Домашнее задание №3 «Случайные процессы»
по курсу «Теория вероятностей и случайные процессы»
для специальности РТ1, 4-й семестр, 2021 г.

Задача	1	2	**min**
Баллы	5	5	**6**

Задача 1

Для заданного случайного процесса $x(t)$ найдите:

а) математическое ожидание, ковариационную функцию и дисперсию случайного процесса $x(t)$;

б) математическое ожидание, ковариационную функцию и дисперсию случайного процесса $y_1(t) = \dot{x}(t)$;

в) математическое ожидание, ковариационную функцию и дисперсию случайного процесса $y_2(t) = x(t) + \dot{x}(t)$;

г) математическое ожидание, ковариационную функцию и дисперсию случайного процесса $y_3(t) = \int_0^t x(s)\,ds$;

д) взаимную ковариационную функцию $K_{x\dot{x}}(t_1, t_2)$.

Вариант	**Случайный процесс $x(t)$**
1	$x(t) = Ut^2 + V\sin t$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(1; -1)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix}$
2	$x(t) = Ut + V\cos t$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(0; -2)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
3	$x(t) = 2 + t + Ut^2 + Vt^3$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 1$ и $DV = 0{,}1$.
4	$x(t) = U + Ve^t$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = 3$, $MV = 2$, $DU = 1$ и $DV = 7$.
5	$x(t) = U\cos t + V\sin t$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(-0{,}5; 1)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

6	$x(t) = 1 + Ut + Vt^2$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 3$ и $DV = 1$.
7	$x(t) = Ut^2 + Vt^3$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(3; -4)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 2 \end{pmatrix}$
8	$x(t) = Ut + V \sin t$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 1$ и $DU = DV = 3$.
9	$x(t) = Ut^2 + Ve^{3t}$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(-4; 0)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$
10	$x(t) = t + U \cos t + V \sin t$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(1; 1)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$
11	$x(t) = U \cos t + V \sin t + 2$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$ и $DU = DV = 1$.
12	$x(t) = Ut^2 + Vt^3$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$ и $DU = DV = 2$.
13	$x(t) = 0{,}1U \cos 2t + Ve^{5t}$, где случайный вектор (U, V) имеет вектор математических ожиданий $(-3; 3)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$
14	$x(t) = t^2 + U \sin t + V \cos t$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$ и $DU = DV = 10$.
15	$x(t) = U \cos t - Vt^2 - 4$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 2$ и $DV = 4$.
16	$x(t) = 7 - t + Ut + Vt^4$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$ и $DU = DV = 1$.
17	$x(t) = 7U \sin t + Vt^3$, где $MU = MV = 2$, $DU = 1$, $DV = 7$ и $\operatorname{cov}(U, V) = 1$.

18	$x(t) = 1 + U\sin 5t - 7Vt\cos t$, где $MU = 1$, $MV = 7$, $DU = DV = 4$ и $\operatorname{cov}(U,V) = 0$.
19	$x(t) = U\cos t + Vt^3$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 2$ и $DV = 1$.
20	$x(t) = 0{,}2Ue^{5t} + V\cos 4t$, где случайный вектор (U,V) имеет вектор математических ожиданий $(1;2)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
21	$x(t) = T + U\cos 2t + V\sin 2t$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 1$, $DU = DV = 5$ и $T = const$.
22	$x(t) = Ut^2 + V\operatorname{tg} t + 4$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 2$ и $DV = 7$.
23	$x(t) = Ut + Vt\sin t + 2t$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = 2$ и $DV = 3$.
24	$x(t) = Ue^{5t} + Vte^{7t}$, где $MU = 1$, $MV = 4$, $DU = DV = 2$ и $\operatorname{cov}(U,V) = -4$.
25	$x(t) = Ue^{6t} + 7V\cos 3t$, где случайный вектор (U,V) имеет вектор математических ожиданий $(1;1)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 2

По заданной ковариационной функции $K_x(\tau)$ стационарного входного сигнала $x(t,\omega)$ линейной динамической системы найдите ковариационную функцию $K_y(\tau)$ реакции системы $y(t,\omega)$.

Вариант	Ковариационная функция $K_x(\tau)$ и линейная динамическая система
1	$K_x(\tau) = e^{-2\lvert\tau\rvert}\cos\tau$, $\quad \dot{x}(t,\omega) = 3\dot{y}(t,\omega) + 4y(t,\omega)$
2	$K_x(\tau) = 2e^{-\lvert\tau\rvert}(1+\lvert\tau\rvert)$, $\quad 2\dot{x}(t,\omega) = 4\dot{y}(t,\omega) + y(t,\omega)$
3	$K_x(\tau) = 4e^{-3\lvert\tau\rvert}\left(\cos 5\tau + \frac{3}{5}\sin 5\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad 3\dot{x}(t,\omega) = \dot{y}(t,\omega) + 2y(t,\omega)$
4	$K_x(\tau) = 3e^{-4\lvert\tau\rvert}\left(\cos 8\tau + \frac{1}{2}\sin 8\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad 5\dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
5	$K_x(\tau) = 4e^{-5\lvert\tau\rvert}\cos 6\tau$, $\quad \dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
6	$K_x(\tau) = 5e^{-6\lvert\tau\rvert}(1+6\lvert\tau\rvert)$, $\quad 2\dot{x}(t,\omega) = 7\dot{y}(t,\omega) + 4y(t,\omega)$
7	$K_x(\tau) = 6e^{-7\lvert\tau\rvert}\left(\cos 5\tau + \frac{7}{5}\sin 5\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad \dot{x}(t,\omega) = 3\dot{y}(t,\omega) + 8y(t,\omega)$
8	$K_x(\tau) = 7e^{-8\lvert\tau\rvert}(\cos 2\tau + 4\sin 2\lvert\tau\rvert)$, $\quad 4\dot{x}(t,\omega) = 8\dot{y}(t,\omega) + y(t,\omega)$
9	$K_x(\tau) = 3e^{-11\lvert\tau\rvert}\cos 6\tau$, $\quad 3\dot{x}(t,\omega) = 7\dot{y}(t,\omega) + 4y(t,\omega)$
10	$K_x(\tau) = 4e^{-12\lvert\tau\rvert}(1+12\lvert\tau\rvert)$, $\quad 2\dot{x}(t,\omega) = 3\dot{y}(t,\omega) + y(t,\omega)$
11	$K_x(\tau) = 3e^{-10\lvert\tau\rvert}\left(\cos 4\tau + \frac{5}{2}\sin 4\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad 5\dot{x}(t,\omega) = 3\dot{y}(t,\omega) + 2y(t,\omega)$
12	$K_x(\tau) = e^{-13\lvert\tau\rvert}\left(\cos 5\tau + \frac{13}{5}\sin 5\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad 4\dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 5y(t,\omega)$
13	$K_x(\tau) = 6e^{-15\lvert\tau\rvert}\cos 3\tau$, $\quad 3\dot{x}(t,\omega) = 5\dot{y}(t,\omega) + 4y(t,\omega)$
14	$K_x(\tau) = 7e^{-2\lvert\tau\rvert}(1+2\lvert\tau\rvert)$, $\quad 2\dot{x}(t,\omega) = 4\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
15	$K_x(\tau) = 8e^{-3\lvert\tau\rvert}\left(\cos 10\tau + \frac{3}{10}\sin 10\lvert\tau\rvert\right)$, $6\dot{x}(t,\omega) = 3\dot{y}(t,\omega) + 2y(t,\omega)$
16	$K_x(\tau) = 3e^{-\lvert\tau\rvert}\left(\cos 9\tau + \frac{1}{9}\sin 9\lvert\tau\rvert\right)$, $\quad 2\dot{x}(t,\omega) = \dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
17	$K_x(\tau) = e^{-2\lvert\tau\rvert}\cos 8\tau$, $\quad 3\dot{x}(t,\omega) = 6\dot{y}(t,\omega) + 4y(t,\omega)$

18	$K_x(\tau) = 4e^{-6\|\tau\|}(1 + 6\|\tau\|), \qquad \dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
19	$K_x(\tau) = 2e^{-5\|\tau\|}\left(\cos 6\tau + \frac{5}{6}\sin 6\|\tau\|\right), \qquad 4\dot{x}(t,\omega) = \dot{y}(t,\omega)$
20	$K_x(\tau) = 5e^{-5\|\tau\|}\left(\cos 7\tau + \frac{5}{7}\sin 7\|\tau\|\right), \qquad 2\dot{x}(t,\omega) = -3y(t,\omega)$
21	$K_x(\tau) = 6e^{-8\|\tau\|}\cos 4\tau, \qquad \dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
22	$K_x(\tau) = 4e^{-4\|\tau\|}(1 + 4\|\tau\|), \qquad \dot{x}(t,\omega) = 2\dot{y}(t,\omega) + 3y(t,\omega)$
23	$K_x(\tau) = 12e^{-3\|\tau\|}\left(\cos 2\tau + \frac{3}{2}\sin 2\|\tau\|\right), \qquad \dot{x}(t,\omega) = \dot{y}(t,\omega) + y(t,\omega)$
24	$K_x(\tau) = 11e^{-5\|\tau\|}(\cos\tau + 5\sin\|\tau\|), \qquad 5\dot{x}(t,\omega) = 2y(t,\omega)$