

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

ФН-12. Магистры - 3 семестр

Семинар 8. МЕТОДЫ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ

Методы непараметрической идентификации основаны на экспериментальном определении частотных и временных характеристик стационарных линейных динамических систем.

Для получения результатов требуется:

- 1) подавать на вход объекта специальные тестовые воздействия (режим активной идентификации);
- 2) обеспечить низкий уровень помех и/или длительное время эксперимента;
- 3) динамическая система — стационарная линейная динамическая система.

Оптимальный тестовый сигнал (обеспечивающий получение информации с заданной точностью за минимальное время) подбирают с учетом априорной информацией о системе.

Тестовые сигналы:

- 1) непериодические (импульсные, ступенчатые и др.);
- 2) периодические (синусоидальные, косинусоидальные).

Непериодические тестовые сигналы используют при описании объекта во временной области.

Периодические тестовые сигналы используют при описании объекта в частотной области.

Единичное ступенчатое воздействие (единичный скачек) (рис. 1 а)):

$$\mathbf{1}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (8.1)$$

Единичное импульсное воздействие — короткий импульс, площадь которого равна единице (рис. 1 б)):

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0, \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (8.2)$$

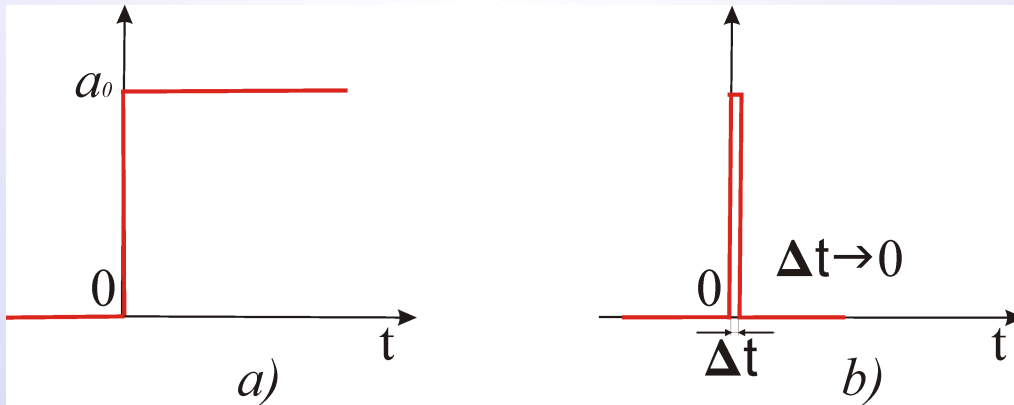


Рис. 1

Графическое изображение реакции системы на единичное ступенчатое воздействие (при нулевых начальных условиях) называется переходной характеристикой (кривая разгона).

Аналитическое выражение переходной характеристики $h(t)$ называется переходной функцией.

$$h(t) \approx \frac{y(t) - y_0}{u - u_0}, \quad (8.3)$$

где $y(t)$ — изменение выходной величины объекта при подаче на его вход ступенчатого управления u (кривая разгона), u_0 — значение входа объекта до начала проведения эксперимента, y_0 — значение выхода объекта до начала проведения эксперимента.

Графическое изображение реакции системы на единичное импульсное воздействие называется импульсной переходной характеристикой.

Аналитическое выражение импульсной переходной характеристики $\omega(t)$ называется импульсной переходной функцией (весовой функцией, функцией веса).

Методы активной идентификации мало эффективны в режиме нормального функционирования объекта.

Свойство линейности и стационарности редко встречаются у реальных объектов.

Линейность — модель объекта представляет собой линейную систему ДУ (или линейное ДУ);

стационарность — коэффициенты модели независят от времени.

Идентификация динамических объектов происходит в окрестностях некоторых стационарных невозмущенных состояний (идентификация в малом).

Связь между входными и выходными переменными объекта задается линейным уравнением.

Выходная переменная изменяется под воздействием наблюдаемых входных сигналов, влиянием ненаблюдаемых помех можно пренебречь (или они отсутствуют).

Основные методы непараметрической идентификации объектов.

Идентификация объектов с использованием переходных характеристик.

Идентификация с помощью импульсных переходных характеристик.

Идентификация объектов с помощью частотных характеристик.

Корреляционные методы.

Идентификация объектов с использованием переходных характеристик (переходных функций).

Задача.

Определить аналитическое выражения $h(t)$ по экспериментально полученной реакции объекта при ступенчатом изменении управляющего воздействия на входе.

$$u(t) = c\mathbf{1}(t) \quad (8.4)$$

где $\mathbf{1}(t)$ — функция единичного ступенчатого воздействия(скачка) c — интенсивность сигнала.

Способ определения коэффициентов дифференциального уравнения (параметров передаточной функции, частотной характеристики объекта) основан на аппроксимации экспериментально полученной функции $h(t)$ решением линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нулевых начальных условиях:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = \\ = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (8.5)$$

где $u(t)$ — единичное ступенчатое входное воздействие.

Замечание. Реальные системы являются объектами с распределёнными параметрами. Распределённость параметров объекта проявляется в медленном изменении функции $h(t)$ в начальный момент времени t .

Точная аппроксимация $h(t)$ объектов с распределёнными параметрами решением уравнения (8.5) возможна при $n, m \Rightarrow \infty$

точное решение уравнения (8.5) определяется

$$\sum_{i=1}^{\infty} c_i e^{-\alpha_i t},$$

где c_i — произвольные постоянные, α_i — вещественные или комплексные числа.

При больших временах t с увеличением номера i $|\alpha_i| \Rightarrow \infty$, $c_i e^{-\alpha_i t} \Rightarrow 0$, большое число слагаемых $c_i e^{-\alpha_i t}$ необходимо для аппроксимации лишь начального участка $h(t)$.

Начальный участок можно аппроксимировать введением чистого запаздывания. Звеном чистого запаздывания называется звено такое, что входная величина передаётся на выход без искажений, с отставанием во времени. $y(t) = x(t - \tau)$, где τ — запаздывание (постоянное), $x(t - \tau) = 0$ при $0 < t < \tau$.

Переходные функции подразделяются на три вида.

1. Монотонные. Первая производная dh/dt не меняет знак.
2. Колебательные. Первая производная dh/dt регулярно меняет плюс на минус и наоборот.
3. Апериодические. dh/dt меняет знак один раз.

Методы определения динамической модели объекта в виде передаточной функции по кривой разгона.

1. Метод последовательного логарифмирования
2. Метод интегральных площадей

Переходная характеристика $h(t)$ по кривой разгона при ступенчатом изменении управления на входе.

Метод последовательного логарифмирования применим для аппроксимации гладких неколебательных переходных характеристик, которые могут быть представлены выражением:

$$h(t) \cong c_0 - \sum_{i=1}^{\infty} c_i e^{-\alpha_i t}, \quad (8.6)$$

где $c_0 = h(\infty) \cong h(t_{end})$ (8.3), $[0, t_{end}]$ — отрезок времени, на котором задана экспериментальная функция, α_i — корни характеристического уравнения,

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_{i+1}} \leq 0.7, \quad (8.7)$$

n — порядок аппроксимации. Параметры решения c_i , α_i — вещественные числа.

Аппроксимирующая передаточная функция имеет только вещественные полюса, расположенные на достаточно большом расстоянии один от другого (или отстоящие друг от друга на приблизительно равном расстоянии) ((8.6), (8.7)).

Метод заключается в последовательном приближении переходной функции решением ДУ n -го порядка, (от $n = 1$ и, если аппроксимация неудовлетворительна, увеличением порядка ДУ).

Неизвестные параметры переходной функции c_i , α_i определяются на каждом этапе аппроксимации.

Предполагается, что $h(t)$ представляет собой решение ДУ 1-го порядка:
 $h(t) \approx c_0 - c_1 e^{-\alpha_1 t}$.

Функция **невязок** 1-го порядка имеет вид:

$$h_1(t) = c_1 e^{-\alpha_1 t} = c_0 - h(t) \quad (8.8)$$

Логарифм модуля (8.8): $\ln |h_1(t)| = \ln c_1 - \alpha_1 t$

$c_1 = f(0)$, где $f(t)$ — **асимптота** к $\ln |h_1(t)|$ при $t \Rightarrow \infty$ ($f(t) = kt + b$,

$k = \lim_{t \Rightarrow \infty} \frac{\ln |h_1(t)|}{t}$, $b = \lim_{t \Rightarrow \infty} |\ln |h_1(t)| - kt|$);

2. $\alpha_1 = \frac{\ln c_1}{t_1}$, $f(t_1) = 0$.

Если $h_1(t)$ — решение ДУ 1-го порядка, то: $\forall t \quad h_1(t) - c_1 e^{-\alpha_1 t} = 0$ ($f(t)$ совпадает с графиком $\ln |h_1(t)|$).

Если нет, порядок аппроксимации должен быть увеличен.

Процесс приближения функции $h(t)$ выражением (8.6) продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто условие $h_n(t) \approx 0$ ($h_n(t)$ функции невязок n -го порядка)

Знаки коэффициентов c_i должны соответствовать знакам функций невязок.

$$c_0 - \sum_{i=1}^n c_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 c_i = \dots = \sum_{i=1}^n \alpha_i^{n-1} c_i$$

Передаточная функция объекта имеет вид:

$$W(p) = pLh(t) = p \int_0^{\infty} h(t)e^{-pt};$$

Недостаток метода

Низкая точность определения характеристик объекта.

Причины:

случайные помехи, неточность аппроксимации объекта линейной моделью.

Метод интегральных площадей (метод М. Симою)

Аналитическое определение коэффициентов передаточной функции модели объекта.

Переходная характеристика (кривая разгона) должна быть пронормирована:

$$h(t) \approx \frac{h(t_i) - h(t_0)}{h(t_\infty) - h(t_0)}.$$

Передаточная функция для статического объекта имеет вид:

$$W(p) = K_{gain} \frac{1 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{1 + a_1 p + \dots + a_n p^n} = K_{gain} W^*(p);$$

где $K_{gain} \sim \frac{\Delta y(\infty)}{\Delta x}$ – коэффициент усиления объекта, $W^*(p)$ – безразмерная передаточная функция; $a_1 p, \dots, a_n, b_1 p, \dots, b_m$ постоянные коэффициенты.

$$\begin{cases} a_1 = F_1 + b_1, \\ a_2 = F_2 + b_2 + b_1 F_1, \\ a_3 = F_3 + b_3 + b_2 F_1 + b_1 F_2, \\ \dots \\ a_i = F_i + b_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_j F_{i-j}, \\ \dots \end{cases} \quad (8.9)$$

где F_i – интегральные площади.

Интегральные площади.

$$F_1 = \int_0^\infty (1 - \sigma) dt,$$

$$F_2 = F_1^2 \int_0^\infty (1 - \sigma)(1 - \Theta) d\Theta,$$

$$F_3 = F_1^3 \int_0^\infty (1 - \sigma)(1 - 2\Theta + \Theta^2) d\Theta,$$

$$F_4 = F_1^4 \int_0^\infty (1 - \sigma) \left(\frac{F_3}{F_1^3} - \frac{F_2}{F_1^2} \Theta + \frac{\Theta^2}{2!} - \frac{\Theta^3}{3!} \right) d\Theta.$$

Практически использовать коэффициенты F_4 и выше не позволяет точность эксперимента.

Вид передаточной функции объекта при нулевых начальных условиях ($y(0) = 0, \frac{dy(t)}{dt}|_{t=0}$).

$$W^*(p) = \frac{1}{1 + a_1p + a_1p^2 + a_3p^n},$$

где $a_1 = F_1, a_2 = F_2, a_3 = F_3$.

Если $F_3 < 0$, то необходимо увеличить порядок числителя и(или) уменьшить порядок знаменателя.

Если начальные условия: $y(0) = 0, \frac{dy(t)}{dt}|_{t=0}$ то передаточная функция объекта имеет вид

$$W^*(p) = \frac{1 + b_1p}{1 + a_1p + a_1p^2},$$

где $b_1 = -\frac{F_3}{F_2}, (F_3 + b_1F_2 = 0), a_1 = F_1 + b_1, a_2 = F_2 + b_1F_1$.

Если объект управления имеет чистое запаздывание τ такое, что $\Delta y(\tau) \leq \Delta y(\infty)10^{-3}$, то передаточная функция объекта имеет вид:

$$W(p) = K_{gain}W^*(p)e^{-p\tau};$$

Идентификация с помощью импульсных переходных характеристик.

Импульсные переходные характеристики $w(t)$, представляющие реакцию объекта при подаче на вход импульса бесконечно малой длительности и бесконечно большой амплитуды.

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = L^{-1}\{W(p)\}$$

Процесс идентификации при этом аналогичен процессу идентификации по переходной характеристике.

Реализовать импульсное воздействие $u(t) = c\delta(t)$ на вход объекта, близкое по свойствам к идеальному (8.2) импульсу невозможно.

При идентификации многомерного объекта для определения его переходной матрицы $W_{output}^{input}(t)$ или импульсной переходной матрицы Φ_{output} проводится эксперимент с n_{input} циклами, n_{input} количество входов. На каждый из входов объекта последовательно во времени с интервалами, превышающими время затухания собственных движений объекта, подаются ступенчатые воздействия или короткие импульсы для определения $W_{output}^{input}(t)$ или Φ_{output} , соответственно. Регистрация реакций на выходах объекта обеспечивает определение всех элементов искомым матричных функций.

Идентификация объектов с помощью частотных характеристик.

Частотный метод идентификации линейных систем основан на работах Найквиста и Боде.

Частотная характеристика объекта представляется совокупностью амплитудно-частотной характеристики $A(\omega)$ и фазо-частотной характеристики $\varphi(\omega)$.

$A(\omega)$ — зависимость отношения амплитуд гармонических сигналов на входе и выходе объекта от частоты колебаний в установившемся режиме.

$\varphi(\omega)$ — зависимость сдвига фаз между входными и выходными гармоническими сигналами от частоты.

Частотные характеристики динамических объектов определяются в режиме активного эксперимента. На вход объекта подается гармонический сигнал $u(t)$, частота сигнала изменяется в определенном диапазоне, на выходе регистрируется реакция объекта $y(t)$.

$$y(j\omega) = W(j\omega)u(j\omega), \quad (8.10)$$

где $u(j\omega) = F\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{j\omega t} dt$ — частотный спектр (преобразование Фурье) входного сигнала объекта;

$y(j\omega) = F\{y(t)\}$ — частотный спектр (преобразование Фурье) выходного сигнала объекта;

$W(j\omega) = F\{w(t)\}$ — частотная передаточная функция объекта.

Частотная характеристика объекта:

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{u(j\omega)}. \quad (8.11)$$

Определяется экспериментальным путем на основе частотных спектров измеренных входных и выходных сигналов $u(t)$ и $y(t)$.

Частотный спектр входного воздействия $u(t)$ должен быть непрерывным на бесконечном интервале изменения частот. Частотная характеристика объекта $W(j\omega)$ должна быть непрерывной во всей полосе частот. Обеспечить это технически практически невозможно.

При наблюдении сигналов $u(t)$ и $y(t)$ только на ограниченном отрезке времени, возникают ошибки измерения.

В реальных условиях применяют $u(t) = u_0 \sin[\omega_i t]$ с разными частотами ω_i .

Гармонические колебания на выходе объекта: $y(t) = y_m(\omega_i) \sin[\omega_i t + \phi(\omega_i)]$.

Частотная передаточная функция (комплексная) имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{y_m(\omega_i)e^{j\phi(\omega_i)}}{u_0} = |W(j\omega)|e^{j\phi(\omega_i)}. \quad (8.12)$$

где $|W(j\omega)| = \text{mod } W(j\omega)$, $\phi(\omega_i) = \arg W(j\omega)$ — амплитудно- и фазо-частотные характеристики объекта.

$$|W(j\omega)| = \frac{y_m(\omega_i)}{u_0}. \quad (8.13)$$

$\phi(\omega_i) = \arg W(j\omega)$ — определяется величиной фазового сдвига выходных колебаний.

Гармонический анализ сигналов

Измеряется основная гармоника установившихся колебаний на выходе исследуемого объекта при гармоническом воздействии на входе.

Обработка выходного периодического сигнала производится с помощью гармонического анализатора, позволяющего определять параметры одной или нескольких гармоник.

Частотная характеристика объекта имеет вид:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= |W(j\omega)| e^{j\phi(\omega)} = \\ &= |W(j\omega)| \cos(\phi(\omega)) + j|W(j\omega)| \sin(\phi(\omega)) = \\ &= c(\omega) + jd(\omega). \end{aligned} \quad (8.14)$$

где $c(\omega) = |W(j\omega)| \cos(\phi(\omega))$, $d(\omega) = |W(j\omega)| \sin(\phi(\omega))$ — параметры частотных характеристик объекта для ряда частот ω_i .

$$|W(j\omega)| = \sqrt{\{c(\omega)^2 + d(\omega)^2\}}$$

$$\phi(\omega) = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{d(\omega)}{c(\omega)} \right\}$$

$c(\omega)$, $d(\omega)$ — подлежат определению.

На вход объекта подают тестовый сигнал $u(t) = u_0 \sin(\omega_i t)$, применяют цифровую фильтрацию (Фурье) к выходному сигналу $y(t)$ ($y(t)$ умножается на $\sin(\omega_i t)$ и $\cos(\omega_i t)$, усредняется по числу периодов $k \in \mathcal{Z}$).

$$\begin{aligned}
 c(\omega_i) &= \frac{2}{u_0 T} \int_0^T y(t) \sin(\omega_i t) dt, \\
 d(\omega_i) &= \frac{2}{u_0 T} \int_0^T y(t) \cos(\omega_i t) dt,
 \end{aligned}
 \tag{8.15}$$

где $T = kT_i$, $T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$.

В реальных условиях выход объекта $y(t)$ искажается аддитивным белым шумом $\eta(t)$, $M(\eta) = 0$. в результате фильтрации вместо детерминированных величин будут $c(\omega_i)$, $d(\omega_i)$ определяться случайные величины $\tilde{c}(\omega_i)$, $\tilde{d}(\omega_i)$.

$$\begin{aligned}
 \tilde{c}(\omega_i, T) &= c(\omega_i) + \frac{2}{u_0 T} \int_0^T \eta(t) \sin(\omega_i t) dt, \\
 \tilde{d}(\omega_i, T) &= d(\omega_i) + \frac{2}{u_0 T} \int_0^T \eta(t) \cos(\omega_i t) dt,
 \end{aligned}
 \tag{8.16}$$

Математическое ожидание по всему ансамблю наблюдений:

$$\begin{aligned}
 M[\tilde{c}] &= M[c(\tilde{\omega}_i)] + \frac{2}{u_0 T} \int_0^T \eta(t) \sin(\omega_i t) dt = c(\omega_i), \\
 M[\tilde{d}] &= M[d(\tilde{\omega}_i)] + \frac{2}{u_0 T} \int_0^T \eta(t) \cos(\omega_i t) dt = d(\omega_i).
 \end{aligned}
 \tag{8.17}$$

Оценки являются несмещенными.

Дисперсия оценок на частоте ω_i :

$$\begin{aligned}\sigma^2(c) &= M[\tilde{c} - c] = \frac{4}{u_0^2 T^2} M\left[\int_0^T (\eta(t) \sin(\omega_i t) dt)^2\right] = \\ &= \frac{4}{u_0^2 T^2} \int_0^T \int_0^T M[\eta(t)\eta(\tau)] \sin(\omega_i t) \sin(\omega_i \tau) dt d\tau\end{aligned}\quad (8.18)$$

$M[\eta(t)\eta(\tau)]$ — корреляционная функция аддитивного шума $K_{\eta\eta}(t - \tau)$.

$$K_{\eta\eta}(t - \tau) = M[\eta(t)\eta(\tau)] = \begin{cases} \sigma_\eta^2, & t - \tau = 0; \\ 0. & \end{cases}\quad (8.19)$$

Дисперсия оценки $d(\omega_i)$ определяется аналогично:

$$\sigma^2(d) = \frac{2\sigma_\eta^2}{u_0^2 T}\quad (8.20)$$

где σ_η^2 — дисперсия шума, u_0 — амплитуда входного сигнала.

$$\begin{aligned}\sigma^2(c) &= \frac{4}{u_0^2 T^2} \int_0^T \int_0^T \sigma_\eta^2 \sin(\omega_i t) \sin(\omega_i \tau) dt d\tau = \\ &= \frac{4\sigma_\eta^2}{u_0^2 T^2} \cdot \frac{T}{2} = \frac{2\sigma_\eta^2}{u_0^2 T}\end{aligned}\quad (8.21)$$

Дисперсия оценок $c(\omega_i)$ и $d(\omega_i)$ зависит от величины дисперсии аддитивного шума, интенсивности входного сигнала и величины выборки. Алгоритмов гармонического анализа сигналов показывают малую чувствительность к содержащимся в контуре идентификации помехам типа белого шума.

Корреляционные методы

Корреляционные методы являются основными в случае использования непрерывных (невыборочных) сигналов.

Корреляционные методы основываются на дифференциальной аппроксимации.

На линейный стационарный одномерный объект воздействуют непрерывные стационарные сигналы $u(t)$ и $\eta(t)$.

задача идентификации состоит в оценке весовой функции объекта $w(t)$ по наблюдениям $y(t)$ и $u(t)$ на некотором интервале времени $[0, T]$.

Объект линейный, для отдельных реализаций случайных процессов выходной сигнал описывается интегралом свертки:

$$y(t) = \int_0^{\infty} w(\tau)u(t - \tau)d\tau + \eta(t) = w^*u(t)\eta(t). \quad (8.22)$$

Выражение (8.22) связывает единичные реализации случайных входного и выходного процессов.

Переход к детерминированным величинам: умножение обе части (8.22) на $u(t - \vartheta)$, вычислим математическое ожидание:

$$M[y(t)u(t - \vartheta)] = \int_0^{\infty} w(\tau)M[u(t - \tau)u(t - \vartheta)]d\tau + M[\eta(t)u(t - \vartheta)]. \quad (8.23)$$

Соотношения $K_{uu}(\vartheta - \tau) = M[u(t - \vartheta)u(t - \tau)]$, $K_{uy}(\vartheta) = M[u(t - \vartheta)y(t)]$ определяют автокорреляционную функцию входного сигнала и взаимную корреляционную функцию, соответственно.

Если выполняются условия физической реализуемости системы: $w(t) = 0$ при $t < 0$, и сигналы $u(t)$ и η не коррелируемы, то $K_{uy}(\vartheta)$ примет вид (уравнение ВинераХопфа):

$$K_{uy}(\vartheta) = \int_0^{\infty} w(\tau)K_{uu}(\vartheta - \tau)d\tau = w(\vartheta)K_{uu}(\vartheta). \quad (8.24)$$

(8.24) связывает детерминированные величины корреляционные функции сигналов. Решение (8.24) позволяет оценить им-пульсную весовую функцию линейной стационарной системы по критерию минимума среднеквадратической ошибки:

$$J = \frac{1}{T} \int_0^{\infty} (y(t) - y_M)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^{\infty} \left(y(t) - \int_0^{\infty} w(\tau)u(t - \tau)d\tau \right)^2 dt, \quad (8.25)$$

где y_M определено в (8.22) Решение уравнения Винера-Хопфа аналитическими методами достаточно сложно (выборка не бесконечная, нет аналитического описания корреляционных функций по реализациям входо-выходных сигналов).

Для идентификации $w(t)$ (без решения (8.24)) используем в качестве входного воздействия сигнал, корреляционная функция которого близка по свойствам к импульсной функции Дирака $K_{uu}(t) = c\delta(\tau)$ (сигнал типа белого шума), где c интенсивность шума.

Ядро интеграла Винера-Хопфа дает приближенную оценку весовой функции объекта:

$$K_{uu}(t) \approx cw(t). \quad (8.26)$$

Отсюда по значению взаимной корреляционной функции определяем $w(t)$:

$$w(t) \approx \frac{1}{c}K_{uu}(t). \quad (8.27)$$

Подавая на вход линейного стационарного объекта сигнал типа белого шума и находя его взаимную с выходным сигналом корреляционную функцию, можно непосредственно получить идентифицируемую импульсную переходную характеристику (ИПФ).

Определить импульсную весовую функцию апериодического объекта первого порядка с запаздыванием, по результатам проведения эксперимента при входном сигнале типа белого шума.

$$W(p) = \frac{10}{3p + 1} e^{-10p}$$

```

s1 = tf([10], [31], 'td', 10) % непрерывная передаточная функция объекта
TIzm = 60; % интервал измерений
TEnd = 30; % интервал оценивания
dt = 0.05; % шаг дискретизации
tIzm = 0 : dt : TIzm; % массив дискретного времени измерений
t = 0 : dt : T - end; % массив дискретного времени оценивания
NIzm = length(tIzm); % размер выборки интервала измерений
N = length(t); % размер выборки интервала оценивания
u = randn(NIzm, 1); % массив значений входного воздействия
y = lsim(s1, u, tIzm); % массив значений выходного воздействия
Ruuz = xcorr(u, u, 'biased');
% вычисление корреляционной функции на интервале измерений по одной
реализации
Ruuz = xcorr(y, u, 'biased');
% вычисление взаимной корреляционной функции по одной реализации
% вычисление усредненных авто- и взаимной корреляционных функций
% по 10 реализациям
Ruuz_mid = 0; % начальное значение автокорреляционной ф-ции
Ruuz_mid = 0; % начальное значение взаимной корреляционной ф-ции

```

```

fork = 1 : 10
u = randn(Nizm, 1); % массив значений входного воздействия
y = lsim(s1, u, tizm); % массив значений выходного воздействия
Ruumid = Ruumid + xcorr(u, u, 'biased');
Ruymid = Ruymid + xcorr(y, u, 'biased');
end;
Ruumid = Ruumid/10; % усредненное значение автокоррел. ф-ции
Ruymid = Ruymid/10; % усредненное значение взаимной коррел. ф-ции
tau = -TEnd : dt : Tend;
figure(1);
plot(tau, Ruu(Nizm - N + 1 : Nizm + N - 1));
figure(2);
plot(tau, Ruumid(Nizm - N + 1 : Nizm + N - 1));
w = impulse(s1, t);
figure(3);
plot(t, w, t, 1/dt * Ruy(Nizm : Nizm + N - 1));
figure(4);
plot(t, w, t, 1/dt * Ruymid(Nizm : Nizm + N - 1));

```

Написать в системе MatLab программную реализацию регрессионной процедуры оценивания параметров дискретной и непрерывной моделей по входным и выходным (незашумленным и зашумленным) данным для объекта второго порядка с коэффициентами

```

s1 = tf([25],[36 15 1]) % передаточная функция непрерывной модели
объекта
Tend = 60; % интервал измерений
dt = 0.2; % шаг дискретизации
t = 0 : dt : Tend; % массив дискретного времени
N = length(t); % размер выборки
u = ones(N, 1); % единичное входное воздействие
v = 0.1 * randn(N, 1); % моделирование помехи (при учете) в виде белого
шума
y = lsim(s1, u, t) % + v; % выходная величина
% команда lsim (от linear simulation - линейное моделирование).
% Обеспечивает получение реакции модели на произвольный входной сигнал
% u(t) , представленный массивом своих отсчетов.
% lsim(s1,u,t) – реакция апериодического звена с передаточной функцией
% s1 = tf([25],[36 15. 1])

```

```

% формирование по исходным данным суммирующих коэффициентов
S1 = sum(y(1 : N).^2); S2 = sum(y(2 : N). * y(1 : N - 1)); S3 =
sum(y(1 : N - 1).^2);
S4 = sum(y(3 : N). * y(1 : N - 2)); S5 = sum(y(2 : N). * u(1 : N - 1));
S6 = sum(y(2 : N - 1). * y(1 : N - 2)); S7 = sum(y(1 : N - 1). * u(1 :
N - 1));
S8 = sum(y(1 : N - 2).^2); S9 = sum(y(1 : N - 2). * u(2 : N - 1));
S10 = sum(u(1 : N - 1).^2);
A = [S3 S6 S7; S6 S8 S9; S7 S9 S10];
%формирование квадратной матрицы данных
B = [S2 S4 S5]'; %формирование вектора данных
betta = inv(A) * B; % оценки параметров дискретной модели
a1 = betta(1); a2 = betta(2); b = betta(3);
T3 = dt^2/(1 - betta(1) - betta(2)); % расчет параметров непрерывной
модели
T4 = (betta(2) * T3 + T3 + dt^2)/dt;
K = betta(3) * T3/dt^2;
s2 = tf([K], [T3T41]);
y2 = lsim(s2, u, t);
plot(t, y, t, y2, '--', 'LineWidth', 2); grid;

```

Задание по теме "Градиентные методы"

Динамический объект задан непрерывной передаточной функцией

$$W = \frac{k_0}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}$$

Оценить параметры k_0 , T_1 , T_2 объекта с помощью рекуррентного МНК при использовании АРСС - модели объекта второго порядка.

Оценки параметров непрерывной модели: $k_0 = 25.0975$, $T_1 = 35.6366$, $T_2 = 15.4333$.

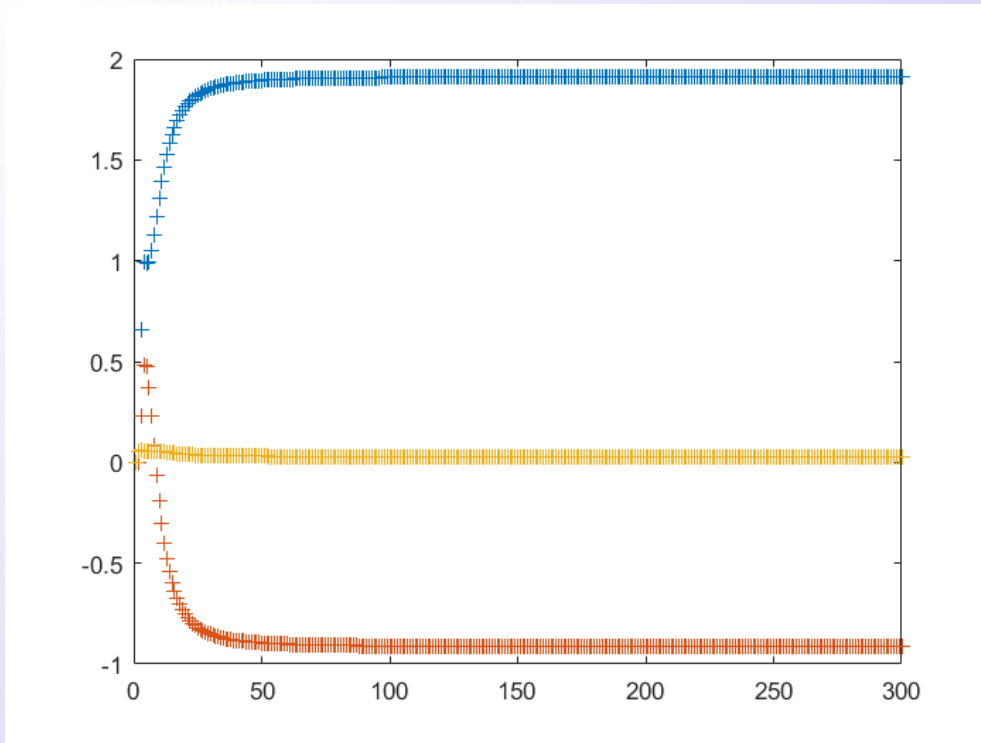


Рис. 2. Сходимость оценок параметров дискретной модели

$$\hat{b}_1(N - 1) = 1.9134; \hat{b}_2(N - 1) = -0.9145; \hat{b}_3(N - 1) = 0.0282 .$$

```
s1 = tf([25], [36151]) % непрерывная передаточная функция объекта
T_end = 60; % интервал измерений
dt = 0.2; % шаг дискретизации
t = 0 : dt : T_end; % массив дискретного времени
N = length(t); % размер выборки
u = ones(N, 1); % массив значений единичного входного воздействия
y = lsim(s1, u, t); % массив значений выходного воздействия
n = 2; % порядок объекта
I = diag([111]);
i = 1; % начальный шаг
P = 1000 * I; % начальное приближение
hatb = [0; 0; 0];
htb(i, :) = hatb; % массив оценок параметров
```

% очередной шаг вычислений

for $i = n : N - 1$

$R = [y(i + n - 2 : -1 : i - 1); u(i + n - 2 : -1 : i)]'$; *%* формирование расширенной матрицы данных

$gamma = P * R' / (R * P * R' + 1)$;

$hatb = hatb + gamma * (y(i + 1) - R * hatb)$;

$P = (I - gamma * R) * P$;

$htb(i, :) = hatb$;

end;

$plot(htb, ' +')$;

$T1 = dt^2 / (1 - hatb(1) - hatb(2))$ *%* расчет параметров непрерывной модели

$T2 = (hatb(2) * T1 + T1 + dt^2) / dt$

$K = hatb(3) * T1 / dt^2$