

## Вопросы к экзамену

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамена) формулируются в виде заданий, выполнение которых предполагает уверенное усвоение студентом информации по дисциплине и умение применить ее для решения инженерной проблемы. При этом студент должен уметь обосновывать конечную цель и выбирать средства для ее достижения из числа известных вариантов.

1. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда
3. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: первый признак сравнения.
4. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: второй признак сравнения.
5. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера.
6. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: радикальный признак Коши.
7. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: интегральный признак Коши.
8. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
9. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
10. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
11. Мажорантный признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
12. Теорема о предельном переходе и равномерной сходимости.
13. Теорема о том, что сумма равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций непрерывна.
14. Дифференцирование равномерно сходящегося ряда.
15. Интегрирование равномерно сходящегося ряда.
16. Степенные ряды. Теорема Абеля для вещественных степенных рядов.
17. Свойства степенных рядов. Интервал сходимости, радиус сходимости.
18. Свойства степенных рядов. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
19. Ортогональные системы функций. Задача о наилучшем приближении. Ряды Фурье по ортогональной системе функций.
20. Ряды Фурье по тригонометрической системе функций. Условия Дирихле.
21. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсевалья.
22. Двойной интеграл: определение и основные свойства.
23. Замена переменных в двойном интеграле.
24. Теорема о среднем для двойного интеграла.
25. Тройной интеграл: определение и основные свойства. Замена переменных в тройном интеграле (без доказательства).
26. Криволинейный интеграл первого рода и его свойства. Вычисление через сведение к обычному интегралу.
27. Криволинейный интеграл второго рода и его свойства. Вычисление через сведение к обычному интегралу.
28. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования в плоской односвязной области.
29. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования в трехмерной односвязной области.
30. Полный дифференциал. Формула Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла второго рода от полных дифференциалов.
31. Формула Грина.

32. Вычисление площади области с помощью криволинейного интеграла 2-го рода.
33. Поверхностный интеграл первого рода: определение и основные свойства.
34. Поверхностный интеграл 2-го рода. Определение и основные свойства. Вычисление через сведение к двойному интегралу.
35. Вычисление площади поверхности с помощью двойного интеграла. Вычисление поверхностного интеграла первого рода через сведение к двойному интегралу.
36. Формула Стокса.
37. Формула Остроградского-Гаусса.
38. Скалярное, векторное поле. Градиент. Определение дивергенции и явная формула для нее.
39. Запись формул Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Потенциальные и соленоидальные поля.
40. Дифференциальные операторы второго порядка, получаемые из градиента, ротора и дивергенции. Оператор Лапласа, гармоническая функция.
41. Ротор и явная формула для него. Основные свойства градиента, дивергенции и ротора. Оператор Гамильтона.
42. Коэффициенты Ламе, запись градиента и дивергенции в криволинейных координатах.
43. Запись ротора и оператора Лапласа в криволинейных координатах.
44. Основные функции комплексного переменного.
45. Предел функции комплексного переменного, непрерывность функции комплексного переменного. Комплексная дифференцируемость. Условия Коши-Римана.
46. Аналитические функции. Аналитичность основных функций комплексного переменного.
47. Функции комплексного переменного. Комплексные функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля для комплексных степенных рядов. Круг сходимости, радиус сходимости.
48. Разложение аналитической функции в ряды Тейлора и Лорана.
49. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.
50. Изолированные особые точки и их классификация. Связь с рядом Лорана.
51. Порядок нуля, порядок полюса.
52. Вычет в изолированной особой точке. Вычет в бесконечности. Подсчет интегралов с помощью вычетов.

### Экзаменационные задачи

1. Вычислить циркуляцию вектора  $\vec{a} = (1, -1, z)$  вдоль окружности  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .
2. Вычислить работу вектора  $\vec{F} = (y - x; x - y; z - x)$  вдоль прямой  $AB$  от точки  $A(1; 0; 1)$  до точки  $B(2; 4; 2)$ .
3. Вычислить поток вектора  $\vec{a} = (x, -y, z)$  через полную поверхность цилиндра  $0 \leq x^2 + y^2 \leq 1$ .
4. Вычислить поток вектора  $\vec{a} = (y^2, x^2, z^2)$  через часть плоскости  $z = 1$ , вырезаемую цилиндром  $x^2 + y^2 = 1$ .
5. Вычислить интеграл по контуру  $\oint_C \frac{e^{1/2}}{z^3 - \pi^3} dz$ ,  $C: |z - \pi| = 2\pi$ .
6. Разложить в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки функцию
 
$$f(z) = \frac{1}{(z-1)^2} \ln \frac{z}{z-1}.$$
7. Найти все особые точки, включая  $z = \infty$ , их характер и вычеты в них функции:  $f(z) = \frac{\sin \pi z}{z^2(z^2 - 1)}$ .