

Модуль 1 «Теория множеств и высшая алгебра»

Дискретная математика, ИУ8, 2 курс, 3 семестр.

Лектор А.О.Иванов

Вопросы для подготовки к рубежному контролю

1. Как определяется объединение множеств?
2. Приведите свойства операция объединения множеств.
3. Как определяется пересечение множеств?
4. Приведите свойства операции пересечения множеств?
5. Как определяется разность множеств?
6. Приведите свойства операции нахождения разности множеств ?
7. Как определяется симметрическая разность множеств?
8. Приведите свойства операции нахождения симметрической разности множеств.
9. В чем заключается метод двух включений доказательства теоретико-множественных тождеств?
10. Приведите основные теоретико-множественные тождества для объединения, пересечения, дополнения множеств.
11. Приведите основные теоретико-множественные тождества для пересечения и симметрической разности множеств.
12. Что называют характеристической функцией множества?
13. В чем заключается метод характеристических функций доказательства теоретико-множественных тождеств?
14. Что называют декартовым произведением множеств?
15. Приведите свойства декартова произведения множеств.
16. Что называют отображением из множества A в множество B ?
17. Какое отображение называют инъективным?
18. Какое отображение называют сюръективным?
19. Какое отображение называют биективным?
20. Что такое композиция отображений?
21. Что такое обратимое отображение?
22. Что такое обратное отображение?
23. Теорема: отображение обратимо, тогда и только тогда, когда оно биективно.
24. Теорема: если отображение обратимо, то обратное к нему отображение единственно.
25. Что называют бинарным отношением на множестве?
26. Что называют n -арным отношением на множествах?
27. Какое бинарное отношение на множестве называют рефлексивным?
28. Какое бинарное отношение на множестве называют иррефлексивным?
29. Какое бинарное отношение на множестве называют симметричным?
30. Какое бинарное отношение на множестве называют антисимметричным?
31. Какое бинарное отношение на множестве называют транзитивным?
32. Какое бинарное отношение на множестве называют эквивалентностью?
33. Какое бинарное отношение на множестве называют порядком?
34. Что называют классом эквивалентности?
35. Что называют фактор-множеством по заданному отношению эквивалентности?
36. Что называют разбиением множества?
37. Сформулируйте теорему о связи между отношением эквивалентности и разбиением множества.
38. Какой порядок на множестве называют линейным?
39. Какой порядок на множестве называют частичным?
40. Какой элемент множества называют наибольшим?
41. Какой элемент множества называют наименьшим?
42. Какой элемент множества называют максимальным?

43. Какой элемент множества называют минимальным?
44. Что такое точная верхняя грань множества?
45. Что такое точная нижняя грань множества?
46. Сформулируйте утверждение о количестве наименьших элементов.
47. Сформулируйте утверждение о количестве наибольших элементов.
48. Что такое счетное множество?
49. Является ли счетным множество целых, рациональных, вещественных чисел. Ответ обосновать.
50. Теорема о мощности множества отображений непустого множества в двухэлементное множество.
51. Что называется бинарной алгебраической операцией на множестве.
52. Приведите примеры бинарных операций.
53. В каком случае бинарная операция называется ассоциативной?
54. В каком случае бинарная операция называется коммутативной?
55. В каком случае бинарная операция называется идемпотентной?
56. Какой элемент называется нейтральным элементом (единицей) относительно бинарной операции?
57. Какая алгебра называется полугруппой?
58. Какая алгебра называется моноидом?
59. Какой элемент называется обратным к заданному элементу относительно бинарной операции?
60. Сформулируйте и докажите утверждение о количестве нейтральных элементов.
61. Сформулируйте и докажите утверждение о количестве элементов, обратных к данному.
62. Какая алгебра называется группой?
63. Сформулируйте и докажите теорему об обратном к произведению элементов.
64. Сформулируйте и докажите теорему об обратном к обратному элементу.
65. Сформулируйте и докажите теорему о решении уравнений в группе.
66. Что такое подгруппа?
67. Что такое гомоморфизм?
68. Докажите, что ядро гомоморфизма является подгруппой.
69. Докажите что образ гомоморфизма является группой.
70. Что называют группой подстановок S_n ?
71. Теорема Кэли о представлении конечных групп в виде подгрупп групп перестановок.
72. Что называют аддитивной группой вычетов?
73. Что называют мультипликативной группой вычетов?
74. Сформулируйте определение целой степени в группе.
75. Какую группу называют циклической?
76. Какой элемент циклической группы называют образующим элементом.
77. Что называют порядком конечной группы?
78. Что называют порядком элемента?
79. Сформулируйте и докажите теорему о свойстве порядка образующего элемента циклической группы (равенстве порядка образующего элемента циклической группы порядку группы).
80. Что называют смежным классом подгруппы по элементу.
81. Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа.
82. Сформулируйте и докажите свойство группы простого порядка.
83. Какая алгебра называется кольцом?
84. Какая алгебра называется коммутативным кольцом?
85. Какая алгебра называется кольцом вычетов.
86. Приведите аксиомы кольца.

87. Какая алгебра называется полем?
88. Приведите аксиомы поля.
89. Что называется областью целостности.
90. В каком случае кольцо вычетов является полем?
91. Как решается система линейных уравнений в поле вычетов?
92. Какую алгебру называют полукольцом?
93. Какое полукольцо называют идемпотентным?
94. Какое полукольцо называют коммутативным?
95. Приведите пример полукольца.
96. Приведите пример коммутативного полукольца.
97. Приведите пример идемпотентного полукольца.
98. Что называют естественным порядком идемпотентного полукольца.
99. Докажите, что в идемпотентном полукольце бинарное отношение \leq , заданное по правилу: $a \leq b \Leftrightarrow a+b=b$, является отношением порядка.
100. Сформулируйте и докажите теорему о точной верхней грани конечного подмножества идемпотентного полукольца.
101. Какое полукольцо называют замкнутым полукольцом.
102. Докажите замкнутость конечного идемпотентного полукольца.
103. Что называют итерацией элемента полукольца?
104. Сформулируйте определение индуктивного упорядоченного множества.
105. Какое отображение одного индуктивного упорядоченного множества в другое индуктивное упорядоченное множество называют непрерывным?
106. Какое отображение одного индуктивного упорядоченного множества в другое индуктивное упорядоченное множество называют монотонным?
107. Сформулируйте теорему о связи монотонности и непрерывности отображение одного индуктивного упорядоченного множества в другое индуктивное упорядоченное множество.
108. Что называют неподвижной точкой отображения?
109. Сформулируйте теорему о неподвижной точке отображения индуктивного упорядоченного множества в себя.
110. Докажите непрерывность операции сложения в замкнутом полукольце.
111. Обоснуйте непрерывность линейного отображения замкнутого полукольца в себя.
112. Сформулируйте и докажите теорему о наименьшем решении линейного уравнения в замкнутом полукольце.