

Вариант 1.

1. Вычислить меньшую из площадей, содержащуюся между линиями: $x^2 + y^2 = 16$; $x^2 = 6y$. (1 балл)

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг прямой параллельной оси OX и проходящей через вершину циклоиды, фигуры, ограниченной осью OX и одной аркой циклоиды: $\begin{cases} x = 8(t - \sin t), \\ y = 8(1 - \cos t). \end{cases}$ (1 балл)

3. Найти длину дуги кривой $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$ от точки $A(0; 0)$ до точки пересечения с прямой $\varphi = \frac{3}{2}\pi$. (2 балла)

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси OY : $4x^2 + y^2 = 4$. (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^4}}$. (1 балл)

Вариант 2.

1. Вычислить площадь, ограниченную линией: $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$, лежащую ниже полярной оси. (1 балл)

2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной осью OX и одной аркой циклоиды: $\begin{cases} x = 7(t - \sin t) \\ y = 7(1 - \cos t). \end{cases}$ (1 балл)

3. Найти длину петли кривой: $x = t^2$; $y = t - \frac{1}{3}t^3$. (2 балла)

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX кривой $y = \frac{x^3}{3}$ для $-2 \leq x \leq 2$. (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}}$. (1 балл)

Вариант 3.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$, касательной к ней в точке $x = e$ и осью OX . (1 балл)
2. Найти объем тела, полученного от вращения линии $y = \sqrt{x}e^{-x^2}$ вокруг своей асимптоты. (1 балл)
3. Найти длину дуги всей кривой: $x = 5 \cos^3 \frac{t}{4}$; $y = 5 \sin^3 \frac{t}{4}$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$ вокруг полярной оси. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{+\infty} \sqrt{x}e^{-x} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$. (1 балл)

Вариант 4.

1. Вычислить площадь, ограниченную линиями: $(x - 2)(y + 3) = 6$ и $x + y = 6$. (1 балл)
2. Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; $y = b$; $y = -b$. (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $\rho = 5\varphi$, отсекаемую окружностью $\rho = 10\pi$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой $x = t^2$; $y = \frac{t}{3}(t^2 - 3)$ вокруг оси OX . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}}$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin x} - 1} dx$. (1 балл)

Вариант 5.

1. Прямая $x = -2$ делит площадь, заключенную между кривой $y = xe^{-x^2/2}$ и ее асимптотой, на две части. Найти ту площадь, для которой $x \geq -2$. (1 балл)
2. Симметричный параболический сегмент основание которого a , высота H , вращается вокруг основания. Вычислить объем тела вращения, которое при этом получается. (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $\rho = a \sec^3 \frac{\varphi}{3}$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $x = t^3/3$; $y = 4 - (t^2/2)$, между точками ее пересечения с осями координат. (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt[3]{1+x^4}} dx$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}$. (1 балл)

Вариант 6.

1. Вычислить площадь, заключенную между линиями: $x^2 + y^2 = 4$; $y^2 = 4(1+x)$, $x = 2$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \frac{x+6}{x+3}$; $y = 2-x$ вращается вокруг оси OX . Найти объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $\rho = -4\varphi$, отсекаемую окружностью $\rho = 8\pi$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ вокруг оси OY . (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln \ln x}$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi/2} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sqrt{x^3}} dx$. (1 балл)

Вариант 7.

1. Вычислить площадь фигуры, расположенной внутри окружности $\rho = \sin \varphi$ и вне окружности $\rho = \cos \varphi$. (1 балл)
2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = e^x + 1$; $y = e^{2x} - 1$; $x = 0$. (1 балл)
3. Найти периметр фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 4x + 3$, касательной к ней в точке с абсциссой $x = 4$ и осью OY . (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $x = t^2$; $y = \frac{1}{3}t(t^2 - 3)$, заключенной между точками ее пересечения с осью OX . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \arcsin \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^8 x}$. (1 балл)

Вариант 8.

1. Найти большую из площадей, ограниченных циклоидой:

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$$

- осью OX и параболой с вершиной в точке $M_1(3\pi; 0)$, осью симметрии, совпадающей с OX и проходящей через точку $M_2(2\pi; 4)$. (1 балл)
2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $y = 3x^2 - 12x$ и прямой $y = -6$. (1 балл)
 3. Найти длину дуги кривой $\rho = a \sin^4 \frac{\varphi}{4}$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$. (2 балла)
 4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX кривой $y = e^{-x/2}$ для $x \geq 0$. (1 балл)
 5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \cos x^2 dx$. (1 балл)
 6. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^5 x}$. (1 балл)

Вариант 9.

1. Найти всю площадь, ограниченную кривой $x = a \cos^3 t$; $y = b \sin^3 t$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $x = 0$, $y = e^x$; $y = 1 + 2e^{-x}$ вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти длину спирали $\rho = e^{a\varphi}$, находящейся внутри круга $\rho = 1$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $4x^2 + y^2 = 4$ вокруг оси OX . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 2x}{\sqrt{x^5 + 5x + 2}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_1^3 \frac{x^5 + 3x + 1}{\sqrt[5]{(x^3 - 1)^2}} dx$. (1 балл)

Вариант 10.

1. Найти обе площади, ограниченные линиями: $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 16 = 0$; $2x^2 - 20x - 3y + 32 = 0$. (1 балл)
2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг прямой, параллельной OY и проходящей через вершину циклоиды, фигуры, ограниченной осью OX и одной аркой циклоиды: $\begin{cases} x = 7(t - \sin t), \\ y = 7(1 - \cos t). \end{cases}$ (1 балл)
3. Найти длину всей кривой $\rho = 9(1 + \sin \varphi)$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности параболоида вращения, радиус основания которого R и высота H . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin 3x}{\sqrt[3]{x^5 + 2x + 4}} dx$ (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos x}{x^3} dx$. (1 балл)

Вариант 11.

1. Найти меньшую из площадей, ограниченных линиями: $\rho = 1 + \cos \varphi$; $x + 2y = 2$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$ и $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$ вращается вокруг оси OY . Вычислить объем получающегося тела вращения. (1 балл)
3. Найти периметр большей из фигур, ограниченных циклоидой

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$$

осью OX и параболой с вершиной в точке $M_1(3\pi; 0)$, с осью симметрии, совпадающей с OX и проходящей через точку $M_2(2\pi; 4)$. (2 балла)

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением одной полуволны синусоиды $y = \sin \frac{x}{2}$, вокруг оси OX . (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x^3(x + \sin x)}{x - \sin x} dx$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\ln^3(1/x)}{x^3} dx$. (1 балл)

Вариант 12.

1. Найти площадь, ограниченную линиями: $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ и $x^2 = -a(y - a)$. (1 балл)

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = e^x$, $y = 1 + 2e^{-x}$, $x = 0$. (1 балл)

3. Найти длину дуги кривой $x^2 + 2x - y = 0$, отсекаемую от нее осью абсцисс. (2 балла)

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды $\rho = a(1 - \cos \varphi)$ вокруг полярной оси. (1 балл)

5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x + \sin x}{x^3(x - \sin x)} dx$. (1 балл)

6. Исследовать на сходимость: $\int_e^{e^2} \frac{x \ln x}{(x - e)^2} dx$. (1 балл)

Вариант 13.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $\rho = \sqrt{6} \cos \varphi$ и $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)
2. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и осью OX , вокруг OY . (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$, отсекаемую кривой $xy = 1$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги цепной линии $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$, где $0 \leq x \leq a$ и $a > 0$. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{e^{3/x} - 1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Вариант 14.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 4x + 3$, касательной к ней в точке $x = 4$ и осью OY . (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \frac{x+1}{x-3}$, $x = 4$, $x = 6$, $y = 1$ вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками ее пересечения с осями координат. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ вокруг полярной оси. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + 1}}$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(e^x - e^{-x})}}$. (1 балл)

Вариант 15.

1. Найти площадь одного лепестка кривой $\rho = 4 \sin^2 \varphi$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = x$ и $y = x + \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$), вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти периметр фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$, касательной к ней в точке с абсциссой $x = e$ и осью OX . (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением одной арки циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ вокруг оси OY ($0 \leq t \leq 2\pi$). (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x \, dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_{0,1}^1 \frac{\sin(1/x)}{\sqrt{1-x}} \, dx$. (1 балл)

Вариант 16.

1. Вычислить площадь, ограниченную линиями: $y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$ — циссоида и $x = 2a$. (1 балл)
2. На всех хордах круга радиуса R , параллельных одному направлению, построены симметричные параболические сегменты постоянной высоты H . Плоскости сегментов перпендикулярны к плоскости круга. Найти объем полученного тела. (1 балл)
3. Найти длину всей кривой $\rho = a(1 - \sin \varphi)$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$ вокруг оси OX ($0 \leq t \leq \pi/2$). (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x^{13}}{(x^5 + x^3 + 1)^3} \, dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^3 \frac{x \, dx}{\sqrt[3]{1+x^2-1}}$. (1 балл)

Вариант 17.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной лемнискатой $\rho^2 = 2 \cos 2\varphi$ и окружностью $\rho = 1$, и расположенной вне окружности. (1 балл)
2. Центр движущегося круга перемещается по большой оси эллипса, причем плоскость круга перпендикулярна к плоскости эллипса, а радиус круга в каждый момент равен ординате эллипса. Вычислить объем тела, которое получается, когда круг перемещается от одной вершины к другой. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги линии $y = \frac{(3-x)\sqrt{x}}{3}$ между точками, ординаты которых равны нулю. (2 балла)
4. Найти площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$, $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$ вокруг оси OX ($0 \leq t \leq \pi$). (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos(1/x)}{x} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_2^3 \frac{\sin 3x dx}{\sqrt[3]{x^5(x-2)}}$. (1 балл)

Вариант 18.

1. Найти площадь петли кривой: $x = 2t - t^2$; $y = 2t^2 - t^3$. (1 балл)
2. Центр квадрата перемещается вдоль диаметра круга радиуса a , причем плоскость, в которой лежит квадрат, остается перпендикулярной к плоскости круга, а две противоположные вершины квадрата перемещаются по окружности (границе круга). Найти объем тела, образованного этим движущимся квадратом. (1 балл)
3. Найти длину всей кривой: $\rho = a \cos^3 \frac{\varphi}{3}$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $9x^2 + y^2 = 9$ вокруг оси OY . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{(2x+1) \sin(1/2x)}{\sqrt[5]{x^6+3x-2}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$. (1 балл)

Вариант 19.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностью $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$ и кардиоидой $\rho = 1 - \cos \varphi$ и расположенной вне кардиоиды. (1 балл)
2. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX петли кривой $x = at^2$, $y = a(t - (t^3/3))$. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $5y^3 = x^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y^2 = 4 + x$, отсеченной прямой $x = 2$. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 3x + 1} \cdot \ln x}$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - x^4}}$. (1 балл)

Вариант 20.

1. Вычислить площадь петли кривой $x = t^2$, $y = \frac{1}{3}t(3 - t^2)$. (1 балл)
2. Круг переменного радиуса перемещается таким образом, что одна из точек его окружности остается на оси OX , центр движется по окружности $x^2 + y^2 = r^2$, а плоскость этого круга перпендикулярна к оси OX . Найти объем тела, которое при этом получается. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $y^2 = \frac{2}{3}(x - 1)^3$, заключенной внутри параболы $y^2 = \frac{x}{3}$. (2 балла)
4. Окружность $\rho = 2r \sin \varphi$ вращается вокруг полярной оси. Найти площадь поверхности, которая при этом получается. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\sin^2 x}{(2 - x)^2} dx$. (1 балл)

Вариант 21.

1. Вычислить площадь, лежащую в 1-ом квадранте и ограниченную линиями: $y^2 = 4x$; $x^2 = 4y$; $x^2 + y^2 = 5$ (внутри круга). (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линией $y = \arcsin x$ и прямой $y = \frac{\pi}{2}x$ вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. На циклоиде $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ найти точку, которая делит первую арку циклоиды по длине в отношении 1 : 3. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой $9x^2 + y^2 = 9$ вокруг оси OX . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_4^{+\infty} \frac{2 - 3 \sin x}{x^3 + x} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\ln(\sqrt[4]{x} + 1)}{e^{\operatorname{tg} x} - 1} dx$. (1 балл)

Вариант 22.

1. Вычислить площадь кривой $\rho = 2a \cos 3\varphi$, лежащую вне круга $\rho = a$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \frac{x+6}{x+3}$ и $y = 2 - x$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела, которое при этом получается. (1 балл)
3. Найти длину петли кривой $x = t^2$, $y = t \cdot (\frac{1}{3} - t^2)$. (2 балла)
4. Фигура, ограниченная параболой $y^2 = 2px$ и прямой $x = p/2$, вращается вокруг оси OX . Найти площадь поверхности вращения. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \sin x^2 dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + 4x^3}$. (1 балл)

Вариант 23.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями $\rho = a \cos \varphi$ и $\rho = a(\cos \varphi + \sin \varphi)$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \arcsin x$; $y = \frac{\pi}{2}x$ вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Дана астроида $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ и точка на ней $A(a, 0)$, $B(0, a)$. Найти на дуге AB такую точку M , чтобы длина дуги AM составляла четверть длины дуги AB . (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY кривой $x = y^3/3$ для $-2 \leq y \leq 2$. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\ln(1 + \sqrt[5]{x^3})}{e^{\sin x} - 1} dx$. (1 балл)

Вариант 24.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$ и $\rho = 1$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \frac{16}{x^2 + 4x + 8}$ и $y = 2$ вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти длину петли кривой $x = t - \frac{1}{3} \cdot t^3$; $y = t^2$. (2 балла)
4. Найти площадь поверхности, образованной вращением петли кривой $y^2 = \frac{x}{9a} \cdot (3a - x)^2$ вокруг оси OX ($a > 0$). (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sin^2 x}$. (1 балл)

Вариант 25.

1. Найти всю площадь, ограниченную кривой: $\rho = a(1 + \sin \varphi)$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная гиперболой $y = \frac{5-x}{x-1}$ и прямой $y = 5-x$ вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Найти длину дуги кривой $x = a(3 \cos t - \cos 3t)$, $y = a(3 \sin t - \sin 3t)$ от $t = 0$ до $t = \pi/2$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY той части кривой $y = -2 \ln x$, которая расположена выше оси OX . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}(1/x)}{1+x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_1^3 \frac{(3x+4)}{x^3 \sqrt[3]{\ln x}} dx$. (1 балл)

Вариант 26.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями $\rho = 6 \cos \varphi$ и $\rho = 3\sqrt{2}$ и расположенной вне второй из них. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 2$ и $y = 2$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги, отсекаемую осью ординат от кривой: $y^2 + 2y - x = 0$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением петли кривой $x = \frac{t}{3} \cdot (t^2 - 3)$; $y = t^2$ вокруг оси OY . (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt{x}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x dx}{\sqrt{1-x^2}}$. (1 балл)

Вариант 27.

1. Вычислить площадь петли кривой: $x = \frac{1}{3}t(3 - t^2)$, $y = t^2$. (1 балл)
2. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями: $2y = x^2$, $2x + 2y - 3 = 0$ вокруг оси OX . (1 балл)
3. Вычислить длину дуги линии $x = \frac{1}{3} \cdot (3 - y)\sqrt{y}$ между точками, абсциссы которых равны 0. (2 балла)
4. Окружность $\rho = 2a \cos \varphi$ вращается вокруг прямой, перпендикулярной к полярной оси и проходящей через полюс. Найти площадь поверхности вращения. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{3 + \arcsin(1/x)}{1 + x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\cos^2 x}{(1 - x)^2} dx$. (1 балл)

Вариант 28.

1. Вычислить площадь петли кривой: $x = t^2 - 1$; $y = t^3 - t$. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$; $y = \sqrt{3}$ вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $x^2 = \frac{2}{3} \cdot (y - 1)^3$, заключенной внутри параболы $x^2 = \frac{y}{3}$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$ вокруг прямой, перпендикулярной к полярной оси и проходящей через полюс. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^6 + 3} \cdot \ln x}$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{2 + \sin x}{(x - 1)^2} dx$. (1 балл)

Вариант 29.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$ и $\rho = 1 + \cos \varphi$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)
2. Фигура, ограниченная линиями $y = e^{-2x} - 1$, $y = e^{-x} + 1$, $x = 0$ вращается вокруг оси OX . Найти объем тела вращения. (1 балл)
3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $5x^3 = y^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $x^2 = 4 + y$, отсекаемой прямой $y = 2$. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right) dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2(x^2+4x+3)} \cdot \ln(3-x)}$. (1 балл)

Вариант 30.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\rho = a \cos 5\varphi$. (1 балл)
2. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$; $y = 0$ вокруг прямой $x = 3$. (1 балл)
3. Вычислить длину петли линии: $9x^2 = y(y - 3)^2$. (2 балла)
4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $x = 4 - \frac{t^2}{2}$, $y = \frac{t^3}{3}$ между точками ее пересечения с осями координат. (1 балл)
5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx$. (1 балл)
6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{(5x+2)}{\sqrt[3]{(x^2-1)(x^3-1)}} dx$. (1 балл)