Домашнее задание №2 «Случайные величины»
по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»
для специальности РТ2, 4-й семестр, 2021 г.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 1

1. Игральную кость бросают до тех пор, пока цифра 6 не выпадет дважды (не обязательно подряд). Случайная величина X равна числу потребовавшихся для этого бросаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X подчиняется распределению Релея:
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \ln X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & -1{,}5 \\ -1{,}5 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > -1)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 2

1. Эксперимент состоит в извлечении наудачу карты из колоды, содержащей 36 карт. Извлечённая карта затем возвращается в колоду и колода перетасовывается. Эксперимент проводится до появления первого короля. Случайная величина X равна количеству проведённых экспериментов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \operatorname{arctg} X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (3; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}45 \\ 0{,}45 & 0{,}71 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > 1{,}1)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 3

1. Вероятность получить клок шерсти с наудачу взятой паршивой овцы составляет 0,1. Из стада случайным образом выбирают 4 паршивые овцы. Случайная величина X равна количеству полученных с них клоков шерсти. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Значения острого угла ромба со стороной a распределены равномерно в интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Найдите плотность распределения вероятностей площади ромба.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3 y, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (-0{,}15; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 4

1. В урне находится один белый шар и два чёрных. Испытание состоит в извлечении одного шара из урны, который после определения его цвета возвращается обратно в урну. Испытания прекращаются после второго появления белого шара. Случайная величина X равна количеству извлечённых в процессе этих испытаний чёрных шаров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^3$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0{,}5; 0{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P\left(\xi - \eta > \sqrt{24}\right)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 5

1. Вероятность того, что случайно выбранный пассажир электропоезда Москва-Тула везёт с собой самовар, равна 0,5. Наудачу выбираются 5 пассажиров указанного поезда. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые везут с собой самовар. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и средне-квадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4}(1 - x^2), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = 1 - X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x^3} < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; 5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > -1)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 6

1. На прилавке стоят 4 включённых телевизора, в одном из которых спрятался Заяц. Чтобы обнаружить его, нужно выключить соответствующий телевизор. Волк начинает наудачу выключать телевизоры, пока не обнаружит Зайца. Случайная величина X равна количеству выключенных телевизоров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \le 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} 2(x+2)/25, & x \in (-2;3), \\ 0, & x \notin (-2;3). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4; 3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 2 \mid \eta = 2)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 7

1. Людоед может превращаться в разных зверей, при этом в мышь он превращается с вероятностью 0,2. Людоед демонстрирует своё искусство Коту в сапогах. Как только Людоед превращается в мышь, Кот в сапогах съедает его. Случайная величина X равна количеству зверей, в которых людоед успел превратиться, не считая мыши. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Найдите плотность распределения вероятностей площади круга, если его радиус – случайная величина, имеющая равномерное распределение с математическим ожиданием $5/2$ и дисперсией $3/4$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (1{,}5; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 2 \mid \eta = 2)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 8

1. Вероятность того, что мужик перекрестится раньше, чем грянет гром, равна 0,05. Пять мужиков прогуливались в поле накануне грозы. И тут грянул гром. Случайная величина X равна количеству мужиков, перекрестившихся до того, как грянул гром. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 2$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = e^X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 5/3 \\ 5/3 & 25 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(1 < \xi < 2 \mid \eta = 0{,}5)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 9

1. На полке 5 книг, одна из которых – «Краткий курс теории вероятностей». Остальные книги не имеют отношения к теории вероятностей. Студент, желающий подготовиться к экзамену по теории вероятностей, берёт наудачу книги с полки (по одной), пока не возьмёт нужную. Случайная величина X равна количеству взятых книг. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Найдите плотность распределения вероятностей объёма куба, ребро которого – случайная величина X, распределённая равномерно на отрезке $[0, a]$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{3}}{3} & 4 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(-1 < \xi < 1 \,\middle|\, \eta = \sqrt{3}\right)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 10

1. Вероятность того, что письмо, адресованное на деревню дедушке Константину Макарычу, будет доставлено адресанту, равна 0,03. Ванька отправил 4 таких письма. Случайная величина X равна количеству писем, полученных дедушкой. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = |X|$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y, \ (x,y) \in G, \\ 0, \ (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (4; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 9 \mid \eta = 2)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 11

1. Касим, проникший в сокровищницу сорока разбойников, забыл заклинание, открывающее волшебную дверь. Пытаясь выйти на свободу, он произносит перед дверью различные приходящие на ум слова до тех пор, пока дверь не откроется, после чего Касим умолкает. Требуемое слово может прийти на ум с вероятностью 0,1. Случайная величина X равна количеству произнесённых Касимом слов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Цилиндрический вал имеет погрешность изготовления и поэтому измеренное значение его диаметра – случайная величина, равномерно распределённая на отрезке $[a, b]$. Найдите плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < \sqrt[4]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, \ (x, y) \in G, \\ 0, \ (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (2; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3/4 & -3/4 \\ -3/4 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 12

1. В первой урне два белых шара и один чёрный, во второй – один белый. Из наудачу выбранной урны извлекается шар. Цвет его записывается, а сам шар возвращается обратно в урну, из которой был извлечён. Извлечение прекращается после появления второго белого шара. Случайная величина X равна количеству извлечений шаров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. На окружности единичного радиуса с центром в начале координат случайным образом выбирается точка. Найдите плотность распределения абсциссы этой точки, если положение точки на окружности – равномерно распределённая случайная величина.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^2. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (6; 10)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 13

1. По мишени ведётся стрельба до первого попадания. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,3. Случайная величина X равна количеству промахов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. На окружность радиуса R брошены две точки. Считая, что длина хорды, соединяющей эти точки – случайная величина с равномерным распределением, найдите плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[4]{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} axy^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0{,}6; 0{,}3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & 0{,}81 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 14

1. Вероятность того, что женщина, кричавшая «ура», бросит в воздух чепчик, равна 0,7. Четыре женщины кричат «ура». Случайная величина X равна количеству брошенных в воздух чепчиков. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \le 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} 2(x+2)/9, & x \in (-2;1), \\ 0, & x \notin (-2;1). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[3]{x^2}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ay^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (2; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 13 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 15

1. В шахматном кабинете железнодорожного клуба, куда проник И. М. Воробьянинов, стоят 4 стула. В одном из стульев находятся запрятанные буржуазией драгоценности. Воробьянинов вспарывает ножом сиденья стульев, пока не найдёт драгоценности. Случайная величина X равна количеству испорченных стульев. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \cos X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, \ (x, y) \in G, \\ 0, \ (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (2; 7)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 16 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 16

1. В квартире завёлся Барабашка. Для его обнаружения жильцы вызывают экстрасенса. За один вызов экстрасенс может обнаружить Барабашку с вероятностью 0,6. Экстрасенса вызывают до тех пор, пока он не обнаружит Барабашку. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого вызовов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 2$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = -2X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[3]{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 3 \mid \xi = 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 17

1. Некий ясновидец устроился на работу в организацию, занимающуюся долгосрочным прогнозированием. Ясновидец делает предсказания относительно будущего, которые сбываются с вероятностью 0,6. После второго несбывшегося предсказания ясновидца увольняют. Случайная величина X равна числу сделанных до увольнения сбывшихся предсказаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Найдите плотность распределения вероятностей объёма шара, если его радиус – случайная величина, имеющая равномерное распределение с математическим ожиданием 3 и дисперсией 3.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (5; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}5 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 0{,}5 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 5{,}5 \mid \xi = 1)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 18

1. Из пяти колод, в каждой из которых содержится 36 карт, берут наудачу 5 карт, по одной карте из каждой колоды. Случайная величина X равна количеству королей среди взятых карт. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Измеренное значение стороны квадрата – случайная величина X с плотностью распределения
$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x, & x \in (0,\pi), \\ 0, & x \notin (0,\pi). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей площади квадрата.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^3. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (10; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 40 & -8\sqrt{10} \\ -8\sqrt{10} & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(|\eta| < \frac{8\sqrt{2}}{3} \,\middle|\, \xi = 10\right)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 19

1. Вероятность того, что накормленный волк будет смотреть в лес, равна 0,9. Пойманного в лесу волка кормят каждый день до тех пор, пока он не перестанет смотреть в лес, после чего волка отпускают. Случайная величина X равна числу дней, в течение которых накормленный волк смотрел в лес. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \le 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $[-1; 2]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x^4. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ay^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1{,}08 & -0{,}54 \\ -0{,}54 & 1{,}08 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 0{,}6 \mid \xi = 4)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 20

1. Вероятность испортить кашу дополнительной порцией масла составляет 0,4. В каждую из четырёх тарелок каши в студенческой столовой положили дополнительную порцию масла. Случайная величина X равна количеству тарелок, каша в которых была вследствие этого испорчена. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $[0;\pi]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \sin X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[4]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X,Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} axy^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4;-3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(5 < \xi < 14 \mid \eta = 1)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 21

1. Вероятность вышибить клин клином с одной попытки составляет 0,4 и не меняется от одной попытки к другой. Клин вышибают клином до тех пор, пока не вышибут. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого попыток. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} x^{-2}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \frac{1}{X}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (3; 3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & -1/2 \\ -1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 22

1. Аладдин нашёл в пещере пять ламп, в одной из которых живёт Джин. Аладдин по очереди протирает лампы до тех пор, пока из одной из них не появляется Джин. Случайная величина X равна количеству протёртых Аладдином ламп. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} (2-x)/2\,, & x \in (0;2), \\ 0, & x \notin (0;2). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = 2 - X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x^3}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1;1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & -1/3 \\ -1/3 & 1/9 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 23

1. Монету последовательно бросают до тех пор, пока «орёл» не выпадет дважды, не обязательно подряд. Случайная величина X равна количеству «решек», выпавших в процессе этих бросаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т. е. $C = \frac{1}{t}$. Найдите плотность распределения случайной величины C, если закон распределения t экспоненциальный с параметром $\lambda = 3$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3, \ (x,y) \in G, \\ 0, \ (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; -0{,}3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1/6 \\ 1/6 & 0{,}09 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 24

1. Вероятность того, что терпеливый казак станет атаманом, равна $0{,}75$. Имеется 4 терпеливых казака. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые стали атаманами. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2 + 1$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (4; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 4/3 \\ 4/3 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 25

1. Серенький козлик регулярно совершает прогулки в лес, где его могут с вероятностью $7/8$ съесть злые волки. Серенький козлик совершает прогулки в лес до тех пор, пока его не съедят. Случайная величина X равна количеству прогулок, после которых серенький козлик возвращался из леса. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\, x^2, & x \in (-1;1), \\ 0, & x \notin (-1;1). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = |X|$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X,Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0;1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2/3 \\ -2/3 & 16/9 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 26

1. Вероятность того, что яблоко упадёт недалеко от яблони составляет $5/6$. С яблони упало 5 яблок. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые упали недалеко от яблони. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 1$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 0{,}2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 18 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 1 \mid \xi = 3)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 27

1. В одном из пяти мешков, лежащих в амбаре, утаили шило. В поисках шила по очереди перебирают каждый из мешков. Случайная величина X равна количеству мешков, которые пришлось перебрать до тех пор, пока шило не было найдено. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\pi^2}, & x \in (0;\pi), \\ 0, & x \notin (0;\pi). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \cos X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X,Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ay^3, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (1;4{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 5/3 \\ 5/3 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(1 < \xi < 3 \mid \eta = 0{,}5)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 28

1. Во время укуса комара могут прихлопнуть с вероятностью $2/3$. Комар кусает до тех пор, пока его не прихлопнут. Случайная величина X равна количеству сделанных укусов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[1; 4]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \sqrt{X}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2y^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (15; 15)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \eta < 2 \mid \xi = 2)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 29

1. Вероятность выигрыша в лотерею равна 0,1. Покупают билеты этой лотереи до тех пор, пока среди всех купленных билетов не окажется два выигрышных, при этом выигрышные билеты не обязательно должны быть куплены подряд. Случайная величина X равна количеству купленных билетов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \le 3$.

2. Случайная величина X подчиняется распределению Релея:
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \ge 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \frac{X^2}{2\sigma^2}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ay^5, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{3}}{3} & 4 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(-1 < \eta < 1 \mid \xi = \sqrt{3}\right)$.

№	1	2	3	4	**min**
Баллы	2	2	2	2	**5**

ВАРИАНТ 30

1. Вероятность без труда вытащить из пруда рыбку равна 0,2. Четверо рыбаков отправились на пруд. Случайная величина X равна количеству тех из них, кому без труда удалось вытащить рыбку. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^4$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x^2. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \eta < 9 \mid \xi = 2)$.