

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ ПО КУРСУ
“ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА” ПО
МОДУЛЮ 2 “ТЕОРИЯ МЕРЫ И ИНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА: ОСНОВНЫЕ
ТЕОРЕМЫ” для ИУ-9, 4 семестр, 2020

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Теорема Лебега о мажорированной сходимости.
2. Теорема Беппо Леви о монотонной сходимости.
3. Теорема Фату. Пример непостоянности символов предела и интеграла.
4. Пространства $L^p(X, d\mu)$. Неравенства Гёльдера и Минковского.
5. Сходимость в среднем, её связь со сходимостью по мере и сходимостью почти всюду.
6. Полнота пространств $L^p(X, d\mu)$.
7. Заряд. Разложения Хана (без док-ва) и Жордана. Типы зарядов. Теорема Радона–Никодима (без док-ва).
8. Функции ограниченной вариации и их свойства.
9. Абсолютно непрерывные функции и их свойства. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега с переменным верхним пределом.
10. Теорема о производной интеграла Лебега с переменным верхним пределом (без док.). Неравенство для интеграла Лебега от производной. Формула Ньютона–Лейбница для интеграла Лебега (без док.).
11. Функция скачков, её свойства. Функция скачков, порождённая функцией ограниченной вариации. Разложение функции ограниченной вариации на 3 компоненты.
12. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана (собственный и несобственный случай).
13. Интеграл Лебега–Стилтьеса по функции скачков.
14. Интеграл Лебега–Стилтьеса по абсолютно непрерывной функции.
15. Произведение мер. Сохранение сигма–аддитивности.
16. Мера как интеграл по сечениям. Теоремы Фубини и Тонелли.

ЗАДАЧИ

1. Задачи по теме: предельный переход и смена порядка интегрирования в интеграле Лебега.
2. Задачи по теме: функции ограниченной вариации, разложения Хана и Жордана.
3. Задачи по теме: вычисление интеграла Лебега–Стилтьеса.