

Вариант 1

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+7)^n \ln n}{n \cdot 3^n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{-x}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\pi, 0); \\ x, & x \in (0, \pi); \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = 4 - x; \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 9x, x = y, x + y = 2.$

Вариант 2

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^{2n} \left(\sqrt[4]{n} - \operatorname{tg} \frac{1}{n} \right)}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{-3x}; \quad a = 3.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/3; \\ -1, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < 1; \\ -x^2, & 1 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (0, 2) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 - 4y^2, z = 0, x = 4.$

Вариант 3

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{2n}(x-1/9)^n}{2^{3n}} \sin \frac{1}{n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = (x + 3)e^x; \quad a = -2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -4 < x < -1; \\ 2, & -1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (-4, 4).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < \pi/3; \\ \pi - x, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 - 4x$; $y = 0$; $x + y = 2$

Вариант 4

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n(x+3)^n}{n(3 \ln n + 1)^2}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 < x < -2; \\ 0, & -2 < x < 1; \\ 2, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (-3, 3).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < \pi/3; \\ \pi - x, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 = 4y$; $y + z = 4$; $y + 2z = 4$.

Вариант 5

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n \left(\sqrt[n]{n} - \sin \frac{1}{n} \right)}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{2x}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 4 - x, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; $y = 1$; $z = 0$.

Вариант 6

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6^n (x - 5/6)^n}{\sqrt[n]{n} - \sin \frac{1}{n}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln 4x; \quad a = 3.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ -1, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 4 - x, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $x = 0$; $z = x$.

Вариант 7

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x + 3/4)^n}{\sqrt[4]{n+4} - 4^{-n}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin \frac{x}{2}; \quad a = -\pi/2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0; \\ \pi - 2x, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 1 - x^2$; $z = 1 - y^2$; $z = 0$.

Вариант 8

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{9^n (x-1)^{2n}}{\sqrt[9]{n} - 9^{-n}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = (x - 3)e^{x/2}; \quad a = -3.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x, & -\pi < x < 0; \\ \pi, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4xy$; $z = 0$; $y = 2$; $x + y = 4$, $y > 2$.

Вариант 9

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x - 1/2)^n}{2n^3 + 2^{-n}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(4 + x); \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < \pi/2; \\ 3, & -\pi/2 < x < \pi/4; \\ 0, & \pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 < x < 1; \\ 3 - x, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = y$, $z^2 = 4 - y$, $x + y = 4$, $x = 0$.

Вариант 10

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x - 1/3)^n}{2^{2n} (\sqrt{n} - 2^{-n})}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - x - 2}; \quad a = -2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/2; \\ -1, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 < x < 1; \\ 3 - x, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y = 0$; $z = y$.

Вариант 11

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^4 + 4^{-n}} \left(x + \frac{3}{2}\right)^{2n-1}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos^2 x; \quad a = \pi/3.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x < 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \end{cases} \quad \text{на } (-1, 1).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < \pi/4; \\ 1, & \pi/4 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4y$; $x = y$; $x + y = 2$.

Вариант 12

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[3]{n+3}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin^2 x; \quad a = \pi/4.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & -1 < x < 0; \\ 0, & 0 < x < 1; \end{cases} \quad \text{на } (-1, 1).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 3\pi/4; \\ 2, & 3\pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2$; $z = 1 - y^2$.

Вариант 13

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[4]{n+4}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{1+x} + \frac{1}{2(1-x)}; \quad a = 2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ -1, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y$; $y = x^2$; $z = 2 - y$.

Вариант 14

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{(n+2)3^{2n}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(1-x); \quad a = -1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -x/\pi, & -\pi < x < 0; \\ 0, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 3, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 0$; $y = 1$; $y = 2x$; $y = 6 - x$.

Вариант 15

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 9^{n-1/n} (x+2)^{2n-1}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x^2 e^x; \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < \pi/2; \\ x, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 3x, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 2 - x^2$; $z = x$; $y = x$; $y = 2x$, ($x \geq 0, y \geq 0$).

Вариант 16

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\ln(n+1)}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x^2 e^{-x}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ -x, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 3, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; $z = 4$; $y = 3 - x$; $x = 0$.

Вариант 17

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n+2^n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \cos 3x; \quad a = \pi/3.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -5 < x < -3; \\ 0, & -3 < x < 0; \\ -1, & 0 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (-5, 5).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \pi^2 - x^2; \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $y = 2 + 2x$; $y = \frac{x}{2} - 1$; $x + y = 2$; $z = 1 + y^2.$

Вариант 18

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^n}{n+3^n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right); \quad a = 0.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/4; \\ -1, & \pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & 0 < x < 3; \\ 0, & 3 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}-2} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = x^2 + 2y^2$; $y = x$; $y = 2x$; $x = 1.$

Вариант 19

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \operatorname{ch} 2x; \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < \pi/2; \\ \pi/2, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 + 2y^2 = 8$; $y = x - 2$; $y = -x - 2$.

Вариант 20

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n-1}}{\sqrt{n} + \ln(n+1)}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \operatorname{sh} 3x; \quad a = -1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0; \\ x^2 - 4, & 0 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (-2, 2).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = \frac{2}{y}$; $x + y + z = 3$; $z + y - 2x = 3$.

Вариант 21

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{2n+3} \right) n(x+3)^n.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}; \quad a = -8.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 0, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x^2, & 1 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (0, 2) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $z = 0$, $y = 2 - x^2$.

Вариант 22

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x - 3/2)^{2n}}{\sqrt{n} + 4^n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right); \quad a = \frac{\pi}{4}.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0; \\ x^2, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 2; \\ -1, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y + z = 4$; $z = 0$; $y = 0$.

Вариант 23

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n \sin \frac{1}{n} \cdot (x-5)^{2n-1}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}; \quad a = -2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -5 < x < 0; \\ -x/2, & 0 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (-5, 5).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = x^2; \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{(0)}^{(8/3)} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 - x^2$; $z = 3y$; $z = 8 - y$; $y = 0$.

Вариант 24

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^2 + 5^n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \sin 2x; \quad a = -\pi/4.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -4 < x < -2; \\ 3, & -2 < x < 3; \\ 1, & 3 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (-4, 4).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $4z = x^2$; $y = 0$; $y + z = 4$.

Вариант 25

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{9n+2} \right)^n (x+2)^{2n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/4; \\ \pi, & -\pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y + z = 2$; $z = 0$; $4z + 2y + x = 8$; $2z + x + y = 4$.

Вариант 26

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2 + 1} (x + 4)^{2n}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \cos \frac{\pi x}{4}; \quad a = 2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/3; \\ -1, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = \sqrt{4-x}$; $y^2 = 4-x$; $z = 0$; $x = 0$.

Вариант 27

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{2}{3}\right)^n.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & -\pi < x < 0; \\ 0, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x + z = 1$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y = 1$.

Вариант 28

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{3n+2}\right)^n (x-2)^n.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(4 - x^2); \quad a = 1.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -1; \\ -1 - x, & -1 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по синусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{y+1}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; $z = y$; $y = x$; $x = 1$.

Вариант 29

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5^{n/(n+2)} (x-2)^n.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(3 - x); \quad a = -2.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 2 + x, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{-2+\frac{1}{2}(x-2)^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = -y^2 + 2$; $z = y$; $y = x$; $x = 0$, $z = 0$.

Вариант 30

Задача 1 (2 балла). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-7)^n}{4^n(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

Задача 2 (2 балла). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos \frac{x}{4}; \quad a = \pi.$$

Задача 3 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi - x/2, & -\pi < x < \pi/3; \\ 0, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 4 (2 балла). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Задача 5 (2 балла). Изменить порядок интегрирования: $\int_{(0)}^{(3)} dy \int_{(y-3)}^{(0)} f(x, y) dx + \int_{(3)}^{(6)} dy \int_{(0)}^{(y-3)} f(x, y) dx$.

Задача 6 (2 балла). Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y^2 - x^2 = 1$; $x + z = 3$; $z = 0$; $x = 0$.