Кинематика потока реальной (вязкой) жидкости

Поток реальной жидкости.

Отличия этих потоков:

- скорости течения по сечению распределены неравномерно из-за эффекта прилипания к стенкам и наличия трения между слоями жидкости и стенок внутри поверхности жидкости *(при движении жидкости вдоль твёрдой стенки происходит торможение потока вследствие влияния вязкости и молекулярного сцепления жидкости и стенок, скольжения слоёв жидкости, вращения частиц и т.д.);*
- диссипация механической энергии (рассеивание), обусловленное внутренним трением в потоке.

Потери удельной энергии зависят от скорости движения жидкости, формы канала и т.п.

Полный напор в сечении потока реальной жидкости.

При рассмотрении процессов в потоке реальной жидкости принимают следующее допущение:

- в пределах поперечного сечения:

$$z + p/\rho g = const\ .$$

Для аналитического определения потерь энергии необходимо ***знать распределение истинных скоростей*** *по сечению потока, что известно только для простейших случаев движения. Поэтому в большинстве случаев потери энергии приходится определять* ***на основании экспериментальных данных.***

Введём понятие ***мощности потока*** *(это полная энергия, которую проносит поток через сечение в единицу времени).*

Для *элементарной струйки* реальной жидкости имеем:

$$dN = Hg\frac{dm}{dt} = Hg\rho dQ = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g}\right)\rho g u dS\ .$$

Для потока, с учётом принятого допущения получаем:

$$N = \rho g \int_S \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} \right) udS = \rho g \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) \int_S udS + \frac{\rho}{2} \int_S u^3 dS .$$

Поскольку $\int_S udS = Q$, тогда имеем:

$$N = \rho g \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) Q + \frac{\rho}{2} \int_S u^3 dS .$$

Однако, как мы уже знаем, если *закон изменения скорости по нормальному сечению неизвестен*, то вводим понятие о **средней скорости** (это некая воображаемая скорость, равномерно распределённая по сечению, при которой ***реальный расход равен действительному расходу)*** , тогда:

$$Q = VS,$$

Из выражения, определяющего мощность потока

$$N = Hg\rho Q,$$

получим ***удельную энергию потока жидкости (напор)***:

$$H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{1}{2gQ} \cdot \frac{V^2}{V^2} \cdot \int_S u^3 \cdot dS = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\int_S u^3 \cdot dS}{V^3 \cdot S} \cdot \frac{V^2}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{V^2}{2g},$$

где $\alpha = \dfrac{\int_S u^3 \cdot dS}{V^3 \cdot S}$ - безразмерный коэффициент, учитывающий неравномерное распределение скоростей по сечению потока;

α - ***это отношение кинетической энергии, определённой по действительной эпюре скоростей, к кинетической энергии того же потока, определённой при равномерном распределении скоростей.***

Можно показать, что в любом случае $\alpha > 1$.

<u>Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости.</u>

В отличие от ИЖ в реальной жидкости при наличии трения происходит потеря энергии с преобразованием механической энергии в тепловую. Величина потерь удельной энергии зависит от режима и скорости движения жидкости, формы канала и т.п.

Рассмотрим участок потока, заключённый между двумя нормальными (живыми) сечениями ***(1-1 и 2-2)*** реальной жидкости.

<u>В дальнейшем будем рассматривать в потоках такие участки, в которых струйки можно считать параллельными и, следовательно, живые сечения – ***плоскими.***</u>

Уравнение баланса мощностей будет иметь вид:

$$\boldsymbol{N_1 = N_2 + N_{\text{пот}}}\ .$$

Разделив каждый член уравнения на $\rho g Q$ получим:

$$\boldsymbol{H_1 = H_2 + H_{\text{пот}}}\ ,$$

где $H_1 = N_1/(\rho g Q)$ - удельная энергия потока жидкости в сечении ***1-1***;

$H_2 = N_2/(\rho g Q)$ - удельная энергия потока жидкости в сечении ***2-2***;

$H_{\text{пот}} = N_{\text{пот}}/(\rho g Q)$ - потери удельной энергии потока жидкости на участке между сечениями ***1-1*** и ***2-2***.

Если удельную энергию в каждом сечении потока выразить с учётом неравномерного распределения скоростей по сечению потока, то полученное уравнение примет вид ***<u>уравнения Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости:</u>***

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + H_{ПОТ}\ .$$

<u>1) При условии, что $p_1 \neq p_2$,</u> движение называют *<u>напорным</u>*, при котором *<u>возможен подъём потока вдоль по течению</u>*, т.е. $\mathbf{z_2 > z_1}$. Например:

- закрытые русла без СП;
- трубопроводы постоянного сечения при полном заполнении жидкостью, *<u>давление вдоль потока переменно.</u>*

2) При условии, что $p_1 = p_2 = p = const$ наблюдается *безнапорное движение* жидкости, т.е. $z_1 = z_2 + H_{пот}$. Например:

- течение потока со СП в каналах с частичным их заполнением, и давление в каждом сечении потока - постоянное (атмосферное).

На рис. 2.4 построена ***диаграмма изменения полного напора (геометрическая интерпретация членов уравнения Бернулли) для участка установившегося потока реальной жидкости***, которая показывает изменение полного напора и его составляющих.

Линия полного напора (жирный пунктир) строится путем последовательного вычитания потерь, нарастающих вдоль потока, из располагаемого напора H_1.

Пьезометрическая линия (точечный пунктир) строится путем вычитания скоростного напора в каждом сечении из полного напора потока. Пьезометрический напор в любом сечении потока зависит от положения центра сечения (нивелирная линия) от плоскости сравнения.

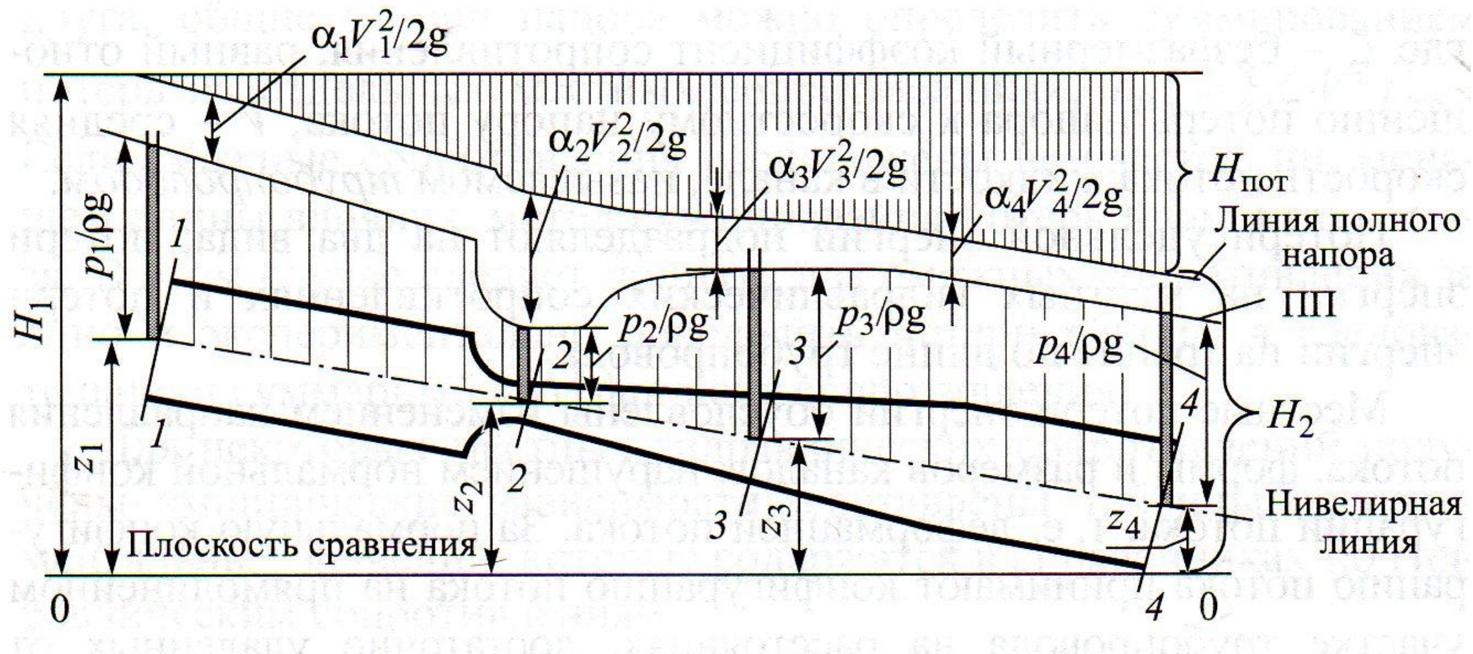

Рис. 2.4. Изменение напоров вдоль участка потока реальной жидкости

Т.к. потери удельной энергии потока жидкости на участке между сечениями ***1-1*** и ***2-2*** нарастают вдоль потока, то линия энергии в этом случае обязательно нисходящая.

Для потока реальной жидкости уравнение Бернулли является уравнением баланса энергий (с учетом потерь).

Общие сведения о гидравлических потерях.

Потери удельной механической энергии (напора) или так называемые гидравлические потери зависят от формы, размера и шероховатости канала, а также от скорости и вязкости жидкости, *но практически не зависят от давления*.

Во многих случаях течения ***гидравлические потери*** примерно пропорциональны величине скоростного напора и выражаются **формулой Вейсбаха**:

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g} = \frac{\Delta p}{\rho g},$$

где ζ - безразмерный коэффициент сопротивления, равный отношению потерь напора к скоростному напору потока;

V - средняя скорость жидкости в канале, называемом *трубопроводом.*

Потери удельной механической энергии разделяют на два вида:

- *потери энергии на местных гидравлических сопротивлениях (МГС) (местные потери);*
- *потери энергии на трение по длине трубопроводов (потери на трение).*

Местные потери энергии обусловлены изменением направления потока, формы и размеров каналов, нарушением нормальной конфигурации потока, т.е. деформацией потока (вентиль, угольник, диафрагма, внезапное расширение, внезапное сужение и т.п.).

При протекании жидкости через местные сопротивления скорость жидкости изменяется, появляются так называемые поверхности раздела, являющиеся границами объемов жидкости, участвующих в различных движениях.

При определении потерь на местных сопротивлениях по формуле Вейсбаха используют ***среднюю 0скорость жидкости*** в трубопроводе, в котором имеется местное сопротивление.

Если же диаметр трубопровода, а следовательно, и скорость потока меняются по длине, то за расчетную скорость удобнее принимать **бо'льшую** из скоростей, т.е. скорость, соответствующую меньшему диаметру.

Каждое МГС характеризуется своим коэффициентом сопротивления $\zeta_{мс}$, который во многих случаях приближенно можно считать постоянным для данной формы и размеров МГС.

Согласно экспериментальным исследованиям, если поток жидкости проходит через несколько местных гидравлических сопротивлений, последовательно расположенных на трубопроводе на расстояниях, превышающих ***длину влияния, а значит, не воздействующих друг на друга***, общие ***потери напора можно определить суммированием на отдельных местных гидравлических сопротивлениях***:

$$h_{M.C.} = \sum \zeta_i V^2 / 2g \ .$$

Если смежные гидравлические сопротивления расположены на расстоянии, меньшем длины влияния, метод суммирования потерь напора применять нельзя. В этом случае следует принять два смежных гидравлических сопротивления за одно и экспериментально определить потери напора, а следовательно, и суммарный коэффициент сопротивления.

Для некоторых МГС получены эмпирические зависимости, составлены таблицы экспериментальных значений, которые содержатся в справочниках по гидравлическим сопротивлениям.

Потери на трение (потери по длине канала) возникают в прямых трубах постоянного сечения (равномерное течение), *изменяются пропорционально длине канала* и определяются по **формуле Дарси**:

$$h_{TP} = \lambda \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} \quad \text{или} \quad \Delta p_{TP} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho V^2}{2},$$

где λ - безразмерный коэффициент потерь на трение, коэффициент сопротивления трения.

При определении суммарных потерь удельной энергии исходят из так называемого принципа наложения потерь (т.е. исключают взаимное влияние гидравлических сопротивлений) – **полная потеря удельной энергии определяется алгебраической суммой потерь, вызванных каждым сопротивлением в отдельности.**

При использовании этого метода могут возникать *погрешности.*

Поэтому замеры параметров потоков следует проводить ***на прямых участках трубопровода*** *(длиной $\geq$ 10 d до и после исследуемого местного сопротивления.*

Два режима течения вязкой жидкости.

Экспериментальные наблюдения **О. Рейнольдса** и других ученых и исследователей показали, что существуют два режима течения вязкой жидкости - ***ламинарное*** *и* ***турбулентное***.

Ламинарное течение (от лат. *lamina* - слой, пластинка, полоска) - слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсаций скоростей и давления. Все линии тока определяются формой канала. В прямом канале все линии направлены параллельно оси канала *(отсутствуют поперечные перемещения частиц, а поэтому не происходит перемешивания).*

Ламинарное течение - вполне упорядоченное и при постоянном напоре строго установившееся течение. При описании ламинарного режима течения возможно использование аналитических зависимостей для определения потерь энергии.

Турбулентное течение (от лат. *turbulentus* - бурный, беспорядочный) - течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости и пульсациями скоростей и давлений. Линии тока определяются формой канала. Движение отдельных частиц оказывается неупорядоченным.

Турбулизации потока способствуют отстояние частиц жидкости от стенки, их скорость и градиент изменения скорости du/dy.

При турбулентном режиме течения в общем случае потери энергии определяются экспериментально.

Параметром для определения режима течения жидкости является число Рейнольдса:

$$Re = \frac{Vd_{гид}}{\nu},$$

где $\boldsymbol{d_{гид}=4S/\chi}$ - гидравлический диаметр;

S - площадь сечения потока;

χ - периметр сечения потока.

Для круглого сечения $\boldsymbol{d_{гид} = d_{отв.}}$

В результате проведённых опытов Рейнольдс установил, что при некотором критическом значении скорости происходит смена режима течения жидкости с ламинарного на турбулентный.

В прямой круглой трубе ламинарный режим существует до значения - $\boldsymbol{Re_{кр}= 2300.}$ При увеличении числа $\boldsymbol{Re}$ поток начинает турбулизироваться. При Re>4000 в потоке устанавливается вполне развитое турбулентное течение, а в интервале 2300 < Re <4000 имеет место переходная зона. Для потоков с некруглыми сечениями и для щелей разного типа критическое число Рейнольса следует принимать в пределах $Re_{кр}$ = 1800...4000.

Ламинарный режим течения (ЛРТ).

Расход и перепад давлений в круглом трубопроводе.

В ламинарном равномерном потоке, ограниченном круглой цилиндрической поверхностью, выделим в границах сечений ***1-1*** и ***2-2*** (рис. 2.5) цилиндрический объём потока жидкости с наружным радиусом $\boldsymbol{r}$ и длиной $\boldsymbol{L}$. Установим в сечениях пьезометры.

Введём обозначения: $\boldsymbol{u}$ - местная скорость в сечении; $\boldsymbol{V}$ - средняя скорость потока.

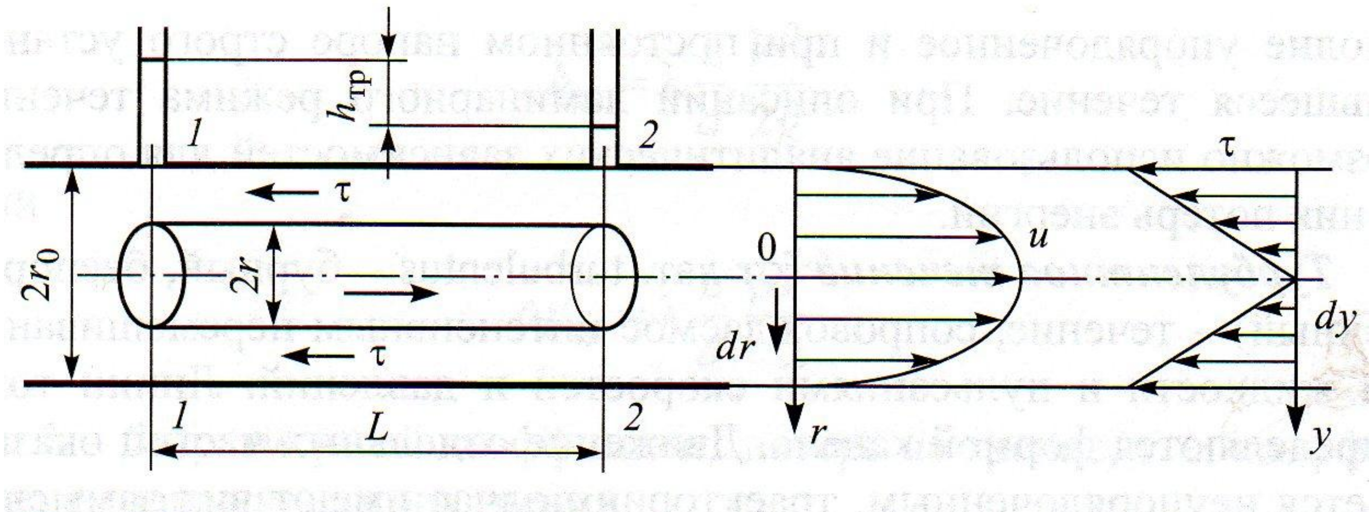

Рис. 2.5. Схема ламинарного течения жидкости в трубе

С учётом равномерного движения частиц рассматриваемого объёма сумма проекций всех действующих на выделенный объём сил (силы давления и трения) на ось должна равняться нулю:

$$\boldsymbol{(p_1 - p_2)\pi r^2 - 2\pi r L \tau = 0.}$$

Обозначив $\boldsymbol{p_1 - p_2 = \Delta p_{тр}}$, получим, что касательные напряжения на цилиндрических поверхностях в поперечном сечении изменяются по линейному закону от радиуса

$$\tau = \left(p_1 - p_2\right)\frac{r}{2L} = \Delta p_{TP}\,\frac{r}{2L}.$$

С учётом гипотезы Ньютона

$\boldsymbol{\tau = -\mu du/dr}$ (знак минус из-за отрицательного приращения скорости du/dr)

имеем

$$\Delta p_{TP}\,\frac{r}{2L} = -\mu\frac{du}{dr} \quad \text{и} \quad du = -\frac{\Delta p_{TP}}{2\mu L}rdr.$$

Интегрируя это выражение, получим параболический закон распределения местных скоростей в круглом сечении:

$$u = \Delta p_{TP}\,\frac{\left(r_0^2 - r^2\right)}{4\mu L}.$$

Эту формулу, впервые полученную в 1867 г. английским ученым Дж.Стоксом, часто называют ***параболическим законом Стокса.***

Максимальная скорость**:** $u_{\max} = \Delta p_{тр} \cdot r_0^2/(4\mu L).$

Объемный расход через сечение круглого трубопровода определим с учетом

$$dQ = udS,$$

где $\boldsymbol{u = \Delta p_{тр} \cdot (r_0^2 - r^2)/(4\mu L)}$ и $\boldsymbol{dS = 2\pi r \cdot dr}$**:**

$$Q = \frac{\pi\Delta p_{TP}}{2\mu L}\int_0^r\left(r_0^2 - r^2\right)rdr = \frac{\pi\Delta p_{TP}}{8\mu L}r_0^4.$$

Отсюда

$$\Delta p_{тр} = 8\mu L \cdot Q/(\pi \cdot r_0^4)$$

и, учитывая что $\boldsymbol{\mu = \nu\rho}$ и $\boldsymbol{d = 2r_0}$, имеем потери на трение:

$$h_{\text{тр}} = \frac{128\nu \cdot L}{\pi \cdot g \cdot d^4} Q = \frac{32\nu \cdot L}{g \cdot d^2} V .$$

Это уравнение определяет ***закон Пуазейля - Гагена***.

Средняя скорость потока

$$V = \frac{Q}{\pi \cdot r_0^2} = \frac{\Delta p_{TP} \cdot r_0^2}{8\mu \cdot L} , \quad \text{т.е.} \quad V = u_{\max} / 2.$$

Из полученного выражения

$$h_{\text{тр}} = 32\nu L \cdot V / (g \cdot d^2)$$

после умножения и деления правой части на $(2V/2V)$, получим

$$h_{mp} = \frac{64\nu}{V \cdot d} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} .$$

Если принять $\lambda = 64/\text{Re}$, то получим уравнение

$$h_{TP} = \lambda \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} ,$$

Называемое ***уравнением Дарси.***

Коэффициент λ гидравлического трения при ламинарном режиме течения обратно пропорционален числу Рейнольдса и не зависит от шероховатости стенок трубопровода.

На практике с учетом местных сопротивлений и теплопотерь принимают $\lambda = 75/Re$.

Зная *закон распределения скоростей при ламинарном режиме течения* $u=(\Delta p_{mp}/4\mu L) \cdot (r_0^2-r^2)$, среднюю скорость V, площадь сечения потока S, можно определить величину безразмерного коэффициента в уравнении Бернулли для ламинарного потока реальной жидкости

$$\alpha = \frac{\int_S u^3 \cdot dS}{V^3 \cdot S} = 2 .$$

Это выражение показывает, что **кинетическая составляющая механической энергии ламинарного потока, определенной по действительной эпюре скоростей, в 2 раза превосходит кинетическую составляющую механической энергии потока с равномерным распределением скоростей.**