

Вопросы и задачи для подготовки к рубежному контролю №2 по теории вероятностей (РЛ2 и РЛ6, 4-й семестр), 2020г.

Теоретическая часть

Скалярные случайные величины

1. Определение скалярной случайной величины. Сформулируйте определение функции распределения скалярной случайной величины. Перечислите основные свойства функции распределения.

Дискретные случайные величины

2. Определение дискретной случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Функция распределения дискретной случайной величины и ее график.
3. Примеры распределений дискретных случайных величин¹: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона.

Непрерывные случайные величины

4. Определение непрерывной случайной величины. Сформулируйте определение плотности распределения (вероятностей) непрерывной случайной величины. Перечислите основные свойства плотности распределения (вероятностей) непрерывной случайной величины.
5. Примеры распределений непрерывных случайных величин²: равномерное распределение, экспоненциальное распределение, нормальное распределение. Вычисление вероятности попадания случайной величины в заданный промежуток (для перечисленных распределений).
6. Интеграл вероятностей. Перечислите основные свойства интеграла вероятностей. Интеграл Лапласа.

Случайные векторы

7. Определение n – мерного случайного вектора. Сформулируйте определение совместной функции распределения n – мерного случайного вектора. Перечислите основные свойства совместной функции распределения двумерного случайного вектора.
8. Определение дискретной двумерной случайной величины. Каким образом задается дискретная двумерная случайная величина? Функция распределения дискретной двумерной случайной величины.

¹ Для перечисленных распределений записать закон распределения случайной величины.

² Для перечисленных распределений записать вид плотности распределения (вероятностей) и функции распределения, построить графики этих функций.

9. Определение непрерывной двумерной случайной величины. Сформулируйте определение плотности распределения (вероятностей) непрерывной двумерной случайной величины. Перечислите основные свойства плотности распределения (вероятностей) непрерывной двумерной случайной величины.
10. Определение независимых случайных величин. Сформулируйте критерий независимости непрерывных случайных величин.
11. Нахождение условной функции распределения для дискретной двумерной случайной величины.
12. Нахождение условной функции распределения и плотности распределения (вероятностей) для непрерывной двумерной случайной величины.

Функции от случайных величин

13. Определение функции от скалярной случайной величины. Нахождение закона распределения (функции распределения) функции от случайной величины.
14. Нахождение плотности распределения (вероятностей) монотонной и кусочно-монотонной функции от непрерывной случайной величины.
15. Определение функции от двумерной случайной величины. Что называют сверткой плотностей распределения случайных величин?

Числовые характеристики случайных величин

16. Сформулируйте определение математического ожидания дискретной случайной величины. При каком условии существует математическое ожидание дискретной случайной величины, принимающей счетное число значений? Сформулируйте определение математического ожидания непрерывной случайной величины. При каком условии существует математическое ожидание непрерывной случайной величины? Перечислите свойства математического ожидания случайной величины.
17. Сформулируйте определение дисперсии случайной величины. Запишите формулы для вычисления дисперсии дискретной и непрерывной случайных величин. Перечислите свойства дисперсии случайной величины.
18. Сформулируйте определение ковариации двух случайных величин. Перечислите свойства ковариации.
19. Сформулируйте определение коэффициента корреляции двух случайных величин. Перечислите свойства коэффициента корреляции. Какие случайные величины называют некоррелированными?

20. Сформулируйте определение ковариационной матрицы двумерного случайного вектора. Перечислите свойства ковариационной матрицы.

Задачи

Задача 1. Из 10 деталей, среди которых 2 нестандартных, наудачу выбирают 3 детали. Найдите:

- 1) закон распределения случайной величины $\xi(\omega)$ – числа нестандартных деталей среди отобранных;
- 2) функцию распределения случайной величины $\xi(\omega)$ и постройте ее график;
- 3) математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\xi(\omega)$.

Задача 2. Непрерывная случайная величина $\xi(\omega)$ распределена по закону «равнобедренного треугольника» на отрезке $[-1, 1]$:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 1 + x, & -1 \leq x < 0; \\ 1 - x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x < -1 \text{ и } x > 1. \end{cases}$$

Найдите:

- 1) функцию распределения случайной величины $\xi(\omega)$;
- 2) математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\xi(\omega)$;
- 3) вероятность того, что случайная величина $\xi(\omega)$ примет значения меньше своего математического ожидания.

Задача 3. Случайная величина $\xi(\omega)$ распределена по экспоненциальному закону с параметром λ . Найти плотность распределения случайной величины $\eta(\omega) = \exp(-\xi(\omega))$.

Задача 4. Случайные величины $\xi(\omega)$ и $\eta(\omega)$ независимы и равномерно распределены в интервале $(0, 5)$. Найти плотность распределения случайной величины $\varepsilon(\omega) = \xi(\omega) + \eta(\omega)$.

Задача 5. Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ имеют следующие числовые характеристики: $M[\xi_1(\omega)] = -0,5$, $D[\xi_1(\omega)] = 3$, $M[\xi_2(\omega)] = 1$, $D[\xi_2(\omega)] = 2,9$, $cov[\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)] = 2$. Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариацию случайных величин $\eta_1(\omega) = 3\xi_1(\omega) - 2\xi_2(\omega)$ и $\eta_2(\omega) = 5\xi_2(\omega) - \xi_1(\omega)$.

Задача 6. Высота равностороннего треугольника $\xi(\omega)$ – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(1, 2)$. Найти математическое ожидание и дисперсию площади треугольника.