Домашнее задание №2 (часть2)
по дисциплине «Теория вероятностей и случайные процессы»
для специальностей РЛ2 и РЛ6 (4-й семестр)

Задача №3.

Совместная двумерная плотность распределения случайного вектора $\xi(\omega) = \begin{pmatrix} \xi_1(\omega) \\ \xi_2(\omega) \end{pmatrix}$ имеет вид

$$f_\xi(x, y) = \begin{cases} \alpha xy, & (x, y) \in G; \\ 0, & (x, y) \notin G, \end{cases}$$

где $G -$ прямоугольник $ABCD$.

Найти:

1) постоянную α;
2) одномерные плотности распределения компонент случайного вектора;
3) вероятность попадания случайного вектора $\xi(\omega) = \begin{pmatrix} \xi_1(\omega) \\ \xi_2(\omega) \end{pmatrix}$ в треугольник ABC.
4) проверить, являются ли случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ независимыми;
5) математическое ожидание и ковариационную матрицу случайного вектора $\xi(\omega) = \begin{pmatrix} \xi_1(\omega) \\ \xi_2(\omega) \end{pmatrix}$.

№ варианта	A	B	C	D	№ варианта	A	B	C	D
1	(2,1)	(2,3)	(5,3)	(5,1)	**11**	(1,2)	(1,5)	(3,5)	(3,2)
2	(2,3)	(5,3)	(5,1)	(2,1)	**12**	(1,5)	(3,5)	(3,2)	(1,2)
3	(5,3)	(5,1)	(2,1)	(2,3)	**13**	(3,5)	(3,2)	(1,2)	(1,5)
4	(5,1)	(2,1)	(2,3)	(5,3)	**14**	(3,2)	(1,2)	(1,5)	(3,5)
5	(2,2)	(2,4)	(5,4)	(5,2)	**15**	(5,4)	(5,2)	(2,2)	(2,4)
6	(2,4)	(5,4)	(5,2)	(2,2)	**16**	(5,2)	(2,2)	(2,4)	(5,4)
7	(2,1)	(5,1)	(5,3)	(2,3)	**17**	(1,2)	(3,2)	(3,5)	(1,5)
8	(5,1)	(5,3)	(2,3)	(2,1)	**18**	(3,2)	(3,5)	(1,5)	(1,2)
9	(5,3)	(2,3)	(2,1)	(5,1)	**19**	(3,5)	(1,5)	(1,2)	(3,2)
10	(2,3)	(2,1)	(5,1)	(5,3)	**20**	(1,5)	(1,2)	(3,2)	(3,5)

Задача №4.

Вариант 1.

Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определенной местности равно 180 дням. Найти вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 230 солнечных дней. Как изменится искомая вероятность, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение числа солнечных дней равно 10?

Вариант 2.

Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 600 мм. Каково минимальное количество осадков за год с вероятностью, не превышающей величины 0,8?

Вариант 3.

Математическое ожидание скорости ветра у земли для данной местности составляет $8\,\text{км/ч}$. Найти вероятность того, что скорость ветра превысит $20\,\text{км/ч}$ и что ее значение будет меньше $50\,\text{км/ч}$. Как изменятся искомые вероятности, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение скорости ветра равно $2\,\text{км/ч}$?

Вариант 4.

Дана последовательность $\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \cdots, \xi_n(\omega), \cdots$ независимых дискретных случайных величин. Ряд распределения случайной величины $\xi_k(\omega)$ имеет вид:

$\xi_k(\omega)$	$-k\alpha$	0	$k\alpha$
P	$\dfrac{1}{2^k}$	$1-\dfrac{1}{2^{k-1}}$	$\dfrac{1}{2^k}$

Проверьте, применим ли к этой последовательности закон больших чисел в форме Чебышева.

Вариант 5.

Вероятность случайного события равна $0{,}67$. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geq 0{,}98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклониться по абсолютной величине от его вероятности не более, чем на $0{,}01$? Решите задачу двумя способами: используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 6.

Проведено 200 измерений некоторой случайной величины. Известно, что дисперсия измерения для каждой случайной величины не превосходит 4. Оценить вероятность того, что отклонение по абсолютной величине среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превзойдет 0,2.

Вариант 7.

Вероятность случайного события равна 0,7. Используя неравенство Чебышева, найти вероятность того, что частота появления случайного события при проведении 200 испытаний отклонится от вероятности его появления по абсолютной величине не более, чем на 0,05. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 8.

Математическое ожидание скорости ветра на высоте 10 км равно 30 км/ч, а среднее квадратичное отклонение равно 5 км/ч. Какую скорость ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,85?

Вариант 9.

Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое может отклоняться от номинального на значение, не превышающее 1 В, с вероятностью 0,95. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать?

Вариант 10.

Дана последовательность $\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \cdots, \xi_n(\omega), \cdots$ независимых дискретных случайных величин. Ряд распределения случайной величины $\xi_k(\omega)$ имеет вид:

$\xi_k(\omega)$	$-k\alpha$	0	$k\alpha$
P	$\dfrac{1}{2k^2}$	$1-\dfrac{1}{k^2}$	$\dfrac{1}{2k^2}$

Проверьте, применим ли к этой последовательности закон больших чисел в форме Чебышева.

Вариант 11.

Вероятность случайного события равна 0,8. Проведено 1500 испытаний. Какому интервалу с вероятностью $P \geq 0{,}95$ принадлежит наблюдаемая частота случайного события? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 12.

Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 700 мм. Найти вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 800 мм осадков. Как изменится искомая вероятность, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение годового количества осадков равно 20 мм?

Вариант 13.

Вероятность случайного события равна 0,6. Используя неравенство Чебышева, найти вероятность того, что частота появления случайного события при проведении 1000 испытаний отклонится от вероятности его появления по абсолютной величине не более, чем на 0,02. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 14.

Дана последовательность $\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \cdots, \xi_n(\omega), \cdots$ независимых дискретных случайных величин. Ряд распределения случайной величины $\xi_k(\omega)$ имеет вид:

$\xi_k(\omega)$	$-\sqrt{k}$	$\sqrt{k}$
P	$1/2$	$1/2$

Проверьте, применим ли к этой последовательности закон больших чисел в форме Чебышева.

Вариант 15.

Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится не менее 85 и не более 95 раз.

Вариант 16.

Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определенной местности равно 150 дням. Найти вероятность того, что в данном году здесь число солнечных дней будет находиться в интервале $120 - 180$ дней, если среднее квадратичное отклонение числа солнечных дней равно 10?

Вариант 17.

Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна $0{,}9$. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $0{,}98$ можно было ожидать, что событие появится не менее 150 раз.

Вариант 18.

Вероятность случайного события равна $0{,}9$. Используя неравенство Чебышева, найти вероятность того, что частота появления случайного события при проведении 500 испытаний отклонится от вероятности его появления по абсолютной величине не более, чем на $0{,}01$. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с помощью интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 19.

Вероятность случайного события равна $0{,}9$. Проведено 6400 испытаний. Какова вероятность того, что наблюдаемая частота появления случайного события лежит в интервале $0{,}9 \pm 0{,}01$? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 20.

За значение некоторой величины принимают среднее арифметическое 500 измерений. Предполагая, что среднее квадратичное отклонение возможных результатов каждого измерения не превосходит $0{,}5$, оценить вероятность того, что отклонение найденного таким образом значения величины от истинного не превосходит $0{,}2$.