

Теория вероятностей и математическая статистика
3-й семестр, РТ5 (2020-21 уч. год)
Модуль 1, рубежный контроль
Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы
(2 балла)

1. Дайте определение квадратуемой фигуры на плоскости и площади такой фигуры и перечислите свойства площади.
2. Дайте определение интегрируемой функции двух переменных и двойного интеграла.
3. Перечислите свойства двойного интеграла.
4. Сформулируйте теорему о площади квадратуемой области в криволинейных координатах и теорему о замене переменных в двойном интеграле.
5. Дайте определение кубуемого тела и множества объёма нуля.
6. Дайте определение интегрируемой функции трёх переменных тройного интеграла.
7. Сформулируйте теорему о представлении тройного интеграла в виде повторного.
8. Напишите формулы, связывающие цилиндрические и сферические координаты с прямоугольными.
9. Дайте определение числового ряда, частичной суммы ряда и сходящегося ряда.
10. Перечислите свойства сходящихся числовых рядов.
11. Дайте определения абсолютной и условной сходимости числового ряда.
12. Сформулируйте теорему о перестановке членов абсолютно сходящегося числового ряда и теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося числового ряда.

Теоретические вопросы
(3 балла)

1. Приведите пример неинтегрируемой функции двух переменных и объясните, почему она неинтегрируема.
2. Докажите ограниченность интегрируемой функции двух переменных.
3. Сформулируйте и докажите теорему о представлении двойного интеграла в виде повторного и её обобщение для области, правильной в направлении координатной оси.

4. Сформулируйте и докажите необходимый признак сходимости числового ряда и приведите пример, подтверждающий, что этот признак не является достаточным.
5. Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда и докажите с его помощью, что гармонический ряд расходится.
6. Сформулируйте и докажите признак сравнения в виде неравенства для знакоположительных рядов.
7. Сформулируйте и докажите предельный признак сравнения для знакоположительных рядов.
8. Сформулируйте и докажите интегральный признак Коши сходимости числового ряда.
9. Сформулируйте и докажите признак Даламбера сходимости числового ряда.
10. Сформулируйте и докажите радикальный признак Коши сходимости числового ряда.
11. Докажите, что из абсолютной сходимости числового ряда следует его сходимость.
12. Сформулируйте и докажите признак Лейбница для знакочередующихся рядов и следствие из него об оценке остатка ряда.

Примеры задач

1. **(2 балла)** Измените порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

2. **(2 балла)** Вычислите объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x + 2y + 3z = 6, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

3. **(1 балл)** Исследуйте на сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n n!}{3^n n^n}.$$

4. **(1 балл)** Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n^2 - \ln n}.$$