

Домашнее задание №2 (часть1)
по дисциплине «Теория вероятностей и случайные процессы»
для специальностей РЛ2 и РЛ6 (4-й семестр)

Задача №1. Известна плотность распределения случайной величины $\xi(\omega)$. Найти плотность распределения случайной величины $\eta(\omega) = \varphi(\xi(\omega))$.

№ варианта	Плотность распределения случайной величины $\xi(\omega)$	$\eta(\omega) = \varphi(\xi(\omega))$
1	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$	$\eta(\omega) = \ln \xi(\omega)$
2	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \operatorname{arctg} \xi(\omega)$
3	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}, & x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right); \\ 0, & x \notin \left(0, \frac{\pi}{2}\right); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \sin \xi(\omega)$
4	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, \quad x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \xi^3(\omega)$
5	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{3}{4a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), & x \leq a; \\ 0, & x > a; \end{cases}$	$\eta(\omega) = b^2 - \xi^2(\omega),$ $b > a$
6	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$ $\lambda > 0$	$\eta(\omega) = \sqrt{\xi(\omega)}$
7	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \exp \xi(\omega)$
8	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \xi^3(\omega) + 2$
9	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & x \in (0, a); \\ 0, & x \notin (0, a); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \xi^3(\omega)$
10	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$ $\lambda > 0$	$\eta(\omega) = \frac{1}{\xi^2(\omega)}$

№ варианта	Плотность распределения случайной величины $\xi(\omega)$	$\eta(\omega) = \varphi(\xi(\omega))$
11	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \arctg \xi(\omega)$
12	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x \in (0, \pi); \\ 0, & x \notin (0, \pi); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \cos \xi(\omega),$
13	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$ $\lambda > 0$	$\eta(\omega) = \xi^3(\omega)$
14	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \xi(\omega) $
15	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & x \in (0, a); \\ 0, & x \notin (0, a); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \xi^2(\omega)$
16	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \xi^3(\omega) + 1$
17	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases}$ $\lambda > 0$	$\eta(\omega) = \exp\{-\xi(\omega)\}$
18	$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, x \in \mathbb{R};$	$\eta(\omega) = \xi^2(\omega)$
19	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & x \in (0, a); \\ 0, & x \notin (0, a); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \sqrt{\xi(\omega)}$
20	$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x \in (0, \pi); \\ 0, & x \notin (0, \pi); \end{cases}$	$\eta(\omega) = \sin \xi(\omega)$

Задача №2.

Вариант 1.

Радиус шара $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию объема шара.

Вариант 2.

Сторона равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию радиуса описанной окружности.

Вариант 3.

Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ имеют следующие числовые характеристики: $M[\xi_1(\omega)] = -1$, $D[\xi_1(\omega)] = 2$, $M[\xi_2(\omega)] = 2$, $D[\xi_2(\omega)] = 4,5$, коэффициент корреляции $\rho_{\xi_1\xi_2} = 0,8$. Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариацию случайных величин $\eta_1(\omega) = 2\xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$ и $\eta_2(\omega) = \xi_2(\omega) - \xi_1(\omega)$.

Вариант 4.

Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена равномерно в интервале $(0,10)$, а случайная величина $\eta(\omega)$ имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 0,5$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varepsilon(\omega) = 2\xi(\omega) - 3\eta(\omega) + 5$, если коэффициент корреляции равен $\rho_{\xi\eta} = 0,7$.

Вариант 5.

Сторона квадрата $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(2,4)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади квадрата.

Вариант 6.

Медиана равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(2,4)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади треугольника.

Вариант 7.

Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена равномерно в интервале $(5,15)$, а случайная величина $\eta(\omega)$ имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 2$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varepsilon(\omega) = \eta(\omega) - 3\xi(\omega) + 1$, если коэффициент корреляции равен $\rho_{\xi\eta} = -0,4$.

Вариант 8.

Диаметр круга $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(2,4)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.

Вариант 9.

Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ имеют следующие числовые характеристики: $M[\xi_1(\omega)] = -1$, $D[\xi_1(\omega)] = 2,5$, $M[\xi_2(\omega)] = 2$, $D[\xi_2(\omega)] = 2$, $cov[\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)] = 2$. Найти математическое ожидание, дисперсию и коэффициент корреляции случайных величин $\eta_1(\omega) = \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$ и $\eta_2(\omega) = \xi_2(\omega) - 2\xi_1(\omega)$.

Вариант 10.

Диагональ квадрата $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(2,4)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади квадрата.

Вариант 11.

Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена равномерно в интервале $(0,10)$, а случайная величина $\eta(\omega)$ имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 1$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varepsilon(\omega) = \xi(\omega) - 2\eta(\omega) + 5$, если коэффициент корреляции равен $\rho_{\xi\eta} = -0,6$.

Вариант 12.

Сторона равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию радиуса вписанной окружности.

Вариант 13.

Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ имеют следующие числовые характеристики: $M[\xi_1(\omega)] = 2$, $D[\xi_1(\omega)] = 3$, $M[\xi_2(\omega)] = 5$, $D[\xi_2(\omega)] = 3$, коэффициент корреляции $\rho_{\xi_1\xi_2} = -0,7$. Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариацию случайных величин $\eta_1(\omega) = 2\xi_1(\omega) - \xi_2(\omega)$ и $\eta_2(\omega) = 3\xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$.

Вариант 14.

Ребро куба $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию объема куба.

Вариант 15.

Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена равномерно в интервале $(0,20)$, а случайная величина $\eta(\omega)$ имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 0,4$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varepsilon(\omega) = 2\eta(\omega) - \xi(\omega) + 5$, если коэффициент корреляции равен $\rho_{\xi\eta} = -0,5$.

Вариант 16.

Сторона равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади треугольника.

Вариант 17.

Радиус круга $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.

Вариант 18.

Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена равномерно в интервале $(2,10)$, а случайная величина $\eta(\omega)$ имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda = 3$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\varepsilon(\omega) = 3\xi(\omega) - \eta(\omega) + 1$, если коэффициент корреляции равен $\rho_{\xi\eta} = 0,4$.

Вариант 19.

Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ имеют следующие числовые характеристики: $M[\xi_1(\omega)] = 3$, $D[\xi_1(\omega)] = 3,5$, $M[\xi_2(\omega)] = 1,5$, $D[\xi_2(\omega)] = 2$, $cov[\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)] = -2$. Найти математическое ожидание, дисперсию и коэффициент корреляции случайных величин $\eta_1(\omega) = \xi_1(\omega) - 2\xi_2(\omega)$ и $\eta_2(\omega) = 3\xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$.

Вариант 20.

Высота равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1,3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади треугольника.