n m_z + y_{жс}^0 \rho_z^n m_{жс}}, \quad (5.53)$$

где ρ_z^n , ρ_n^n - плотность растворённого в жидкости и подаваемого газов при нормальных условиях. Начальное число молей чистой жидкости $\nu_{жс}^0$ ($кмоль/m^3$) и растворенного в жидкости газа $\nu_z^{жс,0}$ ($кмоль/m^3$) для единичного объёма жидкости определяется как:

$$V_{ж}^0 = \frac{\rho_{ж}}{m_{ж}}. \quad (5.54)$$

$$V_2^{ж,0} = \frac{C_o V_{ж}^0}{1 - C_o}. \quad (5.55)$$

С течением времени число молей чистой жидкости может измениться только за счет её испарения в газовые пузыри и для единичного объёма жидкости эта величина определится аналогично уравнению (5.49):

$$V_{ж} = V_{ж}^0 - N \int_0^{\tau} \frac{4\pi r^2 \alpha_{\phi} \alpha (T - T_{ж})}{q_{исп} m_{ж}} d\tau. \quad (5.56)$$

Также определяется число молей, растворенного газа в единичном объёме жидкости:

$$V_2^{ж} = V_2^{ж,0} - N \int_0^{\tau} \left(\frac{dV_2^{\delta}}{d\tau} + \frac{dV_2^u}{d\tau} \right) d\tau, \quad (5.57)$$

что позволит получить значение мольной доли растворенного газа в жидкости:

$$C = \frac{V_2^{ж}}{V_{ж} + V_2^{ж}}. \quad (5.58)$$

При очистке жидкости от растворенного газа до значения объёмной концентрации при нормальных условиях $y_{ж}^k$ величина мольной доли C_k растворенного газа в жидкости должно иметь значение, определяемое по следующей формуле:

$$C_k = \frac{y_{ж}^k \rho_2^H m_{ж}}{(1 - y_{ж}^k) \rho_n^H m_2 + y_{ж}^k \rho_2^H m_{ж}}. \quad (5.59)$$

Совместное решение уравнений (5.56-5.59) позволит определить время процесса очистки τ_n и необходимое количество V_{Σ} подаваемого газа, приходящегося на единичный объём жидкости в барботажной колонне:

$$V_{\Sigma} = V_2 \tau_n. \quad (5.60)$$

Относительный объём испарившейся жидкости из начального единичного объёма определится из уравнения теплового баланса процесса испарения:

$$V_{исп} = N \int_0^{\tau} \frac{4\pi r^2 \alpha \alpha_{\phi} (T - T_{жс})}{\rho_{жс} q_{исп}} d\tau. \quad (5.61)$$

Система уравнений (5.47 - 5.59) описывает сопряженную задачу тепломассообмена при всплытии газовых пузырей в жидкости и достаточно сложна для решения. Поэтому целесообразно проанализировать по отдельности и оценить характерные времена трех основных процессов в барботажной колонне: теплообмена при охлаждении пузырей, диффузии растворённого газа из жидкости в пузырь и всплытия пузыря.

Характерное время охлаждения пузыря $\tau_{m.o.}$ определяется из уравнения теплового баланса при охлаждении пузыря от начальной температуры T_0 до температуры жидкости $T_{жс}$:

$$\frac{4\pi r_o^3}{3} \rho_n^0 (h_n^0 - h_n^n) = \int_0^{\tau_{m.o.}} 4\pi r_n^2 \alpha \alpha_{\phi} (T - T_{жс}) d\tau, \quad (5.62)$$

где h_n^0 и h_n^n - энтальпии подаваемого в барботажный аппарат газа при температуре подачи T_0 и температуре жидкости $T_{жс}$, ρ_n^0 - плотность подаваемого в барботажную колонну газа при температуре подачи T_0 . Чтобы не решать в общем виде интегральное уравнение (5.62), проводится усреднение переменных разности температур газа и жидкости $(T - T_{жс})$ и радиуса пузыря r_n . Разность температур газа и жидкости принимается равной половине максимальной разности температур $(T_0 - T_{жс})$, так же как и радиус пузыря принимается средним арифметическим между начальным r_o и конечным r_{κ} значениями

$$r_{cp} = 0,5(r_o + r_{\kappa}).$$

Конечное значение радиуса пузыря в данном случае определяется только изменением плотности из-за понижения температуры, поскольку процессом массопередачи в данном случае пренебрегается:

$$r_{\kappa} = r_o \left(\frac{\rho_n^0}{\rho_n^n} \right)^{\frac{1}{3}},$$

где ρ_n^n - плотность газа при температуре жидкости $T_{жс}$. В результате этих

усреднений из (4.62) получается следующее выражение для характерного времени охлаждения:

$$\tau_{m.o.} = \frac{8r_o^3 \rho_n^0 (h_n^0 - h_n^n)}{3(r_o + r_k)^2 \alpha_\phi \alpha_{cp} (T_0 - T_{жс})}, \quad (5.63)$$

где α_{cp} – коэффициент теплоотдачи между жидкостью и пузырьём, определяемый по средней температуре $(T_0 + T_{жс})/2$ процесса теплообмена и среднему радиусу пузыря r_{cp} .

Характерное время τ_ϵ всплытия пузыря через слой жидкости высотой L определится из решения интегрального уравнения, аналогичного (5.12):

$$L = \int_0^{\tau_\epsilon} v d\tau.$$

При усреднении скорости v_{cp} всплытия пузыря по среднему радиусу пузыря r_{cp} получается простая оценка:

$$\tau_\epsilon = \frac{L}{v_{cp}}. \quad (5.64)$$

Характерное время полного насыщения пузыря растворенным газом за счет диффузии τ_o можно оценить из решения системы уравнений (5.47 и 5.48). Принимая предельную мольную долю газа в жидкости равной половине начальной мольной доли газа в жидкости и используя среднюю арифметическую разность мольных долей газа в жидкости и предельной мольной доли, получаем:

$$\tau_o = \frac{1}{K_n (1 - K_c)}, \quad (5.65)$$

где $K_n = 2\pi r_{cp}^2 \alpha_\phi N k_{cp}$, $K_c = \frac{y_2^k p}{C_0 - C} \frac{p}{H}$, k_{cp} – значение коэффициента массопередачи, вычисленное по средней скорости и радиусу пузыря.

Оценочные расчеты для таких газов и жидкостей, как гелий, водород, азот, кислород и высоты жидкости в барботажной колонне порядка метра

показали, что характерное время теплообмена $\tau_{m.o.}$ составляет $10^{-7} - 10^{-5}$ с, что на несколько порядков меньше характерного времени полной диффузии τ_{δ} , имеющего значения 0,01 – 100с и так же меньше характерного времени всплытия пузыря τ_{δ} , значения которого лежат в интервале 0,01 – 10с.

Поэтому сопряженную задачу тепломассообмена при всплытии пузырей можно решать в следующей последовательности. Первоначально рассчитывается процесс охлаждения пузыря независимо от диффузии, а затем – сам процесс диффузии, в котором за начальный радиус принимается радиус пузыря, охлаждённого до температуры жидкости с учётом испарения жидкости в пузырь. При этом объём испарившейся жидкости за время τ при барботаже можно определить по формуле:

$$V_u = \frac{V_z \rho_n^0 (h_n^0 - h_n^n) \tau}{q_{исп} \rho_{ж}} \quad (5.66)$$

По данной методике был проведен расчет очистки жидкого неона от растворенного в нем гелия для разных значений начального радиуса пузыря r_o , высот столба жидкости L , относительного количества подаваемого газообразного неона V_z . Принимались следующие значения начальной и конечной нормальной объёмной концентрации гелия в жидком неоне $y_{ж}^o = 150\text{ppm}$ и $y_{ж}^k = 10\text{ppm}$.

Проведенные расчеты показали, что общее количество подаваемого газообразного неона V_z практически не зависит от относительного количества подаваемого газообразного неона V_z , а определяется только начальным радиусом пузыря r_o и высотой столба жидкости L (рис. 5.18).

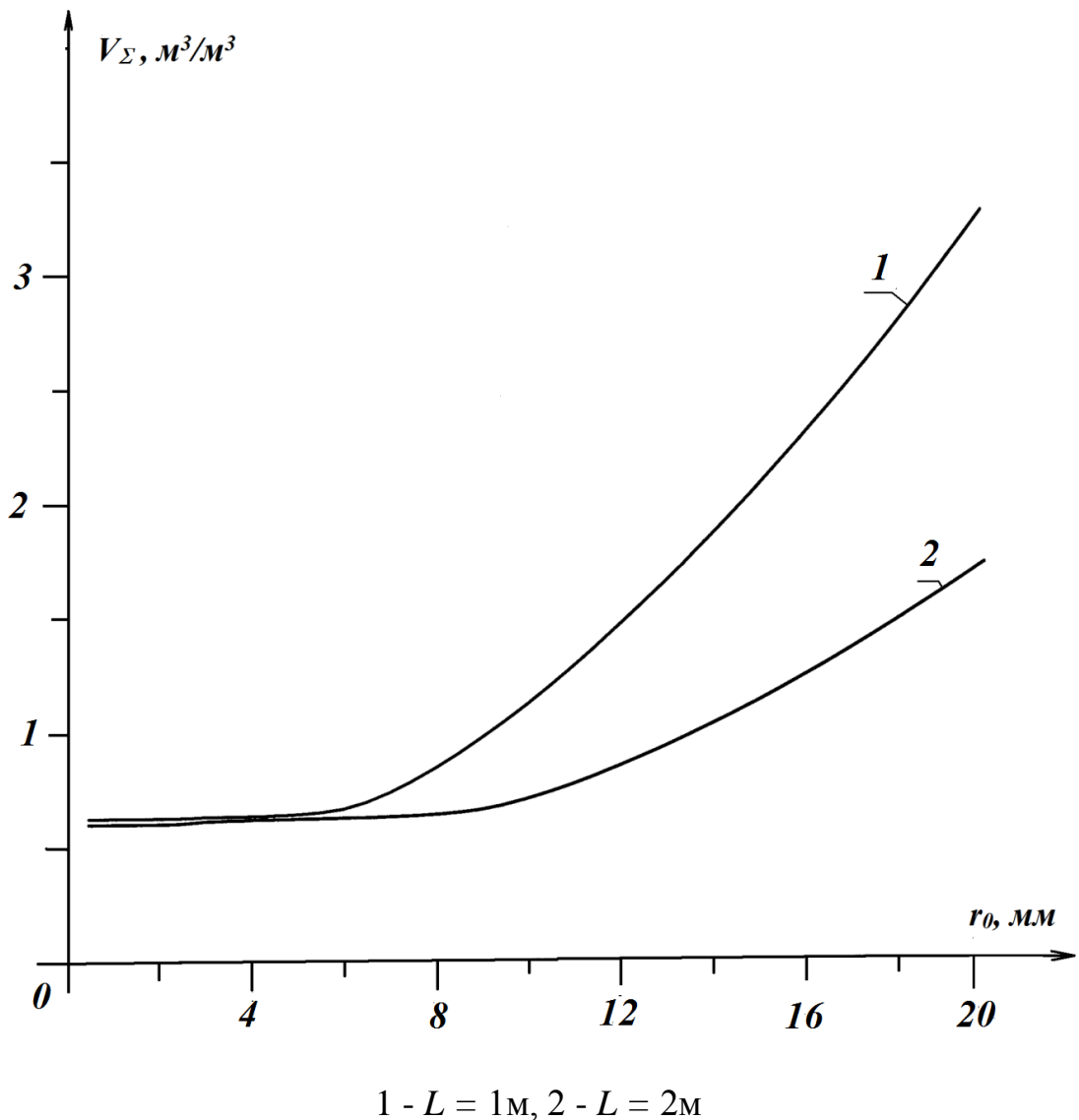


Рис. 5.18. Зависимость общего количества подаваемого газообразного неона V_{Σ} , от радиуса пузыря r при относительном количестве подаваемого газообразного неона $V=0,001$ 1/с и для высоты столба L жидкости

При радиусах пузыря до 6мм зависимость от высоты столба жидкости практически отсутствует, это связано с тем, что время полной диффузии гелия из жидкости в пузырь до предельного значения ($\sim 0,5$ с) меньше времени всплытия пузыря (~ 10 с). Для радиусов пузыря более 6мм время диффузии превышает время всплытия, и пузыри покидают жидкость не полностью насыщенные гелием. При этом большей высоте столба жидкости соответствует меньшее количество подаваемого газообразного неона, вследствие увеличения

времени всплытия и более продолжительному процессу диффузии.

Результаты этих расчётов были использованы при создании барботажных устройств для очистки жидкого неона от растворённого в нём гелия на Московском газовом заводе, чтобы добиться наименьшего количества подаваемого газообразного неона и, соответственно, сократить потери испаряющегося при этом жидкого неона.

Выводы по пятой главе

1. Рассмотрены и анализированы основные модели тепло- и массообмена при движении газовых пузырей в жидкости.

2. Созданы модели различного уровня сложности для расчёта процессов тепло- и массообмена при барботаже, начиная с изотермического процесса при всплытии единичного газового пузыря в чистой жидкости и заканчивая моделированием работы барботажных устройств.

3. Впервые детально рассмотрены механизмы передачи массы и теплоты при неизотермическом барботажном процессе.

4. Результаты расчётного моделирования тепло- и массообменных процессов были использованы при проектировании и для рационального ведения рабочих процессов в барботажных устройствах, используемых для получения парогазовой смеси требуемого состава, растворения газов в жидкости и для очистки жидкости от растворённых в ней газов.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проанализированы известные и созданы новые методы расчета работы теплообменных аппаратов и установок техники низких температур в меняющихся и нестационарных режимах.

2. Предложена и реализована многоуровневая расчетная система для определения рациональных параметров меняющихся режимов работы низкотемпературных установок.

3. Впервые получена интегральная оценка времени охлаждения объектов для различных условий охлаждения и сделан анализ механизмов переноса теплоты для этих случаев, позволяющая определить роль основных механизмов передачи теплоты для разных условий охлаждения

4. Впервые разработана модель процесса охлаждения объектов с осевыми каналами для течения хладоносителя, позволяющая определить рациональную организацию этого процесса применительно к установке утилизации резины из изношенных автопокрышек по криовзрывной технологии.

5. Впервые проведён анализ влияния испарения влаги на процесс охлаждения и замораживания тел. Создана модель процесса сопряженного тепломассообмена при замораживании пищевых продуктов в скороморозильных аппаратах.

5. Впервые детально рассмотрены механизмы передачи массы и теплоты при неизотермическом барботажном процессе. Выполнено моделирование работы установок для получения газопаровых смесей заданного состава, очистки жидкости от растворённого в ней газа или насыщения жидкости растворёнными газами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Моделирование динамического режима работы теплообменного аппарата // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1988.-№ 8.- С.56-60.
2. Теоретическое и экспериментальное исследование работы криогенного ожижителя / В.Н.Козлов [и др.] // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1989.-№ 4.- С.50-54.
3. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Методы расчета динамических характеристик криогенных систем // Труды МВТУ. - 1989.- № 533.- С.4-24.
4. Козлов В.Н., Лавров Н.А., Дитятев В.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование пускового периода криогенного ожижителя // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1990.-№ 4.- С.49-51.
5. Лавров Н.А. Создание методики расчета динамических режимов работы установки обратной конденсации. Дис... канд. техн. наук. - Москва, 1990. – 168с.
6. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Использование ограниченных экспериментальных данных для расчета теплообменников // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1990.-№ 9.- С.48-50.
7. Козлов В.Н., Лавров Н.А., Дитятев В.Н. Математическая модель управления криогенными установками // Труды МВТУ. - 1991.- № 534.- С.177-194.
8. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Моделирование динамического режима работы теплообменного аппарата // Криогенная техника - науке и производству: Тезисы Международной научно- практической конференции. - Москва, 1991. – С.139.
9. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Многоуровневая расчетная система оптимизации режимов работы криогенных установок // Криогенная техника - науке и производству: Тезисы Международной научно- практической конференции. - Москва, 1991. – С.143.

10. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Расчетная система управления криогенными установками // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1991.-№ 4-6.- С.70-73.
11. Козлов В.Н., Лавров Н.А. Система оптимизации с сосредоточенными параметрами для исследования работы криогенного оживителя // Известия ВУЗ. Машиностроение.- 1992.-№ 10-12.- С.71-75.
12. Шишов В.В., Лавров Н.А. Математическая модель процесса замораживания пищевых продуктов // Вестник МГТУ. Машиностроение.- 1993. - №3. - С.124-130.
13. Lavrov N.A., Shishov V.V. Freezing processes with phase transition modelling // International symposium heat transfer enhancement in power machinery (НТЕРМ'95): Abstract of papers.– Moscow, 1995. - Part II. - P.202-204.
14. Lavrov N.A., Shishov V.V. Heat and mass exchange during food freezing // 19th International congress of refrigeration: Book of abstracts. – Hauge (Netherlands), 1995. – P.210.
15. Лавров Н.А. Метод численного решения систем уравнений, описывающих стационарные режимы работы двухпоточного теплообменника // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1996. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. Криомедицина. – С.13-18.
16. Лавров Н.А., Карпов С.А. Аналитическое решение систем уравнений, описывающих стационарные режимы работы трехпоточного противоточного теплообменника // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1996. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. Криомедицина. – С.18-22.
17. Моделирование процессов массообмена при движении газовых пузырей через слой жидкости / А.М.Архаров [и др.] // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1996. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. Криомедицина. – С.84-91.
18. Лавров Н.А., Хруничева Е.В. Приближенная оценка времени захолаживания тела // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 1998. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. – С.70-81.

19. Лавров Н.А. Моделирование процессов замораживания с сопряженным тепло- и массообменом // Вестник международной академии холода. - 2000. - №4. – С.10-12.

20. Лавров Н.А., Кучер М.А. Оценка увеличения холодопроизводительности в рефрижераторах с избыточным обратным потоком при уменьшении потерь смешения // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2000. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. – С.77-86.

21. Лавров Н.А., Маринин Ю.В. Поверочный расчет холодильной машины // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2002. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. – С.135-143.

22. Лавров Н.А., Шадрина В.Ю., Набок А.А. Процессы охлаждения изношенных автопокрышек для криовзрывной утилизации // Образование через науку: Тезисы Международного симпозиума. – Москва, 2005. – С.484.

23. Лавров Н.А., Шадрина В.Ю. Использование реверсирования охлаждающего потока для сокращения времени охлаждения изношенных автопокрышек // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2005. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника. Криомедицина.– С.77-83.

24. Лавров Н.А., Шадрина В.Ю. Математическое моделирование процессов захлаживания тел с осевыми каналами // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2008. - Спец. выпуск Криогенная и холодильная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения. – С.156-159.

25. Лавров Н.А., Скорнякова Е.А. Моделирование процессов очистки жидкости от растворённого в ней газа при барботаже // Холодильная и криогенная техника, промышленные газы, системы кондиционирования и жизнеобеспечения: Тезисы Международной научной конференции. – Москва, 2010. – С.24 - 26.

26. Лавров Н.А., Скорнякова Е.А. Метод оценки временных характеристик процессов очистки сжиженного газа от растворённого в нём газа

при барботировании // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2010. - №2 – С16-18.

27. Лавров Н.А., Скорнякова Е.А. Моделирование процессов очистки жидкости от растворённого в ней газа при барботаже // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2010. - Спец. выпуск Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения. – С.155-160.

28. Лавров Н.А. Моделирование процесса получения парогазовой смеси в барботажном устройстве // Криогенные технологии и оборудование. Перспективы развития: Тезисы Девятой международной научно-практической конференции. – Москва, 2012. – С. 41-45.

29. Лавров Н.А. Моделирование процесса насыщения газовых пузырей парами жидкости в барботажной колонне // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2013. - Спец. выпуск №1 Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения. – С.5-8.

30. Серов Е.П., Корольков Б.П. Динамика парогенераторов. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 408 с.

31. Ефимова Л.Н., Макаров А.М., Сухов В.И. Сравнительный анализ расчётных моделей нестационарных процессов теплообмена в различных теплообменных аппаратах // Сб. научн. Тр. НПО Криогенмаш. – 1975. - Вып.17. – С. 81-92.

32. Буткевич И.К., Ромашин В.Ф., Костров А.Н. Моделирование динамических режимов работы сложных систем // Современные проблемы гидродинамики и теплообмена в элементах энергетических установок и криогенной техники: Межвуз. сборник научных трудов. – М., 1986. – С. 91-99.

33. Архаров А.М., Марфенина И.В., Микулин Е.И. Криогенные системы. В 2 т.: Учебник для студентов Вузов. 3-е изд. – М.: Машиностроение, 1996. - Т.1: Основы теории и расчёта. - 575 с.

34. Хаузен Х. Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрёстном токе: Пер. с нем. / Под ред. И.Н.Дулькина. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 384 с.

35. Даниленко Т.К., Микулин Е.И., Козлов В.Н. Влияние теплопроводности стенки на процесс теплообмена в канале // Труды МВТУ. – 1974. - № 193. – С. 160-165.
36. Lambertson T. Performance factors of periodic-flow heat exchange // Trans. Amer/ Soc.mech. Eng. - 1958. – V.80. – P.586-592.
37. Larsen W. Rapid calculation of temperature in a regenerative heat exchanger having arbitrary initial solid and entering fluid temperatures // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1967. – V.10. – P.149-168.
38. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Наука, 1974. – 542 с.
39. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразований Лапласа и Z – преобразования: Пер. с нем. / Под. ред. Г.А.Вольперта. – М.: Наука, 1974. – 288 с.
40. Белов М.А., Цырулин Т.Т. Асимптотические методы обращения интегральных преобразований. – Рига: Зинатне, 1985. – 284 с.
41. Крылов В.И., Скобля Н.С. Методы приближённого преобразования Фурье и обращение преобразований Лапласа. – М.: Наука, 1974. – 224 с.
42. Крылов В.И., Скобля Н.С. Справочная книга по численному обращению преобразований Лапласа. – Минск: Наука и техника, 1968. – 295 с.
43. Барский И.А. Переходные характеристики газоздушного теплообменника // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1974. - №4. – С.168 – 172.
44. Аратюнян Л.П., Козлов В.Н. Нестационарные процессы теплообмена в двухпоточном теплообменнике // Труды МВТУ. – 1976. - № 240. – С. 16-21.
45. Аратюнян Л.П., Козлов В.Н. Переходные процессы при пуске ГХУ с детандером // Совершенствование процессов, машин и аппаратов холодильной и криогенной техники: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. Секция I – II. – Ташкент, 1977. – С.30.
46. Аратюнян Л.П. Исследование нестационарных процессов при пуске

низкотемпературной установки // ЭНЕРГЕТИКА: Межвуз. сборник научных трудов (Ереван), 1977. – Вып. 2. - С. 30-32.

47. Аратюнян Л.П., Грдилян Э.М., Аратюнян М.П. Исследование нижней ступени в детандерных криогенных установках // Исследование и совершенствование процессов и аппаратов: Межвуз. сб. научн. тр. – Л., 1984. – С. 47-50.

48. Аратюнян Л.П., Козлов В.Н., Чебышев Е.В. Определение динамических характеристик противоточного теплообменника // Известия ВУЗ. Машиностроение. – 1978. - №4. – С. 91-94.

49. Макаров Б.А. Динамика противоточного теплообменного аппарата // Труды МВТУ. – 1980. - № 318. – С. 90-98.

50. Корольков Б.П. Специальные функции для исследования динамики нестационарного теплообмена. - М.: Наука, 1976. – 168 с.

51. О методе линеаризации уравнений динамики теплообменников / Б.П.Корольков [и др.] // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1977. - №8. – С. 94-100.

52. Корольков Б.П., Таиров Э.А. Метод интегральных уравнений в краевой задаче динамики теплообмена // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. - №1. – С. 102-111.

53. Корольков Б.П., Таиров Э.А. Динамика теплообмена в обогреваемом канале при непрерывно меняющемся расходе теплоносителя // Весці АН СССР. Серія фізика энергетычных навук. – 1986. - №1. – С. 28-32.

54. Девятков Б.Н. Теория переходных процессов в технологических аппаратах с точки зрения задач управления. – Новосибирск: Наука, 1964. – 324 с.

55. Девятков Б.Н. Лапшин С.В. Передаточные функции и структурные схемы теплообменных аппаратов как объектов регулирования // Известия СО АН СССР. – 1960. - №8. – С.11-24.

56. Девятков Б.Н. Общие уравнения взаимодействия движущихся сред в технологических аппаратах // Доклады АН СССР. – 1960. – Т.134, №1. – С. 639-642.

57. Девятов Б.Н. Определение инерционности и регулируемости проектируемых технологических процессов // Доклады АН СССР. – 1961. – Т.141, №5. – С. 633-637.
58. Девятов Б.Н., Корнев Ю.Н. Применение рядов Бурмана – Лагранжа при анализе переходных процессов в химико-технологических аппаратах // Известия СО АН СССР. – 1962. - №5. – С. 14-28.
59. Девятов Б.Н., Демиденко Н.Д., Охорзин В.А. Динамика распределённых процессов в технологических аппаратах, распределённый контроль и управление. – Красноярск: Наука, 1976. – 310 с.
60. Девятов Б.Н., Верещагин А.Г. Об интегральных методах аппроксимации динамических характеристик теплообменных процессов // Известия СО АН СССР. Технические науки. – 1983. - №8, вып. 2. – С. 94-101.
61. Девятов Б.Н., Верещагин А.Г. Интегральный метод решения многомерных линейных задач динамики теплообменных процессов // Известия СО АН СССР. Технические науки. – 1983. - №8, вып. 2. – С. 102-111.
62. Девятов Б.Н., Демиденко Н.Д. Теория и методы анализа управляемых распределённых процессов. – Новосибирск: Наука, 1983. – 272 с.
63. Шевяков А.А., Яковлева Р.В. Инженерные методы расчёта динамики теплообменных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1968. – 320 с.
64. Андрианов П.А., Масленников И.И. Влияние распределённости параметров на динамические свойства теплообменников // Химическая промышленность. – 1963. - № 12. – С. 902-908.
65. Андрианов П.А., Фёдоров А.Ф. Влияние распределённости параметров на динамические свойства и процессы регулирования теплообменных аппаратов // Тепломассоперенос. – 1968. - № 7. – С.353 – 369.
66. Герман В.Т., Компаниец А.Д. Переходной процесс в теплообменнике как в объекте с распределёнными параметрами // Автоматизация технологических процессов в газовой и нефтяной промышленности. – Нальчик, 1967. – С. 74 – 83.

67. Залогина Н.И., Макаров А.А. Аналитическое исследование нестационарных температурных полей в многополостных криогенных трубопроводах // Аналитические методы расчёта процессов тепло- и массопереноса: Всесоюзное совещание. - Душанбе, 1986. - С. 182 – 183.

68. Макаров А.М., Новикова И.О. Нестационарная сопряжённая задача о температурном поле в плоской пластине переменной толщины, омываемой по контуру потоком теплоносителя // Математическое моделирование, системный анализ и оптимизация промышленного, энергетического и транспортного теплообменного оборудования: Респ. совещание. - Киев, 1976. - С.21-23.

69. Макаров А.М., Лунёва Л.А., Залогина Н.И. Нестационарные процессы в теплообменном аппарате типа «труба в трубе». // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1990. - № 4. - С. 123-129.

70. Нестационарные температурные поля в оребрённой трубке. А.М.Макаров [и др.] // Криогенная техника. Процессы в установках и системах: Труды НПО Криогенмаш. - Балашиха, 1989. - № 3. - С.69-77.

71. Макаров А.М., Афонина В.П. Нестационарные температурные поля в однопоточных теплообменных аппаратах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1989. - № 3. - С. 69-77.

72. Аригин А.Ф., Буткевич И.К., Ромашин В.Ф. Моделирование переходных режимов работы криогенных гелиевых установок // Современные проблемы гидродинамики и теплообмена в элементах энергетических установок и криогенной техники: Межвуз. сборник научных трудов. – М., 1983. – С. 17-21.

73. Ромашин В.Ф., Зуев М.А. Инженерный метод расчёта нестационарных режимов работы теплообменника // Процессы в установках и системах криогенного машиностроения: Сб. научн. тр. НПО Криогенмаш. – Балашиха, 1979. – С. 30-38.

74. Буткевич И.К., Зуев М.А., Ромашин В.Ф. Инженерные методы расчёта квазистатических и динамических режимов работы теплообменников криогенной системы // Холодильная техника и технология. – 1979. – Вып. 29. –

С.48 – 53.

75. Буткевич И.К., Зуев М.А., Ромашин В.Ф. Инженерный метод расчёта нестационарных режимов работы теплообменника // ИФЖ. – 1980. – Т. 38, № 5. - С.48 – 53.

76. Буткевич И.К., Зуев М.А., Ромашин В.Ф. Нелинейная модель взаимодействия потоков криоагента в теплообменных аппаратах // ИФЖ. – 1986. – Т. 51, № 3. - С.383 – 388.

77. Пронько В.Г., Винокур Я.Г., Леонова Г.М. О теплообмене в период охлаждения криогенных трубопроводов // Сб. научн. тр. ВНИИ Криогенмаш. – 1971. – Вып. 13. - С. 17-21.

78. Пронько В.Г. О влиянии интенсивности теплообмена и параметров потока хладагента (теплоносителя) на скорость охлаждения и нагрева тел // ИФЖ. – 1974. – Т. 24, № 4. - С.697 – 700.

79. Фёдоров В.И. Метод элементарных балансов для расчёта нестационарных процессов поверхностных теплообменных аппаратов. – Киев: Наукова думка, 1977. – 143 с.

80. Таль А.А. Приближённое определение динамических свойств однофазных теплообменников // Теплоэнергетика. – 1957. - № 10. – С. 69-71.

81. Арманд А.К. Расчёт переходных процессов в теплообменниках. – М. – Л., 1959. – С. 113 – 135.

82. Емельянов Н.Я., Гаврилов П.А., Селивёрстов Б.Н. Исследование динамических характеристик теплообменных устройств методом корреляционного анализа // ИФЖ. – 1965. – Т. 8, № 6. - С.768 – 773.

83. Михайлов В.Р. О теплообменниках одного класса, описываемых уравнениями с переменными коэффициентами // Техническая кибернетика. - 1970. - № 13. - С.33 – 42.

84. Архипов В.Г. Автоматическое регулирование поверхностных теплообменников. – М.: Энергия, 1971. – 304 с.

85. Горбачёв С.П., Ладохин С.Д., Бочаров М.Н. Переходные процессы в канале с двухфазным криоагентом при импульсных тепловыделениях

// Криогенная техника – 82: Сборник научных докладов III Всесоюзной научно – технической конференции по криогенной технике. – Балашиха, 1983. – Часть II. – С. 39 – 48.

86. Тарасов В.С., Савченко Е.С. Параметрическая идентификация объектов эксперимента с распределёнными параметрами с использование системного метода оптимизации // Сб. научн. тр. ЛПИ. – 1983. - № 381. – С. 63 – 66.

87. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656с.

88. Самарский А.А. Введение в численные методы: Учебное пособие для вузов. - М.: Наука, 1987. - 288 с.

89. Годунов С.К. Разностные методы решения уравнений газовой динамики. - Новосибирск: Из-во НГУ, 1962. - 86 с.

90. Годунов С.К., Рябенский Разностные схемы: Введение в теорию. – М.: Наука, 1977. - 439 с.

91. Яненко Н.Н., Рождественский Б.Л. Системы квазилинейных уравнений и их применение к газовой динамике. - М.: Наука, 1978. - 687 с.

92. Шокин Ю.И., Яненко Н.Н. Метод дифференциального приближения: Применение к газовой динамике. - Новосибирск: Наука, 1985. - 364 с.

93. Метод дифференциальных связей и его приложение в газовой динамике / А.Ф.Сидоров [и др]. - Новосибирск: Наука, 1984. - 272 с.

94. Ворожцов Е.В., Яненко Н.Н. Методы локализации особенностей при численном решении задач газодинамики. - Новосибирск: Наука, 1985. – 224с.

95. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. / Под ред. В.И.Виленского. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.

96. Новотельнов В.Н., Рыжова О.Г. Математическое моделирование переходных процессов в теплообменных аппаратах криогенных установок // Известия ВУЗов. Энергетика. – 1977. - №7. – С. 146-148.

97. Алексеев В.П., Герасимов П.В., Вайнштейн Г.Е. Расчет и моделирование аппаратов криогенных установок. - Л.: Энергоатомиздат, 1987. - 290 с.
98. Вайнштейн Г.Е., Герасимов П.В., Краковский Б.Д. Моделирование теплообменных аппаратов криогенных гелиевых установок // Известия ВУЗов. Энергетика. – 1982. - №5. – С. 66-71.
99. Кузнецов Ю.Н., Девкин А.С. Математическая модель нестационарного негомогенного двухфазного потока в канале // Теплофизика высоких температур. – 1984. – Т.22, вып. 3. – С. 544-549.
100. Грошев А.И., Слободчук В.И. Численный расчёт нестационарного турбулентного теплообмена в круглой трубе с учётом растечек теплоты в стенке // Теплоэнергетика. – 1986. - № 9. – С.56-59.
101. Дзюбенко Б.В., Дрейцер Г.А., Ашмантас Л.А. Нестационарный теплообмен в пучках витых труб // Весці АН СССР. Серія фізика энергетычных навук. – 1986. - №1. – С. 17-23.
102. Taler Dawid. Analytical and numerical model of transient heat transfer in a single tube row heat exchanger // Arch. Thermodyn. - 2007. –V.28, N 1. - P. 51-64.
103. Цугленок Н.В., Курмачев Ю.Ф. Определение зависимости между величиной элементарного временного шага теплообмена и размерами конечного элемента // Вестн. КрасГАУ. – 2006. - N 13. - С. 91-95.
104. Malinowski L., Bielski S. Transient temperature field in a parallel-flow three-fluid heat exchanger with the thermal capacitance of the walls and the longitudinal walls conduction // Appl. Therm. Eng. - 2009. – V.29, N 5-6. - P. 877-883.
105. Торопов Е. Е., Лымбина Л. Е. Динамическая модель теплопередающей стенки. Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Труды 16 Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева. - Санкт-Петербург, 21-25 мая 2007. - М. – 2007.- Т. 2. - С. 190-192.

106. Пикина Г.А. О выборе модели теплопередающей стенки при расчете динамики теплообменников // Вестн. МЭИ. – 2008. - N 1. - С. 48-53.
107. Левин А. А., Таиров Э. А. Построение динамических моделей конвективных теплообменников на основе метода сосредоточенных параметров // Изв. РАН. Энергетика. – 2007. - N 2. - С. 137-144.
108. Зубков В.Г. Оптимизация параметров тепломассообмена в энергетических устройствах // 6 Минский международный форум по тепло- и массообмену: Тезисы докладов и сообщений. - Минск, 2008. - Т. 2. - С. 254-256.
109. Смородин Анатолий Иванович. Создание и исследование аппаратов низкотемпературной техники с фазовыми превращениями на рабочих поверхностях. Дис... докт. техн. наук. - Москва, 2004. - 298 с.
110. Шевич Юрий Артемьевич. Разработка и исследование высокоэффективных теплообменных аппаратов матричного и планарного типов для компактных низкотемпературных систем и установок. Дис... докт. техн. наук. - Москва, 2008. - 243 с.
111. Глазунов Ю.Т. Существует ли вариационный принцип классического типа для явлений нелинейного взаимосвязанного тепло- и массопереноса // ИФЖ. - 1984. - Т.48, N4. - С.667-670.
112. Михайлов Ю.А., Глазунов Ю.Т. Вариационные методы в теории нелинейного тепло- и массопереноса. - Рига: Зинатне, 1985. - 190 с.
113. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. / Под ред. Н.С.Бахвалова. - М.: Мир, 1986. - 318 с.
114. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина: Пер. с англ. / Под ред. В.П.Шиндловского. - М.: Мир, 1988. - 352 с.
115. Гудмэн Т. Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена // Проблемы теплообмена. - М.: Мир, 1986. - 229 с.
116. Каганер М.Г. Приближенное решение нестационарных задач теории теплопроводности с учетом влияния температурной зависимости

теплофизических свойств на основе метода Б.Г.Галеркина // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1982.- № 2. - С.48-49.

117. Тарасов В.С. Моделирование технологических процессов с распределенными параметрами. - Л.: Из-во ЛПИ, 1984. - 80 с.

118. Беллман Р. Введение в теорию матриц: Пер. с англ. / Под ред. В.Б.Лидского. - М.: Наука, 1976. - 352 с.

119. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1966. - 576 с.

120. Уилкинсон Дж. Алгебраическая проблема собственных значений: Пер. с англ. / Под ред. В.В.Воеводина. - М.: Наука, 1970. - 564 с.

121. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - М.: Физматгиз, 1963. - 734 с.

122. Годунов С.К. Решение систем линейных уравнений.- Новосибирск: Наука, 1980. - 177 с.

123. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. - М.: Наука, 1971. - 238 с.

124. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. - М.: Наука, 1970. - 402 с.

125. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Н. Численные методы: Учебное пособие для вузов. - М.: Наука, 1987. - 598 с.

126. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - 2-е изд. - М.: Наука, 1980. - 535 с.

127. Трауб Дж. Итерационные методы решения уравнений: Пер. с англ. / Под ред. Ю.А.Кузнецова. - М.: Мир, 1986. - 448 с.

128. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения: Пер. с англ. / Под ред. Л.Э.Эльсгольца. - М.: Мир, 1967. - 548 с.

129. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: Пер. с англ. / Под ред. А.Д.Горбунова. - М.: Мир, 1979. - 312 с.

130. Справочник по физико-техническим основам криогеники / М.П.Малков [и др.]; Под ред. М.П.Малкова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1985. - 432 с.

131. Теория тепломассообмена: Учебник для ВУЗов / С.И.Исаев [и др.]; Под ред. А.И.Леонтьева. – М.: Высшая школа, 1979. - 495 с.
132. Нестационарный теплообмен / В.К.Кошкин [и др.] – М.: Машиностроение, 1973. – 327 с.
133. Г.А.Дрейцер, Кузьминов В.А. Расчёт разогрева и охлаждения трубопроводов. – М.: Машиностроение, 1977. – 128 с.
134. Методы расчёта сопряжённых задач теплообмена / Э.К.Калинин [и др.] – М.: Машиностроение, 1983. – 232 с.
135. Белоусов В.П., Кузнецов Ю.Н., Ойвин В.Н. Некоторые вопросы экспериментального исследования нестационарного конвективного теплообмена при турбулентном движении жидкости в трубе // Теплотехника: Доклады III Всесоюзной конференции НТОЭ и ЭП при ВТИ. – М., 1970. – С.236-246.
136. Исследование кризиса теплоотдачи при кипении в динамических режимах / О.К.Смирнов [и др.] // Сб. научн. Тр. МЭИ. - 1971. – Вып. 81. - С.58-68.
137. Козлов В.Н., Чебышев Е.В. Моделирование нестационарного режима криогенной установки // Труды МВТУ. – 1980. - № 318. – С. 117-126.
138. Козлов В.Н., Чебышев Е.В. Определение динамических характеристик детандерной ступени // Совершенствование процессов, машин и аппаратов холодильной и криогенной техники: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. - Ташкент, 1977. – С.31.
139. Черкез А.Я. Инженерные расчёты газотурбинных двигателей методом малых отклонений. – М.: Машиностроение, 1975. – 396 с.
140. Мильман О.О., Озеран Т.И. Вторая модификация метода малых отклонений при расчёте переменных режимов теплообменников // Теплоэнергетика. – 1972. - №1. – С.56-58.
141. Новотельнов В.Н. Расчёты криогенных систем методом малых отклонений. – Л.: Из-во Ленингр. Ун-та, 1976. – 144 с.
142. Новотельнов В.Н. Моделирование пусковых режимов

двухступенчатых криогенных рефрижераторов с турбодетандерами ступени // Совершенствование процессов, машин и аппаратов холодильной и криогенной техники: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. – Секция. I - II. - Ташкент, 1977. – С.11.

143. Новотельнов В.Н. Оптимизация нерасчётных режимов двухступенчатых криогенных рефрижераторов установок // Известия ВУЗ. Машиностроение. – 1979. - №10. – С. 96-100.

144. Новотельнов В.Н. К вопросу о расчёте характеристик рефрижераторных систем // Холодильные машины и аппараты: Сб. научн. работ ЛТИХП. – Л., 1975 – С. 123-126.

145. Новотельнов В.Н. О динамических процессах при совместной работе рефрижераторов с объектами большой массы // Холодильные машины и аппараты: Сб. научн. работ ЛТИХП. – Л., 1975 – С. 127-130.

146. Новотельнов В.Н., Шмалько К.Я., Барабаш В.М. Моделирование пускового периода дроссельных рефрижераторных систем // Холодильные машины и аппараты: Сб. научн. работ ЛТИХП. – Л., 1975 – С. 119-123.

147. Новотельнов В.Н., Рыжова О.Г. Математическая модель переходного процесса в двухступенчатой криогенной системе // Известия ВУЗ. Машиностроение. – 1979. - №9. – С. 55-60.

148. Новотельнов В.Н., Сафонова Л.Г. Моделирование нестационарных режимов двухступенчатых криогенных рефрижераторных установок // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1979. - №8. – С 17-19.

149. Новотельнов В.Н., Шурыгина И.В. Моделирование переходного процесса в двухступенчатой криогенной системе с последовательным включением турбодетандеров // Машины и аппараты холодильной и криогенной техники и кондиционирования воздуха: Межвуз. сб. научн. тр. – Л., 1978. – С.40-46.

150. Новотельнов В.Н., Иванова В.С. Анализ работы дроссельных замкнутых криогенных систем на нерасчётных режимах // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1970. - №5. – С. 126-127.

151. Оптимальный энергетический режим работы двухкаскадной охлаждающей криогенной системы / С.С.Будневич [и др.] // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1971. - №25. – С. 118-121.

152. Новотельнов В.Н. Анализ взаимодействия одноступенчатой детандерной криогенной системы с окружающей средой и объектом охлаждения системе // Известия ВУЗ. Машиностроение. – 1974. - №1. – С. 97-102.

153. Новотельнов В.Н., Шмалько К.Я., Рыжова О.Г. Анализ пускового периода дроссельных криогенных систем // Химическое и нефтяное машиностроение: Реферативный сборник ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. - 1976. - №5. – С. 25.

154. Новотельнов В.Н. Подobie динамических процессов криогенных рефрижераторных установок // Известия ВУЗ. Машиностроение. – 1978. - №1. – С. 93-96.

155. Новотельнов В.Н. Термодинамический анализ нерасчётного режима криогенной детандерной установки // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1974. - №10. – С. 86-89.

156. Новотельнов В.Н., Беляков В.В, Исследование динамики тепловых процессов в газовой криогенной технике // Машины и аппараты холодильной и криогенной техники и кондиционирования воздуха: Межвуз. сб. научн. тр. – Л., 1978. – С.32-39.

157. А.с. 802744 СССР МКИ³ F 25И9 / 00. Способ регулирования гелиевой холодильной установки / И.К.Буткевич, В.М.Марков, В.Ф.Романишин и др. СССР №2714680/23 – 06. Оpubл. 07.02.81; // Открытия. Изобретения... -1981. - № 5. – С.153-154.

158. А.с. 922450 СССР МКИ³ F 29В9/00. Способ регулирования гелиевой системы / И.К.Буткевич [и др.] СССР №2927521/253 – 06. Оpubл. 23.04.82; // Открытия. Изобретения... -1982. - № 15. – С.181.

159. А.с. 819525 СССР МКИ³ F 25 В9/00. Способ автоматического регулирования криогенной гелиевой системы / И.К.Буткевич [и др.] СССР

// Открытия. Изобретения... -1981. - № 13. – С.162.

160. Повышение эффективности криогенных гелиевых систем / И.К.Буткевич, С[и др.] // Химическое и нефтяное машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1978. - №4. – С. 1-31.

161. Буткевич И.К., Веремчук С.И., Зуев М.А. Теоретическое и экспериментальное исследование нестационарных режимов работы криогенных гелиевых установок // Совершенствование процессов, машин и аппаратов холодильной и криогенной техники: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции. – Секция. I - II. - Ташкент, 1977. – С.5-6.

162. Исследование динамических характеристик криогенно-гелиевой установки / И.К.Буткевич [и др.] // Процессы, технология и контроль в криогенном машиностроении. – Балашиха, 1978. – С. 107-116.

163. Исследование переходных режимов работы двухступенчатых газовых криогенных машин / А.Ф.Аринин [и др.] // Химическое и нефтяное машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1982. - №5. – С. 1-4.

164. Аринин А.Ф., Буткевич И.К., Ромашин В.Ф. Моделирование переходных режимов работы криогенных гелиевых установок // Современные проблемы гидродинамики и теплообмена в элементах энергетических установок и криогенной техники: Межвуз. сборник научных трудов. – М., 1983. – С. 17-21.

165. Аринин А.Ф., Романишин В.Ф., Григоренко Н.М. Моделирование и расчёт динамических режимов работы теплообменников криогенных систем как объектов с распределёнными параметрами // Холодильная техника и технология. – 1982. - № 5. – С.71-76.

166. Сухов В.И., Аринин А.Ф. Многоуровневая структура исследования переходных режимов работы криогенных установок и систем с целью выбора схемных решений и принципов управления // Процессы и контроль в

криогенных системах и установках. Сб. научн. тр. НПО Криогенмаш. - Балашиха, 1983 - С.129-146.

167. Суслов А.Д. Пусковой период дроссельных систем // Труды МВТУ. – 1984. - № 193. – С. 121-128.

168. К методике расчёта пускового периода дроссельных криогенных систем / В.М.Бродянский [и др.] // Криогенная техника – 72: Тезисы докладов I – ой Всесоюзной конференции по криогенной технике. – М., 1973. – С.128-129.

169. Пути повышения эффективности криогенных установок / С.М.Корсаков – Богатков [и др.] // Химическое и нефтяное машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1972. - №1. – С. 1-9.

170. А.с. 623073 СССР МКИ³ F 25 1/00, F 25 B9/00. Способ производства холода в криогенной установке / Б.А.Антипенков [и др.] СССР №2063926/23 – 06. Оpubл. 05.09.78; // Открытия. Изобретения... -1978. - № 22. – С.153.

171. Халемский А.М., Корсаков – Богатков С.М., Краковский Б.Д. // Процессы и контроль в криогенных системах и установках. Сб. научн. тр. НПО Криогенмаш. - Балашиха, 1983 - С.40 - 48.

172. Вайнштейн Г.Е., Герасимов П.В., Краковский Б.Д. Расчёт квазистационарных режимов работы криогенных гелиевых установок // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1982. - №11. – С. 120-123.

173. А.с. 603818 СССР МКИ³ F 25 B9/00. Способ производства холода в криогенной установке / А.Б.Давыдов [и др.] СССР №2012876/24 – 06. Оpubл. 25.04.78; // Открытия. Изобретения... -1978. - № 15. – С.117 - 118.

174. Марков В.М., Краковский Б.Д. Математические модели динамики холодильной гелиевой установки // Автоматизация химических производств: Сб. научн. тр. МИХМ. – 1975. – Вып. 58. – С.52 – 58.

175. Подольский А.Г. К обобщённому математическому моделированию многоступенчатых криогенных рефрижераторных установок // Известия ВУЗ. Энергетика и транспорт. – 1984. - № 1. – С.78 - 82.

176. Имитационные модели алгоритмов автоматического управления криогенной гелиевой системы / Т.А.Перевозский [и др.] // Криогеника – 82: Сборник научных докладов III Всесоюзной научно-технической конференции по криогенной технике. - Балашиха, 1983 - С.161 - 166.

177. Оптимизация рабочих параметров ступени сжижения криогенных установок с учётом термодинамических свойств рабочих тел / В.Г.Пронько [и др.] // Нефтяное и химическое машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1983. - № 5. – С. 1-5.

178. Кацова Л.В., Шубин Г.С. Возможности интенсификации режима захлаживания установки КГУ 4/4,2 // Нефтяное и химическое машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1980. - № 2. – С. 1-4.

179. Поляков Л.Е. Тепловой расчёт захлаживания оборудования гелием // Нефтяное и химическое машиностроение: Экспресс-информация о работах НИИ и КБ отрасли. ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ. Серия ХМ-6. - 1982. - № 3. – С. 1-35.

180. Dynamic behaviors of a large scale cryogenic plant / R.Maekawa [et all] // Annu. Rept Nat. Inst. Fusion Sci. – 2008. - Oct. - P. 112.

181. Володин Ю. Г., Федоров К. С., Яковлев М. В. Теплообмен при пуске энергоустановок // Двигателестроение. – 2006. - N 2. - С. 11-13.

182. Марфина О. П. Математическое моделирование пусковых режимов энергетических установок // Теплофизика в энергосбережении и управлении качеством: Материалы 6-ой международной теплофизической школы: – Тамбов, 2007. - С. 156-160.

183. Домашенко А. М. Заголовок: Тепломассообмен и гидродинамика в транспортных системах криогенных топлив: Труды 2 Международного симпозиума по водородной энергетике. - Москва, 2007, - С. 16-23.

184. Муртаф Б. Современное линейное программирование. Теория и практика: Пер. с англ. / Под ред. А.-И.А.Станевичуса. - М.: Мир, 1984. - 224 с.

185. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений: Пер. с англ. / Под ред. Ю.Г.Евтушенко. - М.: Мир, 1988. - 440 с.
186. Тихонов А.Н., Уфимцев М.Б. Статистическая обработка результатов экспериментов: Учебное пособие. - М.: Из-во Моск. ун-та, 1988. - 174 с.
187. Правила 28-64. Измерения расходов жидкостей, газов и паров стандартными диафрагмами и соплами. - М.: Изд. Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР, 1968. - 152 с.
188. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы: Учебник для вузов. - 3-е изд., перераб. - М.: Энергия, 1978. - 704 с.
189. Криогенные системы: Учебник для студентов вузов по специальности «Техника и физика низких температур» и «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование»: В 2 т. / А.М.Архаров [и др.]; Под общ. ред. А.М.Архарова и А.И.Смородина. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1999. - Т.2: Основы проектирования аппаратов, установок и систем. - 720 с.
190. Беляков В.П. Криогенная техника и технология. - М.: Энергоатомиздат, 1982. - 272 с.
191. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. - 600 с.
192. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1977. - 656с.
193. Старости А.П., Соколов К.К. Воздушные турбохолодильные машины. - М.: ООО «Франтера», 2003. – 262 с.
194. Дубинский М.Г., Мартыновский В.С. Воздушные турбохолодильные машины с дополнительным охлаждением в регенераторе // Холодильная техника. – 1964. - №6. - С. 16-18.
195. Дубинский М.Г., Мартыновский В.С., Уманский Ю.М. Анализ циклов воздушных холодильных машин с дополнительным теплообменом в регенераторе // Известия ВУЗ. Энергетика. – 1966. - № 2. - С. 49-56.

196. Теплофизические свойства веществ. Справочник / Под ред. Н.Б.Варгафтика. - М. - Л.: Госэнергоиздат, 1956. - 367 с.
197. Валентас К.Дж., Ротштейн Э., Сингх Р.П. Пищевая инженерия. Справочник: Пер. с англ. / Под ред. А.Л.Ишевского. - СПб.: Профессия, 2004. - 848 с.
198. Калиев И. А. Математические задачи теории фазовых переходов: Автореф. дис. на соиск. уч. степ. докт. физ.-мат. наук. - Новосибирск, 2001. - 32 с.
199. Tarzia D.A., Turner C.V. The asymptotic behavior for the two-phase Stefan problem with a convective boundary condition // Commun. Appl. Anal. - 2003. - V.7, N 2-3. - P. 313-334.
200. Сычевский В.А. Численный метод решения задач Стефана // 6 Минский международный форум по тепло- и массообмену: Тезисы докладов и сообщений. - Минск, 2008. - Т. 1. - С. 292-294.
201. Мажукин В.И., Самарский А.А., Чуйко М.М. Метод динамической адаптации для численного решения нестационарных многомерных задач Стефана // Докл. РАН. - 1999. - Т.368, N 3. - С. 307-310.
202. Кошман В.С., Кабаков З.К., Сеницын Н.Н. Интегрально-разностный метод решения задачи Стефана // Повышение эффективности теплообменных процессов и систем: 2 Международная научно-техническая конференция: Материалы конференции. – Вологда, 2000. - Ч. 1. - С. 124-127.
203. Миненко А. С. Исследование конвективной стационарной задачи Стефана // Искусств. интеллект. – 2007. - N 3. - С. 476-480.
204. Borodin M.A. Existence of the global classical solution for a two-phase Stefan problem // SIAM J. Math. Anal. - 1999. –V.30, N 6. - P. 1264-1281.
205. Slota D. Using genetic algorithms for the determination of an heat transfer coefficient in three-phase inverse Stefan problem // Int. Commun. Heat and Mass Transfer. - 2008. – V.35, N 2. - P. 149-156.
206. Crepeau C., Siahpush Ali, Spotten Blaine On the Stefan problem with volumetric energy generation // Heat and Mass Transfer. - 2009. – V.46, N 1. - P.

119-128.

207. Гранкина Т. Б. Численные методы решения однофазной задачи Стефана // Динам. сплош. среды. – 2001. - N 118. - С. 16-20.

208. Саженов С. А. Исследование задачи Дарси-Стефана о фазовых переходах в насыщенном пористом грунте // Прикл. мех. и техн. физ. - 2008. Т.49, N 4. - С. 81-93.

209. Комяков А. Н. Приближённое решение задачи о движении границы таяния льда в замороженном слое плавучего контейнера с древесной щепой // Вестн. Мос. гос. ун-та леса. – 2010. - N 4. - С. 129-131.

210. Нагорнова Т.А. Математическое моделирование процесса промерзания насыщенного влагой грунта // Изв. Томск. политехн. ун-та. - 2005. - Т.308, № 6. - С. 127-129.

211. Rattanadecho P., Wongwises S. Moving boundary-moving mesh analysis of freezing process in water-saturated porous media using a combined transfinite interpolation and PDE mapping methods // Trans. ASME. J. Heat Transfer. - 2008. - V.130, N 1. - P. 012601/1-012601/10.

212. Буздов А. К. Конструктивные методы решения задач со свободными границами в проблемах криомедицины: Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. физ.-мат. наук. - Нальчик, 2000. - 12 с.

213. Буздов Б.К. Об одной двумерной начально-краевой задаче типа Стефана // Вестн. Кабард.-Балк. гос. ун-та. Сер. Мат. науки. – 1998. - № 2. - С. 124-126.

214. Буздов Б.К., Буздов А.К. Об одной двумерной математической модели в криомедицине // Изв. Кабард.-Балкар. науч. центра РАН. – 2005. - №2. - С. 1-5.

215. Кудаева Ф.Х. Математическая модель плоской криодеструкций биоткани // Вестн. Кабард.-Балк. гос. ун-та. Сер. Мат. науки. – 1998. - N 2. - С. 65-66.

216. Кудаева Ф.Х. Одномерная задача криодеструкции биологической ткани для поверхности уровня // Математическое моделирование и краевые

задачи: Труды 13 Межвузовской конференции. Секц. Дифференциальные уравнения и краевые задачи. – Самара, 2003. - Ч.3. - С. 103-106.

217. Денисенко В.А. Одномерная задача Стефана плоско-параллельной криодеструкции биоткани // Вестн. Кабард.-Балк. гос. ун-та. Сер. Мат. науки. – 1998. - N 2. - С. 24-30.

218. Никитенко Н. И., Снежкин Ю. Ф., Сороковая Н. Н. Развитие теории и методов расчета тепломассопереноса при сушке пористого тела с многокомпонентными паровой и жидкой фазами // Инж.-физ. ж. - 2008. - Т.81, N 6 - С. 1111-1124.

219. Никитенко Н. И., Снежкин Ю. Ф., Сороковая Н. Н. Развитие теории тепломассопереноса в капиллярно-пористом теле с многокомпонентной жидкой фазой // 6 Минский международный форум по тепло- и массообмену: Тезисы докладов и сообщений. - Минск, 2008. - Т. 1. - С. 29-31.

220. Гинзбург А.С., Громов М.А., Красовская Г.И. Теплофизические характеристики пищевых продуктов: Справочник. - М.: Агропромиздат, 1990. - 287 с.

221. Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Р. Массопередача: Пер. с англ. - М.: Химия, 1982. - 696 с.

222. Перри Дж. Справочник инженера - химика: Пер. с англ. - Л.: Химия, 1969. – Т. 1. - 610 с.

223. Соу С. Гидродинамика многофазных систем : Пер. с англ. - М.: Мир, 1971. - 536 с.

224. Сорокин С.С. Процессы тепло-массообмена при барботаже криогенной жидкости через ракетное топливо: Дисс...канд. техн. наук. - Сергиев Посад, 1994. - 143с.

225. Броунштейн З.И., Фишбейн Г.А. Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах. – Л.: Химия, 1977. – 278с.

226. Данкверст П.В. Газожидкостные реакции. – М.: Химия, 1973. – 175 с.

227. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. – М.: Физматгиз,

1959. – 432с.

228. Вайнберг Р.Ш. Обобщение данных по конвективному теплообмену с испарением в турбулентный пограничный слой // ИФЖ. – 1967. - Т.13, №4. - С. 510-513.

229. Абрамзон Б.М., Фишбейн Г.А. Некоторые задачи конвективной диффузии к сферической частице при $Re > 1000$ // ИФЖ. – 1977. - Т.32, № 6. – С.1053-1058.

230. Блинова И.Д., Дукельский Г.Я., Буланов А.Б. Техника низких температур // Сб. материалов республиканской научной конференции. - Л., 1971. – С. 60-65.

231. Буланов А.Б., Пронько В.Г., Блинова И.Д. Охлаждение жидкого водорода барботированием гелия // Криогенная техника. Технология, контроль и управление. - Балашиха, 1974. – Вып.16. – С.23-35.

232. Филин Н.В., Буланов А.Б. Жидкостные криогенные системы. - Л.: Машиностроение, 1985. - 247с.

233. Explorations on the multi-scale flow structure and stability condition in bubble columns / Y. Ning [et all] // Chem. Eng. Sci. - 2007. – V.62, N 24. - P. 6978-6991.

234. Shaowu L., Xiaoyun H. Numerical simulation for the rising process of a large scale air bubble // The Proceedings of the 15 International Offshore and Polar Engineering Conference, Seoul, June 19-24, 2005: ISOPE-2005. - Cupertino (Calif.), 2005. - Vol. 3. - P. 262-266.

235. Raymond L., Beverly S.W.S., Rujuan M. Effect of gas distributor on hydrodynamics in shallow bubble column reactors // Can. J. Chem. Eng. - 2009. - V.87, N 6. - P. 847-854.

236. Kulkarni A.A. Lift force on bubbles in a bubble column reactor: Experimental analysis // Chem. Eng. Sci. - 2008. - V.63, N 6. - P. 1710-1723.

237. Модель массообмена при пузырьковом режиме барботирования / Г.В.Рябчук [и др.] // Теор. основы хим. технол. - 2002. - Т.36, N 6. - С. 604-607.

238. Chen P., Sanyal J., Dudukovic M. P. CFD modeling of bubble columns

flows: implementation of population balance // Chem. Eng. Sci. - 2004. - V.59, N 22-23. - P. 5201-5207.

239. On the second-order moment turbulence model for simulating a bubble column / Zhou L. X. [et all.] // Chem. Eng. Sci. - 2002. - V.57, N 16. - P. 3269-3281.

240. Lucas D., Prasser H.-M., Manera A. Influence of the lift force on the stability of a bubble column // Chem. Eng. Sci. - 2005. – V.60, N 13. - P. 3609-3619.

241. Dhaouadi H., Poncin S., Hornut J. M., Midoux N. Gas-liquid mass transfer in bubble column reactor: Analytical solution and experimental confirmation // Chem. Eng. and Process. - 2008. – V.47, N 4. - P. 548-556.

242. Bech Knut. Dynamic simulation of a 2D bubble column // Chem. Eng. Sci. - 2005. – V.60, N 19. - P. 5294-5304.

243. Darmana D., Deen N. G., Kuipers J. A. M. Detailed modeling of hydrodynamics, mass transfer and chemical reactions in a bubble column using a discrete bubble model // Chem. Eng. Sci. - 2005. – V.60, N 12. - P. 3383-3404.

244. Шишацкий Ю. И., Семенихин О. А. О гидродинамике барботажа в реакторах. // Авиакосмические технологии: Труды 6 Международной научно-технической конференции и Школы молодых ученых, аспирантов и студентов. – Воронеж, 2005. - Ч. 2. Аэрогидродинамика и тепломассообмен. Математическое моделирование. - С. 80-84.

245. Mudde R.F. Gravity-driven bubbly flows // Annual Review of Fluid Mechanics. - Palo Alto (Calif.), 2005. - Vol. 37. - P. 393-423.

246. Takashi H., Mamoru I. Interfacial area concentration of bubbly flow systems // Chem. Eng. Sci. - 2002. – V.57, N 18. - P. 3967-3977.

247. Bhole M.R., Joshi J.B. Stability analysis of bubble columns: Predictions for regime transition // Chem. Eng. Sci. - 2005. – V.60, N 16. - P. 4493-4507.

248. Frank L., Marco M., Gekoppeltes M. D. Berechnen von Blasengroßenverteilungen und Stromungsfeldern in Blasensäulen // Chem.-Ing.-Techn. - 2001. – V.73, N 10. - P. 1245-1259.

249. Диденко В.Н., Попов Д.Н. Моделирование барботажных процессов

в газожидкостных системах // Вестн. Ижев. гос. техн. ун-та. – 1998. - N 1. - С. 26-28.

250. Исследование гидродинамики и тепло-массообмена в центробежно-барботажном аппарате / В.С.Калекин [и др.] // Современные энергосберегающие тепловые технологии (сушка и термовлажностная обработка материалов) СЭТТ - 2008: 3 Международная научно-практическая конференция. - Москва, 2008. - Т. 2. - С. 232-240.

251. Mouza A. A., Dalakoglou G. K., Paras S. V. Effect of liquid properties on the performance of bubble column reactors with fine pore spargers // Chem. Eng. Sci. - 2005. – V.60, N 5. - P. 1465-1475.

252. Numerical simulation of unsteady-state flows in bubble column reactors / Jin-li Z. [et all] // Trans. Tianjin Univ. - 2003. – V.9, N 4. - P. 283-288.

253. Raymond L., Beverly S.W.Sh., Mo R. Effect of gas distributor on hydrodynamics in shallow bubble column reactors // Can. J. Chem. Eng. - 2009. – V.87, N 6. - P. 847-854.

254. Martin M., Montes F.J., Galan M. A Bubbling process in stirred tank reactors. Agitator effect on the mass transfer rates // Chem. Eng. Sci. - 2008. – V.63, N 12. - P. 3223-3234.

255. Chen J., Yang N., Ge W.L. Modeling of regime transition in bubble columns with stability condition // Ind. and Eng. Chem. Res. - 2009. – V.48, N 1. - P. 290-301.

256. Моделирование тепломассообмена при формировании пузырей в барботажных аппаратах / М.И.Шиляев [и др.] // Теор. основы хим. технол. - 2003. – Т.37, N 6. - С. 575-583.

257. Shoji M.. Nonlinear bubbling and micro-convection at a submerged orifice // Tsinghua Sci. and Technol. - 2002. – V.7, N 2. - P. 97-108.

258. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 367 с.

259. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения : Пер. с англ. - М.: Мир, 1972. - 232 с.

260. Намиот Ю.А. Растворимость газов в воде: Справочное пособие. - М.: Недра, 1991. - 167 с.

261. Александров А.А. Разработка метода и средств повышения безопасности в чрезвычайных ситуациях при хранении жидкого углеводородного топлива на основе обратной конденсации паров: Дисс...канд. техн. наук. - Новогорск, 2004. - 113с.

262. Brian Michael Roesch. Analysis and evaluation of the fundamental mass transfer characteristics of a mechanically agitated, draft tube gas-liquid contacting system: A thesis in Chemical Engineering for the Degree of Doctor of Philosophy. - Pennsylvania, 1994. – 275 p.