Домашнее задание №2 «Случайные величины»
по курсу «Теория вероятностей и случайные процессы»
для специальности РТ1, 4-й семестр, 2021 г.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 1

1. Игральную кость бросают до тех пор, пока цифра 6 не выпадет дважды (не обязательно подряд). Случайная величина X равна числу потребовавшихся для этого бросаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X подчиняется распределению Релея:
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \ln X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & -1{,}5 \\ -1{,}5 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > -1)$.
5. Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определённой местности равно 150 дням. Найдите вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 200 солнечных дней. Как изменится искомая вероятность, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение числа солнечных дней равно 10?

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 2

1. Эксперимент состоит в извлечении наудачу карты из колоды, содержащей 36 карт. Извлечённая карта затем возвращается в колоду и колода перетасовывается. Эксперимент проводится до появления первого короля. Случайная величина X равна количеству проведённых экспериментов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \operatorname{arctg} X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, \ (x, y) \in G, \\ 0, \ (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (3; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}45 \\ 0{,}45 & 0{,}71 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > 1{,}1)$.

5. Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 600 мм. Какое количество осадков за год можно ожидать с вероятностью не менее 0,8? Как изменится ответ задачи, если будет известно, что среднеквадратичное отклонение годового количества осадков равно 50 мм?

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 3

1. Вероятность получить клок шерсти с наудачу взятой паршивой овцы составляет 0,1. Из стада случайным образом выбирают 4 паршивые овцы. Случайная величина X равна количеству полученных с них клоков шерсти. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Значения острого угла ромба со стороной a распределены равномерно в интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Найдите плотность распределения вероятностей площади ромба.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (-0{,}15; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > 0)$.

5. Математическое ожидание скорости ветра у земли в данной местности составляет 8 км/ч. Найдите вероятность того, что скорость ветра превысит 20 км/ч и что она будет меньше 50 км/ч. Как изменятся искомые вероятности, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение скорости ветра равно 2 км/ч?

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 4

1. В урне находится один белый шар и два чёрных. Испытание состоит в извлечении одного шара из урны, который после определения его цвета возвращается обратно в урну. Испытания прекращаются после второго появления белого шара. Случайная величина X равна количеству извлечённых в процессе этих испытаний чёрных шаров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^3$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0{,}5; 0{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P\left(\xi - \eta > \sqrt{24}\right)$.

5. Ежедневная потребность предприятия в электроэнергии составляет в среднем 100 кВт·ч. Какой расход электроэнергии можно наблюдать в любой день с вероятностью не менее 0,75? Как изменится ответ задачи, если будет известно, что значение среднеквадратичного отклонения ежедневного расхода электроэнергии составляет 10 кВт·ч?

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 5

1. Вероятность того, что случайно выбранный пассажир электропоезда Москва-Тула везёт с собой самовар, равна 0,5. Наудачу выбираются 5 пассажиров указанного поезда. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые везут с собой самовар. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и средне-квадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = 1 - X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x^3} < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; 5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\xi - \eta > -1)$.

5. Математическое ожидание скорости ветра на высоте 10 км равно 30 км/ч, а среднее квадратичное отклонение 5 км/ч. Какую скорость ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,85? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) предположение, что скорость ветра имеет нормальное распределение.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 6

1. На прилавке стоят 4 включённых телевизора, в одном из которых спрятался Заяц. Чтобы обнаружить его, нужно выключить соответствующий телевизор. Волк начинает наудачу выключать телевизоры, пока не обнаружит Зайца. Случайная величина X равна количеству выключенных телевизоров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \le 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} 2(x+2)/25, & x \in (-2;3), \\ 0, & x \notin (-2;3). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X,Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y, \ (x,y) \in G, \\ 0, \ (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4;3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 2 \mid \eta = 2)$.

5. Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое может отклоняться от номинального на значение, не превышающее 1 В, с вероятностью 0,95. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) предположение, что выходное напряжение имеет нормальное распределение.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 7

1. Людоед может превращаться в разных зверей, при этом в мышь он превращается с вероятностью 0,2. Людоед демонстрирует своё искусство Коту в сапогах. Как только Людоед превращается в мышь, Кот в сапогах съедает его. Случайная величина X равна количеству зверей, в которых людоед успел превратиться, не считая мыши. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Найдите плотность распределения вероятностей площади круга, если его радиус – случайная величина, имеющая равномерное распределение с математическим ожиданием $5/2$ и дисперсией $3/4$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (1{,}5; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 2 \mid \eta = 2)$.
5. Математическое ожидание суточного расхода воды в лаборатории составляет 10 м^3. Оцените вероятность того, что в некоторый день расход воды будет находиться в интервале $8 \dots 12$ м^3, если среднее квадратичное отклонение суточного расхода составляет 1 м^3. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) предположение, что суточный расход воды имеет нормальное распределение.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 8

1. Вероятность того, что мужик перекрестится раньше, чем грянет гром, равна 0,05. Пять мужиков прогуливались в поле накануне грозы. И тут грянул гром. Случайная величина X равна количеству мужиков, перекрестившихся до того, как грянул гром. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 2$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = e^X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 5/3 \\ 5/3 & 25 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(1 < \xi < 2 \mid \eta = 0{,}5)$.
5. Найдите вероятность того, что частота появления грани с номером 6 при бросании правильной игральной кости 200 раз отклонится от вероятности её появления по абсолютной величине не более, чем на 0,05. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 9

1. На полке 5 книг, одна из которых – «Краткий курс теории вероятностей». Остальные книги не имеют отношения к теории вероятностей. Студент, желающий подготовиться к экзамену по теории вероятностей, берёт наудачу книги с полки (по одной), пока не возьмёт нужную. Случайная величина X равна количеству взятых книг. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Найдите плотность распределения вероятностей объёма куба, ребро которого – случайная величина X, распределённая равномерно на отрезке $[0, a]$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{3}}{3} & 4 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(-1 < \xi < 1 \,\middle|\, \eta = \sqrt{3}\right)$.
5. Оцените вероятность того, что при 1000 бросаниях правильной игральной кости частота появления грани с чётным номером отклонится от вероятности её появления по абсолютной величине не более, чем на 0,01. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 10

1. Вероятность того, что письмо, адресованное на деревню дедушке Константину Макарычу, будет доставлено адресанту, равна 0,03. Ванька отправил 4 таких письма. Случайная величина X равна количеству писем, полученных дедушкой. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = |X|$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y, \ (x,y) \in G, \\ 0, \ (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (4; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \xi < 9 \mid \eta = 2)$.

5. Произведены измерения 200 случайных величин. Известно, что дисперсии случайных величин не превышают 4. Оцените вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих измерений от среднего арифметического математических ожиданий случайных величин не превысит 0,2. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) центральную предельную теорему.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 11

1. Касим, проникший в сокровищницу сорока разбойников, забыл заклинание, открывающее волшебную дверь. Пытаясь выйти на свободу, он произносит перед дверью различные приходящие на ум слова до тех пор, пока дверь не откроется, после чего Касим умолкает. Требуемое слово может прийти на ум с вероятностью 0,1. Случайная величина X равна количеству произнесённых Касимом слов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Цилиндрический вал имеет погрешность изготовления и поэтому измеренное значение его диаметра – случайная величина, равномерно распределённая на отрезке $[a, b]$. Найдите плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < \sqrt[4]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (2; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3/4 & -3/4 \\ -3/4 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.
5. Чтобы определить среднее сопротивление $(n\text{-}p)$-перехода транзистора, в каждой коробке партии из 50 коробок проверено по одному транзистору. Оцените вероятность того, что отклонение среднего арифметического значения сопротивления $(n\text{-}p)$-перехода в выбранной совокупности от среднего значения во всей партии не превысит 10 Ом, если среднее квадратичное отклонение сопротивления не превышает 6 Ом. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) центральную предельную теорему.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 12

1. В первой урне два белых шара и один чёрный, во второй – один белый. Из наудачу выбранной урны извлекается шар. Цвет его записывается, а сам шар возвращается обратно в урну, из которой был извлечён. Извлечение прекращается после появления второго белого шара. Случайная величина X равна количеству извлечений шаров. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. На окружности единичного радиуса с центром в начале координат случайным образом выбирается точка. Найдите плотность распределения абсциссы этой точки, если положение точки на окружности – равномерно распределённая случайная величина.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^2. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (6; 10)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.
5. За значение некоторой величины принимают среднее арифметическое 500 измерений. Предполагая, что среднее квадратичное отклонение возможных результатов каждого измерения не превышает 0,5, оцените вероятность того, что отклонение найденного таким образом значения величины от истинного не превысит 0,2. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) центральную предельную теорему.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 13

1. По мишени ведётся стрельба до первого попадания. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,3. Случайная величина X равна количеству промахов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. На окружность радиуса R брошены две точки. Считая, что длина хорды, соединяющей эти точки – случайная величина с равномерным распределением, найдите плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[4]{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0{,}6; 0{,}3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & 0{,}81 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

5. При каждой передаче сигнала по каналу связи вероятность искажения сигнала равна 0,05. Передано 100 сигналов. Найдите границы, в которых с вероятностью 0,9 заключено число переданных без искажения сигналов. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 14

1. Вероятность того, что женщина, кричавшая «ура», бросит в воздух чепчик, равна 0,7. Четыре женщины кричат «ура». Случайная величина X равна количеству брошенных в воздух чепчиков. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} 2(x+2)/9, & x \in (-2; 1), \\ 0, & x \notin (-2; 1). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[3]{x^2}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ay^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (2; 1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 13 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

5. В конденсаторе с вероятностью 0,01 возможен дефект диэлектрика и, независимо от этого, с вероятностью 0,005 дефект корпуса. Проверена партия в 1000 конденсаторов. В каких границах с вероятностью 0,997 заключено число бракованных конденсаторов? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 15

1. В шахматном кабинете железнодорожного клуба, куда проник И. М. Воробьянинов, стоят 4 стула. В одном из стульев находятся запрятанные буржуазией драгоценности. Воробьянинов вспарывает ножом сиденья стульев, пока не найдёт драгоценности. Случайная величина X равна количеству испорченных стульев. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \cos X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, \ (x, y) \in G, \\ 0, \ (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (2; 7)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 16 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(\eta > 2\xi)$.

5. В Москве рождается каждый день в среднем 335 детей, т. е. в год около 122 500 детей. Считая вероятность рождения мальчика 0,51, оцените вероятность того, что число мальчиков, которые родятся в Москве в текущем году, превысит число девочек не менее, чем на 3000. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 16

1. В квартире завёлся Барабашка. Для его обнаружения жильцы вызывают экстрасенса. За один вызов экстрасенс может обнаружить Барабашку с вероятностью 0,6. Экстрасенса вызывают до тех пор, пока он не обнаружит Барабашку. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого вызовов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 2$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = -2X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[3]{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 3 \mid \xi = 0)$.
5. Пусть ξ_1 – число выпадений герба при 10 подбрасываниях монеты, а ξ_2 – число выпавших очков на грани тетраэдра (грани перенумерованы числами 1, 2, 3, 4) при его однократном подбрасывании. Оцените вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 < 10$. Решите задачу, используя первое и второе неравенства Чебышёва.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 17

1. Некий ясновидец устроился на работу в организацию, занимающуюся долгосрочным прогнозированием. Ясновидец делает предсказания относительно будущего, которые сбываются с вероятностью 0,6. После второго несбывшегося предсказания ясновидца увольняют. Случайная величина X равна числу сделанных до увольнения сбывшихся предсказаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Найдите плотность распределения вероятностей объёма шара, если его радиус – случайная величина, имеющая равномерное распределение с математическим ожиданием 3 и дисперсией 3.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (5; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}5 & -0{,}25 \\ -0{,}25 & 0{,}5 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 5{,}5 \mid \xi = 1)$.
5. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,9. Оцените вероятность того, что при 100 выстрелах число попаданий будет не менее 85 и не более 95. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 18

1. Из пяти колод, в каждой из которых содержится 36 карт, берут наудачу 5 карт, по одной карте из каждой колоды. Случайная величина X равна количеству королей среди взятых карт. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Измеренное значение стороны квадрата – случайная величина X с плотностью распределения
$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x, & x \in (0,\pi), \\ 0, & x \notin (0,\pi). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей площади квадрата.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^3. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (10; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 40 & -8\sqrt{10} \\ -8\sqrt{10} & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(|\eta| < \frac{8\sqrt{2}}{3} \,\middle|\, \xi = 10\right)$.

5. Найдите вероятность того, что частота выпадения больше 4 очков при бросании правильной игральной кости 300 раз отклонится от вероятности этого события по абсолютной величине не более, чем на 0,03. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 19

1. Вероятность того, что накормленный волк будет смотреть в лес, равна 0,9. Пойманного в лесу волка кормят каждый день до тех пор, пока он не перестанет смотреть в лес, после чего волка отпускают. Случайная величина X равна числу дней, в течение которых накормленный волк смотрел в лес. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $[-1; 2]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x^4. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ay^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 1{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1{,}08 & -0{,}54 \\ -0{,}54 & 1{,}08 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 0{,}6 \mid \xi = 4)$.

5. Произведены измерения 100 случайных величин. Известно, что дисперсии случайных величин не превышают 9. Оцените вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих измерений от среднего арифметического математических ожиданий случайных величин не превысит 0,1. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) центральную предельную теорему.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 20

1. Вероятность испортить кашу дополнительной порцией масла составляет 0,4. В каждую из четырёх тарелок каши в студенческой столовой положили дополнительную порцию масла. Случайная величина X равна количеству тарелок, каша в которых была вследствие этого испорчена. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена равномерно на промежутке $[0; \pi]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \sin X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[4]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, \ (x, y) \in G, \\ 0, \ (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4; -3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(5 < \xi < 14 \mid \eta = 1)$.
5. Вероятность появления бракованной детали в партии из 1000 деталей равна 0,05. Найдите с вероятностью 0,9 нижнюю и верхнюю границы числа дефектных деталей в этой партии. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 21

1. Вероятность вышибить клин клином с одной попытки составляет 0,4 и не меняется от одной попытки к другой. Клин вышибают клином до тех пор, пока не вышибут. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого попыток. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} x^{-2}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \frac{1}{X}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (3; 3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & -1/2 \\ -1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

5. Правильная монета подбрасывается 1000 раз. Определите такое число ε, чтобы количество попыток, когда монета ляжет гербом вверх, с вероятностью 0,85 заключалось в промежутке $(500 - \varepsilon; 500 + \varepsilon)$. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 22

1. Аладдин нашёл в пещере пять ламп, в одной из которых живёт Джин. Аладдин по очереди протирает лампы до тех пор, пока из одной из них не появляется Джин. Случайная величина X равна количеству протёртых Аладдином ламп. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} (2-x)/2\,, & x \in (0;2), \\ 0, & x \notin (0;2). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = 2 - X$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x^3}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1;1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & -1/3 \\ -1/3 & 1/9 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.
5. Из электроламп, изготовленных заводом, 80% выдерживают гарантийный срок службы. Найдите вероятность того, что в партии из 500 электроламп число выдержавших гарантийный срок службы находится в пределах 380 ... 420. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 23

1. Монету последовательно бросают до тех пор, пока «орёл» не выпадет дважды, не обязательно подряд. Случайная величина X равна количеству «решек», выпавших в процессе этих бросаний. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т. е. $C = \frac{1}{t}$. Найдите плотность распределения случайной величины C, если закон распределения t экспоненциальный с параметром $\lambda = 3$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; -0{,}3)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1/6 \\ 1/6 & 0{,}09 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

5. Вероятность случайного события равна 0,9. Проведено 6400 испытаний. Какова вероятность того, что наблюдаемая частота случайных событий лежит в интервале $0{,}9 \pm 0{,}01$? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 24

1. Вероятность того, что терпеливый казак станет атаманом, равна $0{,}75$. Имеется 4 терпеливых казака. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые стали атаманами. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина распределена по закону Коши:
$$p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = X^2 + 1$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (4; 2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 4/3 \\ 4/3 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.
5. Вероятность случайного события равна $0{,}81$. Проведено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $P \geq 0{,}97$ лежит наблюдаемая частота случайного события? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 25

1. Серенький козлик регулярно совершает прогулки в лес, где его могут с вероятностью $7/8$ съесть злые волки. Серенький козлик совершает прогулки в лес до тех пор, пока его не съедят. Случайная величина X равна количеству прогулок, после которых серенький козлик возвращался из леса. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{2}\,x^2, & x \in (-1;1), \\ 0, & x \notin (-1;1). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = |X|$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X,Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (0;1)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2/3 \\ -2/3 & 16/9 \end{pmatrix}$. Найдите вероятность $P(3\eta - \xi > 0)$.

5. Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geq 0{,}98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,01? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 26

1. Вероятность того, что яблоко упадёт недалеко от яблони составляет $5/6$. С яблони упало 5 яблок. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые упали недалеко от яблони. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.
2. Случайная величина X распределена экспоненциально с параметром $\lambda = 1$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$.
3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.
4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (1; 0{,}2)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 18 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(|\eta| < 1 \mid \xi = 3)$.
5. При каждой передаче сигнала по каналу связи вероятность искажения сигнала равна 0,1. Передано 200 сигналов. Оцените вероятность того, что число переданных без искажения сигналов меньше 165. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 27

1. В одном из пяти мешков, лежащих в амбаре, утаили шило. В поисках шила по очереди перебирают каждый из мешков. Случайная величина X равна количеству мешков, которые пришлось перебрать до тех пор, пока шило не было найдено. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена по закону
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\pi^2}, & x \in (0;\pi), \\ 0, & x \notin (0;\pi). \end{cases}$$
Найдите плотность распределения случайной величины $Y = \cos X$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < 1. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x,y) = \begin{cases} ay^3, & (x,y) \in G, \\ 0, & (x,y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (1; 4{,}5)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 5/3 \\ 5/3 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(1 < \xi < 3 \mid \eta = 0{,}5)$.

5. Стрельба по цели ведётся поочерёдно из трёх орудий, причём вероятности попадания в цель равны соответственно 0,2; 0,3 и 0,5. Произведено 300 выстрелов. Оцените снизу вероятность того, что при этих данных частота попаданий отличается от средней вероятности попадания по абсолютной величине не более чем на 0,1? Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 28

1. Во время укуса комара могут прихлопнуть с вероятностью $2/3$. Комар кусает до тех пор, пока его не прихлопнут. Случайная величина X равна количеству сделанных укусов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[1; 4]$. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \sqrt{X}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < x. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ax^2y^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Система случайных величин (ξ, η) распределена по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (15; 15)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \eta < 2 \mid \xi = 2)$.

5. Игральный кубик подбрасывается 360 раз. Оцените вероятность того, что 6 очков выпадет не меньше 75 раз. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 29

1. Вероятность выигрыша в лотерею равна 0,1. Покупают билеты этой лотереи до тех пор, пока среди всех купленных билетов не окажется два выигрышных, при этом выигрышные билеты не обязательно должны быть куплены подряд. Случайная величина X равна количеству купленных билетов. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X подчиняется распределению Релея:
$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$
Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \frac{X^2}{2\sigma^2}$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < \sqrt[3]{x}. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} ay^5, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Случайный вектор (ξ, η) распределён по нормальному закону с вектором математических ожиданий $\mu = (0; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{4\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{3}}{3} & 4 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P\left(-1 < \eta < 1 \,\middle|\, \xi = \sqrt{3}\right)$.

5. Пусть ξ_1 – число выпадений герба при 10 подбрасываниях монеты, а ξ_2 – число выпавших очков при однократном бросании игральной кости. Оцените вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 < 14$. Решите задачу, используя первое и второе неравенство Чебышёва.

№	1	2	3	4	5	**min**
Баллы	2	2	2	2	2	**6**

ВАРИАНТ 30

1. Вероятность без труда вытащить из пруда рыбку равна 0,2. Четверо рыбаков отправились на пруд. Случайная величина X равна количеству тех из них, кому без труда удалось вытащить рыбку. Для дискретной случайной величины X найдите: а) закон распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение; г) вероятность того, что $X \leq 3$.

2. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найдите плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^4$.

3. Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x^2. \end{cases}$ Система случайных величин (X, Y) имеет совместную плотность распределения $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in G, \\ 0, & (x, y) \notin G. \end{cases}$ Требуется: а) определить коэффициент a; б) найти частные плотности распределения величин X и Y; в) найти условные плотности распределения $p(x|y)$ и $p(y|x)$; г) найти вероятность попадания двумерной случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; д) найти ковариацию K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY}; е) выяснить, являются ли величины X и Y независимыми.

4. Двумерная случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $\mu = (4; 0)$ и ковариационной матрицей $\Sigma = \begin{pmatrix} 48 & -24 \\ -24 & 48 \end{pmatrix}$. Найдите условную вероятность $P(0 < \eta < 9 \mid \xi = 2)$.

5. Пусть вероятность того, что покупателю обувного магазина необходимы туфли размера 41, равна 0,15. Определите среди 2000 покупателей магазина в % с вероятностью 0,98 верхнюю и нижнюю границы предполагаемого количества покупателей, которым нужны такие туфли. Решите задачу двумя способами, используя: а) неравенство Чебышёва; б) интегральную теорему Муавра-Лапласа.