

Гидродинамическое подобие процессов.***Основы теории гидродинамического подобия.***

При изучении движения реальных жидкостей встречается много трудностей потому, что на характер движения и происходящие при этом процессы влияют многие факторы.

Первая задача – отбор тех факторов, которые являются определяющими для изучаемого процесса.

Вторая задача – установление зависимости изучаемой величины от системы отобранных факторов.

Эти задачи позволяет решать так называемая **теория гидродинамического подобия**, т.е. подобия потоков несжимаемой жидкости, в совокупности с методами теории размерностей.

Подобными называют явления, для которых по известным характеристикам одного в результате простого пересчёта можно получить аналогичные характеристики другого.

Этот метод, например, позволяет на основании результатов изучения течения воды получить зависимости справедливые для течения воздуха, масла и т.п. и наоборот.

Очевидно, что такое моделирование обеспечивает рациональное планирование эксперимента, сокращая тем самым объём исследований, а значит, и затраты на их проведение.

Гидродинамическое подобие складывается из 3-х составляющих:

- геометрического подобия;
- кинематического подобия;
- динамического подобия.

Характеристики натуре (реального потока) будут соответствовать характеристикам модели, если:

1) **геометрическое подобие:** $\text{idem} = \frac{L_H}{L_M} = \frac{D_H}{D_M} = \frac{R_H}{R_M} = \alpha_L$ - масштаб геометрического подобия;

2) **кинематическое подобие:** $\text{idem} = \frac{V_H}{V_M} = \frac{V_{XH}}{V_{XM}} = \frac{V_{YH}}{V_{YM}} = \alpha_V$ - масштаб кинематического подобия;

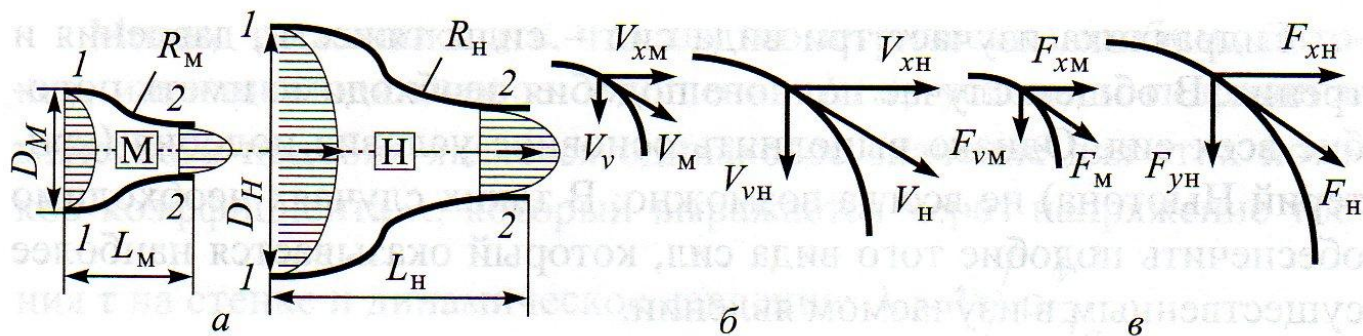


Рис. 2.14. Составляющие гидродинамического подобия – геометрическое (а), кинематическое (б) и динамическое (в):

М – модуль; Н – натура

3) динамическое подобие (подобие сил) - пропорциональность сил, действующих на сходственные объемы в кинематически подобных потоках и направлениях:

$$\text{idem} = \frac{F_H}{F_M} = \frac{F_{xH}}{F_{xM}} = \frac{F_{yH}}{F_{yM}} = \alpha_F - \text{ масштаб динамического подобия.}$$

Линейные размеры, связанные масштабом геометрического подобия, называют соответственными, или сходственными, а точки, координаты которых удовлетворяют этому соотношению, - сходственными.

Критерии гидродинамического подобия.

В общем случае на частицу жидкости действует суммарная сила всех действующих сил:

$$F = G + P + T,$$

где **G** - сила тяжести;
P - сила давления;
T - сила трения.

Для подобных потоков (натура и модель):

$$\frac{G_H}{G_M} = \frac{P_H}{P_M} = \frac{T_H}{T_M}.$$

Согласно первому закону Ньютона (закону инерции), $F = am$.

Для подобных потоков

$$\frac{F_H}{F_M} = \frac{a_H m_H}{a_M m_M} \quad \text{или} \quad \frac{F_H}{a_H m_H} = \frac{F_M}{a_M m_M}.$$

Если с учётом теории размерности записать ускорение как

$$a = V^2/r = V^2/L,$$

где L - характерный размер, а массу как $m = \rho L^3$, то получим: $F/(\rho V^2 L^2) = Ne$,

где Ne - **число Ньютона**, равное отношению суммарной силы F всех действующих сил к силе инерции $\rho L^3 V^2/L$.

Здесь под F подразумевается основная сила: сила давления, вязкости, тяжести и др.

Гидравлика изучает **три вида сил** - силы тяжести, давления и трения.

В общем случае полного подобия необходимо иметь подобие всех сил.

Однако выполнить основное условие подобия (критерий Ньютона) не всегда возможно. В таких случаях **необходимо обеспечить подобие того вида сил, который оказывается наиболее существенным в изучаемом явлении.**

Рассмотрим три характерных случая воздействия на движущуюся жидкость основных сил и найдём условия подобия потоков:

1) При учете только **сил давления и инерции** в соответствии с теорией размерности $P \approx \Delta p S = p \cdot L^2$, $m \approx \rho \cdot L^3$ и $a = V^2/L$ можно получить отношение сил давления к силам инерции, называемое **числом Эйлера**:

$$Eu = \frac{\Delta p L^2 L}{\rho L^3 V^2} = \frac{\Delta p}{\rho V^2}.$$

Выясним, какому условию должны удовлетворять геометрически и кинематически подобные потоки, чтобы обеспечивалось их гидродинамическое подобие при наличии потерь энергии, т.е. при каком условии числа Эйлера будут одинаковыми для этих потоков.

Уравнение Бернулли для этого случая принимает вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}, \quad h_{\text{пот}} = \zeta \frac{V_2^2}{2g}, \quad \text{или}$$

$$\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho V_2^2} =_{Eu=} \alpha_2 - \alpha_1 \frac{S_2^2}{S_1^2} + \zeta.$$

Из полученного выражения видно, что числа Eu будут иметь одинаковые значения для моделируемого (M) и реального (H) потоков, а сами потоки будут подобны друг другу гидродинамически при условии равенства коэффициентов сопротивления ζ (равенство коэффициентов α_1 и α_2 для сходственных сечений двух потоков следует из их кинематического подобия).

Таким образом, коэффициенты ζ в подобных потоках должны быть одинаковыми, а это значит, что потери напора для сходственных участков (рис.2.15, а) пропорциональны скоростным напорам:

$$\left(\frac{h_{noml-2}}{V_2^2 / 2g} \right)_M = \left(\frac{h_{noml-2}}{V_2^2 / 2g} \right)_H.$$

Так же можно показать, что для геометрически подобных потоков, имеющих одинаковое отношение L/d , условием гидродинамического подобия является одинаковое значение для этих потоков коэффициента λ , который выражается через напряжение трения на стенке

τ_0 и динамическое давление: $\lambda = 4\tau / \rho \frac{V^2}{2g}.$

2) При учете только **сил вязкости, давления и инерции** в соответствии с теорией размерности ($m = \rho L^3$; $\mu = \rho \nu$; $T = \mu dS \cdot dV/dy \approx \mu \cdot L^2 V/L = \rho \nu VL$), можно получить критерий,

$$Re = \frac{V^2 m}{LT} = \frac{V^2 \rho L^3}{L \rho \nu L} = \frac{VL}{\nu}.$$

Число Рейнольдса показывает во сколько раз силы инерции потока превосходят силы вязкого трения.

Следовательно, условием гидродинамического подобия геометрически подобных потоков в рассматриваемом случае является равенство чисел Рейнольдса, подсчитанных для сходственных сечений потоков.

3) Если учитывать только силы тяжести, давления и инерции ($m \approx \rho L^3$, $a = V^2/L$ и $G = m \cdot g \approx \rho L^3 g$), получается используемое для безнапорных течений число Фруда:

$$Fr = \frac{am}{G} = \frac{V^2 \rho L^3}{L \rho L^3 g} = \frac{V^2}{gL}.$$

Критерии Eu; Re; Fr являются частными случаями критерия Ne.

При полном подобии потоков должны выполняться условия Eu; Re; Fr и для модели, и для натуре.

Одновременно соблюсти критерии Рейнольдса и Фруда сложно (сравните формулы), поэтому полное динамическое подобие смоделировать трудно.

Важным следствием подобия является одинаковость безразмерных коэффициентов α ; ζ ; λ ; Eu; Re; α_L (масштаб геометрического подобия), входящих в различные гидравлические зависимости, например, в $\alpha V^2/2g$ и $\zeta V^2/2g$ имеем $\alpha = idem$ или $\zeta = idem$.

Из отмеченного ясно, что если в 2-х кинематически подобных напорных потоках равны числа Рейнольдса и Эйлера, рассчитанные для их сходственных сечений, то в них соблюдается пропорциональность всех трёх сил: давления, вязкого трения и инерции. Это означает, что напорные потоки гидродинамически подобны.

МЕСТНЫЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ **И РАСЧЕТ ТРУДОПРОВОДОВ**

Местные гидравлические сопротивления

Под местным гидравлическим сопротивлением (МГС) понимают изменение направления потока, формы и размеров каналов (труб), нарушения нормальной конфигурации потока, т.е. деформации потока.

МГС приводят к преобразованию механической энергии потока жидкости в тепловую, затрачиваемую на преодоление напряжений трения, которые распределяются в потоке неравномерно, и соответственно к потерям энергии.

При обтекании потоком МГС искривляются линии тока, изменяется поле скоростей, во многих случаях происходит отрыв потока, образуются полости, заполненные мелкими и крупными вихрями.

К МГС относятся элементы гидравлических устройств, в которых вследствие изменения размеров или конфигурации русла происходит изменение скоростей движения жидкости, отрыв основного потока от стенок и возникают вихри.

При этом, как показывают опыты, потери напора на вихреобразовании в потоке жидкости, проходящем через такое сопротивление, в большинстве случаев пропорциональны квадрату средней скорости в сечении потока до или после местного сопротивления.

На некотором расстоянии поток окончательно стабилизируется и приобретает характер равномерного движения. Длина участка, на котором поток, деформированный МГС, восстанавливает свои характеристики, называется длиной l влияния местного сопротивления. При больших числах Рейнольдса эта длина достигает

$$l \geq 10 \dots 30 d,$$

где d - диаметр канала.

Рассмотрим простейшие местные гидравлические сопротивления.

Внезапное расширение канала.

При ВРК (рис.3.1) поток отрывается от стенок канала, но расширяется постепенно. В кольцевой камере abc (между стенкой и потоком) образуются вихри. Отрыв потока от стенок и образование вихрей с непрерывным обменом частицами между потоком и областью вихревого движения обуславливают потери напора (энергии).

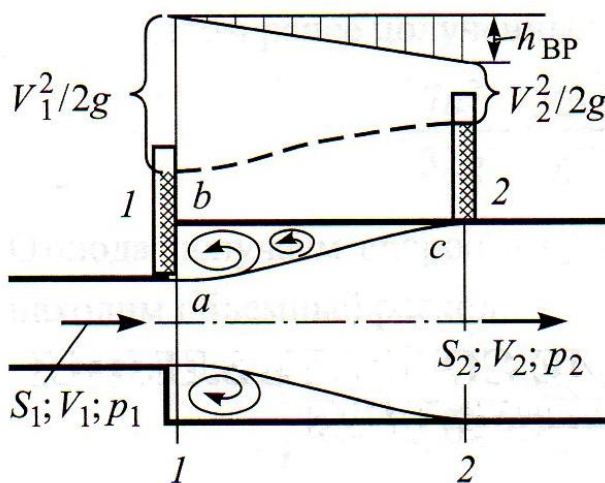


Рис. 3.1. Схема внезапного расширения канала

Чтобы записать уравнение Бернулли, сделаем следующие допущения:

- при движении потока от сечения 1-1 канала к сечению 2-2 (см. рис. 3.1) силами трения, малыми по сравнению с силами давления, пренебрегаем;
- давления в сечениях 1-1 и 2-2 описываются основным законом гидростатики;
- давление p_1 в сечении 1-1 действует по всей площади S_2 согласно экспериментальным исследованиям.

Уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 с учетом этих допущений имеет вид:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{\text{вп}},$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$;

$h_{\text{вп}}$ - потери напора при внезапном расширении канала.

При рассмотрении процессов при ВРК используем закон об изменении количества движения в цилиндрическом объеме, заключенном между сечениями 1-1 и 2-2 и торцевой стенкой трубы. Площади сечений 1-1 и 2-2 потока равны, т.е. $S_1 = S_2$.

Импульс внешних сил при равномерном распределении давления p_1 и p_2 по площади сечений 1-1 и 2-2 с учётом $\tau = 0$ равен:

$$(p_1 - p_2) \cdot S_2 \cdot dt.$$

Соответствующее этому импульсу изменение количества движения при равномерном распределении скоростей по сечениям равно:

$$Q \cdot \rho (V_2 - V_1) \cdot dt.$$

Приравняв импульс внешних сил и изменение количества движения, имеем:

$$(p_1 - p_2) \cdot S_2 \cdot dt = Q \cdot \rho (V_2 - V_1) \cdot dt.$$

Введя обозначения $Q/S_2 = V_2$ и $V_1 S_1 = V_2 S_2$, находим

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}.$$

Сравнив полученное выражение и уравнение Бернулли, получим:

$$h_{ер} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g},$$

т.е. потери напора (удельной энергии) при ВРК равны скоростному напору разности скоростей потока до и после расширения (теорема Борда – Карно).

С учётом $V_2 = V_1 \cdot S_1 / S_2$ имеем:

$$h_{ер} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{ер} \frac{V_1^2}{2g}, \quad \zeta_{ер} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2,$$

где $\zeta_{ер}$ - коэффициент потерь напора при ВРК.

В случае истечения жидкости из ограниченного объема в неограниченный объём ($S_2 \rightarrow \infty$) коэффициент потерь и потери напора при выходе при ВРК определяются как:

$$\zeta_{ер} = \zeta_{вых} = 1 \text{ и } h_{вых} = V_1^2 / 2g,$$

т.е. при выходе потока в неограниченный объём полностью теряется вся энергия потока (переходит в тепловую энергию).

Следует отметить, что теорема Борда-Карно выполняется только при турбулентном режиме течения при $Re > 3500$, так как для ламинарного режима течения не приемлемы сделанные при выводе допущения.

Диффузор.

Постепенно расширяющийся канал называют диффузором (рис.3.2, а).

Течение потока жидкости в диффузоре сопровождается уменьшением скорости и повышением давления. Частицы движущейся жидкости преодолевают нарастающее давление за счет своей кинетической энергии, которая уменьшается вдоль диффузора, а также в направлении от оси к стенке.

Слои жидкости, прилегающие к стенкам, обладают столь малой кинетической энергией, что подчас оказываются не в состоянии преодолеть повышенное давление, поэтому они останавливаются или даже начинают двигаться обратно.

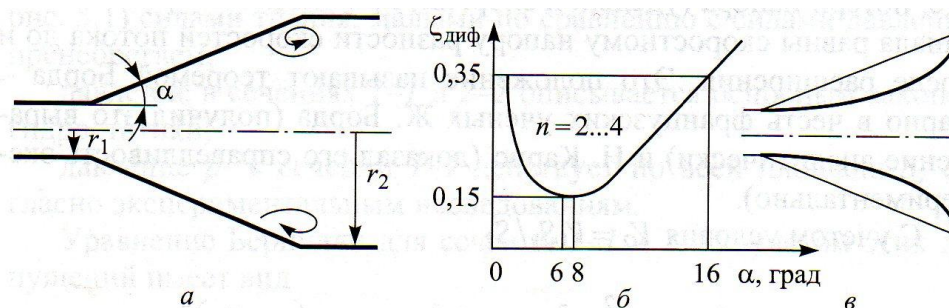


Рис. 3.2. Схема течения жидкости в диффузоре (а), зависимость коэффициента потерь (б) и схема криволинейного диффузора (в)

Основной поток наталкивается на эти противотоки, в результате чего образуются вихри и поток отрывается от стенок.

Интенсивность этих явлений возрастает с увеличением угла расширения диффузора. Кроме того, потери энергии связаны с преодолением трения.

Таким образом, потери энергии (напора) в диффузоре равны сумме потерь на трение и потерь, обусловленных расширением потока:

$$h_{\text{диф}} = h_{\text{тр}} + h_{\text{р}},$$

где $h_{\text{тр}}$ - потери напора на преодоление трения по длине диффузора;

$h_{\text{р}}$ - потери напора при расширении потока.

Выражение для определения потерь напора в диффузоре, коническая поверхность которого образована прямолинейной образующей (см. рис. 3.2, б), можно представить в виде:

$$h_{\text{диф}} = \left[\frac{\lambda}{8 \sin \alpha / 2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) + k \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 \right] \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{\text{диф}} \frac{V_1^2}{2g},$$

где $n = S_2/S_1$ - степень расширения;

k - коэффициент смягчения, показывающий во сколько раз потери в диффузоре меньше потерь при ВРК;

$k = \sin \alpha$ - при диапазоне значений угла раскрытия диффузора $\alpha = 5...20^\circ$;

ζ - коэффициент потерь напора при течении через диффузор.

Анализ выражения для определения потерь напора в диффузоре показывает:

- при увеличении угла α длина диффузора сокращается до заданного размера (n задано), процесс вихреобразования становится более интенсивным, а трение уменьшается;

- при уменьшении угла α процесс образования вихрей становится менее интенсивным, трение возрастает, так как при заданном значении n длина диффузора увеличивается.

Оптимальный угол раскрытия диффузора с наименьшими потерями напора определяется

выражением:

$$\alpha_{opt} = \arcsin \sqrt{\frac{n+1}{n-1} \frac{\lambda}{4}}.$$

При значениях $\lambda=0,015...0,025$ и $n=2...4$ оптимальное значение угла раскрытия составляют $4...5^\circ$.

На практике в целях сокращения длины диффузора при заданном n обычно принимают $\alpha_{opt}=5...6^\circ$.

В диапазоне значений угла раскрытия более $25...30^\circ$ наблюдаются потери напора, соответствующие полному ($\alpha=90^\circ$) внезапному расширению потока.

Поэтому при необходимости расширения живого сечения потока, соответствующего ($\alpha > 15...20^\circ$), с меньшими потерями напора целесообразно применять криволинейный диффузор (см. рис. 3.2, в).

В криволинейном диффузоре, когда на траектории струек потока обеспечивается постоянный градиент изменения давления вдоль оси, потери напора уменьшаются на 40% по сравнению с диффузором с прямолинейными стенками (градиент давления убывает вдоль оси) при одинаковом расширении потока, эквивалентном углам $\alpha=40...60^\circ$, при этом поток обладает хорошей устойчивостью.

В практических расчетах часто применяют другую форму записи для определения потерь на диффузоре:

$$h_{диф} = \varphi_{диф} \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g},$$

где $\varphi_{диф}$ - коэффициент потерь напора на диффузоре, выражающий потерю удельного напора в диффузоре в долях от потери энергии при внезапном расширении потока;

V_1 и V_2 - скорости жидкости во входном и выходном сечениях потока в диффузоре. Коэффициент $\varphi_{диф}$ зависит главным образом от угла раскрытия α и определяется экспериментально.

Внезапное сужение канала.

При ВСК (рис. 3.3) живое сечение потока, благодаря острой входной кромке при входе в узкий канал вначале уменьшается в сечении ***x-x*** до величины S_x , меньшей площади S_2 сечения **2-2**, а затем расширяется до величины S_2 .

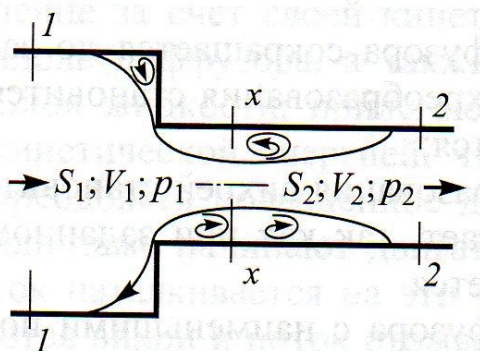


Рис. 3.3. Схема внезапного сужения потока

Потери напора потока обусловлены:

- трением при входе в узкий канал и образованием вихрей, так как частицы не обтекают входной угол, а срываются с него и сжимают кольцевое пространство вокруг суженной части потока, заполняя его малоподвижной завихренной жидкостью;
- потерями при последующем расширении канала.

Выражение, определяющее потери напора при ВСК, имеет вид:

$$h_{вс.} = h_{1-x} + h_{x-2} \quad \text{т.е.} \quad h_{вс.} = \zeta_{ок} \frac{V_x^2}{2g} + \frac{(V_x - V_2)^2}{2g} = \zeta_{вс} \frac{V_2^2}{2g},$$

где $\zeta_{ок}$ - коэффициент потерь напора на острой кромке при входе в узкий канал;

V_x - скорость в сечении ***x-x***;

$\zeta_{вс}$ - коэффициент потерь напора при внезапном сужении потока.

После преобразований находим $\zeta_{вс} = 0,5(1 - S_2/S_1)$. Для круглых сечений потока $S_1/S_2 = (r_1/r_2)^2$.

Вход потока в трубопровод можно рассматривать как сужение потока. При попадании потока в канал из бака (безграничного пространства, $S_1 = \infty$) коэффициент потерь напора равен **0,5**.

Конфузор.

Коническую сходящуюся часть канала называют **конфузором** (рис.3.4). Течение жидкости в конфузоре сопровождается постепенными увеличением скорости и падением давления, т.е. наблюдается движение жидкости, при котором **причин к возникновению вихрей и срывов потока нет или намного меньше.**

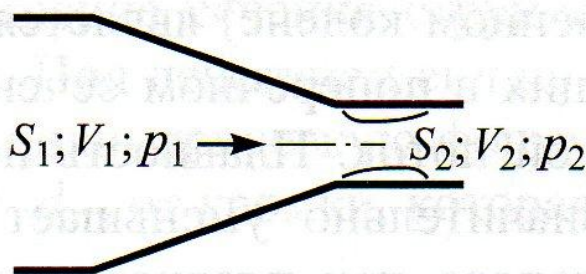


Рис. 3.4. Схема течения жидкости через конфузор

На выходе потока из конфузора возможно образование вихрей, и для их ликвидации применяют плавное сопряжение конической поверхности конфузора с поверхностью стенок канала на выходе (цилиндрической).

Конфузор с криволинейной образующей по форме сужающего поток представляет собой сопло с коэффициентом потерь напора в диапазоне $\zeta_{\text{сопл}} = 0,03...0,10$ в зависимости от степени n сужения и числа Re (большим числам Re соответствуют меньшие значения $\zeta_{\text{сопл}}$).

Поворот потока (рис.3.5).

Плавный поворот потока в канале осуществляется за счет изменения формы коленом (без закругления, рис.3.5. а) соединением двух прямых каналов под углом δ канала или с закруглением (рис.3.5, в).

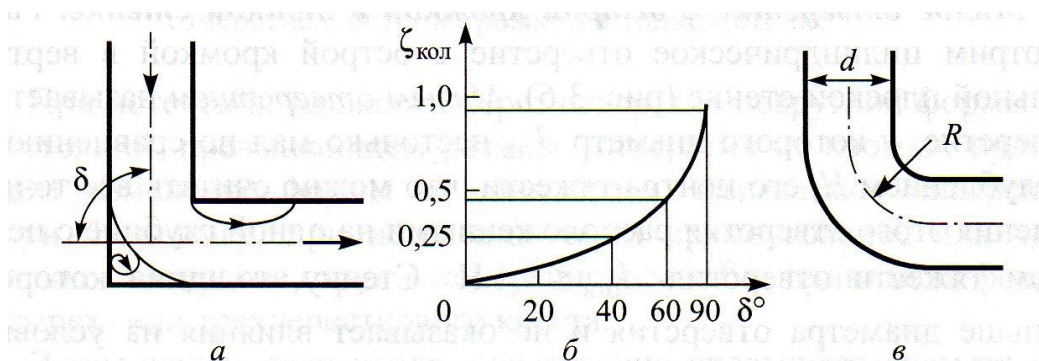


Рис. 3.5. Характеристики местного гидравлического сопротивления: а – колено без закругления; б – $\zeta_{\text{кол}} = f(\delta)$; в – закругленное колено

Колено без закругления, как правило, выполняется сверлением в корпусе, сваркой труб (в основном, с одинаковыми внутренними диаметрами d).

На участке отвода (после поворота) наблюдаются значительные потери напора, так как именно здесь происходит отрыв потока от стенок и образование вихрей. В итоге возможны потери напора $h_{\text{кол}} = \zeta_{\text{кол}} \cdot V^2 / 2g$ (рис. 3.5, б), где $\zeta_{\text{кол}}$ - коэффициент потерь напора в колене без закругления, зависящий от угла между двумя каналами и определяемый экспериментально; V - средняя скорость жидкости в колене.

Особенностью течения потока с плавным поворотом (в закругленном колене) является появление вихревых течений, возникающих в поперечном сечении потока и накладывающихся на основной поток. Плавность поворота (бóльший радиус закругления R) значительно уменьшает масштабы образования вихрей. Потери напора при плавном повороте зависят от величины внутреннего диаметра d канала (трубы), радиуса закругления R оси трубы, угла поворота δ в плоскости, $h_{\text{пп}} = \zeta_{\text{пп}} V^2 / 2g$, где $\zeta_{\text{пп}}$ - коэффициент потерь напора в плавном повороте потока, определяемый экспериментально. При увеличении отношения R/d коэффициент потерь $\zeta_{\text{пп}}$ снижается. Согласно экспериментальным данным: $\zeta_{\text{пп}} = 0,05 + 0,2d/R$ для $\delta = 90^\circ$ и $1,0 \leq d/R \leq 0,2$. При увеличении R/d коэффициент потерь $\zeta_{\text{пп}}$ снижается вследствие возрастания величины потерь на трение.