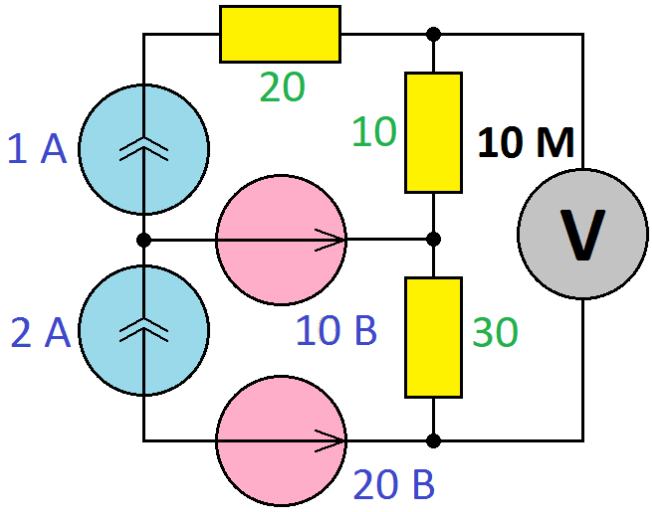
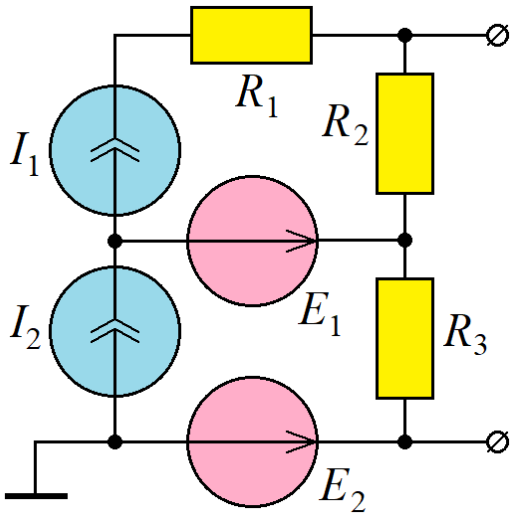
Полученное задание:



Любой проводник полученной схемы можно объявить имеющим нулевой потенциал, поэтому выбираем таким проводником проводник, соединяющий источник тока 2 А и источник напряжения 20 В:



Кроме того, введём обозначения:

$I_1 = 1\text{А}$;

$I_2 = 2\text{А}$;

$E_1 = 10\text{В}$;

$E_2 = 20\text{В}$;

$R_1 = 20\text{Ом}$;

$R_2 = 10\text{Ом}$;

$R_3 = 30\text{Ом}$.

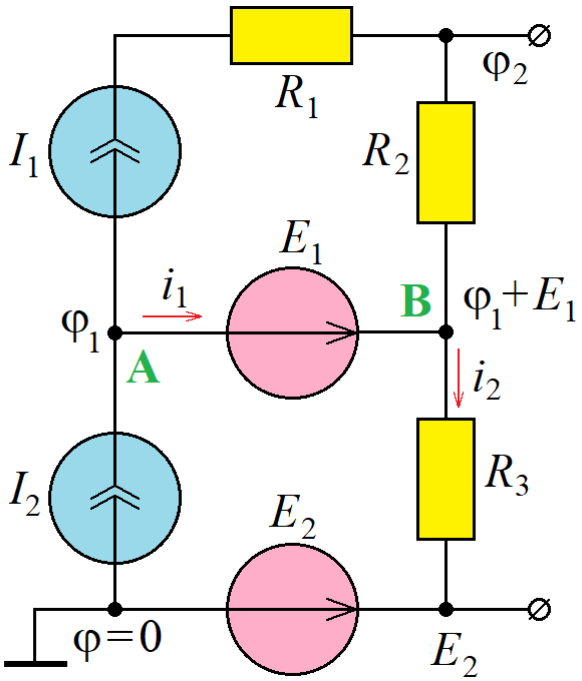
Описание схемы:

Схема представляет собой:

Два источника тока I_1 и I_2, причём отрицательная клемма источника I_1 соединена с положительной клеммой источника I_2, источник напряжения E_1, отрицательная клемма которого подсоединена к точке соединения источников тока, источник напряжения E_2, отрицательная клемма которого подсоединена к отрицательной клемме источника тока I_2, резистора R_3, одной клеммой соединённого с положительной клеммой источника напряжения E_1, а другой – с положительной клеммой источника напряжения E_2, последовательно включённых резисторов R_1 и R_2, причём свободная клемма резистора R_1 соединена с положительной клеммой источника I_1, а свободная клемма резистора R_2 соединена с положительной клеммой источника E_1.

Требуется определить разность потенциалов между точкой соединения резисторов R_1 и R_2 и положительной клеммой источника E_2.

Теоретическое вычисление:
Вариант Применение законов Кирхгофа:



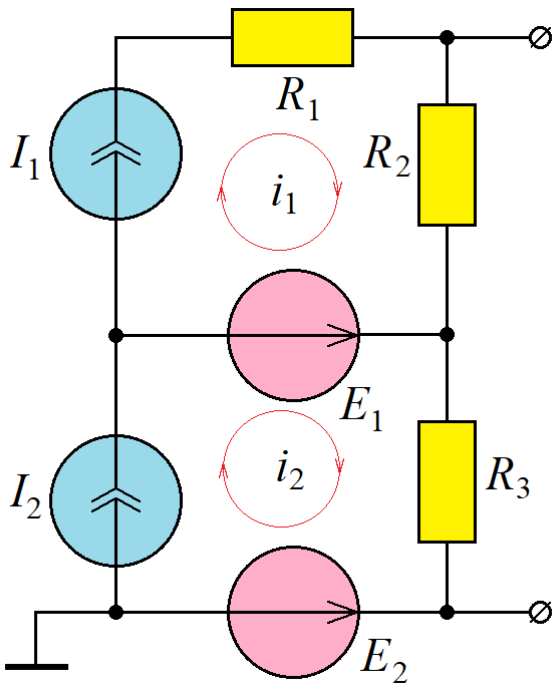
Введём обозначения неизвестных токов и потенциалов:
Правило узлов для узла А:
$I_2 = I_1 + i_1$.
Правило узлов для узла В:
$i_1 + I_1 = I_2$.
Закон Ома для резистора R_2:
$$\frac{\varphi_2 - (\varphi_1 + E_1)}{R_2} = I_1.$$
Закон Ома для резистора R_3:
$$\frac{(\varphi_1 + E_1) - E_2}{R_3} = I_2.$$

Получаем систему из трёх уравнений:
$$\begin{cases} I_2 = I_1 + i_1 \\ \varphi_2 - (\varphi_1 + E_1) = I_1 R_2 \\ (\varphi_1 + E_1) - E_2 = I_2 R_3 \end{cases}$$
с тремя неизвестными φ_1, φ_2, i_1. Система должна иметь единственное решение.
Искомая разность потенциалов равна $\varphi_2 - E_2$, поэтому для решения задачи складываем второе и третье уравнения:
$$\varphi_2 - (\varphi_1 + E_1) + (\varphi_1 + E_1) - E_2 = I_1 R_2 + I_2 R_3$$
$$\varphi_2 - E_2 = I_1 R_2 + I_2 R_3$$
Таким образом, искомая разность потенциалов равна
$$\varphi_2 - E_2 = I_1 R_2 + I_2 R_3 = 1\,\text{А} \times 10\,\text{Ом} + 2\,\text{А} \times 30\,\text{Ом} =$$
$$= 10\,\text{В} + 60\,\text{В} = 70\,\text{В}.$$

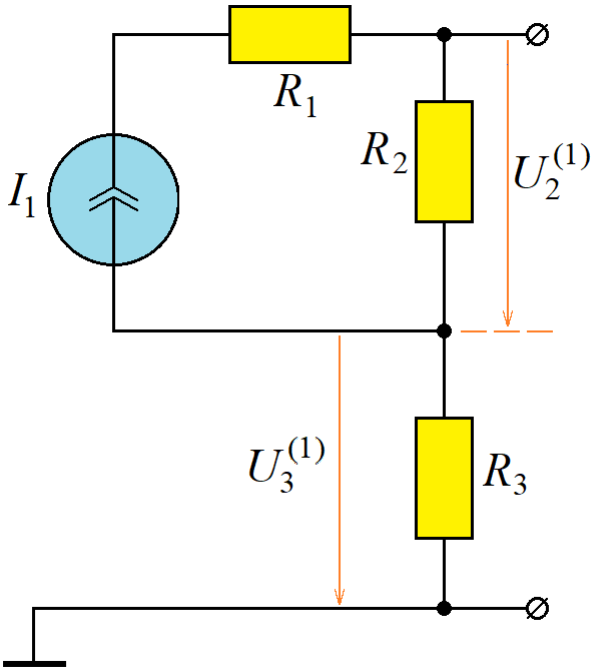
Вариант Метод контурных токов:

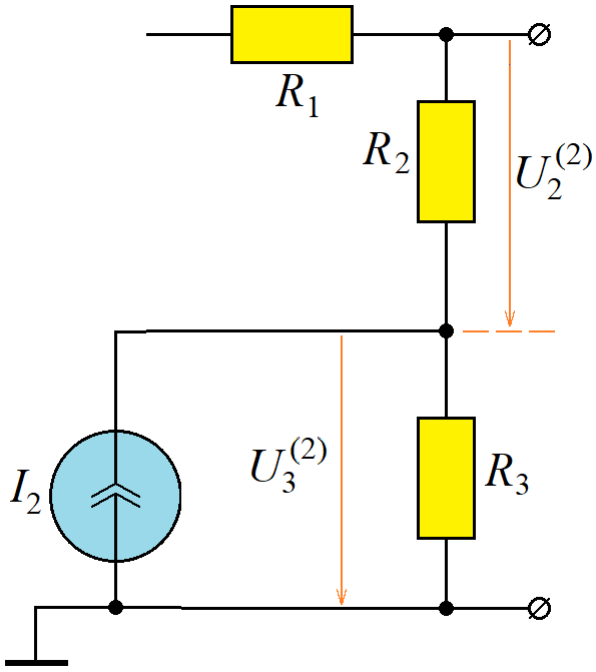
Введём контурные токи:
Для контура 1: $i_1 = I_1$.
Для контура 2: $i_2 = I_2$.

Искомая разность потенциалов равняется сумме падений напряжения на резисторах R_2 и R_3:
$I_1 R_2 + I_2 R_3 = 70\,\text{В}$.



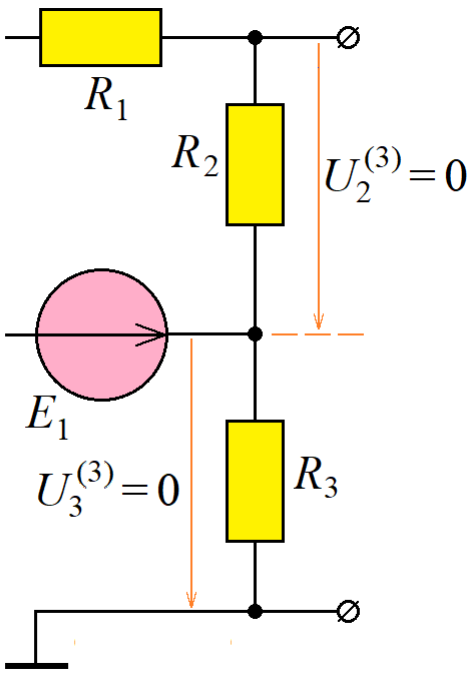
Вариант Метод наложения:

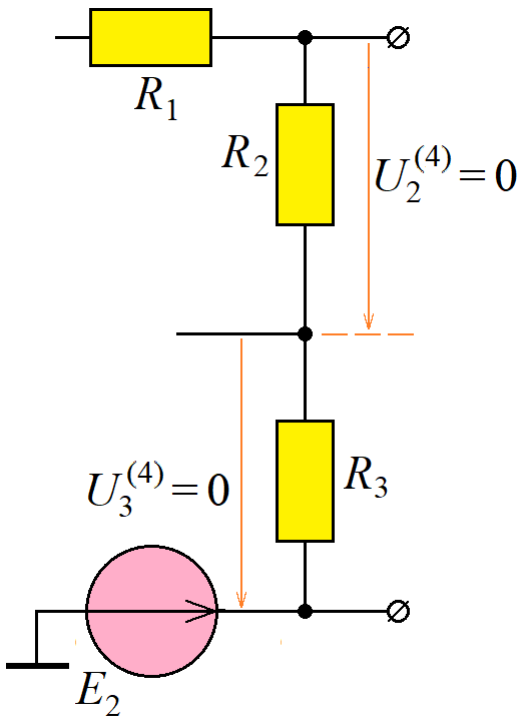




Для источника I_1 :
$U_2^{(1)} = I_1 R_2$
$U_3^{(1)} = 0.$

Для источника I_2 :
$U_2^{(2)} = 0$
$U_3^{(2)} = I_2 R_3.$





Для источника E_1 :

$U_2^{(3)}=0$

$U_3^{(3)}=0.$

Для источника E_2 :

$U_2^{(3)}=0$

$U_3^{(3)}=0.$

Таким образом, искомая разность потенциалов равна:

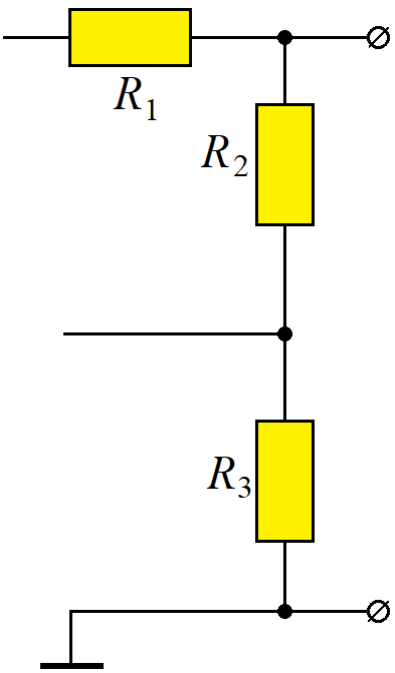
$$\left(U_2^{(1)}+U_3^{(1)}\right)+\left(U_2^{(2)}+U_3^{(2)}\right)+\left(U_2^{(3)}+U_3^{(3)}\right)+\left(U_2^{(4)}+U_3^{(4)}\right)=$$

$$=\left(I_1R_2+0\right)+\left(0+I_2R_3\right)+\left(0+0\right)+\left(0+0\right)=$$

$$=I_1R_2+I_2R_3=70\,\text{В}.$$

Измерение сопротивления полученной схемы относительно точек подключения вольтметра:

Заменим все источники тока на разрывы, а все источники напряжения – на отрезки проводников, как это изображено на рисунке. Легко видеть, что сопротивление схемы относительно выделенных клемм равно: $r = R_2 + R_3 = 40\,\text{Ом}$.



Относительная погрешность измерения:

$$\varepsilon = r/R_{\text{вольтметра}} = 40\,\text{Ом}/10^7\,\text{Ом} = 4\times10^{-6}.$$

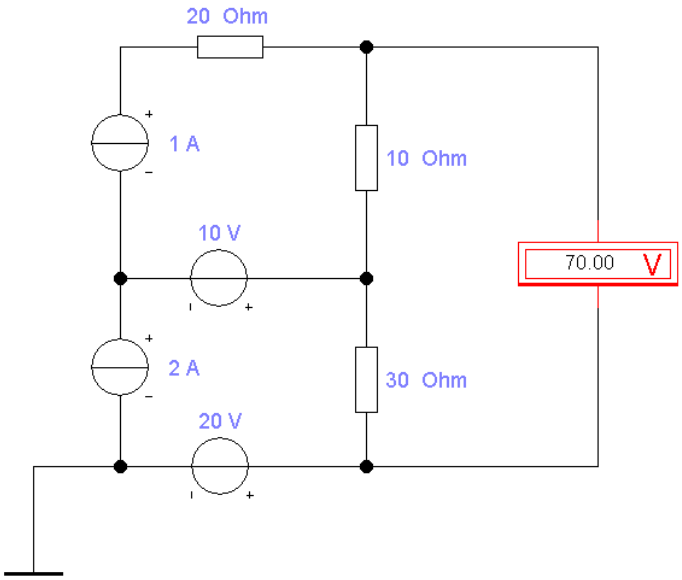
Теоретически возможная погрешность измерения:

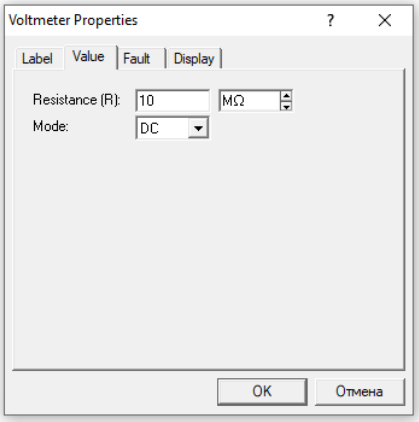
$$\Delta_0 = |\varepsilon U| = 4\times10^{-6}\times70\,\text{В} = 0{,}28\times10^{-3}\,\text{В} = 0{,}28\,\text{мВ} = 280\,\text{мкВ}.$$

Процедура измерения:

Схема была собрана в программе-симуляторе EWB5.12.

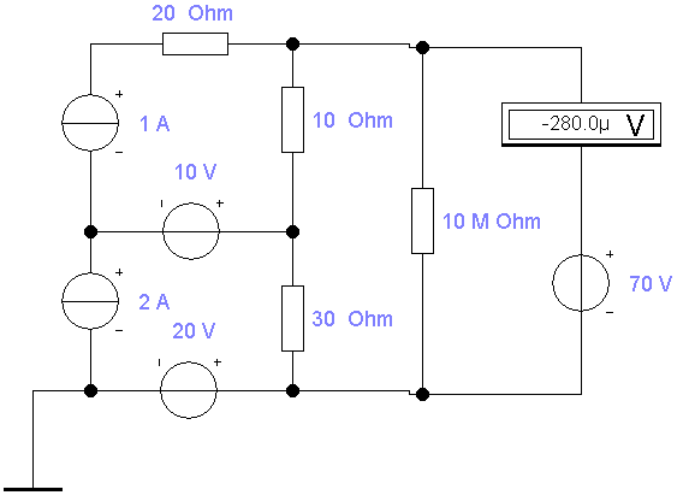
Для измерения использовался вольтметр постоянного тока с внутренним сопротивлением 10 МОм. В процессе измерения он подключался к точке соединения резисторов R_1 и R_2 и к положительной клемме источника E_2:





Показания вольтметра: 70,00 В.
Погрешность измерения (половина последнего отображаемого разряда) составляет 0,005 В, что превышает теоретически возможную погрешность измерения 0,00028 В. Поэтому необходимы дополнительные измерения.

Для повышения точности измерения последовательно с вольтметром был включен источник 70 В, как изображено на рисунке. Для того, чтобы соблюсти условия задачи, вместо реального вольтметра был включён резистор сопротивлением 10 Мом, а внутреннее сопротивление используемого вольтметра на схеме было установлено как можно большим – 10^{18} Ом.



Измерения показали расхождение рассчитанного и измененного значений 280 мкВ, что не превосходит теоретически допустимую погрешность