

**Теория вероятностей и математическая статистика**  
**3 семестр, ИУ5 (2017-18 уч.г.)**  
**Домашнее задание**  
**„Кратные интегралы и числовые ряды“**

**ВАРИАНТ 1**

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = 9x$ ,  $x = y$ ,  $x + y = 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ,  $z = x^2 + y^2 + 1$  (внутри параболоида).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^{17} + n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2n}}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{5n}{5n+2} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^4} \right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}.$$

**ВАРИАНТ 2**

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 - 4y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x = 4$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 9$ ,  $z = 0$ ,  $z = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{(2n^2+1)^5}}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n - 2)}.$$

## ВАРИАНТ 3

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = 4x$ ;  $z^2 = 4 - 4x$ ;  $y = 0$ ;  $x + y = 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ ;  $z = 0$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n-1}{7n+2} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{3n^2-1}{2n^2+15} \right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n(\ln n)^2}.$$

## ВАРИАНТ 4

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 = 4y$ ;  $y + z = 4$ ;  $y + 2z = 4$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$ ;  $x + y + z = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+19}{\sqrt{n^2-1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)^3 \ln \frac{n^5+1}{n^5}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3^{n-1}}.$$

## ВАРИАНТ 5

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $y = x^2$ ;  $y = 1$ ;  $z = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объемы частей шара  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ , на которые он делится плоскостью  $z = 1$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n(n+3)}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n!)^2}{2n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n-1)^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2}.$$

## ВАРИАНТ 6

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - y^2$ ;  $x = 0$ ;  $z = x$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ ;  $z = 0$ ;  $x + y + z = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n^3-1)^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{(2n+5)!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+3}{n}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n^2 + 15}{7n^2}.$$

## ВАРИАНТ 7

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 1 - x^2$ ;  $z = 1 - y^2$ ;  $z = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $z = \sqrt{7}$ ,  $z = 2\sqrt{3}$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{(3n)^3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n-3}\right)^{2n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \dots (10n-9)}{(2n-1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

## ВАРИАНТ 8

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4xy$ ;  $z = 0$ ;  $y = 2$ ;  $x + y = 4$ ,  $y > 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 8 - y^2$ ;  $z = 2x^2 + y^2$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} n^3; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln^3(n+2)}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(2n)!}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sqrt[3]{n^2} \arcsin 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3n}}}.$$

## ВАРИАНТ 9

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = y$ ,  $z^2 = 4 - y$ ,  $x + y = 4$ ,  $x = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 9 - x^2 - y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 4$  (вне цилиндра).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n - 2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \arctg \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{3n^3 + 1}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{5}{2n+1} \right)^n.$$

## ВАРИАНТ 10

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 4$ ;  $x^2 + y^2 = 9$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ ;  $y = 0$ ;  $z = y$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg} \frac{8}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{tg} \frac{10}{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 5}{7n^5 + n^3 \ln n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! 2^n}{(n!)^2 \cdot 3^n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{n+3}{n+4} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{5n-1}{5n+1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln^3(n+2)}{n+2}.$$

## ВАРИАНТ 11

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x, y) dx.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = 4y$ ;  $x = y$ ;  $x + y = 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ ;  $z = x^2 + y^2$  (внутри параболоида).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n+2}\right)^{n/2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \arcsin \frac{3}{\sqrt{5n}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3 n}}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \ln n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2+4)}{3n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{2n^4+9n^2+1}.$$

## ВАРИАНТ 12

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования: 
$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^0 f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2$ ;  $z = 1 - y^2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = 0$ ;  $z = 0$ ;  $x + y + z = 4$ ;  $2x + z = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{2}{3}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^3+3}{n^3}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \sin \frac{2}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2+1}{5n^2+9 \ln n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{3n+1}\right)^n.$$

## ВАРИАНТ 13

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = y$ ;  $y = x^2$ ;  $z = 2 - y$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ ;  $z = 0$ ;  $z = 6 - x$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(3n+1)}{\sqrt{n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{5^n \cdot n!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n^3}}\right).$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(\ln n)^n}.$$

## ВАРИАНТ 14

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = 0$ ;  $y = 1$ ;  $y = 2x$ ;  $y = 6 - x$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 = x^2 + y^2$ ;  $2z^2 = x^2 + y^2 + 1$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+4}\right)^{n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+2)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\ln n)^n}.$$

## ВАРИАНТ 15

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 2 - x^2$ ;  $z = x$ ;  $y = x$ ;  $y = 2x$  ( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ).

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ ;  $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n^5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+3}{n+5} \right)^{n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5n^2 + 1}{7n^2 - n + 3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{3n\sqrt{n} + \ln n}.$$

## ВАРИАНТ 16

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = y^2$ ;  $z = 4$ ;  $y = 3 - x$ ;  $x = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  (вне цилиндра).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{4n^3 + 5n + 3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n}{n+3} \right)^n; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2 + 1}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \sin \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n\sqrt{n} + 3 \ln n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3n\sqrt{n} + \ln n}.$$

## ВАРИАНТ 17

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = 2x^2 + 2y^2$ ;  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 0$ ;  $y = 2 + 2x$ ;  $y = x/2 - 1$ ;  $x + y = 2$ ;  $z = 1 + y^2$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2^n}{n3^n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 4}{n^2 + 5}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n+5}\right)^n.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[n]{10}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{(\sqrt{2})^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n+2}}.$$

## ВАРИАНТ 18

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}-2} f(x, y) dy.$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = x^2 + 2y^2$ ;  $y = x$ ;  $y = 2x$ ;  $x = 1$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 10 - x^2$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 = 4$ ;  $x^2 + y^2 = 9$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[5]{n^4+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n+4)3^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n \ln^5 n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln^2 n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+10}{(n+1)\sqrt{n+1}}.$$

## ВАРИАНТ 19

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z^2 + 2y^2 = 8$ ;  $y = x - 2$ ;  $y = -x - 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 0$ ;  $z = 4 - x^2 - y^2$ ;  $z = 2(4 - x^2 - y^2)$ ;  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ;  $y = \sqrt{3}x$  ( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{(n+2)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n+1}\right)^{n/2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n + \ln^2 n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n^3}}\right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n n!}{n^n}.$$

## ВАРИАНТ 20

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy.$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + 2y^2$ ;  $z = 8 - x^2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = \frac{2}{y}$ ;  $x+y+z = 3$ ;  $z + y - 2x = 3$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^2} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt[3]{3n}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{(2n)!}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{\ln^5 n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 1}{2n^2 - 1}.$$

## ВАРИАНТ 21

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2 - y^2$ ;  $z = 4 - 2y$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - y^2$ ;  $z = 0$ ;  $y = 2 - x^2$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n}{5n+2} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^4} \right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3+n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{n^{17} + n^2}.$$

## ВАРИАНТ 22

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ ;  $y + z = 4$ ;  $z = 0$ ;  $y = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 6$ ;  $z = 10 - x^2 - y^2$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{2n^2 - n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n - 2)}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2n^2 + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( \frac{1}{2n+1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

## ВАРИАНТ 23

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{(0)}^{(8/3)} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 8 - x^2$ ;  $z = 3y$ ;  $z = 8 - y$ ;  $y = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 5 - x^2 - y^2$ ;  $z = 1$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n-1}{7n+2} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n} - 1)^2; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^n}{n!}.$$

## ВАРИАНТ 24

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $4z = x^2$ ;  $y = 0$ ;  $y + z = 4$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = 1$ ;  $z = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 3^{n-1}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{2n+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 2^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}.$$

## ВАРИАНТ 25

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y + z = 2$ ;  $z = 0$ ;  $4z + 2y + x = 8$ ;  $2z + x + y = 4$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = 2x$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 1}{3n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+3}{n}\right)^n.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакпеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+2}{(n^3-1)^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{2n+5}.$$

## ВАРИАНТ 26

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y + z = 2$ ;  $y = 0$ ;  $z = 2x^2$ ;  $z = 4x^2 - 2$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 5 - x^2 - y^2$ ;  $z = 5 - 4x$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакпеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n}{n+2}\right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

## ВАРИАНТ 27

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-3}^0 dx \int_0^{3+x} f(x, y) dy + \int_0^3 dx \int_{2x}^{3+x} f(x, y) dy.$$

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 0$ ;  $y = x + 1$ ;  $y = 5 - x$ ;  $y = \sqrt{4 - z}$ ;  $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - z}$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = x$ ;  $y = -x$ ;  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x = 4$ ;  $z = 0$ ;  $z = x$  ( $x \geq 0$ ).

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^5(n+1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n-3}\right)^{2n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \dots (10n-9)}{(2n-1)!}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^3}{(n+1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{2} - 1); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(3n)^2}.$$

## ВАРИАНТ 28

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 1 - x^2$ ;  $z = 1 - 4y^2$ ;  $z = 0$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 - y^2 + z^2 = 5$ ;  $x^2 + z^2 = 9$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100 \cdot 102 \cdot 104 \dots (98 + 2n)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n \arccos \frac{1}{n^3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \arctg \frac{1}{4^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{3n\sqrt{n} + \ln n}.$$

## ВАРИАНТ 29

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dy \int_{y/2}^{2y} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{y/2}^{2/y} f(x, y) dx$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 4 - x^2$ ;  $y = 0$ ;  $z = y$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 12 - x^2$ ;  $z = 2x^2 + 3y^2$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n+4} \right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{(n+2)!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} \left( \frac{n+2}{n} \right)^{n^2}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{(n+3)\sqrt{n}}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln^2(n+1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( 1 - \cos \frac{1}{n} \right);$$

## ВАРИАНТ 30

В задачах 1–3 сделать поясняющие рисунки.

**Задача 1** (1 балл). Изменить порядок интегрирования:  $\int_2^4 dx \int_{x/2}^x f(x, y) dy$ .

**Задача 2** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x$ ;  $x = y^2$ ;  $z = 2 - x$ .

**Задача 3** (1 балл). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ;  $z = 2x^2 + 2y^2$ ;  $x^2 + (y-2)^2 = 4$ .

**Задача 4** (2 балла). Исследовать на сходимость следующие знакоположительные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n}{4n+5} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{1}{3n^2 - n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+4)3^n}{(2n)!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-\sqrt{n}}}{n}.$$

**Задача 5** (1 балл). Исследовать на сходимость следующие знакопеременные числовые ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n - \sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln^4 n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}.$$