



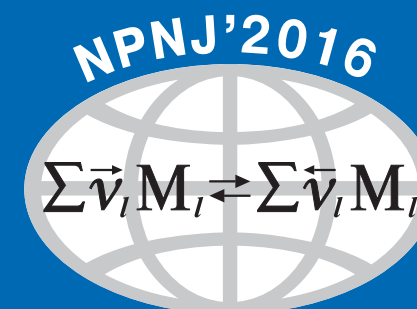
25–31 мая 2016 г.
Алушта, Крым

МАТЕРИАЛЫ XI МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО НЕРАВНОВЕСНЫМ ПРОЦЕССАМ В СОПЛАХ И СТРУЯХ



Посвящается памяти У.Г. Пирумова

МАТЕРИАЛЫ XI МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО НЕРАВНОВЕСНЫМ ПРОЦЕССАМ В СОПЛАХ И СТРУЯХ



25–31 мая 2016 г.
Алушта, Крым





Dedicated to the memory of U.G. Pirumov

**PROCEEDINGS OF THE XI INTERNATIONAL
CONFERENCE ON NONEQUILIBRIUM PROCESSES
IN NOZZLES AND JETS**



**25–31 May, 2016
Alushta, Crimea**



УДК 519.6:517.958:533.6

ББК 27.5.14.4

МЗ4

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-08-20236-г)
и Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

МЗ4 Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 600 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0300-6

Сборник включает в себя научные работы, отражающие современные достижения в газовой динамике струй и сопел, механике многофазных сред, плазменной аэродинамике, аэрокосмической механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушении и безопасности конструкций, общей механике, в вопросах горения, детонации, фазовых и химических превращений, а также в ряде смежных областей.

Для специалистов в области газовой динамики внутренних и струйных течений, прикладной математики и механики, математического моделирования, информационных технологий, аспирантов и студентов старших курсов технических вузов.

Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам
в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта

Издание подготовлено при информационно-технической поддержке
ООО «Сэвен Комп Сервис». Дизайн и компьютерная верстка *Ал. А. Пярнпуу*

Подписано в печать 29.04.16. Формат 70 × 100 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 48,75
Тираж 300 экз. Изд. №397. Заказ №29/04/16-1285

Издательство МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «АРТИШОК продакшн»,
125362, Россия, Москва, ул. Свободы, д. 35, стр. 3, e-mail: info@artishok.ru

ISBN 978-5-4316-0300-6

© Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет), 2016

**XI МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО НЕРАВНОВЕСНЫМ ПРОЦЕССАМ В СОПЛАХ И СТРУЯХ**



**25–31 мая 2016 г.
Алушта, Крым**

Сборник включает в себя материалы Одиннадцатой Международной конференции по Неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), которая будет проводиться с 25 по 31 мая 2016 года на базе учебного центра «Алушта» Московского авиационного института. Конференция посвящена памяти члена-корреспондента РАН Ульяна Гайковича Пирумова, основавшего настоящую конференцию в 1995 г.

Обсуждаются новые результаты теоретических, численных и экспериментальных исследований в физической газовой динамике струй и сопел, механике многофазных сред, плазменной аэродинамике, аэрокосмической механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушении и безопасности конструкций, общей механике, в вопросах горения, детонации, фазовых и химических превращений, а также в ряде смежных областей. Рассматриваются вопросы, связанные с подготовкой специалистов для авиационной и ракетно-космической отраслей, а также с организацией высокопроизводительных вычислений, с информационным, интеллектуальным и методическим обеспечением вычислительного эксперимента.

Материалы конференции публикуются в журналах, указанных в перечне российских рецензируемых научных журналов ВАК: «Известия РАН. Механика жидкости и газа», «Математическое моделирование» РАН, «Вестник МАИ», в электронных журналах «Труды МАИ», «Физико-химическая кинетика в газовой динамике», а также размещаются на сайте научной электронной библиотеки eLIBRARY.ru и индексируются в базе РИНЦ (Российский индекс научного цитирования).

Организаторы конференции:

- Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
- Министерство образования и науки РФ
- Российская академия наук
- Российский фонд фундаментальных исследований
- Российский Национальный комитет по теоретической и прикладной механике

Оргкомитет конференции

Сопредседатели: Левин В. А., Попов Г. А.

Ученый секретарь: Пярнпуу Ал. А.

Члены оргкомитета:

Александров А. А., Алешин Б. С., Алифанов О. М., Бабешко В. А.,
Гайфуллин А. М., Ганиев Р. Ф., Горячева И. Г., Губайдуллин Д. А., Егоров И. В.,
Желтов С. Ю., Журавлев В. Ф., Индейцев Д. А., Каторгин Б. И., Климов Д. М.,
Коротеев А. А., Коротеев А. С., Куликовский А. Г., Куприков М. Ю.,
Лагарьков А. Н., Леонов А. Г., Липанов А. М., Липатов И. И., Ломакин Е. В.,
Лопота В. А., Маров М. Я., Матвеев А. М., Матвеев В. П., Махутов Н. А.,
Морозов Н. Ф., Нейланд В. Я., Нигматулин Р. И., Павленко А. Н., Ребров А. К.,
Ревизников Д. Л., Рыжов Ю. А., Себряков Г. Г., Соломонов Ю. С., Сон Э. Е.,
Суржиков С. Т., Титов В. М., Фаворский О. Н., Федосов Е. А., Фортон В. Е.,
Черноусько Ф. Л., Чернышев С. Л., Четверушкин Б. Н., Шевцов В. А.,
Шорин В. П.

Программный комитет конференции:

Абгарян К. К., Бакулин В. Н. (*сопредседатель*), Бишаев А. М., Гидаспов В. Ю.,
Голуб В. В., Голушко С. К., Димитриенко Ю. И., Запругаев В. И., Зимин В. Н.,
Иванов И. Э., Каюмов Р. А., Ковеня В. М., Коноплев Ю. Г., Крайко А. Н.,
Крылов С. С., Кузнецов Е. Б., Лукин В. Н., Острик А. В., Паймушин В. Н.,
Панов Ю. Н., Ревизников Д. Л. (*сопредседатель*), Семенов А. С., Тишкин В. Ф.,
Фомин Н. А.

Технический комитет конференции:

Гидаспов В. Ю. (*председатель*), Демидова О. Л., Дмитриев С. А., Жукова М. Е.,
Катасонова Е. Н., Коробовский А. В., Кузнецова Е. В., Ларина Е. В.,
Северина Н. С., Семенова А. В., Сеницкая В. В., Сиротенко С. В.,
Сластушенский Ю. В., Терехов И. В., Чугунков С. А.

Научные направления конференции

- А.** Течения в соплах и каналах
- В.** Двухфазные потоки и неравновесные течения
- С.** Химические реакции, горение, детонация
- Д.** Стационарные и нестационарные струйные течения
- Е.** Плазменная аэродинамика. Аэротермодинамика гиперзвуковых скоростей
- Ф.** Течения разреженного газа
- Г.** Отрывные течения и взаимодействие потоков с поверхностью
- Н.** Аэрокосмическая механика
 - И.** Общая механика, механика деформируемого твердого тела
 - Ж.** Высокопроизводительные вычисления, нейроинформатика и информационные технологии в механике
 - К.** Практические приложения: технологические процессы, проблемы механики сплошных сред, экологии, создания и эксплуатации аэрокосмической техники
 - Л.** Современные компьютерные технологии и подготовка специалистов для ракетно-космической отрасли

В. А. Левин, Г. А. Попов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Секция А

Течения в соплах и каналах

Babakov A.V. Numerical simulation of flow separation in nozzles	18
Абашев В.М., Еремкин И.Н., Животов Н.П., Замураев В.П., Калинина А.П., Третьяков П.К., Тупикин А.В. Изучение течения в полузакрытом канале с пересекающимися струями	20
Бакулин В.Н., Белоусов К.И., Битюрин В.А., Великодный В.Ю., Левин Ю.К., Попов В.В. Экспериментальные исследования характеристик течений тонкодисперсных микропузырьковых сред при высоких объемных газосодержаниях $30\% < \varphi < 90\%$	21
Бакулин В.Н., Бошенятов Б.В., Попов В.В. Численное моделирование течения воздуха через тонкую сверхдлинную трубку при больших перепадах давления между ее входным и выходным сечениями	24
Бураго Н.Г., Никитин И.С., Якушев В.Л. Численное решение нестационарных задач для сжимаемых сред методом адаптивных и наложенных сеток	26
Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Рогоза А.Н., Сластуженский Ю.В., Украинский Л.Е. Использование численного моделирования гемодинамических процессов в артериальном дереве при анализе профиля пульсовой волны	28
Грудницкий В.Г. Характеристическая консервативная форма законов сохранения для расчетов разрывных течений газа	30
Грудницкий В.Г. Характеристическая консервативная (ХаКо) схема повышенной точности	33
Замураев В.П., Калинина А.П. Создание устойчивой околосвуковой области в сверхзвуковом потоке в канале	34
Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Численное моделирование трехмерных течений в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе и плоском сопле	36
Крикунова А.И., Сон Э.Е. Теоретическое и экспериментальное исследование горения предварительно перемешанной смеси горючего и окислителя	38
Крюков И.А., Ларина Е.В., Иванов И.Э., Тарасевич А. Расчет течений в осесимметричных кавернах	40
Маламанов С.Ю. Численное моделирование влияния внешнего магнитного поля на течение проводящей жидкости в канале	42
Охотников Д.И. Сравнение механизмов перехода к турбулентности в каналах с препятствием цилиндрической и полуцилиндрической формы	43
Пивоваров Д.Е. О турбулентных всплесках в наклонных каналах при естественной конвекции	46
Рябинин А.Н., Сулейманов А.Ф. Транззвуковое течение в расширяющемся канале с центральным телом	47
Самсонов К.С., Севрюкова А.В., Полуянова Е.В., Герасимова А.М. Анализ взаимодействия гидроабразивной струи с внутренней поверхностью канала струеформирующего сопла	49
Селезнев Р.К., Суржигов С.Т. Квазиодномерное численное моделирование канала ГПВРД	50
Шустов С.А., Крюков И.А., Иванов И.Э. Численное исследование термогазодинамических процессов в соплах и струях жидкостных ракетных двигателей малой тяги с учетом их неидеального протекания	52

Секция В

Двухфазные потоки и неравновесные течения

Алабужев А.А. Влияние переменного электрического поля на поведение полусферической капли	56
Алабужев А.А., Кайсина М.И. Динамика цилиндрического газового пузырька с учетом движения линии контакта	57
Амелюшкин И.А., Стасенко А.Л. Исследование и управление взаимодействием холодных капель с рельефным телом в пограничном слое воздуха	59
Архипов В.А., Маслов Е.А., Усанина А.С. Закономерности движения несферического пузырька в присутствии поверхностно-активного вещества	61
Бакулин В.Н., Белоусов К.И., Битюрин В.А., Великодный В.Ю., Левин Ю.К., Попов В.В. Ударные волны в пузырьковых средах при числах Маха $1 < M < 5$ и высоких объемных газосодержаниях $\varphi \geq 30\%$	62
Буляккулов М.М., Никитин П.В. Решение задачи взаимодействия неизотермического гетерогенного потока с поверхностью высокоскоростного летательного аппарата	65
Быков Н.В. Численное моделирование внутрикамерных процессов в баллистических установках с присоединенным зарядом	67
Ганиев Р.Ф., Панин С.С., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е. Численное моделирование процесса перемешивания в установках колебательного типа	69
Губайдуллин Д.А. Ударные и акустические волны в парогазовых газокapельных и пузырьковых средах	70
Губайдуллин Д.А., Гафиятов Р.Н. Акустические волны разной геометрии в многофракционных пузырьковых жидкостях	72
Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А. Дрейф частицы в нелинейном волновом поле трубы	74
Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Влияние пузырьковых слоев на распространение акустических волн в дискретно-слоистой среде	76
Губайдуллин Д.А., Снигерев Б.А. Численное исследование турбулентной структуры течения в восходящем полидисперсном пузырьковом потоке	78
Диденко А.А., Мишенков С.Ю., Ахтерьяков А.В., Соколов А.Б., Анисимов М.Ю. Исследование характеристик двухфазной турбулентной струи воздуха из суживающегося сопла с использованием лазерных доплеровских анемометров и численного моделирования	80
Добровольский С.В., Никитин П.В., Борисов С.А., Глуховская Ю.И. Модель расчета инерционного движения частиц сверхзвукового гетерогенного потока через ударную волну и сжатый слой	82
Дьяченко Н.В. Структура брызгового облака, образующегося при взаимодействии воздушной струи с возмущенной поверхностью склона впадины воздушной подушки (ВП)	84
Клименко Л.С., Марышев Б.С. О засорении каналов при прокачке мелкодисперсной суспензии	86
Кунова О.В., Кустова Е.В., Савельев А.С., Шарафутдинов И.З. Уточнение простых моделей коэффициентов скорости неравновесной диссоциации	89
Лепешинский И.А., Зуев Ю.В., Решетников В.А., Антоновский И.В., Гузенко А.А., Заранкевич И.А. Эжектор с двухфазным рабочим телом с газодинамическим смесителем	91
Лепешинский И.А., Решетников В.А., Антоновский И.В., Гузенко А.А., Зуев Ю.В., Заранкевич И.А. Смеситель с двухфазным рабочим телом	93
Марков А.А. О тепло- и массопереносе в каналах с нанонитями	95

Марков А.А., Баринов В.Ю., Умаров Л.М., Филимонов И.А. Тепловое и видимое излучение при синтезе сульфида цинка	97
Махров В.П., Юрьев А.И. Формирование управляемого струйного течения со свободной границей при инъекции нерастворимого в воде газа	100
Молчанов А.М., Быков Л.В., Янышев Д.С. Модель турбулентности $k-\varepsilon-V_n$ для высокоскоростных свободных и пристеночных течений	100
Молчанов А.М., Быков Л.В., Янышев Д.С. Характеристики газовой динамики и неравновесного излучения сверхзвуковой струи	103
Пирумов У.Г., Гидаспов В.Ю., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование неравновесной конденсации в высокоскоростных потоках вязкого газа	105
Полозова Т.Н., Фролок П.А. Исследование эффективности различных антенн для геликонного источника плазмы при ионизации паров твердофазных веществ	107
Ревизников Д.Л., Способин А.В. Применение метода Монте-Карло к моделированию стокновительной динамики частиц при обтекании тел сверхзвуковыми полидисперсными потоками	109
Суров В.С., Степаненко Е.Н. Динамика запыленного газа	110
Сызранова Н.Г., Шевелев Ю.Д. Неравновесное обтекание затупленных тел потоком углекислого газа	113

Секция С

Химические реакции, горение, детонация

Абдуллин А.Л., Крюков В.Г., Березовская К.А. Применение собственных значений в задачах расчета процессов горения	116
Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование взрывных нагрузок в зависимости от области иницирования заряда	118
Аджиев С.З., Веденяпин В.В., Мелихов И.В. Н-теорема для уравнений химической кинетики с дискретным временем и их обобщений	119
Аракелян А.Д., Волохов В.М., Аверьков И.А., Токталиев П.Д., Мартыненко С.И. Численное исследование распределения теплового потока в системе камеры сгорания высокоскоростного летательного аппарата	121
Бакулин В.Н., Битюрин В.А., Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Левин Ю.К., Попов В.В. Экспериментальное исследование процессов поджига (нестационарного горения) факела керосина с наноприсадками	122
Ванькова О.С., Федорова Н.Н., Гольдфельд М.А. Исследование управления процессами воспламенения и горения в сверхзвуковой камере сгорания с помощью объемной ионизации потока	125
Гасилин В.В., Коста В.Ж., Крюков В.Г. Математическая модель горения распыленного угля в установках с пониженным содержанием вредных выбросов	127
Гидаспов В.Ю., Кононов Д.В., Северина Н.С. Численное моделирование одномерного стационарного течения в сопле с детонационной волной	129
Гидаспов В.Ю., Москаленко О.А. Численное моделирование иницирования детонации в керосино-воздушной газокапельной смеси падающей ударной волной	132
Головастов С.В., Бивол Г.Ю., Голуб В.В. Распространение детонационной волны вдоль акустически поглощающей пористой поверхности в водородно-воздушных смесях	135
Голуб В.В., Володин В.В., Кривокорытов М.С. Акустическое управление устойчивостью диффузионного факела	136
Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Решение задачи гиперзвуковой аэродинамики	139

Егорян А.Д. Пространственный расчет нестационарной ячеистой структуры детонационной волны	140
Козулин В.С., Третьяков П.К., Тупикин А.В. Стабилизация поднятого диффузионного факела электрическим полем с изменяемой во времени конфигурацией	141
Косарева А.А., Нагнибеда Е.А. Трехтемпературная кинетика колебательной релаксации и диссоциации углекислого газа в смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$	144
Кутыш И.И., Кутыш А.И., Кутыш Д.И. Способ снижения потерь давления, эмиссии CO и повышения надежности передачи пламени при розжиге кольцевой камеры сгорания ГТД	146
Нагнибеда Е.А., Шарафутдинов И.З. Трехтемпературное описание течений воздуха за ударными волнами, возникающими в неравновесном потоке	148
Осипов А.Л., Трушина В.П. Моделирование адиабатической температуры горения	150
Рассадкин Ю.П., Аванесян В.П., Захаров Н.Н. Экспериментальное и теоретическое исследование процессов горения эмульсий и суспензий жидких и твердых углеводородов с водой	152
Третьяков П.К. Преддетонационный режим горения (к реализации в высокоскоростном ПВРД)	154
Хмель Т.А. Стационарные структуры детонации газозвеси наноразмерных частиц алюминия	157
Чернов А.А., Шмаков А.Г., Торопецкий К.В. Изучение эффекта Ландау–Маркштейна в пламени и его практическое применение в камерах сгорания	159
Чернов А.А., Шмаков А.Г., Торопецкий К.В. Каталитическое влияние частиц оксидов металлов на скорость горения метана	162

Секция D

Стационарные и нестационарные струйные течения

Kazansky A.V. On two definitions of vorticity and their relevance to the momentum equation	165
Алексанин А.И., Алексанина М.Г., Казанский А.В., Фомин Е.В. Расчет параметров дорожки Кармана по спутниковым изображениям	167
Андрущенко В.А., Мурашкин И.В. Численное исследование задачи о шести точечных взрывах	169
Архипов В.А., Маслов Е.А., Жарова И.К., Жуков А.С., Крайнов А.Ю., Золоторев Н.Н., Фарапонов В.В. Математическое моделирование газодинамических процессов в ПВРД	171
Аульченко С.М., Картаев Е.В. Использование противоточной струи для управления фазовым составом частиц диоксида титана, синтезируемых в проточном плазмохимическом реакторе	174
Банах В.А., Маракасов Д.А., Шестернин А.Н., Сазанович В.М., Цвык Р.Ш. Экспериментальные исследования акустического поля, генерируемого сверхзвуковой затопленной струей	175
Волокитин О.Г., Шерemet М.А., Шеховцов В.В. Конвективный теплоперенос при получении силикатных расплавов в плазмохимическом реакторе	178
Карцева Е.Ю., Панасенко А.В. Прямое численное моделирование струйных течений на гибридной вычислительной системе	180
Котов М.А., Рулева Л.Б., Солодовников С.И., Суржииков С.Т. Имитационные модели для исследований в экспериментальной установке ГУАТ	182
Кравцов Я.И., Марфин Е.А., Абдрашитов А.А. Пульсирующее течение газа в акустическом резонаторе	185

Липницкий Ю.М., Еремин В.В., Михалин В.А. О проверке гипотезы гармоничности	187
Савин А.В., Соколов Е.И. Анализ условий формирования свободновисящих циркуляционных зон в сверхзвуковых недорасширенных струях	189
Собачкина Н.Л. Совместное движение бинарной смеси и вязкой жидкости в теплоизолированной цилиндрической трубе	191
Сторожев Д.А., Суржиков С.Т., Крюков И.А., Куратов С.Е. Расчет имитационными методами Монте-Карло излучения струи ракеты-носителя с использованием автомодельного решения	193
Ширшов Я.Н., Нерсисян Д.А., Сысоев Н.Н., Иванов И.Э., Знаменская И.А. Оптические исследования динамики развития водяной струи высокого давления	196

Секция Е

Плазменная аэродинамика.**Аэротермодинамика гиперзвуковых скоростей**

Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Области экстремальных значений функционалов .	199
Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. Обратные задачи тепломассообмена	201
Бочарников В.М., Володин В.В., Голуб В.В. Увеличение тяги синтетической струи при оптимизации электрических параметров плазменного актуатора	203
Градов В.М., Желаев И.А., Коробков С.С. Моделирование процессов в нестационарной сильно излучающей плазме высокого давления	204
Суржиков С.Т. Анализ летных данных по ионизации сжатого слоя при скорости полета $M \sim 17-19$ в разреженной атмосфере	206

Секция F

Течения разреженного газа

Абгарян М.В., Бишаев А.М. Сравнение результатов численного моделирования СПД с результатами экспериментальных данных	209
Абгарян М.В., Бишаев А.М., Ким В. Численное моделирование течения струи плазмы, образующейся при работе стационарного плазменного двигателя (СПД) . .	211
Аксенова О.А., Халидов И.А. Асимптотическое влияние слабой полигауссовской шероховатости стенок на течения разреженного газа в каналах и соплах	213
Басалаев А.В., Потапов А.П., Дербакова Е.П., Осипова З.П., Михайлов Д.О. Разработка моделей сечений столкновений молекул с учетом реальных потенциалов взаимодействия	215
Гаспарян М.М., Черемисин Ф.Г., Клосс Ю.Ю., Захаров А.А. Моделирование многотрубного насоса Кнудсена путем призматическо-тетраэдрической дискретизации пространства	218
Жиринов Н.С., Хмелевс А., Самонов А.С., Лисенко А.В., Бабайлов А.А. Моделирование разделения разреженной смеси изотопов кнудсеновской мембраной	219
Котельников М.В., Аверина А.М., Скоблова А.А. Компьютерное моделирование эффузии разреженной плазмы в вакуумное пространство	221
Котельников М.В., Аверина А.М., Скоблова А.А. Усовершенствованный метод характеристик для расчета процессов переноса в пристеночных слоях разреженной плазмы	222
Михайловский К.В., Резник С.В. Моделирование тепломассообмена при газофазном осаждении карбида кремния в пористый углерод-углеродный композиционный материал	222
Надирадзе А.Б. Моделирование методом Монте-Карло процессов формирования собственной внешней атмосферы космических аппаратов	225

Подрыга В.О., Поляков С.В. Многомасштабный подход к моделированию течений газа в микроканалах	227
Щербаков Д.В., Любимов Д.Ю., Гришина В.Г., Шувалов П.В., Мартынов Д.В. Компьютерное моделирование газодинамических процессов в межэлектродном зазоре многоэлементного термоэмиссионного электрогенерирующего канала ЯЭУ	229

Секция G

Отрывные течения и взаимодействие потоков с поверхностью

Алексин В.А. Моделирование турбулентного теплообмена в нестационарном пристенном течении с градиентом давления	231
Баранов Н.А., Турчак Л.И. Идентификация опасных вихревых следов за самолетами на основе данных дистанционного зондирования импульсным лидаром	233
Богданов А.Н. К устойчивости транзвукового пограничного слоя с самоиндуцированным давлением. Новый взгляд на классические результаты	235
Гапонов С.А., Терехова Н.М. Устойчивость пограничного слоя сжимаемого газа при распределенном вдуве и теплообмене с поверхностью	236
Гувернюк С.В., Максимов Ф.А. О гистерезисе сверхзвукового обтекания периодической решетки круглых стержней под углом атаки	238
Добровольский С.В., Никитин П.В., Борисов С.А., Глуховская Ю.И. Энергообмен при взаимодействии частицы с подложкой при натекании сверхзвукового гетерогенного потока на плоскую твердую стенку	241
Еремеев В.О., Кальясов П.С., Февральских А.В., Шабаров В.В. Математическое и физическое моделирование экранной аэродинамики амфибийного судна на воздушной подушке с аэродинамической разгрузкой	244
Замураев В.П., Калинина А.П. О воздействии колебаний элемента поверхности профиля на аэродинамические характеристики при транзвуковом обтекании	246
Кузенов В.В., Селезнев Р.К. Приближенный метод расчета конвективного потока тепла на поверхности тел простых форм	248
Кузнецов Г.В., Ребров А.К., Стрижак П.А. Исследование особенностей движения и трансформации жидкостных снарядов в высокотемпературной газовой среде	249
Максимов Ф.А., Остапенко Н.А. Моделирование сверхзвукового обтекания V-образных крыльев с коническим центральным телом	252
Максимов Ф.А., Остапенко Н.А. Сверхзвуковое течение около треугольной пластины с коническим углублением	255
Молчанов А.М., Янышев Д.С., Быков Л.В. Расчет ламинарно-турбулентного перехода на пластине в гиперзвуковом потоке	257
Нуриев А.Н. Численное моделирование течений, возникающих около гармонически осциллирующего цилиндра в диапазоне умеренных значений колебательного числа Рейнольдса	260
Петров А.Г., Потапов И.И. Моделирование обтекания турбулентным потоком периодических донных волн	262
Петров А.Г., Потапов И.И. Об определении функции сдвига для задач русловой устойчивости	262
Погудалина С.В., Федорова Н.Н., Вальгер С.А. Математическое моделирование взаимодействия воздушного потока с упругим стержнем квадратного сечения, закрепленного на подложке	263
Савельев А.Д. О численном моделировании гиперзвукового обтекания летательного аппарата на активном участке его движения	265
Чулюнин А.Ю. Исследование аэродинамики тандема тел с интерцептором	266

Секция Н

Аэрокосмическая механика

Андрущенко В.А., Головешкин В.А., Сызранова Н.Г. О механизмах разрушения метеорных тел	269
Бакулин В.Н., Волков Е.Н., Данилкин Е.В., Недбай А.Я. Динамическая устойчивость корпуса газогенератора при действии осевых сил	271
Кондратьева Л.А. Периодические движения спутника вокруг сжатого сфероида в гравитационном поле	273
Пантюхов А.Л. Метод определения оптимальных параметров программы движения ракеты-носителя при выведении полезного груза на круговую орбиту заданной высоты	276
Прозорова Э.В. Эффекты дисперсии в механике сплошной среды	278
Семянистый А.В. Гипотеза знакопеременной гравитации	280
Турчак Л.И., Цветков Г.А., Шематович В.И. Кинетический метод Монте-Карло для исследования химических реакций в верхней атмосфере Земли	282

Секция I

Общая механика, механика деформируемого твердого тела

Абдрахманова А.И., Султанов Л.У. Исследование деформаций тел из несжимаемых материалов	285
Абросимов Н.А., Елесин А.В. Математическое моделирование прогрессирующего разрушения композитных цилиндрических оболочек при многократном импульсном нагружении	287
Абросимов Н.А., Новосельцева Н.А. Численный анализ процесса прогрессирующего разрушения металлопластиковых цилиндрических оболочек при импульсном нагружении	289
Астафуров С.В., Шилько Е.В., Григорьев А.С., Псахье С.Г. Исследование влияния используемых моделей межфазных интерфейсов на механические свойства металло-керамического композиционного материала	291
Астафуров С.В., Шилько Е.В., Псахье С.Г. Теоретическое исследование особенно-стей неупругого деформирования хрупких пористых материалов и сред, находящихся в стесненных условиях	293
Бабешко В.А., Мухин А.С., Шестопалов В.Л., Елецкий Ю.Б. Исследование систем интегральных уравнений с мероморфным символом, возникающих в контактных задачах	295
Бабешко О.М., Гладской И.Б., Горшкова Е.М., Уафа Г.Н. О скрытых дефектах в полубесконечных пластинах на деформируемом основании при горизонтальных колебаниях	297
Бакулин В.Н. Построение конечно-элементной уточненной модели слоисто-неоднородных нерегулярных оболочек двойной кривизны с учетом моментности несущих слоев и трехмерности напряженно-деформированного состояния заполнителя	300
Белашова И.С., Кухтенкова А.А., Горшков А.А., Ломовской В.А. Сравнительный анализ некоторых функций релаксации для описания локальных процессов неупругости по спектрам внутреннего трения	301
Бобылев А.А., Белашова И.С. Численное моделирование накопления повреждений при контактном взаимодействии с учетом односторонних эффектов на микроуровне	303
Борина А.П., Терешин В.А. Стабилизация ходьбы статически неустойчивого робота методом идеального механизма	305
Брагов А.М., Горохов А.Н., Константинов А.Ю., Кочетков А.В., Модин И.А. Исследование деформационных свойств пакетов плетеных сеток	307

Бураго Н.Г., Никитин А.Д., Никитин И.С., Якушев В.Л. Сверхмногоцикловая усталость титановых сплавов	310
Виноградов Ю.И., Константинов М.В. Математические модели и пределы их использования при расчете на прочность сферического бака	312
Виноградов Ю.И., Меньков Г.Б. Моделирование концентрации напряжений в подкрепленной шпангоутами конической оболочке под действием температуры и внешнего давления	314
Гайнулина Л.Р., Бережной Д.В. Исследование удельной энергоемкости магнито-пластных механических накопителей энергии	316
Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование высокотемпературной ползучести жаропрочных сплавов в условиях нейтронного облучения	318
Гусев Е.Л. Математические методы исследования потенциальных возможностей композиционных конструкций по эффективному уменьшению интенсивности теплового излучения	320
Гусев Е.Л., Бакулин В.Н. Вариационная постановка задач оптимального проектирования композиционных материалов с требуемым и регулируемым комплексом свойств	322
Давыдов Р.Л., Султанов Л.У., Абдрахманова А.И. Об одном алгоритме расчета больших упруго-пластических деформаций МКЭ	324
Демарева А.В., Кибец А.И., Шошин Д.В. Конечно-элементное решение трехмерных задач упругопластического выпучивания полусферических оболочек при локальных воздействиях	326
Димаки А.В., Шилько Е.В., Астафуров С.В., Псахье С.Г. О влиянии порового флюида на сдвиговую прочность упруго-пластической границы раздела	328
Дудко О.В., Рагозина В.Е., Лаптева А.А. О нестационарном одномерном деформировании изотропноупругих кусочно-линейных сред	330
Евдокимова О.В., Лозовой В.В., Телятников И.С., Уафа С.Б. Формулы для приближенного решения интегральных уравнений и расчета контактных напряжений в продольно и поперечно армированных плитах	332
Ежов А.Д., Меснянкин С.Ю., Быков Л.В. Анализ теплонапряженного состояния металло-композиционных конструкций на примере жидкостного ракетного двигателя малой тяги	335
Захарова О.С., Нуриев А.Н. Решение задачи оптимизации движения двухмассового виброробота в вязкой жидкости	337
Ковтаниук Л.В., Лемза А.О. Ползучесть и пластическое течение материала цилиндрического слоя при изменяющейся скорости вращения граничной поверхности	339
Ковтаниук Л.В., Мокеев Д.А., Панченко Г.Л. Прямолинейное течение упруговязкопластической среды в цилиндрическом слое в условиях двустороннего проскальзывания	341
Конопельчев М.А., Тарасова А.Г., Недбай А.Я. Устойчивость цилиндрической композитной оболочки с наполнителем при действии внешнего давления, осевых сил и кручения	343
Корчуганов А.В., Зольников К.П., Крыжевич Д.С., Псахье С.Г. Особенности структурных перестроек в приповерхностном слое сплава Cu–Ni при деформировании	345
Котов В.Л., Линник Е.Ю. Методика расчета оптимальных форм осесимметричных ударников при движении в мягком грунте на основе метода циклического покоординатного спуска	346
Крыжевич Д.С., Корчуганов А.В., Зольников К.П., Псахье С.Г. Особенности структурных трансформаций поверхностных слоев в кристаллите алюминия при облучении	348
Крылова Е.Ю., Яковлева Т.В., Баженов В.Г. Нелинейная динамика гибких оболочек в температурном поле	349

Крысько В.А., Крылова Е.Ю., Салтыкова О.А., Папкина И.В. Контактное взаимодействие двух гибких слоистых балок, находящихся под действием знакопеременной нагрузки и аддитивного белого шума	352
Кузнецов Е.Б., Леонов С.С. О параметрах продолжения решения для задач ползучести	354
Лалин В.В., Лалина И.И., Кузнецова Д.А. Доказательство ошибочности классических результатов в теории устойчивости стержня Тимошенко	356
Манцыбора А.А., Полоник М.В. Влияние накопленных необратимых деформаций на распространение возмущений постоянной интенсивности в окрестности микродефекта	358
Маров М.Я., Ипатов С.И. Механика космических процессов миграции малых тел в Солнечной системе: Природа и модели	359
Нгуен В.К., Вецель С.С., Салтыкова О.А., Крысько В.А. Пространственные колебания (3D) гибких балок	362
Недбай А.Я., Данилкин Е.В., Волков Е.Н. Устойчивость кольцевой пластины, расположенной внутри цилиндрической оболочки	364
Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н., Богомолов Г.Н. Экспериментально-теоретическое исследование процесса ударно-взрывного нагружения природных материалов	367
Острик А.В., Матвеев А.М., Бакулин В.Н. Численное моделирование нестационарного деформирования статически нагруженных углепластиковых оболочек вращения переменной толщины при импульсном тепловом действии излучений и частиц	369
Пестренин В.М., Пестренина И.В., Ландик Л.В. Напряженное состояние в вершине и малой окрестности составного клина с защемленными образующими	371
Преснецова В.Ю., Ромашин С.Н., Фроленкова Л.Ю., Шоркин В.С. Адгезионный контакт упругих тел	374
Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Использование прифронтовых асимптотик при решении многомерных задач ударной динамики нелинейно-упругих сред	376
Рогаев К.С., Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Федосов О.Ю., Югов Н.Т. Математическое моделирование воздействия металлокерамического ударника на вв, защищенное слоисто-разнесенной конструкцией, при различных скоростях	378
Ромашин С.Н., Шоркин В.С., Якушина С.И. Прочность слоистых материалов	380
Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш., Нарзуллаев Ф.С. Распространение волн в вязкоупругом клине с произвольным углом вершины	382
Свистков А.Л., Комар Л.А., Кондюрин А.В., Мальцев М.С., Терпугов В.Н. Испарение молекул отвердителя в реакции полимеризации эпоксидной смолы	385
Соколов А.П., Михайловский К.В., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С., Пресняков В.В. Численное определение эффективных упруго-прочностных характеристик композитных заделок газоразделительных мембранных модулей	387
Стреляев Ю.М., Шупчинская К.С. Численное решение контактной задачи о сжатии двух упругих цилиндров с учетом трения	389
Тырымов А.А. Об оценке несущей способности прямоугольной пластины, ослабленной отверстиями	391
Фахрутдинов Л.Р., Султанов Л.У., Абдрахманова А.И. Расчет больших деформаций гиперупругих тел МКЭ	393
Федорова Т.Г., Петров М.В. Экспериментальное исследование предельного состояния цилиндрических тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе	395
Хакимов А.Г. Определение массового расхода жидкости в трубопроводе под давлением по собственным частотам изгибных колебаний	397
Шемет Л.А., Щербаков С.С. Моделирование объемной повреждаемости в окрестности горной выработки	399
Шеметов А.В., Кружилин В.С., Яковлева Т.В., Крысько В.А. Параметрические колебания пластинки, подкрепленной локальными ребрами в стационарном температурном поле	401

Щербаков С.С., Сосновский Л.А., Насань О.А. Объемная повреждаемость системы колесо–рельс с учетом воздействия всего железнодорожного состава	404

Секция J

Высокопроизводительные вычисления, нейроинформатика и информационные технологии в механике

Абгарян К.К., Володина О.В., Уваров С.И. Компьютерное моделирование процесса нитридации поверхности кремния	407
Абгарян К.К., Ревизников Д.Л., Журавлев А.А., Елисеев С.В., Смирнов В.Е. Валидация дискретно-элементной модели высокоскоростного внедрения на экспериментальных данных	409
Абруков В.С., Чернов А.А. Применение искусственных нейронных систем для моделирования турбулентного горения	410
Алексеев А.К., Бондарев А.Е. К расчету возмущения поля течения с помощью комплексного варианта программы решения уравнений Эйлера	412
Афанасьева М.Н., Кузнецов Е.Б. Численный метод решения нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом	414
Благовещенская Е.А., Гарбарук В.В., Кунец Д.С. Алгоритмический подход к построению абелевых групп без кручения с заданными параметрами прямых разложений	416
Будкина Е.М., Кузнецов Е.Б. Численное решение краевых задач для систем интегродифференциально-алгебраических уравнений	417
Быков Н.В., Власова Н.С. Эволюционная методика синтеза оптимальных параметров баллистических установок	419
Васильев А.Н., Каверзнева Т.Т., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Об одной задаче идентификации параметров загрязнения воздушной среды в туннелях на основе нейросетевого подхода	421
Галютин О.А., Галютин В.Б. Разработка системы массового обслуживания многоканального потока информации	423
Голубев В.К., Северина Н.С. Информационная поддержка задач моделирования нестационарных течений реагирующего газа в каналах	425
Гришин Ю.А. Сравнительные исследования методов распада разрыва и характеристик с плавающей сеткой	427
Гришин Ю.А., Семенчукова В.С. Профилирование входного патрубка центробежного компрессора	429
Зленко Н.А. Использование результатов косвенных измерений при создании эмпирико-математической модели	431
Калинин А.В., Садовский В.В., Чекмарев Д.Т. Численный алгоритм решения задачи о глобальной электрической цепи в атмосфере Земли	433
Костюшин К.В., Богдевич Ю.Р., Еремин И.В., Кагенов А.М. Разработка и реализация архитектуры программного комплекса «FlashFlow» предназначенного для численного решения двумерных задач газовой динамики	435
Лазовская Т.В., Тархов Д.А. О применении общего нейросетевого подхода к решению одной дифференциально-алгебраической краевой задачи	437
Лобанов И.А., Рожнов А.В. Интеллектуализация средств ухода от конфликтов при переключении режимов управления ЛА с применением языкового формализма «схем радикалов» в предметной области «Smart Intelligent Aircraft Structure»	439
Малыхина Г.Ф., Милицын А.В., Гусева А. Поиск и распознавание объектов на кадрах аэрофотосъемки БПЛА	441
Нечаев Ю.И. Моделирование поведения сложных динамических систем на основе современной теории катастроф	443

Нечаев Ю.И. Концепция нейронных сетей при функционировании самоорганизующихся систем	445
Осипов А.Л., Трушина В.П. Нейросетевые технологии в прогнозировании концентрационных пределов воспламенения	448
Пантюхов А.Л., Юрченко А.В. Визуализация результатов математических моделей в задачах внешней баллистики	449
Петров О.Н. Модифицированная система итерированных функций в задачах динамической непотопляемости судов	451
Русаков С.В., Моисеенков М.С. Схема повышенного порядка точности для диффузно-кинетических уравнений	454
Семенов А.С. Модель фрактальных графов для имитации самоорганизации процессов роста	456
Сергеев А.С. Применение бионических информационных технологий для решения задач классического, асимметричного и блочного криптоанализа	457
Серебрякова И.Е. О вырожденных матрицах в несимметричных спектральных задачах	459
Серебрякова И.Е. О начальных приближениях в несимметричных спектральных задачах	462
Соколов А.П., Игнатов А.В., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С. Ресурсоемкое численное моделирование упруго-прочностных свойств модифицированных неразъемных клеевых соединений	464
Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Модель нестационарного процесса в неизотермическом химическом реакторе	467
Хачумов В.М. Разрядно-параллельный способ реализации CORDIC-алгоритмов	468
Широбоков Д.А., Зензинов А.А. О MPI-реализации метода решения трехмерных уравнений Эйлера на основе мультиоператорных схем 16-го порядка точности	471

Секция К

Практические приложения: технологические процессы, проблемы механики сплошных сред, экологии, создания и эксплуатации аэрокосмической техники

Абгарян В.К., Круглов К.И. Экспериментальное определение температур в космическом высокочастотном ионном двигателе малой мощности	474
Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Макаров М.В. Численное исследование физически нелинейных задач об изгибе трехслойных пластин	475
Бадриев И.Б., Желтухин В.С., Чебакова В.Ю. Численное исследование низкотемпературной ВЧЕ-плазмы в аргоне при повышенных давлениях	477
Бадриев И.Б., Макаров М.В., Паймушин В.Н., Холмогоров С.А. Численное исследование нелинейной задачи о трехточечном изгибе композитных тест-образцов	479
Баженов В.Г., Артемьева А.А., Нагорных Е.В., Казаков Д.А., Кузмичева Т.В. Численное моделирование неосесимметричного выпучивания упругопластических оболочек вращения при комбинированных осесимметричных нагружениях	481
Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров Д.Л. Экспериментально-расчетный метод исследования деформационных и прочностных характеристик упруговязкопластических материалов методом прямого удара	483
Баженов В.Г., Жестков М.Н. Исследование применимости конструктивно-ортотропной модели в задачах растяжения и изгиба густо перфорированных пластин и оболочек	485
Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Построение истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов после образования шейки	487
Барченко Ф.Б., Бакулин В.Н. Граничные условия теплового нагружения цилиндрической группы двигателя	489

Баталов В.Г., Степанов Р.А., Сухановский А.Н. Развитие методики оптических измерений размеров капель жидкости в плотном потоке	491
Бошенятов Б.В. Исследования волн цунами в лабораторной установке	493
Бошенятов Б.В., Жильцов К.Н., Попов В.В. Исследование взаимодействия волн цунами с подводными преградами	495
Градов В.М., Гавриш С.В. Моделирование спектрально-энергетических характеристик импульсных разрядов в парах цезия и ртути как мощных источников инфракрасного излучения	498
Гурман В.И., Гусева И.С. Магистральные решения в задаче оптимизации устойчивого развития региона	500
Гурман В.И., Расина И.В., Батурина О.В. Дискретно-непрерывные системы и магистральные решения в исследовании эколого-экономической модели региона	502
Гурман В.И., Фесько О.В., Любавин А.С. Многоэтапная схема оптимизации маневра вертолета	505
Гуськов Д.В., Корнев Ю.В., Бойко О.В., Валиев Х.Х., Карнет Ю.Н. Особенности свойств клеевой композиции, модифицированной графеном, для авиационных конструкций на основе полимерных композитов	507
Демин А.А., Ефремов Д.В., Кондюрин А.В., Мерзляков А.Ф., Свистков А.Л., Терпугов В.Н., Чудинов В.С. Экспериментальное и вычислительное моделирование надувных отверждаемых в открытом космосе антенн для наноспутников	509
Егоров А.В., Нигматулин Р.И., Рожков А.Н. Опыты с глубоководными пузырями природного газа	511
Ершова А.Ю., Мартиросов М.И. Экспериментальное изучение влияния температурно-влажностных условий окружающей среды на механические свойства полимерных композитов	513
Зароднюк М.С., Свищев Д.Н., Донской И.Г., Зароднюк Т.С. Постановка задачи оптимального управления газогенераторной установкой	515
Засухина Е.С., Засухин С.В. Определение параметра зависимости гидравлической проводимости от влажности почвы	516
Каганович Б.М., Зароднюк М.С., Якшин С.В. Равновесное механико-термодинамическое моделирование траекторий	518
Клочкова Л.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф. Математическое моделирование взрывоопасных ситуаций при разработке осадочных бассейнов	521
Коломенцев П.А., Суриков Е.В., Яновский Л.С. Особенности отработки комбинированных двигательных установок безгазогенераторной схемы на огневых наземных стендах	523
Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Анализ кристаллизации солей накипи в пересыщенной водной среде	524
Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Анализ отложений солей накипи на стенках теплообменника	526
Светушков Н.Н. Численное моделирование теплофизических процессов на основе метода струн	527
Смирнов С.В. Исследование резонансных колебаний в природных водоемах	529
Страхов В.Л., Кузьмин И.А., Бакулин В.Н. Модель высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов	531
Суриков Е.В., Шаров М.С., Яновский Л.С. Особенности экспериментальной отработки комбинированных двигательных установок газогенераторной схемы	534
Суриков Е.В., Ширин А.П., Яновский Л.С. Автономная отработка энергонаполнителей для комбинированных двигательных установок	536
Тишкин В.Ф., Ладонкина М.Е. Обобщение метода Годунова, использующее кусочно-полиномиальные аппроксимации в многомерном случае	537

Федюшкин А.И. Конвекция в термостате при объемной кристаллизации из растворов	538
Хамидуллин М.Р., Мазо А.Б., Поташев К.А. Нестационарная двухфазная фильтрация в окрестности горизонтальной скважины с многостадийным гидроразрывом пласта	540
Цаплин С.В., Болычев С.А. Моделирование теплового режима системы астроориентации космического аппарата	542
Цыпкин Г.Г. Образование гидрата при утилизации двуокиси углерода в подземных резервуарах	544

Секция L

Современные компьютерные технологии и подготовка специалистов для ракетно-космической отрасли

Алексейчук А.С. Технологии построения системы дистанционного обучения на базе веб-конференций	547
Бабенко Е.А., Клёнов Е.А., Кухтичев А.А., Скородумов С.В. Математическое моделирование конкуренции в секторе медицинских информационных систем	549
Виноградов В.И., Круглов В.И. Расчетно-практические работы на тему «Поиск ассоциативных правил»	551
Волкова Т.Б., Шубин В.Л. Компьютерная поддержка заключительной аттестации студентов по дисциплинам математического цикла	552
Демидова О.Л. Численные методы в среде Excel	554
Киндинова В.В., Кринецкий Е.О., Кузнецова Е.В. Проблемы преподавания имитационного моделирования при подготовке специалистов аэрокосмической отрасли	555
Киндинова В.В., Кринецкий Е.О., Кузнецова Е.В. Формализация имитационной модели	556
Киреева Е.Е. Автоматизированная система поиска нечетких дубликатов отдельных фрагментов исходного кода программ при проверке на плагиат лабораторных работ	558
Крашенинников К.Г. Исследование возможностей использования гетерогенных вычислительных систем для ускорения алгоритма сжатия разреженных графов	559
Крылов С.С., Рыбалко А.А. Использование системы виртуальных рабочих мест в учебном процессе кафедры	561
Кузнецова С.В. Компонентно-ориентированный подход к разработке современных прикладных программных систем	562
Кузнецова С.В. Объектно-ориентированный подход к созданию пользовательского интерфейса (UI) в современных прикладных программных системах	564
Кули-заде М.Е., Скороход Е.П. Использование электронных методических пособий в процессе обучения физике в МАИ	566
Кухтичев А.А., Скородумов С.В. Использование медицинской информационно-аналитической системы «ЦифроМед» в процессе врачебно-лечной экспертизы	569
Лукин В.Н. Студенты и отладка программ	571
Малинина Н.Л., Демидова О.Л. Технологии документооборота в инженерной отрасли	573
Решетникова О.В., Иванова Ю.А. Инструментальное программное средство для выполнения первичной структуризации и преданализа разнородных массивов информации	575
Ридли М.К. Программное средство извлечения временного контекста из текстовых документов	577
Чернышов Л.Н. Облачные технологии Google в учебном процессе	578
Член-корреспондент РАН У.Г. Пирумов (1931–2015)	581
Список организаций	584
Адресная книга	588
Авторский указатель	595

NUMERICAL SIMULATION OF FLOW SEPARATION IN NOZZLES

A. V. Babakov

Institute for Computer Aided Design, RAS, Moscow, Russia

The investigation of flow in nozzles is the important for prediction of the negative phenomena such as the unsteady flow separation and intensive pressure pulsations. The numerical simulation of similar flows is based on a conservative finite-difference flux method [1] for unsteady model of viscous heat-conducting compressible gas. The numerical simulation was realized in three-dimension unsteady formulation. The investigations were carried out for supersonic plane, conical and profiled nozzles, including interaction of shock wave with boundary layer; structure of flow, separation, reattachment, recirculation flow.

The typical computational grid is presented on fig. 1 and includes 10^6 – 10^7 finite volumes.

The basic parameter at investigations, witch defines the behavior of flow and it stability, is the Nozzle Pressure Ratio $NPR = P_0/Pa$ (P_0 — stagnation pressure in the convergent nozzle part, Pa — ambient pressure).

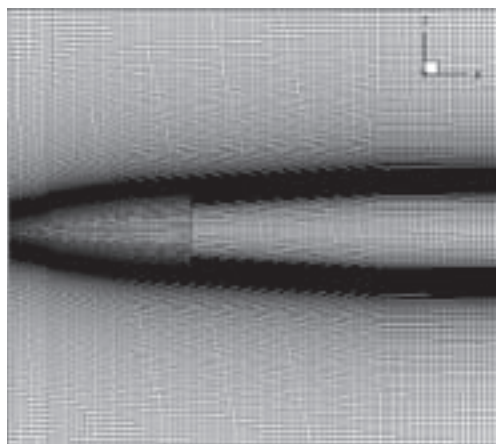


Fig. 1. Example of computational grid

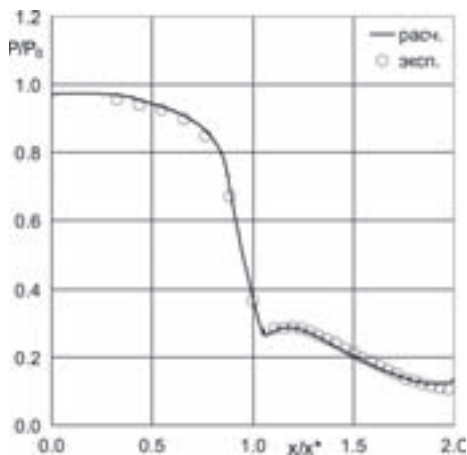


Fig. 2. Pressures on nozzle wall (simulation — $NPR = 5,4$, experimental data — $NPR = 5,423$)

The verification of the used methodic was realized by comparison with the experimental data [2] for supersonic convergent-divergent plane nozzle. On fig. 2, 3 the centerline static pressures on nozzle wall and local Mach number and density gradient field are shown as example for flow without boundary-layer separation.

The examples of flow with boundary-layer separation within nozzle are presented on fig. 4, 5.

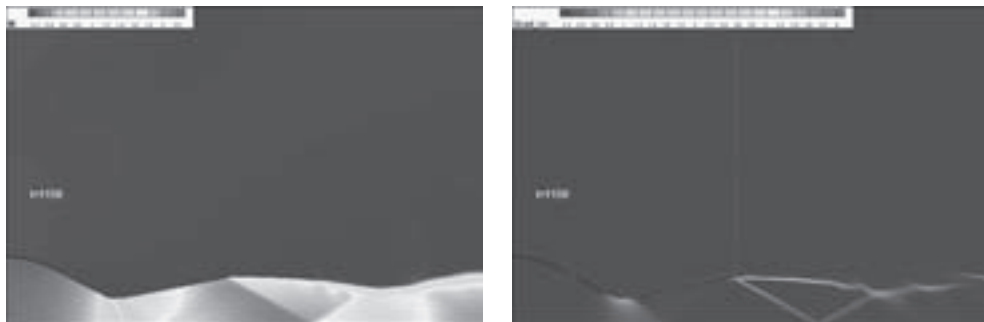


Fig. 3. Local Mach number and density gradient fields. $NPR = 5,4$

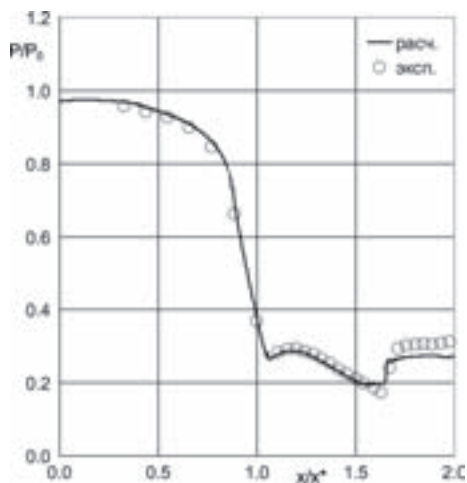


Fig. 4. Pressures on nozzle wall (simulation — $NPR = 3,0$, experimental data — $NPR = 3,014$)

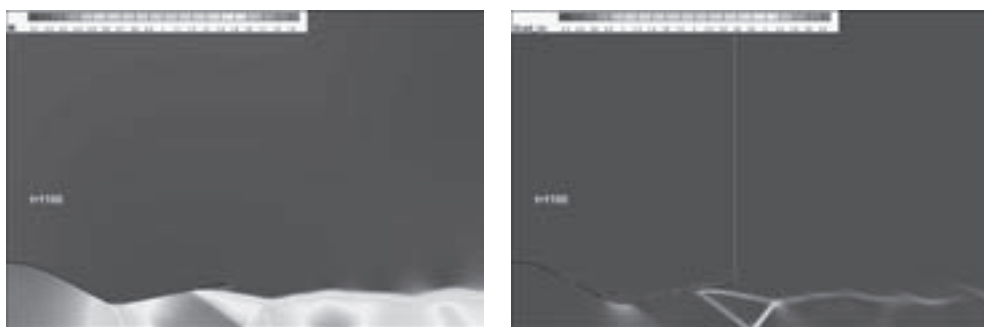


Fig. 5. Local Mach number and density gradient fields. $NPR = 3,0$



Fig. 6. Density gradient field. $NPR = 10,6$

For supersonic conical axisymmetric nozzle the numerical simulation was realized in three-dimension unsteady formulation also. For example, the field of density gradient are represented on fig. 6 for over-expanded regimes, which is characterized the deep penetration of unsteady flow separation into nozzle with shock-wave systems.

The computations are performed using parallel algorithms implemented on a cluster-architecture supercomputers (JSCC RAS).

1. *Бабаков А. В.* Численное моделирование пространственно-нестационарных струй сжимаемого газа на многопроцессорном вычислительном комплексе // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2011. — Т. 51, №2. — С. 251–260.
2. *Hunter C. A.* Experimental, theoretical and computational investigation of separated nozzle flows // AIAA Paper 98-3107, 1998.

ИЗУЧЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ПОЛУЗАКРЫТОМ КАНАЛЕ С ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ СТРУЯМИ

**В. М. Абашев¹, И. Н. Еремкин¹, Н. П. Животов¹,
В. П. Замураев², А. П. Калинина², П. К. Третьяков², А. В. Тупикин²**

¹МАИ, Москва, Россия; ²ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

В работе представлены результаты совместных исследований МАИ и ИТПМ СО РАН газодинамики течения, формируемого в полузакрытом канале с пересекающимися газовыми струями. Проведены дренажные и весовые испытания на тестовых моделях, и выполнен невязкий расчет.

Схема модели представлена на рис. 1. Опыты и расчеты проводились для различных углов α и β . Выходной диаметром канала был равен $D = 16$ мм при общей длине $L = 24$ мм. Варьировался диаметр входных отверстий d . Сжатый воздух поступал в канал из форкамеры через отверстия в стенках, затем истекал в атмосферу. Давление измерялось в трех точках на криволинейном днище (P_1 по оси, P_2 под углом 45° к оси, P_3 на соединении днища и цилиндрической части), вблизи выхода модели (P_4) и насадком полного давления (P_5) на оси в выходном сечении. Численное моделирование проводилось в рамках нестационарных двух- и трехмерных уравнений Эйлера.

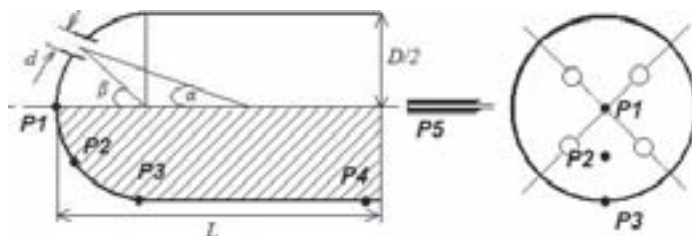


Рис. 1. Схема модели

Получены различные режимы. Например, для $\alpha = \beta = 90^\circ$ и $d = 2,5$ мм при давлении в форкамере $P_0 > 2$ МПа реализуется сверхзвуковое течение на выходе с практически постоянным числом Маха $M \approx 1,1\text{--}1,15$ (не зависящем от давления в форкамере). Для этого случая был проведен невязкий расчет ($P_0 = 3, 7$ и 10 МПа). В табл. 1 дано сравнение расчетных и экспериментальных значений давления в выбранных точках.

Полученные в расчете данные по распределению давления хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

Таблица 1

$P_0 = 3 \text{ МПа}$	$P_1, \text{ кг/см}^2$	$P_2, \text{ кг/см}^2$	$P_3, \text{ кг/см}^2$	$P_4, \text{ кг/см}^2$
Расчет	5,24	3,16	2,64	1,40
Эксперимент	5,2	3,5	2,6	1,4

Разработан и отлажен способ регистрации продольной силы, действующей на модель. Получены данные о величине продольной силы для всех типов демонстрационных моделей (сфокусированные под углом 15° , встречные и обратные способы подачи воздуха) при диаметре отверстий 1,5–3,5 мм. Определены давления в заданных местах на поверхности канала. При сравнении экспериментальных данных с результатами невязкого расчета получено хорошее согласование.

Экспериментально показано, что увеличение площади отверстий ведет к более быстрому выходу на режим с постоянным числом Маха в выходном сечении модели. Для случая отверстий, сфокусированных под углом 15° , значение числа Маха равно $M = 1,5$, для встречных ($\alpha = \beta = 90^\circ$) и обратных ($\alpha = 105^\circ, \beta = 90^\circ$) струй число Маха на оси в выходном сечении практически совпадает и равно $M = 1,25$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧЕНИЙ ТОНКОДИСПЕРСНЫХ МИКРОПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕД ПРИ ВЫСОКИХ ОБЪЕМНЫХ ГАЗОСОДЕРЖАНИЯХ $30\% < \varphi < 90\%$

**В. Н. Бакулин¹, К. И. Белоусов¹, В. А. Битюрин²,
В. Ю. Великодный^{1,2}, Ю. К. Левин¹, В. В. Попов¹**

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²ОИВТ РАН, Москва, Россия

Появление высокоскоростной кинотехники 0,5 млн кадров секунду и компьютерных программ для обработки данных позволило перейти к прямому измерению характеристик газодисперсной смеси и потока. В работе представлены экспериментальные исследования характеристик высокоскоростных течений, обтекания цилиндра в плоском канале при числах Маха в набегающем потоке $1 < M < 5$ и объемном газосодержании $30\% < \varphi < 90\%$. Открытый недавно эффект дальнего действия сил при взаимодействии компонентов гетерогенной фазы при $30\% < \varphi$ [1, 2] ставит новые задачи в области теории пограничного слоя, течений в каналах, соплах Лаваля, вихревых соплах. Так как уравнения для описания таких течений не замкнуты по отношению к коэффициентам переноса, тепло и массообмена, ключевую роль в этой области деятельности отводится эксперименту и его интерпретации.

Принципиальная схема установки с диагностическим оборудованием представлена на рис. 1.

В результате проведенных экспериментов было получено большое количество киноматериалов для обработки. Характерные данные и методика их обработки представлены на рис. 2.

Слева показана исходная фотография. В центре изображение с указанием номеров и центров распознанных пузырьков после обработки изображения программой

Bubble Reader. Справа показана исходная фотография с указанием распознанных пузырьков.

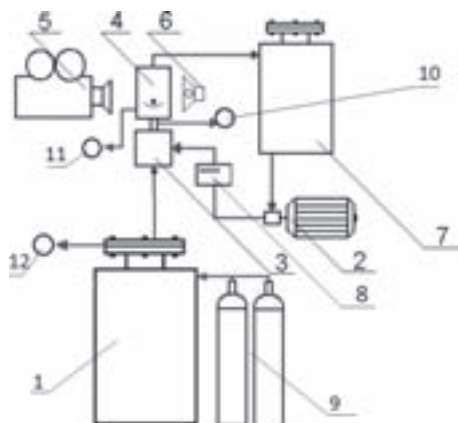


Рис. 1. 1 — Блок подачи газа; 2 — трехфазный насос (Grundfos CRT 2) $Q = 4 \text{ м}^3/\text{ч}$, $P_0 = 20 \text{ атм}$, $W = 4 \text{ кВт}$; 3 — барботажная камера; 4 — ударноволновая ячейка; 5 — высокоскоростная камера (Photron Fastcam SA4, 500000 кадров в секунду); 6 — подсветка, с оптикой и матовыми светофильтрами; 7 — бак для подачи воды и для отделения газовой и жидкой фазы; 8 — расходомер воды; 9 — компрессоры; 10–12 — манометры



Рис. 2. Рисунок к описанию процесса определения размеров пузырьков на фотографии

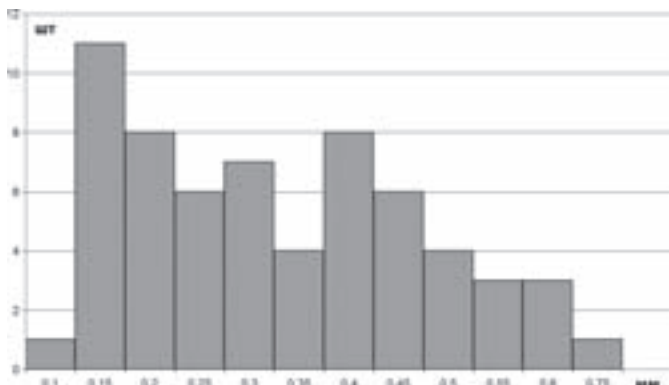


Рис. 3. Распределение пузырьков по размерам, полученных с помощью программы BubbleReader. Общее количество распознанных пузырьков 62

Из рис. 3 явно видно бимодальное распределение пузырьков по размерам. Более детальный анализ киноматериалов показывает, что из — за торможения пузырьков в пограничном слое происходит из коэллиценция. Чуть далее от стенки пузырьки гораздо мельче $\sim 0,1\text{--}0,15 \text{ мм}$. Это обусловлено интенсивной турбулизацией потока

и возникновением сдвиговых напряжений за счет пульсаций скорости. При анализе кино и фотоматериалов, был обнаружен эффект отрыва и присоединения пограничного слоя при обтекании цилиндра газодисперсным потоком. Это интересное явление, которое может быть использовано для ряда технологических применений, так как при этом может сильно меняться аэродинамическое сопротивление и тепло- и массообмен.

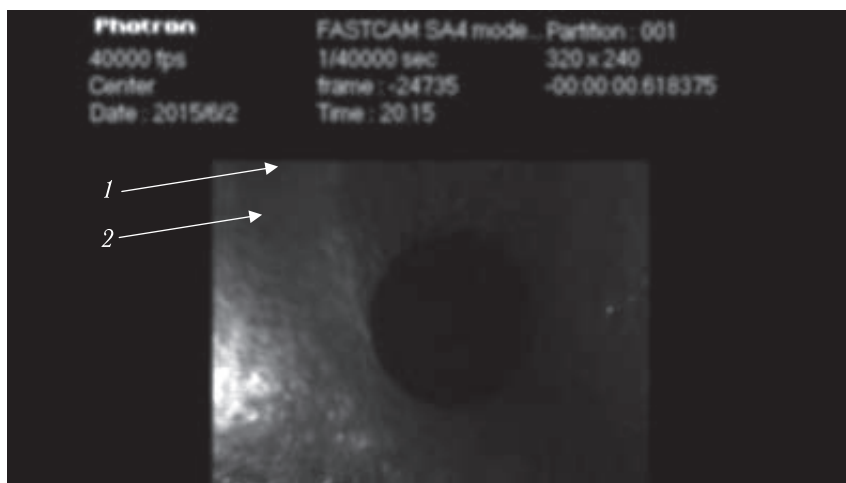


Рис. 4. Обтекание цилиндра гетерогенной смесью при съемках высокоскоростной камерой (Photron Fastcam SA4, 500000 кадров/с): 2 — первый отрыв пограничного слоя, затем образуется зона присоединенного вихря, с двух сторон — «уши»; 1 — присоединение пограничного слоя, далее стандартный отрыв в донной области

Наша предварительная теоретическая модель состоит в следующем. При обтекании цилиндра градиент давления меняет знак и стандартным образом происходит отрыв пограничного слоя. Далее образуются вихри по обеим сторонам цилиндра, при их обтекании поток ускоряется, градиент давления опять меняется и происходит присоединение пограничного слоя. В донной области поток опять тормозится и происходит отрыв пограничного слоя. Это явление требует подробного теоретического и экспериментального исследования. Например, в практике широко распространены трубчатые теплообменники, при высоких температурах возникает кипение, образуются пузырьки. Изменение поверхности теплообмена может влиять на работу этих устройств. Кроме того, образующиеся уши, хотя и имеют подвижную границу, формально увеличивают эффективное миделево сечение. Влияние этого эффекта на коэффициент сопротивления требует как экспериментального, так и теоретического исследования.

1. Великодный В. Ю., Дыренков А. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Яновский Ю. Г. Теоретический анализ течений гетерогенной смеси при больших объемных газосодержаниях // Сборник трудов Всероссийской научной конференции (к 100-летию со дня рождения академика В.В. Струминского) / Под ред. проф. Ю.Г. Яновского. Москва, 2014 г. — С. 57270.
2. Velikodnyi V. Yu., Dyrenkov A. V., Kiyang-van O., Son E. E. Experimental and Theoretical Researches of Structure of the Shock Wave in Gas disperse Mixtures // 13-th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Moscow, March 2014. — P. 162–166.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ ТОНКУЮ СВЕРХДЛИННУЮ ТРУБКУ ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕПАДАХ ДАВЛЕНИЯ МЕЖДУ ЕЕ ВХОДНЫМ И ВЫХОДНЫМ СЕЧЕНИЯМИ*

В. Н. Бакулин, Б. В. Бошнятов, В. В. Попов

ИПриМ РАН, Москва, Россия

В настоящее время для вычисления массового расхода газа через длинную $L/d \geq 10^3$ цилиндрическую трубку при установившемся ламинарном дозвуковом режиме течения в зависимости от перепада давления $\Delta p = p_2 - p_1$ между входным p_2 и выходным p_1 сечениями используют формулу Мейера (О.Е. Meyer)–Ландау [1–4]

$$G = \frac{\pi d^4}{256\eta} \frac{1}{RT} \frac{p_2^2 - p_1^2}{L}. \quad (1)$$

Здесь $R = R_0/\mu$ — газовая постоянная; R_0 — универсальная газовая постоянная; μ — молярная масса газа; L , $d = 2a$ — общая длина и диаметр проходного сечения трубки; G — массовый расход газа; η — его коэффициент динамической вязкости. Формула (1) основана на законе сопротивления Пуазейля с поправками, учитывающими влияние изменения плотности газа $\rho(z)$ вдоль продольной оси z трубки от величины локального давления газа $p(z)$. При выводе формулы (1) предполагается, что течение газа является слоистым, т. е. радиальная компонента скорости $v \equiv 0$, а закон сопротивления Пуазейля справедлив локально в каждом сечении трубки. При этом газ считается совершенным с уравнением состояния $p(z) = \rho(z)/RT$, а течение газа является дозвуковым и изотермическим $T = \text{const}$.

Целью настоящей работы является численное моделирование течения вязкого газа по узкой $d = 0,33$ мм, длиной $L = 9,28$ м $L/d = 28121 \sim 3 \cdot 10^4$ трубке круглого поперечного сечения при перепадах давления между ее входным и выходным сечениями от единиц до десятков атмосфер, когда изменение плотности газа вдоль оси трубки необходимо учитывать в расчетах. Проведено сравнение полученных численных данных по массовому расходу через трубку с вычисленными по формуле (1) значениями. Показано, что эта формула дает хорошее совпадение с численными результатами.

Компьютерное моделирование осесимметричного ламинарного дозвукового течения рабочего газа, в данном случае воздуха, проводилось с использованием коммерческого пакета COMSOL Multiphysics. В дальнейшем предполагается использовать отработанные на данной тестовой задаче наработки для численного исследования более сложных течений, в частности, по трубам с проницаемой стенкой. Расчетная область представляла собой прямоугольник вращения с осью, расположенной на продольной оси трубки (рис. 1). Внутренний радиус трубки был равен $a = d/2 = 0,165$ мм, а ее длина $L = 9,28$ м.

Расчетная сетка задавалась «вручную» путем разбиения расчетного домена на прямоугольники, общее число которых составляло $200000 = 20 \times 10000$ одинаковых прямоугольников. Граничные условия задавались во входном и выходном сечениях трубки и на ее стенке. Во входном сечении это было избыточное давление p_2 , в выходном сечении давление окружающей среды $p_1 = 101325$ Па. Избыточное давление изменялось ступенчато с заданным шагом от 0,5 бар до 10 бар. При более высоких значениях избыточного давления и имеющихся геометрических параметрах трубки число Маха в выходном сечении трубки достигало предельного

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №14-08-01048-а.

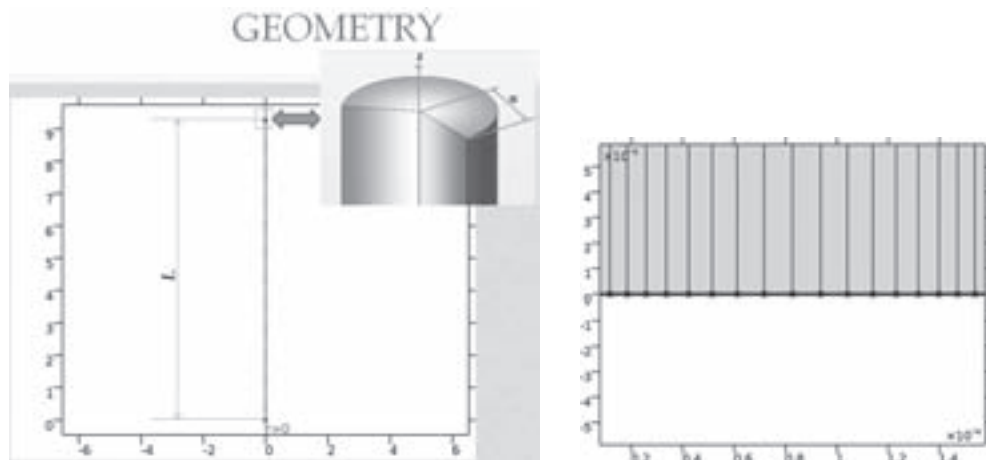


Рис. 1. Расчетный домен и расчетная сетка

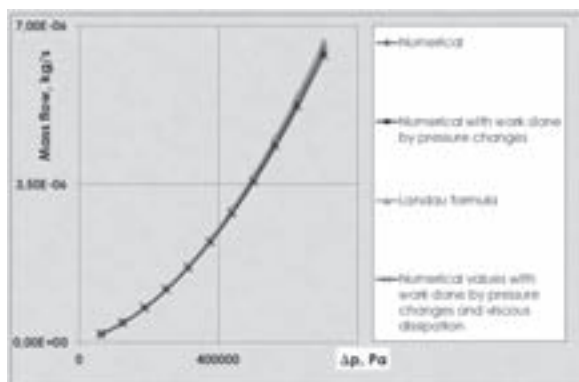


Рис. 2. Сравнение результатов численного моделирования по массовому расходу воздуха с теоретическими значениями, вычисленными по формуле (1). По оси ординат — перепад давления Δp , между входным и выходным сечениями трубки (Па), по оси абсцисс — массовый расход газа G (кг/с)

значения $M = 0,3$, при котором движение газа еще можно считать дозвуковым. В расчетах учитывалось влияние неизотермичности течения, наличие радиальной компоненты скорости (неслоистость течения), работа, обусловленная расширением газа при падении давления, и вязкие потери (рис. 2). Проведенное нами компьютерное моделирование показало, что массовый расход газа через сверхдлинные трубки, вычисленный по формуле (1), отличается от численных значений не более чем на 5%. Следовательно, формула (1) может с успехом применяться на практике для расчета распределений давления вдоль продольной оси тонких длинных капилляров с непроницаемой стенкой при больших перепадах давления между их входным и выходным сечениями, ламинарном дозвуковом режиме течения и числах Кнудсена $Kn > 10$.

1. Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей. — М.: Физматгиз, 1959. — 733 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. Теоретическая физика. Т. 6. — М.: Наука, 1986. — 733 с.

3. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов В. В. Модель течения газа в полых волокнах с проницаемыми стенками // ПММ. — 2014. — Т. 78. Вып. 2. — С. 179–185.
4. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов В. В. Течение газа в длинной трубке с проницаемой пористой стенкой // ДАН. — 2015. — Т. 461, №3. — С. 281–285.
5. Бакулин В. Н., Емельянов В. В., Попов В. В. Стенд и методика экспериментальной проверки формулы Мейера–Ландау // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (Казань, 20–24 августа 2015 г.). — Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. — С. 304–305.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СЖИМАЕМЫХ СРЕД МЕТОДОМ АДАПТИВНЫХ И НАЛОЖЕННЫХ СЕТОК*

Н. Г. Бураго¹, И. С. Никитин^{2,3}, В. Л. Якушев²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

В данной работе течения газа рассчитываются методом сквозного счета при совместном применении следующих составляющих: 1) метод наложенных сеток для задания сложной геометрии; 2) метод упругих произвольно подвижных адаптивных сеток для минимизации ошибок аппроксимации в окрестности ударных волн, пограничных слоев, контактных разрывов и подвижных границ; 3) безматричная реализация эффективных явных и явно-неявных схем метода конечных элементов; 4) метод уравнивающей вязкости (вариант стабилизированного метода Петрова–Галеркина); 5) метод экспоненциальной подгонки коэффициентов физической вязкости.

Метод наложенных сеток имеет уже полувековую историю (см. обзоры [1, 2]) и облегчает задание сложной и переменной геометрии областей решения. Метод упругих адаптивных сеток (история и алгоритмы) описан в [3]. Безматричная реализация МКЭ для явных и неявных схем рассмотрена в [4]. Метод уравнивающей вязкости (история и алгоритмы) описан в [5]. Наконец, метод экспоненциальной подгонки, состоящий в уменьшении физической вязкости с ростом искусственной вязкости, предложен А. А. Самарским в середине 1960-х годов и развит в работе [6]. Данное сочетание составляющих применяемого численного метода отобрано в процессе численных экспериментов с известными методами. На наш взгляд, оно является привлекательным ввиду ряда положительных качеств, к которым можно отнести робастность, т. е. работоспособность в широком диапазоне входных данных без дополнительной подстройки управляющих параметров. Затем важным представляются относительная простота реализации и гибкость, т. е. возможность быстрого учета изменений в постановках задач и даже изменения класса задач. Наконец, очень хорошей особенностью является возможность получения достаточно точных решений при сравнительно небольших затратах работы расчетчика и вычислительной машины. По мере освоения упомянутых выше составляющих применяемого метода результаты публиковались в работах [7–10]. Ниже приведем характерные результаты расчета двумерных задач. Сразу отметим, что алгоритмы решения трехмерных задач также подготовлены и отлажены, но имеющиеся в распоряжении персональные компьютеры обладают недостаточным

*Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ 15-08-02392.

быстродействием и пока не позволяют получать решения, которые представили бы общий интерес.

На рис. 1 показано сравнение нашего решения с результатом [5]. Применены одинаковые методы, но при одном и том же количестве узлов у нас скачки прописаны лучше благодаря подвижной адаптивной (упругой) сетке.

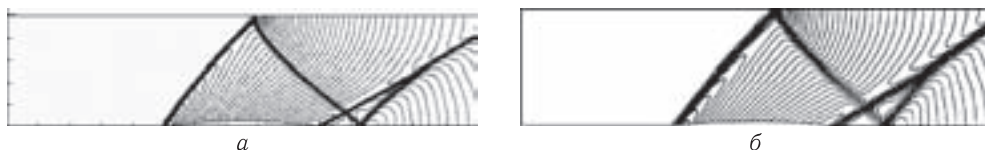


Рис. 1. Изолинии давления для течения газа в канале с параболической аркой (на входе $M = 2$): a — наш расчет, b — расчет [5] для $\gamma = 1,4$, $t = 8,0$

На рис. 2 показана отличная работа адаптивных и наложенных сеток (пример сложной геометрии).

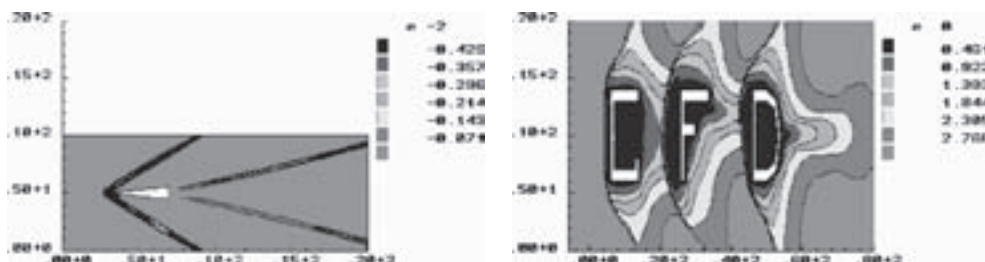


Рис. 2. Ударные волны при сверхзвуковом обтекании клина при $M = 2$ (изолинии $\nabla \cdot \mathbf{u} \Delta t$) и внесенных в сверхзвуковой поток ($M = 2$) препятствий в виде букв «CFD» (изополюсы локального числа Маха)

Примеры расчета трансзвуковых и дозвуковых течений показаны на рис. 3. Слева на рис. 3 показаны изополюсы локального числа Маха, демонстрирующие образование скачка при дозвуковом обтекании параболической арки (на входе $M = 0,84$) из предыдущего примера. Справа показаны изополюсы завихренности, демонстрирующие дорожку вихрей Кармана за цилиндром квадратного сечения (на входе $M = 0,1$). В этом случае в расчете учитывалась вязкость ($Re = 500$). Отметим, что во всех представленных расчетах число узлов сетки не превышало примерно 6000, так что на расчет нестационарной задачи данного класса требуется не более часа машинного времени.

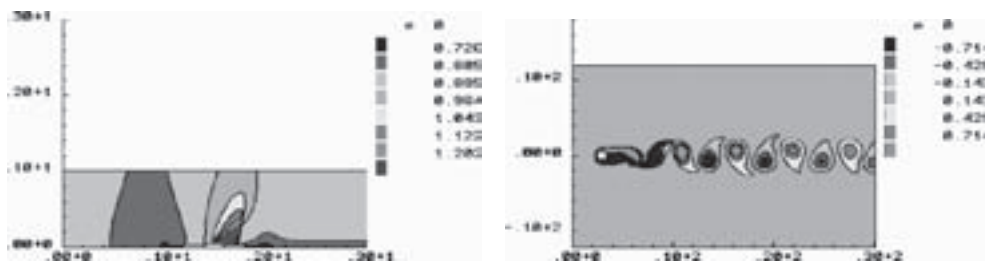


Рис. 3. Образование скачка при дозвуковом обтекании параболической арки ($M = 0,84$) и дорожка Кармана при обтекании цилиндра дозвуковым потоком сжимаемого вязкого газа ($M = 0,1$, $Re = 500$)

Результаты хорошо согласуются с известными решениями данных задач. О затратах вычислительной работы можно заметить, что мультипликативное представление эволюции нестационарных решений можно просматривать непосредственно в процессе расчета.

1. Бураго Н. Г., Кукуджанов В. Н. Обзор контактных алгоритмов // Изв. РАН. МТТ. — 2005. — №1. — С. 44–85.
2. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
3. Бураго Н. Г., Иваненко С. А. Применение уравнений теории упругости к построению адаптивных сеток // Труды Всеросс. Конф. по прикладной геометрии, построению сеток и высокопроизводительным вычислениям. — М.: ВЦ РАН, 2004. 28 июня — 1 июля. — С. 107–118.
4. Бураго Н. Г., Кукуджанов В. Н. Численное решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА // В кн. Вычислительная механика твердого деформируемого тела. Вып. 2. — М.: Наука, 1991. — С. 78–122.
5. Le Beau G. J., Ray S. E., Aliabadi S. K. and Tezduyar T.-E. SUPG finite element computation of compressible flows with the entropy and conservation variables formulations // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 1993. — V. 104. — P. 397–422.
6. Дулан Э., Миллер Дж., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. — М.: Мир, 1983.
7. Бураго Н. Г., Никитин И. С., Якушев В. Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды // Сборник трудов XVI Всероссийской конференции-школы молодых исследователей «Современные проблемы математического моделирования». — Ростов на Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. — С. 40–46.
8. Burago N. G., Nikitin I. S. Application Arbitrary Moving Adaptive Grids to Problems of Continuum Mechanics // Physical and Mathematical Problems of Advanced Technology Development: Abstracts of Intern. Scientific Conf. BMSTU Moscow 17–19 November 2014. — Moscow: BMSTU, 2014. — P. 75–76.
9. Бураго Н. Г., Никитин И. С. О методе наложенных сеток // Материалы XVIII международной конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013). — М.: МАИ-ПРИНТ, 2013. — С. 514–516.
10. Бураго Н. Г. О расчетах нестационарных течений на адаптивных сетках // Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009), 25–31 мая 2009 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. — С. 159–160.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АРТЕРИАЛЬНОМ ДЕРЕВЕ ПРИ АНАЛИЗЕ ПРОФИЛЯ ПУЛЬСОВОЙ ВОЛНЫ

**Р. Ф. Ганиев¹, Д. Л. Ревизников², А. Н. Рогоза³,
Ю. В. Сластушенский², Л. Е. Украинский¹**

¹НЦ НВМТ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия;

³НИИ кардиологии им. А. Л. Мясникова, Москва, Россия

Согласно современным представлениям наиболее сильным предиктором развития всех вариантов сердечно-сосудистых осложнений различных категорий людей является скорость распространения пульсовой волны, связанная с эластичными свойствами артерий [1]. Детальный анализ волновых процессов и их роли в форми-

ровании величин систолического и диастолического артериального давления приведен в известных монографиях [2, 3].

Особенностью развиваемых в НЦВМТ РАН методов и средств исследования нелинейных волновых процессов в сердечно-сосудистой системе человека является сочетание высокоточных методов измерения пульсовой волны, современных математических методов обработки эмпирических данных и методов прямого численного моделирования гемодинамических процессов в артериальном дереве.

На этих принципах разработан функционально-диагностический комплекс с неинвазивным съемом информации о пульсовых явлениях в магистральных артериях на основе аппланационной тонометрии и анализом полученных данных методами нелинейных волновых процессов [4, 5]. Отличительными чертами комплекса являются высокочувствительный оптоэлектронный датчик оригинальной конструкции, многоканальный модуль сбора данных и обработки сигналов с возможностью подключения электрокардиографа и тонометра, возможность прямого измерения скорости распространения пульсовой волны, улучшенное функциональное обеспечение, включающее комплексный анализ пульсовых явлений в различных сегментах артериального русла. Важнейшими элементами обработки данных измерений являются синтез центральной пульсовой волны на основе измеренного профиля на периферии, контурный анализ пульсовой волны, декомпозиция центральной пульсовой волны на прямую и обратную волны и вычисление времени и скорости пробега пульсовой волны.

Принципиально новым шагом в данном направлении является численное моделирование гемодинамики с последующей идентификацией параметров математической модели, обеспечивающей согласование результатов моделирования с данными конкретных измерений пульсовой волны. Такой подход позволяет настроить математическую модель на артериальную систему реального пациента.

С позиций воспроизведения особенностей распространения пульсовой волны в артериальной системе следует выделить пространственно-одномерные модели гемодинамики [6]. С математической точки зрения они представляют собой гиперболические системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных на сетевых древовидных структурах. С точки зрения использования прямого численного моделирования в диагностическом комплексе принципиальным является то, что выявление основных закономерностей волновых процессов в артериальной системе возможно с использованием обобщенных моделей, в которых адекватно отражены основные факторы, влияющие на формирование и распространение пульсовых волн.

Авторами были разработаны модели артериального дерева различной степени детализации. В математическом моделировании учитываются следующие основные характеристики сердечно-сосудистой системы: геометрические характеристики сосудов, конусность, упругие, инерционные, вязкие свойства сосудов, частота сердечно-сосудистых сокращений, ударный объем, продолжительность и форма сердечного выброса, интенсивность отражения от терминальных сосудов.

При этом в вычислительных экспериментах воспроизводятся такие важные с точки зрения диагностики сердечно-сосудистой системы эффекты, как взаимодействие прямой и отраженных пульсовых волн, аугментация и амплификация пульсовой волны, гистерезис, характерный для вязкоупругого поведения сосудистых оболочек, зависимость скорости распространения волн от нагрузки и состояния сосудистой системы.

С помощью разработанного математического аппарата возможно моделирование комбинированного воздействия различных факторов на волновые процессы

в артериях. В сочетании с возможностью идентификации параметров модели по экспериментальным данным это создает основу для предсказательного анализа медикаментозного воздействия на сердечно-сосудистую систему пациента.

1. Бойцов С. А. Что нового дает нам информация о жесткости стенки артерий и об отраженной пульсовой волне? // Российский физиологический журнал им. И. М. Сеченова. — 2009. — Т. 95, №5. — С. 516–531.
2. Caro C. G., Pedley T. J., Schroter R. C., Seed W. A. The Mechanics of the Circulation. Second Edition, 2012.
3. Pedley T. J. The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels, 2008.
4. Ганиев Р. Ф., Бойцов С. А., Ревизников Д. Л., Рогоза А. Н., Украинский Л. Е., Лукьянов М. М. Основы волновой функциональной диагностики сердечно-сосудистой системы человека // Материалы Международной научной конференции «Колебания и волны в механических системах», 27–29 ноября 2012 г.. — М.: Изд-во «Институт компьютерных исследований», 2012. — С. 56.
5. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Рогоза А. Н., Сластушенский Ю. В., Украинский Л. Е. Анализ и диагностика сердечно-сосудистой системы человека на принципах нелинейной волновой механики // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2012. — №2. — С. 96–103.
6. Ревизников Д. Л., Рогоза А. Н., Сластушенский Ю. В., Украинский Л. Е. Компьютерное моделирование волновых процессов в артериальной системе человека // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая, Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 625–627.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ КОНСЕРВАТИВНАЯ ФОРМА ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТОВ РАЗРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

В. Г. Грудницкий

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В работе описан метод тождественного преобразования дифференциальных законов сохранения в консервативную характеристическую форму. Она пригодна для расчета разрывных течений во всей области расчета без изъятия фронтов разрывов из рассмотрения,

Проблемы. 1. Законы сохранения сплошной среды, записанные в дифференциальной форме, не имеют смысла на фронтах разрывов (знаменатели производных стремятся к нулю, а числители нет). 2. Несовместимы такие качества исходных уравнений (и вычислительных схем), как характеристический тип и консервативность. 3. При численных исследованиях течений с нестационарной взаимодействующей системой разрывов отрицалась возможность существования необходимых и достаточных условий устойчивости и монотонности численного решения. 4. При включении в систему «законов сохранения» любых (как угодно малых) диффузионных эффектов, качественно изменяются необходимые условия устойчивости разностных схем. 5. Методы улучшения качества решений для течений разрывного типа, применяемые последнее время, носят инженерный характер (сглаживание осцилляций), не имеют достаточных обоснований со стороны механики и математики, не обеспечивают качество (а не только монотонность) решения.

История вопроса. Законы сохранения (ЗС) были получены рядом авторов в дивергентной форме, на основании уравнений Эйлера, в сороковых годах прошлого

века. Они не содержат приемов квазилинеаризации. Авторы не использовали полученное ими преимущество в полной мере. В производных был сохранен неудачный вариант отношения приращений. Разрывные величины (приращения разрывных функций и их потоков), были отнесены к непрерывным (приращениям непрерывных независимых координат). Это исключило существование этих уравнений на фронтах разрывов в предельном виде — «точке». По существу, напрямую влияют друг на друга, потоки и функции. Независимые координаты всего лишь метки обозначающие местонахождение элемента решения. Характеристического анализ были перенесен без изменения из уравнений Эйлера, что исключило из семейства характеристик ударные волны и контактные разрывы. Эти несоответствия породили перечисленные выше проблемы.

Характеристическая консервативная (ХаКо) форма нестационарных законов сохранения, в случае одной пространственной переменной. Впервые нелинейные операции в преобразовании ЗС к удобной форме для проведения вычислений использовал С. К. Годунов [1]. В [2–5] тождественными преобразованиями разностной формы дивергентных (консервативных) законов сохранения была получена квазилинейная характеристическая консервативная (ХаКо) форма законов. Было доказано ее существование и единственность. В процессе вывода, наряду с законами сохранения массы, импульса и энергии, были использованы законы механики, в частности, принцип относительности Галилея. Изменена структура «производных». Систему нестационарных ЗС с одной пространственной переменной запишем в виде

$$\frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} = 0, \quad \vec{\varphi} = \|\rho, \rho u, \rho E\|^{-1}, \quad \vec{F} = \|\rho u, p + \rho u^2, (\rho E + p)u\|^{-1}. \quad (1)$$

В (1) ρ — плотность, u — скорость, p — давление, $E = e + u^2/2$ — энергия единицы массы, e — внутренняя энергия. В конечных разностях (1) можно записать в виде:

$$\Delta_t \vec{\varphi} + \frac{\tau}{h} \Delta_x \vec{F} = 0. \quad (2)$$

Для того чтобы привести (2) к ХаКо форме, нужно преобразовать $\Delta \vec{F}_x$ к квазилинейному виду относительно $\vec{\varphi}_i$. Для этого достаточно тождественно представить величины $\Delta \vec{F}_x$ в виде суммы возмущений (рис. 1)

$$\begin{aligned} \Delta_x \vec{F} &= (\vec{F}_{b(N)} - \vec{F}_{a(0)}) \equiv (\vec{F}_N - \vec{F}_{N-1}) + \dots + (\vec{F}_1 - \vec{F}_0); \\ \Delta_x \vec{F} &\equiv \overrightarrow{\left[\frac{F_N - F_{N-1}}{\varphi_N - \varphi_{N-1}} \right] (\varphi_N - \varphi_{N-1})} + \dots + \overrightarrow{\left[\frac{F_1 - F_0}{\varphi_1 - \varphi_0} \right] (\varphi_1 - \varphi_0)} \equiv \sum_{k=1}^N \overrightarrow{V_k (\varphi_k - \varphi_{k-1})}; \end{aligned} \quad (3)$$

Индексы k — номера скоростей возмущений введенных в (3), (величины в квадратных скобках имеют размерность скорости). Векторные стрелки задают номер уравнения в (1). Если V_k — скорости устойчивых возмущений, для них выполняется принцип относительности Галилея:

$$V(u + v) = V(u) + v. \quad (4)$$

Здесь v — имеет произвольное значение. Условие (4) значит, что при изменении скорости наблюдателя, скорости устойчивых возмущений изменяются на ту же величину. Для уравнения энергии (4) приводится к виду

$$[(\rho e + c + \rho(u + v)^2/2)(u + v)] = (V_3 + v)[(\rho e + \rho(u + v)^2/2)]. \quad (5)$$

В (5) скобки [] — скачок параметров на разрыве. Степенные многочлены от величины v в (5) должны быть равны по условию (4) при любых значениях v . Приравнявая в (5) коэффициенты при всех степенях v , для уравнений энергии и импульса получаем:

$$V_3 = \frac{[u(\rho E + p)]}{[\rho E]} = \frac{[c + \rho u^2]}{[\rho u]} = \frac{[\rho u]}{[\rho]}, \quad V_2 = \frac{[c + \rho u^2]}{[\rho u]} = \frac{[\rho u]}{[\rho]}, \quad (6)$$

Равенства (6) (условия Гюгоньо), выполняются для скоростей устойчивых возмущений любой амплитуды. Согласно (6) возмущения устойчивы, если их скорости совпадают для всех уравнений законов сохранения (естественно). ХаКо форма ЗС, полученная из формы (3), имеет вид:

$$\Delta_t \vec{\varphi} + \frac{\tau}{h} \sum_{k=1}^N V_k \Delta(\vec{\varphi})_k = 0. \quad (7)$$

Такая форма ЗС является характеристической, включает во множество своих решений как непрерывные, так и разрывные решения на равных основаниях. Она устойчиво существует в предельном «точечном» виде ($h, \tau \rightarrow 0$, $h/\tau > V_{\max}$) всюду, включая фронты разрывов.

Вычисляемое с использованием (7) решение будет иметь монотонный характер. Слагаемые под знаком суммы в (7) получаются в результате процедуры распада произвольного разрыва. Она устойчиво решается, имеет единственное решение. При малой амплитуде разрывов можно ограничиться линеаризованным решением.

О переходе от уравнений к вычислительной схеме. После перемножения τ/h на значения V_k в (7) коэффициенты при величинах $\Delta(\vec{\varphi})_k$ становятся безразмерными. Таким образом, дивергентная нелинейная форма ЗС тождественно преобразуется в систему квазилинейных алгебраических соотношений. После раскрытия скобок $\Delta_t \vec{\varphi}$, $\Delta(\vec{\varphi})_k$ и приведения подобных (7) приобретает вид:

$$\vec{\varphi}^{n+1} = \sum_{k=1}^P m_k \vec{\varphi}_k^n. \quad (8)$$

Сумма всех коэффициентов в (10) равна единице (следствие поверхностного характера взаимодействия, дивергентной формы ЗС). Для выполнения достаточных условий устойчивости для всех значений индекса k должно выполняться условие $0 \leq m_k \leq 1$. Оно выполняется, если скорость передачи возмущений по сетке больше или равна максимальной по модулю характеристической скорости в ячейке (на слое) $h/\tau > |V_{\max}|$. В этом случае (8) допускает устойчивый предельный переход $(\tau, h) \rightarrow 0$ к «точке» во всем течении, а решение этих уравнений имеет монотонный характер.

1. Годунов С. К. Разностный метод расчета ударной волны // УМН. — 1957. — Т. 12. — Вып. 1.
2. Грудницкий В. Г. Достаточное условие устойчивости при явном построении разрывных решений системы уравнений Эйлера // ДАН. — 1998. — Т. 362, № 3. — С. 298–299.
3. Grudnitsky V. G. Sufficient conditions of stability for discontinuous solutions of the Euler equations // Computational Fluid Dynamics Journal. — 2001. — V. 10, No. 2. — P. 334–337.

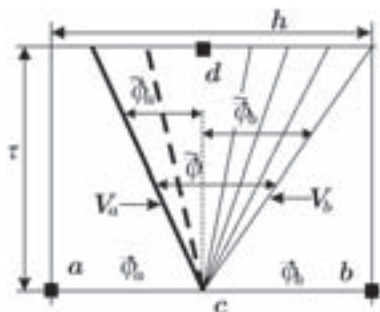


Рис. 1

4. Грудницкий В. Г. Достаточные условия устойчивости в расчетах стационарных сверхзвуковых течений маршевым способом и нестационарных течений с учетом вязкости // Мат. моделирование. — 2008. — Т. 20, №2. — С. 93–104.
5. Грудницкий В. Г. Консервативная характеристическая форма законов сохранения сплошной среды и ее приложения // Обзорение прикладной и промышленной математики. — 2011. — Т. 8, вып. 11.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ КОНСЕРВАТИВНАЯ (ХАКО) СХЕМА ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ

В. Г. Грудницкий

МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Обычно для повышения точности схем используют степенные многочлены второй степени аппроксимирующие функцию по времени или (и) пространству. Для расчета разрывных решений этот прием очевидно не годится. ХаКо форма дает возможность повышения точности таких схем с помощью учета развития течения по времени и пространству на каждом шаге по временной, «гиперболической» координате. Это развитие определяется распадом разрыва между параметрами двух ячеек, на каждой из которых параметры постоянны. Но, тем не менее, заметное преимущество такого варианта, над простым расчетом с первым порядком аппроксимации есть, оно очевидно и подтверждено расчетами. (Регулярное усреднение параметров необходимая операция. При развитии течения происходит лавинообразный рост объема информации, обработки которой не выдержит ни один из существующих компьютеров.)

Для реализации этого приема сетку для расчета естественно согласовать с геометрией характеристик. Точное следование этому принципу наталкивается на трудности при значительном изменении шага по времени на слое. Для сохранения послойного характера сетки, определяется время первого пересечения соседних крайних характеристик. Оно и принимается за величину шага по «временной» координате для данного слоя. Типичная форма сетки и способ усреднения решения дается на рис. 1 и 2. ХаКо форма ЗС, полученная нами ранее для расчета одномерных нестационарных течений имеет вид:

$$\Delta_t \vec{\varphi} + \frac{\tau}{h} \sum_{k=1}^N \vec{V}_k \Delta(\vec{\varphi})_k = 0. \quad (1)$$

В этой схеме мы не использовали уравнение энергии в форме интеграла, для придания ей универсальности. Перенормировка продольной, сверхзвуковой, скорости во «временную» координату проводилась стандартно. Раскрывая все скобки в (1) и приводя подобные при величинах $\vec{\varphi}_k^n$ получим

$$\vec{\varphi}^{n+1} = \sum_{l=1}^n k_l \vec{\varphi}_l^n, \quad \sum_{l=1}^n k_l = 1, \quad 0 < k_l < 1. \quad (2)$$

Величины безразмерных коэффициентов k_l в (2) равны доле длины ячейки занимаемой каждым значением $\vec{\varphi}_l^n$. Условия в (2) выполняются в силу поверхностного характера взаимодействия в среде в декартовых координатах, и если крайние характеристики не выходят за границы ячейки, т. е. скорость передачи возмущений по сетке больше или равна максимальному по модулю значению V_l .

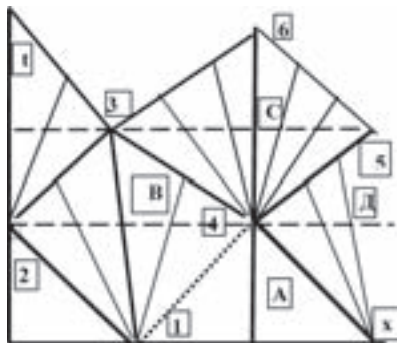


Рис. 1. Характеристическая сетка

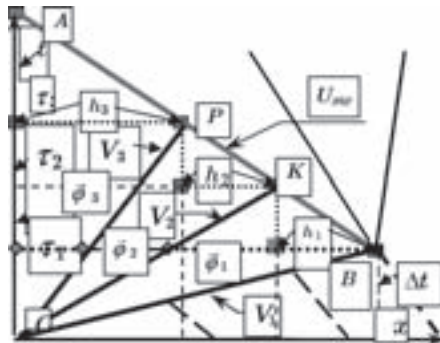


Рис. 2. Усреднение на границе ячейки

Усреднение параметров набегающих волн производится на линиях 4–5, 3–6, 5–6. Способ усреднения детально показан на рис. 2. Формулы усреднения для функций $\vec{\varphi}_{cr}$ и потоков $\vec{F}_{cr}$ имеют вид

$$h = \sum_{i=1}^3 h_i, \quad \tau = \sum_{i=1}^3 \tau_i, \quad \vec{\varphi}_{cr} = \frac{\vec{\varphi}_1 h_1 + \vec{\varphi}_2 h_2 + \vec{\varphi}_3 h_3}{h}, \quad \vec{F}_{cr} = \frac{\vec{F}_1 \tau_1 + \vec{F}_2 \tau_2 + \vec{F}_3 \tau_3}{\tau}. \quad (3)$$

Формулы (3) позволяют получать средние значения на каждом шаге с учетом развития течения распада в процессе времени шага τ , что повышает точность (детальность) результатов расчета.

Результаты расчетов (проведенных с участием М. А. Менделя) сверх- и гиперзвуковых течений в плоском профилированном канале и гиперзвукового обтекания вытянутого тела с осевой симметрией и затуплением в носке, приводятся ниже в иллюстрациях. В основном даны распределения параметров, фронтов разрывов в осевых сечениях вытянутого тела и в сечениях канала. Дана картина течения в донной области за телом, с учетом струи разогретого газа вытекающей из донного сечения тела (нерасчетность равна 30), и образовавшихся ударных волн. Струя газа, разогретого в носке, отчетливо видна и в донной области. Расчеты проводились в стационарной, постановке с учетом сверхзвукового характера течения вдоль продольной координаты этих тел.

В связи с ограничениями в средствах печати изображений в редакции сборника, указанные выше иллюстрации будут демонстрироваться на конференции, непосредственно во время доклада.

СОЗДАНИЕ УСТОЙЧИВОЙ ОКОЛОЗВУКОВОЙ ОБЛАСТИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ В КАНАЛЕ*

В. П. Замурав^{1,2}, А. П. Калинина^{1,2}

¹ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГУ, Новосибирск, Россия

Одним из способов снижения потерь полного давления в высокоскоростных ПВРД является предварительное торможение потока до околозвуковых скоростей [1]. В работе представлен численно-аналитический анализ возможности со-

*Работа выполнена в рамках проекта СО РАН III.22.6.2 (№01201351870) и при финансовой поддержке РФФИ (грант No. 14-08-00820).

здания околосвуковой области в канале с помощью струи и пристеночного энергоподвода. Форма канала изображена в верхней части рис. 1, на входе в канал — скорость звука, в сечении постоянного сечения число Маха равно $M = 2$.

Поле чисел Маха на рис. 1 получено при подаче в канал газа, предварительно подогретого до 1000 К (оно соответствует $\alpha = 2,9$), здесь же показана область втекания струи и локализация импульсно-периодических пристеночных источников энергии. Это периодическое решение, показанное в момент времени непосредственно перед подводом энергии. Воздействие на поток одних только рассматриваемых пристеночных источников энергии (без струи) практически не приводит к возникновению в сечении постоянного сечения обширной подобласти околосвуковых скоростей из-за сноса в расширяющую часть канала (режим без запирания). Не вызывает запирания канала наличие только струи. Струя подается из газогенератора с постоянными давлением и температурой. Искомый режим возникает благодаря механизму отрицательной обратной связи по давлению: когда источники энергии повышают давление, перепад давлений между газогенератором и каналом снижается, расход газа в струе уменьшается, как показано на рис. 2.

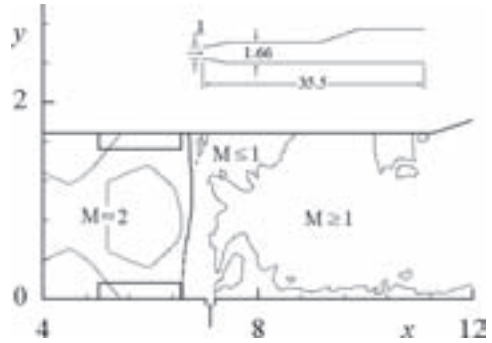


Рис. 1. Схема канала. Фрагмент поля чисел Маха перед очередным подводом энергии в зонах

На рис. 3 изображена диаграмма «нормированная мощность N » — «период Δt подвода энергии». Мощность N нормирована на произведение $3\rho a^3 S$, где S — поперечная площадь сечения постоянного сечения, ρ и a — плотность и скорость звука на входе в канал.

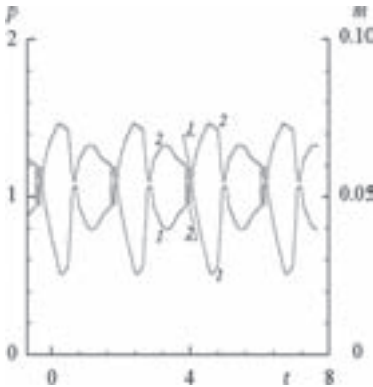


Рис. 2. Зависимости давления на выходе струи из щели (кривая 1) и соответствующего расхода (кривая 2)

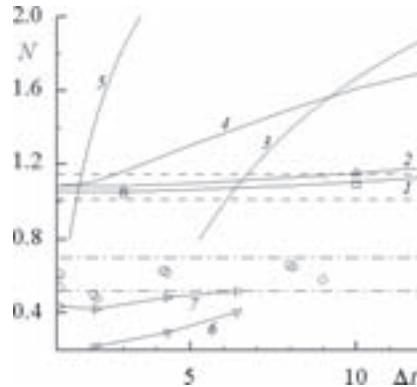


Рис. 3. Диаграмма режимов

Кривые 1–5 и штриховые горизонтальные линии относятся к поперечному источнику. Штриховые линии дают аналитическую оценку для коридора значений, когда возмущение, продвигаясь вверх по потоку, останавливается в сечении постоянного сечения; штрихпунктирные линии — то же самое для пристеночного источ-

ника. Квадраты и ромбы дают численное решение без запираания для поперечных и пристеночных источников соответственно, треугольники (с основанием внизу) и кружки — с запираанием. Сплошными линиями с треугольниками нанесены границы подобного коридора для совместного действия струи и пристеночных источников, полученного численно. Из диаграммы видно, что его ширина составляет практически 40% от нижней границы коридора. Достаточно большая ширина коридора означает, что режим будет более устойчив по отношению к возмущениям, чем режимы с одними энергоисточниками. Это обеспечивается механизмом отрицательной обратной связи по давлению. Подобные режимы могут быть использованы как благоприятные начальные условия при реализации горения в камерах сгорания.

1. Третьяков П. К., Забайкин В. А., Прохоров А. Н. Высокоскоростной ПВРД с пульсирующим режимом запуска // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов. — Казань: Изд-во Казанского университета, 2015. — С. 3778–3780.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУЕ И ПЛОСКОМ СОПЛЕ*

И. Э. Иванов¹, И. А. Крюков², Е. В. Ларина³

¹МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия;

³МАИ, Москва, Россия

Работа направлена на развитие программного комплекса моделирования высокоскоростных течений газа с существенным влиянием турбулентности на средние параметры течения. Проведены расчеты тестовых задач, включающих течения внутри сопел и струйные течения в пространственной постановке. Используемый метод описан для двумерного случая в [1]. Приведены результаты для двух случаев — для недорасширенной осесимметричной турбулентной струи [2] и перерасширенного течения внутри плоского сопла [3].

Моделирование течения в струе проведено со следующими параметрами на срезе сопла: нерасчетность $n = P_0/P_a = 1,45$, числом Маха $M = 2$, температура 163 К, радиус выходного сечения сопла $R_a = 1$. Окружающая среда — воздух с нормальными условиями. В цилиндре длиной $39R_a$ и радиусом $8R_a$ построена сетка из 3,3 млн. призм (внутри $R_a < 1$) и шестигранников (вне $R_a = 1$). В четверти построенной сетки (с условиями симметрии на дополнительных границах) проведен расчет течения в случае $k-\omega$ -модели турбулентности, а на полной сетке расчет с использованием формулы Смагоринского для турбулентной вязкости. Искусственные пульсаций параметров течения на входе не задавались.

На рис. 1 показано поле числа Маха в случае $k-\omega$ модели турбулентности [4] с учетом сжимаемой диссипации Sarkar et.al. [5], на котором видны первые 7 «бочек» недорасширенной струи. Сравнение статического давления на оси струи (рис. 2) показывает, что амплитуда колебаний в двумерном и пространственном случаях близка по значению, но положение максимумов и минимумов начинает заметно отличаться с 5-й «бочки». Затухание амплитуды в случае модели Смагоринского меньше, чем в случае RANS-модели. Полученные в пространственном случае

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №16-38-60185).

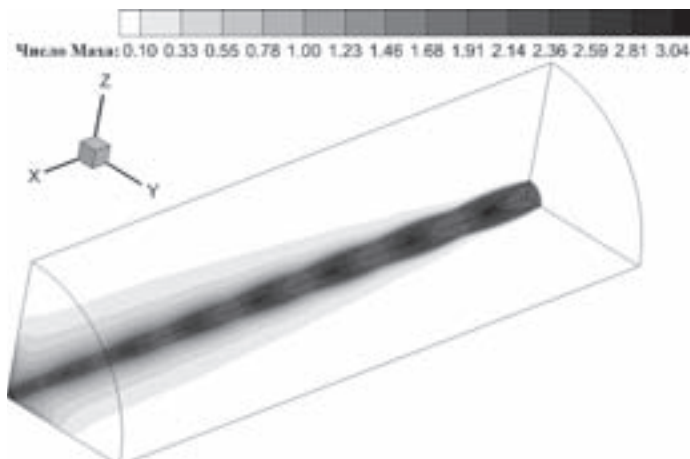


Рис. 1. Поле числа Маха в струе (использована $k-\omega$ -модель турбулентности [4] с моделью сжимаемости Sarkar et.al. [5])

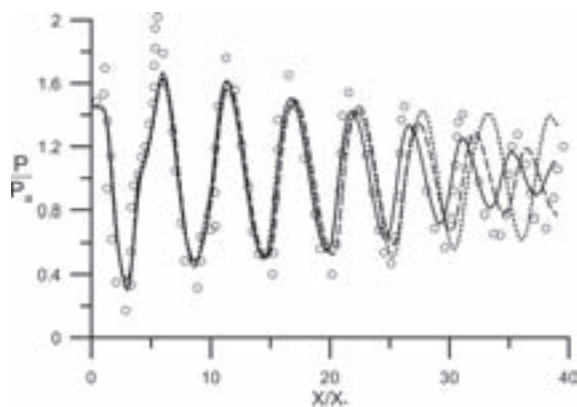


Рис. 2. Распределение среднего давления вдоль оси струи: символы — эксперимент [2], сплошная и штриховая линии — 2D- ([6]) и 3D-расчет по $k-\omega$ -модель турбулентности [4] с моделью сжимаемости Sarkar et.al. [5] соответственно, пунктир — 3D-расчет с моделью Смагоринского

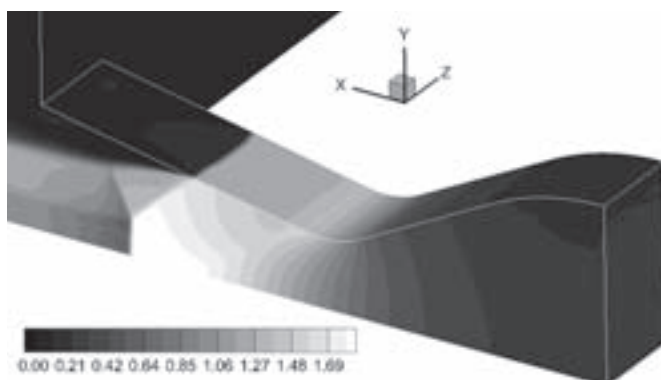


Рис. 3. Поле числа Маха внутри плоского сопла [3]

результаты на достаточно грубой сетке удовлетворительно соответствуют результатам эксперимента.

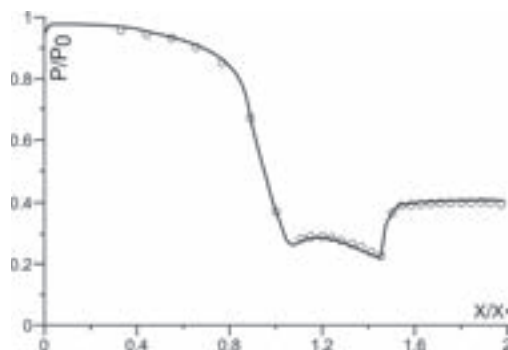


Рис. 4. Распределение среднего давления вдоль стенки сопла в пространственном расчете с использованием модели Chen, Kim [5]. P_0 — давление в окружающем пространстве, X_* — продольная координата критического сечения сопла

Моделирование течения внутри плоского сопла [3] проведено на сетке, состоящей из 1,5 млн. шестигранников с отношением статических давлений на входе и выходе в сопло 2,4. При этом соотношении данное сопло работает в перерасширенном режиме, что отчетливо видно по λ -образной структуре течения из рис. 3, на котором приведено поле числа Маха. Сравнение статического давления вдоль стенки сопла в проведенном моделировании (рис. 4) показывает хорошее совпадение с экспериментальными данными.

1. Иванов И. Э., Крюков И. А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование РАН. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
2. Seiner J. M., Norum T. D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets // AIAA Pap. 79-1526, 1979.
3. Hunter C. A. Experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows // AIAA Paper 98-3107, 1998.
4. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD // DCW Industries, Inc., Griffin Printing, Glendale, California, 1994.
5. Крюков И. А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 101–108.
6. Иванов И. Э., Крюков И. А., Ларина Е. В. Влияние времени релаксации турбулентной вязкости на моделирование течений в соплах и струях // Изв. РАН. МЖГ. — 2014. — №5. — С. 149–159.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ПЕРЕМЕШАННОЙ СМЕСИ ГОРЮЧЕГО И ОКИСЛИТЕЛЯ

А. И. Крикунова^{1,2}, Э. Е. Сон^{1,2}

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия; ²ОИВТ РАН, Москва, Россия

В настоящее время проблемы описания турбулентных движений газа и жидкости в основном решены, если не с точки зрения построения замкнутой теории турбулентности, то с точки зрения расчетов турбулентных течений, подтвержден-

ных экспериментальными результатами. Это определяется тем, что турбулентные напряжения трения определяются вторыми моментами пульсационных скоростей или напряжениями Рейнольдса, а в турбулентном потоке относительно быстро устанавливается равновесие, в результате которого характерные времена установления высших моментов уменьшаются от интегральных временных масштабов до микромасштабов, что и обеспечивает хорошую точность моментных приближений и, соответственно, алгебраических и дифференциальных моделей турбулентности. Для описания турбулентного горения ситуация существенно меняется вследствие того, что появляется еще один дополнительный размер, характеризующий размер зоны реакции горения, который может быть порядка длин пробега частиц или больше (точнее это длина зоны энергетической релаксации — длины, на которой частицы набирают энергию, достаточную для преодоления энергетического барьера химической реакции). Этот размер, как правило, находится в вязком или, в крайнем случае — инерционном интервале. По этой причине теория и методы расчета турбулентных течений с горением не могут быть основаны на моментных уравнениях Рейнольдса, а должны быть построены на так называемом «кинетическом уравнении» турбулентного движения. Такой метод, называемый методом функций плотности вероятности (ФПВ), был разработан в России (Монин, Иевлев, Фрост, Кузнецов, Сабельников и др.) и за рубежом. Распространению и использованию этого метода до сих пор препятствовало отсутствие измерений условных вероятностей совместного распределения пульсаций скорости и активной или пассивной примеси, или горючего. В последние годы, в связи с развитием экспериментальных неинвазивных методов измерений, таких, как PIV, LIF, KARS и других, возможны измерения требуемых в методе ФПВ пульсационных скоростей и пульсаций концентрации. Особенно важными для практических приложений являются горение в сверхзвуковых и гиперзвуковых течениях, а также горение в условиях микрогравитации. Последнее направление имеет фундаментальное значение, так как горение перемешанного топлива при отсутствии гравитации невозможно из-за отсутствия конвекции, а горение перемешанного топлива и окислителя имеет разный характер в зависимости от импульса подаваемой струи. В условиях гравитации существует критическое значение импульса струи, ниже которого горение определяется гравитацией, а выше — импульсом струи. В условиях микрогравитации существует только импульсное перемешивание, поэтому можно получить фундаментальные результаты для теории турбулентного горения. Так ранее было проведено незначительное количество экспериментальных исследований, результаты которых показывали, что силы плавучести играют значительную роль в распространении пламени; и гравитация влияет на такие характеристики пламени как высота, пределы воспламенения, устойчивость, пульсации [1–6]. Авторами данной работы представлены результаты анализа влияния гравитационных сил на характеристики конических пламен предварительно перемешанной смеси горючего и окислителя.

1. Paul D. Ronney, Harold Y. Wachman. // Combustion and Flame. — 1985. — V. 62. — P. 107–119.
2. Paul D. Ronney. // Combustion and Flame. — 1985. — V. 62. — P. 121–133.
3. Durox D., Baillot B., Scoufflaire P. and Prud'homme R. // Combustion and Flame. — 1990. — V. 82. — P. 66–74.
4. Kostiuk L. W., and Cheng R. K. // Experiments in Fluids. — 1994. — V. 18. — P. 59–68.
5. Hegdenyma U., Zhou L. & Bahadori M. Y. // Combust. Sci. and Tech. — 1994. — V. 102. — P. 95–113.
6. Bedat B., Kostiuk L. W., Cheng R. K. // 3rd International Microgravity Combustion Workshop, April 11, 1995. — P. 395–400.

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КАВЕРНАХ***И. А. Крюков¹, Е. В. Ларина^{1,2}, И. Э. Иванов^{2,3}, А. Тарасевич²**¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия;³МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В настоящее время существует значительный интерес к численному и экспериментальному исследованию течений возле осесимметричных тел с кольцевой каверной. Этот интерес обусловлен широким применением конструкций с кольцевыми кавернами в авиационной и космической технике.

Аналогично течениям в прямоугольных кавернах в зависимости от отношения длины каверны к глубине в осесимметричной каверне могут реализовываться открытый тип течения (короткая каверна) или закрытый (замкнутый) тип течения (длинная каверна). Отдельное внимание многие исследователи уделяют возможным газодинамическим гистерезисам при обтеканиях каверн, связанного с перестройкой режима отрывного обтекания. Так например, в [1, 2] экспериментально было установлено наличие газодинамического гистерезиса по типу течения «открытое–замкнутое» при сверхзвуковом обтекании модели осесимметричного тела с прямоугольным кольцевым вырезом на боковой поверхности цилиндрического корпуса. В [6, 7] экспериментально и численно исследовались открытые и закрытые (замкнутые) течения в кольцевой каверне при обтекании осесимметричного тела сверхзвуковым потоком.

1. Математическая модель, численный метод. В качестве математической модели используется нестационарная двухмерная система уравнений Рейнольдса, дополненная двухпараметрической ($k-\epsilon$) моделью турбулентности. В качестве базовой схемы для аппроксимации конвективной части системы уравнений используется схема Годунова повышенного порядка точности, члены уравнений описывающие диффузионный перенос аппроксимируются с помощью аналога схемы центральных разностей для неравномерных сеток, источники члены уравнений — с помощью явно-неявного алгоритма [3]. На стенках задавались условия прилипания, на плоскости симметрии — условия симметрии (непротекания), на свободных границах — условия отсутствия отражения возмущений.

2. Результаты численного моделирования. Проводилось моделирование обтекания сверхзвуковым потоком $M = 3$ под нулевым углом атаки осесимметричного тела состоящего из острого конуса и цилиндра, имеющего кольцевой вырез рис. 1. Моделировались условия физического эксперимента [1, 2]. Расчетная сетка содержит 400×150 расчетных ячеек для грубого варианта расчета и 800×300 для более точного. На каверну приходится 160×30 ячеек и 320×60 соответственно.

При небольших значениях относительной длины каверны $s = L/h < 10$ в экспериментах [1, 2] и численных расчетах данной работы всегда в каверне реализовывалось течение открытого типа. Были проведены расчеты сверхзвукового ($M = 3$) турбулентного ($Re_\infty = 1,7 \cdot 10^6$) обтекания осесимметричных тел с каверной длиной в диапазоне $L = 80-130$ мм ($s = 10-16,25$). Параметры в набегающем потоке $P_\infty = 16770$ Па, $T_\infty = 96,43$. На рис. 1 показаны результаты расчета обтекания тела при $L = 81$ мм ($s = 10,125$) (а) и $L = 110$ мм ($s = 13,75$) (б).

В результате численных исследований определены критические значения относительной длины каверны, когда происходит перестройка структуры течения от открытого типа к замкнутому $s_1 = 10,2$ ($L = 81,5$ мм), и наоборот от замкнутого

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ грант №16-38-60185.

типа к открытому $s_2 = 13,8$ ($L = 110,5$ мм). В промежутке между значениями s_1 и s_2 в зависимости от предыстории развития течения может реализоваться либо открытое, либо замкнутое течение.

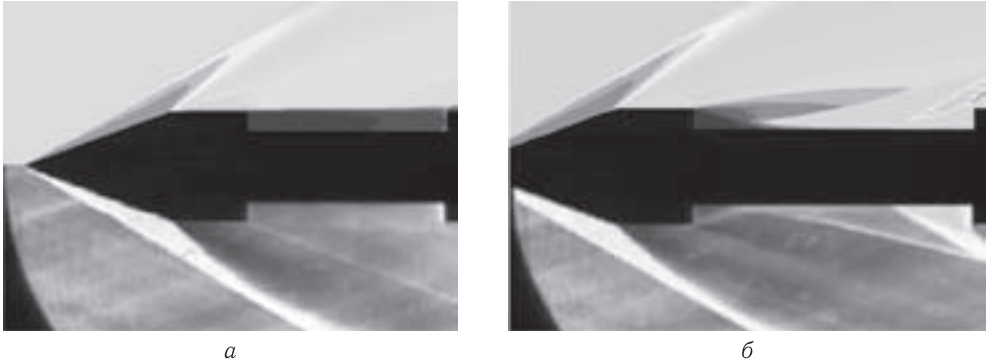


Рис. 1. Визуализация поля плотности в физическом [3] (нижняя часть рисунка) и численном (верхняя часть) эксперименте для открытого типа ($L = 81$) (а) и замкнутого типа ($L = 110$) (б) течения

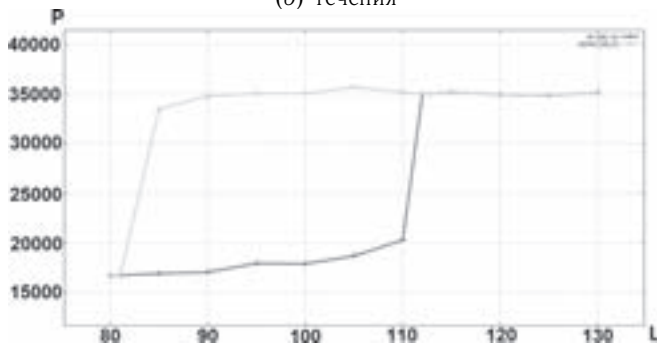


Рис. 2. Зависимость давления P [Па] от длины каверны L [мм] у дна на задней стенке каверны

Наличие газодинамического гистерезиса иллюстрируется зависимостью давления измеренного в середине дна каверны и у дна на задней стенке каверны от длины каверны приведенная на рис. 2. Данные результаты удовлетворительно (с точностью до 0,5 мм по точкам перехода) совпадают с экспериментальными результатами из [2].

Проведено численное моделирование другого физического эксперимента из работы [4], и исследование зависимости величины гистерезиса от глубины каверны.

1. Гувернюк С. В., Зубков А. Ф., Симоненко М. М., Швец А. И. Экспериментальное исследование трехмерного сверхзвукового обтекания осесимметричного тела с кольцевой каверной // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2014. — №4. — С. 136–142.
2. Гувернюк С. В., Зубков А. Ф., Симоненко М. М. О наблюдении аэродинамического гистерезиса при сверхзвуковом обтекании кольцевой каверны на осесимметричном теле // Успехи механики сплошных сред. — 2013. — С. 1–9.
3. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
4. Mohri K., Hillier R. Computational and experimental study of supersonic flow over axisymmetric cavities // Shock Waves. — 2011. — V. 21. — P. 175–191.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ

С. Ю. Маламанов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе рассматривается течение ртути в прямолинейном канале квадратного сечения с расположенными по бокам канала турбулизаторами, представляющими собой половинки цилиндров, при наличии вертикального однородного магнитного поля (рис. 1). Интерес к подобной задаче вызван в первую очередь проблемами атомной энергетики, где вопросам теплообмена и повышению энергетической эффективности теплообменных аппаратов уделяется громадное значение. Интенсификация конвективного теплообмена достигается как применением турбулизаторов, так и использованием в качестве теплоносителей жидких металлов таких как натрий, калий, литий, свинец, висмут и ртуть. Последняя выделяется тем, что в обычных условиях остается жидкой и необычайно «подвижной», кроме того, обладает очень высокой электропроводностью. Коэффициент электропроводности $\sigma \sim 10^6$ См/м (для сравнения у морской воды $\sigma \sim 5$ См/м.

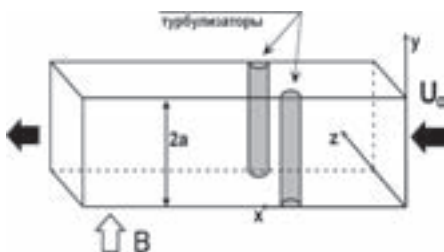


Рис. 1. Схема течения

Здесь уместно подчеркнуть, что такая высокая электропроводность ртути позволяет рассматривать электромагнитное поле в качестве сильного управляющего фактора. В этой связи проводится расчет характеристик турбулентного потока (скорости) с помощью трех моделей турбулентности. Первой является хорошо известная $k-\epsilon$ -модель, второй — $k-\omega$ (где ω — удельная скорость диссипации), а третья — это модель переноса компонентов тензора напряжений Рейнольдса (SSG-модель). Использование трех указанных моделей позволит произвести сравнительный анализ того, как они воспроизводят наблюдаемые в реальном эксперименте величины. Моделирование рассматриваемой задачи сводилось к решению трехмерных, стационарных уравнений магнитной гидродинамики, вместе с соответствующей моделью турбулентности, реализуемых в ANSYS.CFX. Из постановки задачи следует, что при заданных скорости потока на входе в канал $U_0 = 0,4$ м/с и индукции магнитного поля B , течение зависит как от числа Рейнольдса, так и от числа Гартмана. Первоначально было рассчитано течение при числе Рейнольдса — $Re = 5,9 \cdot 10^4$, и числе Гартмана — $Ha = 440$, с помощью трех указанных моделей турбулентности. Наиболее точно воспроизводит экспериментально наблюдаемые результаты модель $k-\omega$. После этого были произведены расчеты течения с использованием $k-\omega$ -модели турбулентности и различными значениями индукции внешнего магнитного поля $B = 0,3, 0,5$ и $0,8$ Тл. Результаты этих расчетов показаны на рис. 2.

Отличие рассчитанных значений скорости в ядре потока от экспериментально наблюдаемых, по-видимому, можно объяснить различием турбулентных масштабов. Один масштаб — геометрический — это характерный размер обтекаемого турбулизатора, второй масштаб, характеризующий магнитное поле, — силовой. Величина последнего «ответственна» за то, какие эффекты, вызывающие изменение магнитного поля, будут преобладать — индукционные или диссипативные. В моделях, реализованных в ANSYS.CFX, это различие масштабов не учитывается. При расчетах использовались именно штатные установки расчетного комплекса,

ничего «своего», связанного со спецификой данной задачи не добавлялось. Одним из аргументов, в пользу высказанного предположения, может служить рассмотрение точно такого же течения ($U_0 = 0,4$ м/с), но без турбулизаторов. Результаты соответствующих расчетов представлены на графике рис. 3 (обозначения те же, что и на рис. 2).

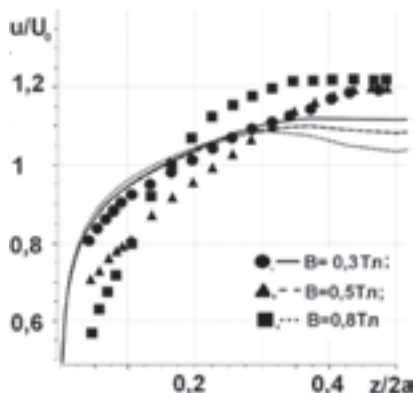


Рис. 2. Сравнение безразмерных профилей скорости при расчетах с $k-\omega$ -моделью турбулентности и различными значениями индукции внешнего магнитного поля. Линии — результаты моделирования, квадраты, круги и треугольники — экспериментальные данные работы [1]

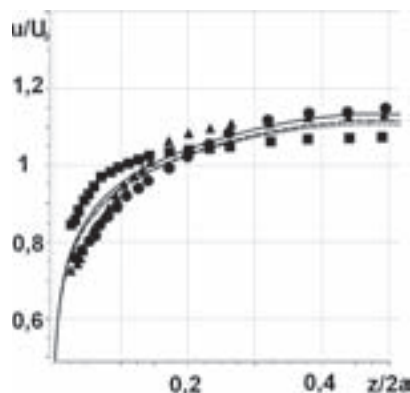


Рис. 3. Сравнение безразмерных профилей скорости при использовании различных моделей турбулентности на фоне экспериментальных данных. Линии — результаты моделирования, экспериментальные величины [1] показаны квадратами, треугольниками и кругами

Из рассмотрения рисунка следует, что в более «простых» условиях расчет достаточно хорошо воспроизводит распределение скорости поперек канала, при различных значениях индукции магнитного поля. Такой результат лишний раз подтверждает некий «консерватизм», свойственный турбулентности, который неплохо отслеживается даже при моделировании такого сложного физического явления как турбулентное движение проводящего металла в магнитном поле. Заслуживает внимания еще один факт, о котором стоит упомянуть. Прослеживается, впервые отмеченная Гартманом тенденция, «поджатия» профиля скорости при наличии магнитного поля, что является следствием перехода энергии в системе «поле–среда».

1. *Takahashi M.* Recent Research Activities on Liquid Metal MHD Phenomena in Japan // APEX-6/FHPD Workshop. February 16–19, 1999.

СРАВНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В КАНАЛАХ С ПРЕПЯТСТВИЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И ПОЛУЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Д. И. Охотников

КФУ, Казань, Россия

Исследование отрывных течений в каналах и трубах при обтекании препятствий является важной и актуальной задачей гидромеханики, так как подобные течения наблюдаются в большом количестве инженерных приложений. Топология

подобного рода течений во многом схожа — за препятствием или перед ним образуется застойная зона, которая в зависимости от параметров течения и геометрии канала может быть устойчивой или неустойчивой. Механизм образования неустойчивости и перехода к турбулентности, а также исследование структуры течения в следе за препятствием представляет большой научный интерес. В данной работе произведен сравнительный анализ возникновения и развития турбулентности в каналах с цилиндрическим и полуцилиндрическим препятствием при номинально ламинарном режиме течения, т. е. таком режиме, в котором переход к турбулентности происходит исключительно при установке препятствия в канале. Геометрии расчетных областей, представлены на рис. 1. Все размеры нормированы на диаметр препятствий. Характер течения при этом определяется двумя числами Рейнольдса: $Re_h = Uh/\nu$, $Re_H = UH/\nu$. Величина Re_h определяет зарождение и развитие возмущений потока в отрывной зоне, а Re_H определяет процессы развития или затухания турбулентных пульсаций в дальнем следе.

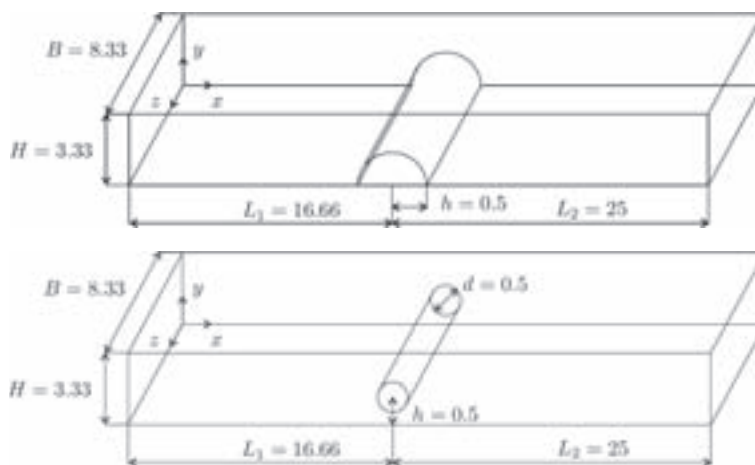


Рис. 1. Геометрия расчетных областей: сверху — канал с полуцилиндрическим (конфигурация 1), внизу — с цилиндрическим препятствием (конфигурация 2)

В безразмерных переменных система уравнений Навье–Стокса, описывающее течения вязкой несжимаемой жидкости в расчетной области имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re_h} \Delta \mathbf{u}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

На входе в канал задавался равномерный профиль скорости, на выходе «мягкие» граничные условия. В качестве начального условия выбрано состояние покоя.

Расчет проводился с использованием коммерческого пакета ANSYS Fluent 14.5. Расчетная сетка была построена с учетом структуры рассматриваемого течения. Общее количество ячеек сетки в обоих случаях составило примерно $1,5 \cdot 10^6$. Для исследуемого числа Рейнольдса $Re_h = 480$ визуализация течений для обеих конфигураций представлена на рис. 2.

Переход к турбулентности в случае первой конфигурации происходит за счет взаимодействия парных угловых вихрей за препятствием, при этом по центру канала происходит периодический выброс вихревых структур [1, 2]. В случае второй конфигурации переход к турбулентности происходит за счет неустойчивости вихревой дорожки Кармана, образующейся в следе за цилиндром. Для анализа турбу-

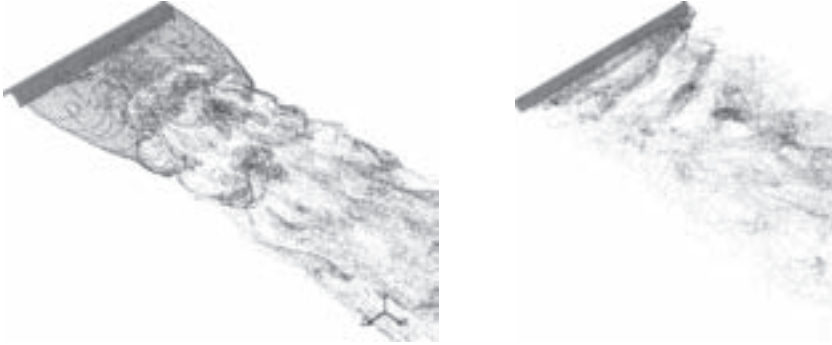


Рис. 2. Визуализация течений частицами (вид сбоку): слева — конфигурация 1, справа — конфигурация 2

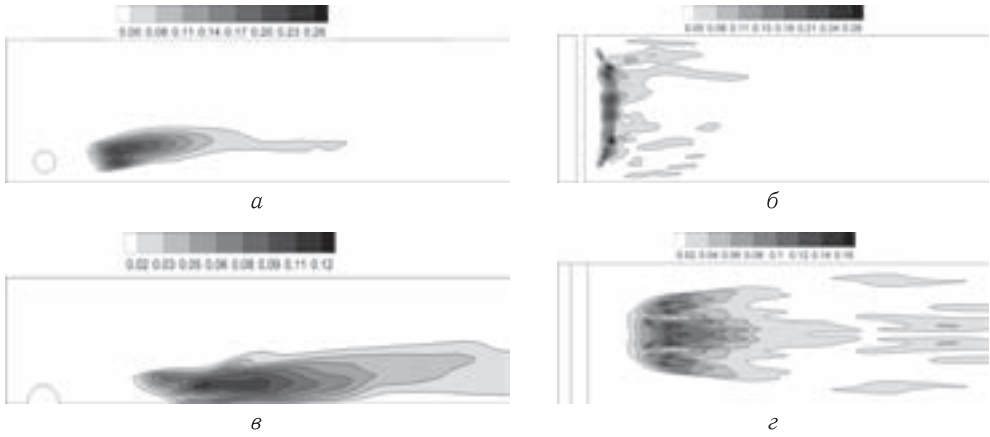


Рис. 3. Поле функции $I(x, y, z)$: а — конфигурация 2, сечение $z = 4,165$; б — сечение $y = 0,5$; в — конфигурация 1, сечение $z = 4,165$; г — сечение $y = 0,5$

лентных характеристик течения вычислялись мгновенное поле пульсаций скорости $\mathbf{u}' = (u'_1, u'_2, u'_3)$ и его среднее по Рейнольдсу $\bar{\mathbf{u}}$, а также тензор турбулентных напряжений τ_{ij} и их интенсивность I по формулам:

$$\mathbf{u}'(t) = \bar{\mathbf{u}}(t) - \mathbf{u}(t), \quad \bar{\mathbf{u}}(t) = (1/2\Delta t) \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \mathbf{u}(t) dt, \quad \tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}, \quad I = \sqrt{\tau_{ij} \tau_{ji}}.$$

Поля функции $I(x, y, z)$ для обеих конфигураций представлены на рис. 3. В случае конфигурации 2 (а, б) максимум $I(x, y, z)$ примерно в два раза превышает соответствующие максимумы конфигурации 1 (в, г). При этом максимум для цилиндрического препятствия сосредоточен в ближнем следе, в то время как для полуцилиндрического препятствия он находится в среднем. Протяженность ламинарного участка в ближнем следе для полуцилиндрического препятствия примерно в два раза больше, чем для цилиндрического. Дальний след обеих конфигураций остается ламинарным, что говорит о локальном возникновении турбулентности с последующей релаксацией. Положение максимумов турбулентных напряжений определяет области интенсивного вихреобразования, о чем свидетельствует картина распределения вихревых структур, полученная с использованием λ_2 -критерия на рис. 4.



Рис. 4. Визуализация вихревых структур: слева — конфигурация 1, справа — конфигурация 2

Таким образом, переход к локальной турбулентности для рассмотренных конфигураций осуществляется с помощью двух различных механизмов, каждый из которых определяет свою уникальную структуру течения в следе за препятствием.

1. Мазо А. Б., Охотников Д. И. Локальный переход к турбулентности за препятствием в канале при номинально ламинарном режиме течения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2015. — Т. 157, кн. 2. — С. 116–125.
2. Молочников В. М., Мазо А. Б., Малуков А. В., Калинин Е. И., Михеев Н. И., Душина О. А., Паерелий А. А. Особенности формирования вихревых структур в отрывном течении за выступом в канале при переходе к турбулентности // Теплофизика и аэромеханика. — 2014. — Т. 21, № 3. — С. 325–334.

О ТУРБУЛЕНТНЫХ ВСПЛЕСКАХ В НАКЛОННЫХ КАНАЛАХ ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ*

Д. Е. Пивоваров

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Турбулентные всплески представляют собой локализованные по времени и пространству турбулентные структуры, возникающие на фоне ламинарного течения. Впервые их обнаружили в течении Гагена–Пуазейла в круглых трубах при переходных числах Рейнольдса. Далее они были замечены в течении Куэтта между двумя коаксиальными цилиндрами. Недавно это явление наблюдалось в модифицированной задаче Рэлея–Бенара, где слой теплопроводной жидкости наклонен под углом к горизонту. На фоне продольных конвективных валов наблюдалось спонтанное хаотическое перемешивание в некоторой области слоя и возвращение к ламинарному течению.

В настоящей работе проводится изучение этого явления в наклонных каналах. Показывается влияние боковых стенок на устойчивость ламинарного движения и представляются параметры области, при которых возможно наблюдение этих явлений.

Исследование проводится методом прямого численного моделирования. Система уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска решается методом

*Работа поддержана грантом РФФИ №16-01-00521.

конечных разностей. Использование центральных разностей дает второй порядок аппроксимация по пространству. Интегрирование по времени ведется с 3-м порядком точности по схеме Рунге–Кутты. Численная схема реализована на смещенных сетках и является консервативной.

ТРАНСЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ В РАСШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ТЕЛОМ

А. Н. Рябинин, А. Ф. Сулейманов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В последние 15 лет численные исследования показали, что трансзвуковое течение вблизи аэродинамического профиля может быть чувствительно к малым изменениям параметров натекающего потока [1]. Чувствительность вызвана взаимодействием локальных сверхзвуковых зон, примыкающих к поверхности профиля. Две локальные сверхзвуковые зоны формируются у поверхности, имеющей малую кривизну. Первая зона заканчивается скачком уплотнения, после которого поток становится дозвуковым. Дозвуковая область заканчивается звуковой линией, за которой поток снова сверхзвуковой. Увеличение числа Маха натекающего потока ведет к росту сверхзвуковых зон и их сближению. Слияние сверхзвуковых зон происходит скачком и сопровождается резким изменением подъемной силы. При последующем уменьшении числа Маха единая сверхзвуковая зона скачком расщепляется на две, но расщепление происходит при меньшем числе Маха, чем слияние. Таким образом, существует гистерезис подъемной силы по отношению к числу Маха. Диапазон гистерезиса очень мал.

В настоящей работе изучается трансзвуковое течение в канале с центральным телом. В этом течении изменение числа Маха также приводит к слиянию и расщеплению сверхзвуковых зон, причем диапазон гистерезиса намного больше, чем в случае обтекания профиля.

Рассматривается двумерное течение в канале, стенки которого состоят из отрезков прямых линий:

$$\begin{aligned} \text{нижняя стенка: } & 0 < x < 2,3, \quad y = -0,88 - 0,0521x \quad \text{и} \\ & 2,3 < x < 3,0, \quad y = -1 - 0,229(x - 2,3), \\ \text{верхняя стенка: } & 0 < x < 2,3, \quad y = 0,88 + 0,0521x \quad \text{и} \\ & 2,3 < x < 3,0, \quad y = 1 + 0,229(x - 2,3). \end{aligned}$$

Здесь и далее координаты канала приведены в метрах. В канале находится центральное тело, контур которого описывается тремя отрезками прямых: $1,4 < x < 3,0$, $y = \pm 0,01 \pm 0,119(x - 1,4)$ и $x = 1,4$, $-0,01 < y < 0,01$. Входная и выходная границы также представляют собой отрезки прямых:

$$\begin{aligned} \text{вход: } & x = 0, \quad -0,88 < y < 0,88, \\ \text{выход: } & x = 3,0, \quad -1,16 < y < -0,2 \quad \text{и} \quad 0,2 < y < 1,16. \end{aligned}$$

Двумерная гибридная сетка построена с помощью пакета Gmsh [2]. Эта сетка использовалась в расчетах в свободно распространяемом пакете программ SU² [3]. На основе двумерной сетки строилась трехмерная сетка, имеющая толщину в поперечном измерении, равную одному элементу. Трехмерная сетка использовалась для расчетов двумерного течения в пакете Ansys CFX [4].

Большинство вычислений выполнено с сеткой, насчитывающей около 120000 элементов. Эта сетка была измельчена вблизи стенок для правильного моделирования пограничного слоя при решении уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Однако, несколько вариантов вычислений произведено с более мелкими и более грубыми сетками. Продемонстрирована независимость результатов от размера сетки.

Решение уравнений Эйлера выполнялось с неструктурированной сеткой, насчитывающей около 75000 элементов.

На входе задавались температура $T_{in} = 250$ К, число Маха M_{in} и число Рейнольдса Re на основе длины 1 м. На стенках задавалось отсутствие теплового потока. Решение уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS), выполнялось с применением моделей турбулентности Спаларт-Аллармаса (SU^2) и $k-\omega$ -SST (Ansys CFX).

Число Маха на входе M_{in} менялось в пределах от 1,2 до 1,4. На нижней границе этого диапазона в канале формировались две сверхзвуковые зоны, разделенные обширной областью с дозвуковым течением. Увеличение числа Маха M_{in} сопровождается уменьшением дозвуковой области. При $M_{in} = 1,33$ две сверхзвуковые зоны сливаются в одну. Обратный процесс, уменьшение числа Маха M_{in} , ведет к расщеплению единой сверхзвуковой зоны на две. Расщепление происходит при числе Маха $M_{in} = 1,23$. Таким образом, имеет место гистерезис обтекания при изменении числа Маха. Внутри диапазона гистерезиса имеется небольшой диапазон чисел Маха, в котором существуют несимметричные решения уравнений RANS. С одной стороны между центральным телом и стенкой расположена обширная дозвуковая зона, с другой стороны обширной дозвуковой зоны нет [5].

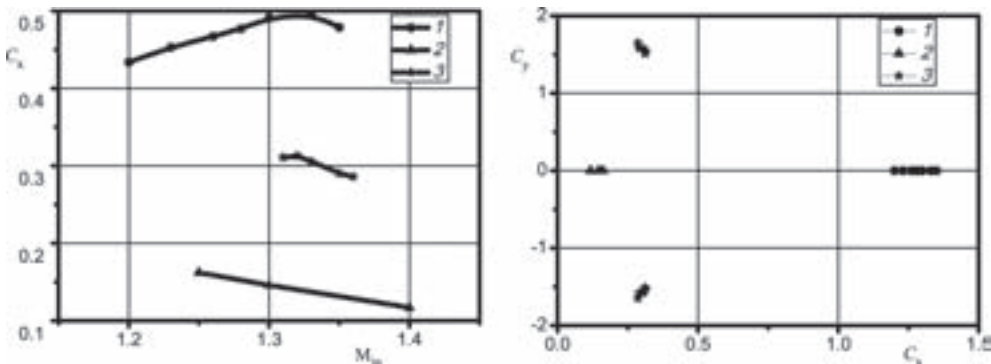


Рис. 1. Слева — зависимость коэффициента сопротивления центрального тела от числа Маха M_{in} , справа — коэффициент подъемной силы центрального тела в зависимости от коэффициента сопротивления. 1 — две сверхзвуковые зоны, 2 — единая сверхзвуковая зона, 3 — несимметричный режим

Слияние или расщепление сверхзвуковых зон приводит к резким изменениям аэродинамических сил, действующих на центральное тело. На рис. 1 представлены результаты решения уравнений RANS при $Re = 3,4 \cdot 10^7$. Слева изображена зависимость коэффициента лобового сопротивления центрального тела от M_{in} . Справа представлена диаграмма четырех режимов течения в координатах коэффициент подъемной силы — коэффициент лобового сопротивления. Два несимметричных режима характеризуются подъемной силой, не равной нулю. Двум симметричным режимам соответствуют различные диапазоны лобового сопротивления.

Указанные явления имеют место при разных числах Рейнольдса. Получены также решения уравнений Эйлера. Оказалось, что в этом случае область существования несимметричных решений обширнее области существования несимметричных решений уравнений RANS.

Результаты получены с использованием вычислительных ресурсов ресурсного центра «Вычислительный центр СПбГУ».

1. *Kuzmin A.* Non-unique transonic flows over airfoils // *Computers & Fluids*. — 2012. — V. 63. — P. 1–8.
2. *Geuzaine Ch., Remacle J.-F.* Gmsh Reference Manual, (2014) 278 p. URL: <http://geuz.org/gmsh/doc/texinfo/gmsh.pdf>.
3. *Palacios F., Colonno M.R., Aranake A.C., Campos A., Copeland S.R., Economon T.D., Alonso J.J.* Stanford University Unstructured (SU2): An open-source integrated computational environment for multi-physics simulation and design / 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition // AIAA 2013-0287. 2013. — 60 p. URL: http://su2.stanford.edu/documents/SU2_AIAA_ASM2013.pdf.
4. TGrid 5.0 User's Guide. Lebanon: ANSYS, Inc. 2008. — 281 p. URL: <https://www.sharcnet.ca/Software/TGrid/pdf/ug/tgrid50-ug.pdf>.
5. *Riabnin A., Suleymanov A.* Bifurcation of transonic flow in the channel with a central body // Conference Topical Problems of Fluid Mechanics 2016. Proceedings, Prague. 2016. — P. 185–190.

АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГИДРОАБРАЗИВНОЙ СТРУИ С ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ КАНАЛА СТРУЕФОРМИРУЮЩЕГО СОПЛА

К. С. Самсонов, А. В. Севрюкова, Е. В. Полуянова, А. М. Герасимова

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В настоящее время технологии гидроабразивной обработки широко применяются в машиностроении, в частности, в ракетно-космической отрасли, так как продемонстрировали свою высокую конкурентоспособность, а в некоторых случаях и преимущества по сравнению с традиционными методами обработки материалов.

Целью исследований является анализ взаимодействия гидроабразивной струи с внутренней поверхностью канала фокусирующего (струеформирующего) сопла (ФС). Решение поставленных задач осуществляется с помощью численных методов механики сплошной среды в трехмерной постановке с использованием программного комплекса ANSYS AUTODYN. В результате исследования была определена зависимость набора скорости частиц и ее размера, а так же влияние расстояния между частицами абразива на его движение внутри канала струеформирующего сопла и проведено сравнение параметров движения частиц абразива внутри канала ФС в двухмерном и трехмерном представлении. Полученные результаты позволяют оценить характер износа внутреннего канала ФС, проанализировать его причины. Разработана физико-математическая модель данного процесса.

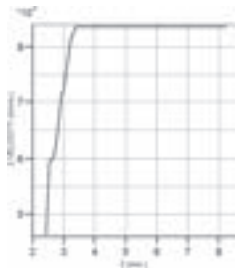
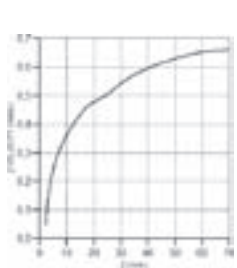
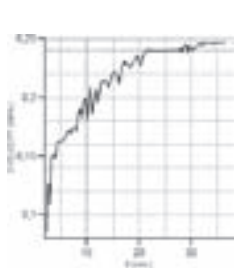
Работа была разделена на три основных этапа.

На первом этапе проводился анализ движения частиц абразива внутри канала струеформирующего сопла. В первую очередь определялась зависимость размера частицы абразива и набор частиц скорости. Решение этой задачи позволяет определить оптимальный размер частицы абразива, который способствует набору большей скорости. В табл. 1 представлены характеры изменения проекции скорости

частицы на ось Z в зависимости от пройденного расстояния частицей за равные промежутки времени.

Таблица 1

Закон изменения скорости $V_{Z_{ABP}}(z)$

	$R_a = 0,25$ мм	$R_a = 0,3$ мм	$R_a = 0,35$ мм	$R_a = 0,4$ мм
T , мкс				Построить график $V_{Z_{ABP}}(z)$ не удалось, так как частица разрушилась при взаимодействии со струей
	$V_{Z_{ABP}}^{\max}(z) = 0,08$ км/с	$V_{Z_{ABP}}^{\max}(z) = 0,68$ км/с	$V_{Z_{ABP}}^{\max}(z) = 0,24$ км/с	
1,1				
2,3				
3,5				

По результатам первой части работы выяснилось, что наиболее удачным вариантом является выбор частицы с $R = 0,3$ мм.

На втором этапе работы определялось влияние расстояния между частицами абразива на его движение внутри канала струеформирующего сопла. Для сравнения набора скорости в зависимости от расстояния между абразивными частицами было рассмотрено 2 варианта: в первом $Z_a = 1,25$ мм; во втором варианте $Z_a = 2,5$ мм.

На последнем этапе исследования проводилось сравнения двухмерного и трехмерного представлений. По окончании исследования был сделан вывод, что характер движения частиц внутри канала струеформирующего сопла в двухмерном и трехмерном представлении имеют некоторые отличия. При этом трехмерное представление дает более полную картину происходящих процессов.

КВАЗИОДНОМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛА ГПВРД

Р. К. Селезнев^{1,2,3}, С. Т. Суржиков¹

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ВНИИА им. Духова, Москва, Россия;

³МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Квазиодномерная модель, разработанная в [1, 2] валидирована сравнением с данными экспериментов Андерсона, Биллига, T4 университета Квинсленда, HyShot-2 [3]. Используются предположения [4, 5], что газ идеальный, а поток установившийся. Используется система уравнений Навье–Стокса, неразрывности, закон сохранения энергии и уравнения диффузии для каждого компонента смеси, записанная в квазиодномерной постановке. Эта система обыкновенных дифференциальных уравнений (1)–(5), моделирующая движение газа в канале ГПВРД приведена ниже.

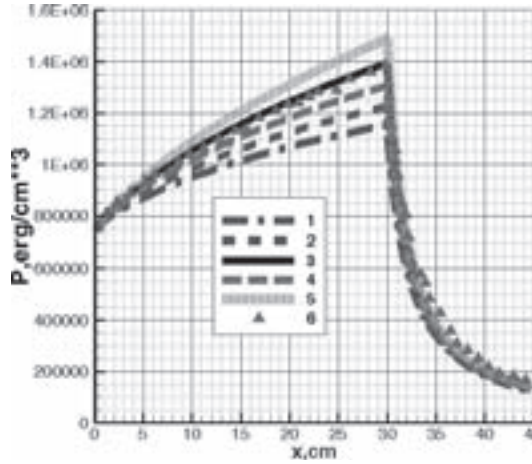


Рис. 1. Профили давления внутри камеры экспериментальной установки HyShot-2 [3] (с горением): 1 — эффективность горения $\eta = 0,6$; 2 — $\eta = 0,7$; 3 — $\eta = 0,8$; 4 — $\eta = 0,9$; 5 — $\eta = 1$; 6 — результаты расчетов, взятые из работы [4]

Уравнение Навье–Стокса (закон сохранения импульса):

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{\alpha} \left\{ -\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} + \frac{1 + \gamma M^2 (1 - \varepsilon) - (h_0/\hat{h})}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} + \frac{1}{\hat{h}} \left[-\sum_i h_i \frac{dY_i}{dx} + \frac{1}{\dot{m}} \sum_i \left(h_i \frac{d\dot{m}_i}{dx} \right)_{added} \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{MW} \frac{dMW}{dx} + \left[\gamma M^2 - \frac{c_p (T_{aw} - T_w)}{\hat{h} \cdot \text{Pr}^{\frac{3}{2}} A} \right] \frac{2C_f}{D} \right\}. \quad (1)$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{\hat{c}_p} \left[-\sum_i h_i \frac{dY_i}{dx} + \frac{1}{\dot{m}} \sum_i \left(h_i \frac{d\dot{m}_i}{dx} \right)_{added} - \frac{2C_f c_p (T_{aw} - T_w)}{\text{Pr}^{2/3} D \cdot A} - \frac{h_0}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} - U \frac{dU}{dx} \right]. \quad (2)$$

Закон сохранения массы (8)–(10)

$$\frac{d\rho}{dx} = \rho \left[\frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} - \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} - \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \right], \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\gamma p M^2 \left[\frac{1}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{4C_f}{D} \right) + \frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx} \right], \quad (4)$$

$$\frac{dMW}{dx} = -MW^2 \left(\sum_i \frac{1}{MW_i} \frac{dY_i}{dx} \right). \quad (5)$$

Закон сохранения массы для каждой компоненты смеси:

$$\frac{dY_i}{dx} = \frac{\dot{\omega}_i MW_i}{\rho U} + \frac{1}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}_{i,added}}{dx} - \frac{Y_i}{\dot{m}} \frac{d\dot{m}}{dx}, \quad (6)$$

где $\alpha = 1/U(1 - \gamma M^2 + U^2/\hat{h})$; $\hat{h} = \hat{c}_p T$; $\hat{c}_p = \tilde{c}_p - \frac{1}{\dot{m}} \left\{ \sum_i \dot{m}_i (c_{pi} + \tilde{c}_{pi} T)_{added} \right\}$; $\tilde{c}_p = c_p + \sum_i T \tilde{c}_{pi} Y_i$; $D = \frac{4A}{P_w}$; $MW = \frac{1}{\sum_i \frac{Y_i}{MW_i}}$; $h_0 = h + U^2/2$; $\varepsilon = U_i/U_\infty$ — отноше-

ние скорости вдува в направлении потока к скорости потока (при перпендикулярном вдуве $\varepsilon = 0$); A — площадь сечения и является функцией от координаты x ; $\dot{\omega}_i = dY_i/dt$ — скорость превращения i -й химической компоненты; $\dot{m}_{i,added}$ — масса топлива, доступного для реакции $\dot{m}_{i,added} = \eta\eta_m\varphi\dot{m}_{O_2}(m_{fuel}/m_{O_2})_{st}$. Эта величина зависит от трех коэффициентов:

1) Соотношения топливо-окислитель $\varphi = \frac{(m_{fuel}/m_{O_2})}{(m_{fuel}/m_{O_2})_{st}}$ это отношение массы топлива к массе окислителя деленное на отношение массы топлива к массе окислителя в стехиометрической смеси.

2) Полнота сгорания топлива η — отношения массы прореагировавшего к массе всего топлива.

3) Коэффициент длины смешения η_m . В сверхзвуковой модели смешения предполагается, что топливо доступное для реакции $\dot{m}_{fm}$ пропорционально топливу, вдуваемому в систему $\dot{m}_{of}$: $\dot{m}_{fm} = \eta_m\dot{m}_{of}$.

На рис. 1 показаны результаты квазиодномерных расчетов давления на стенку в эксперименте HyShot-2 при различных величинах полноты сгорания топлива. Треугольниками показаны расчетные данные из работы [4].

1. Селезнев Р. К., Жорник К. А. Квазиодномерное численное моделирование водородо-воздушной смеси в канале ГПВРД // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2014. — Т. 15, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-4/articles/30/>.
2. Seleznev R. K., Surzhikov S. T. Quasi-One-Dimensional and Two-Dimensional Numerical Simulation of Scramjet Combustors // AIAA 2015-4166. 51th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, 2015. Orlando, Florida.
3. Hass N., Smart M., Paull A. Flight Data Analysis of the HYSHOT 2 // AIAA/CIRA 13th Int. Sp. Planes Hypersonics Syst. Technol. Conf. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005. — P. 1–17.
4. Birzer C., Doolan C. Quasi-one-dimensional model of hydrogen-fueled scramjet combustors // J. Propuls. power. — 2009. — V. 25, No. 6. — P. 1220–1225.
5. Brien T. F. O., Starkey R. P., Lewis M. J. Quasi-One-Dimensional High-Speed Engine Model with Finite-Rate Chemistry // AIAA J. — 2001. — V. 17, No. 6.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СОПЛАХ И СТРУЯХ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ С УЧЕТОМ ИХ НЕИДЕАЛЬНОГО ПРОТЕКАНИЯ

С. А. Шустов¹, И. А. Крюков², И. Э. Иванов^{3,4}

¹СГАУ, Самара, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия;

³МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ⁴МАИ, Москва, Россия

Излагаются результаты, полученные в процессе реализации программы развития научного наследия У. Г. Пирумова [1, 2] применительно к течениям в соплах и струях жидкостных ракетных двигателей малой тяги

Жидкостные ракетные двигатели малой тяги (ЖРДМТ) на самовоспламеняющихся компонентах топлива азотный тетраксид (АТин) и несимметричный диметилгидразин (НДМГ) в настоящее время и обозримом будущем являются основным видом исполнительных органов системы управления пространственным положением космических аппаратов (КА) и разгонных блоков (РБ). Это обусловлено их высокой топливной экономичностью и надежностью, способностью работать как на непрерывных режимах работы длительностью тысячи секунд, так и в импульсных

режимах при длительностях включения порядка 0,01 с. При этом время актуальной является проблема силового, теплового и загрязняющего воздействия струй ЖРДМТ на элементы конструкции КА, а также на приборы и оборудование, размещенное на внешней поверхности КА.

Газодинамические аспекты этой весьма сложной проблемы рассмотрены в обзоре [3]. В основе надежного определения параметров силового, теплового и загрязняющего воздействия струй ЖРДМТ лежит численное моделирование с учетом не идеального протекания сложных физико-химических процессов в камере сгорания и сопле [1]. Очевидна сложность решения такой сопряженной задачи с достаточным для практических использования уровнем адекватности. Поэтому до настоящего времени рассматривалась, в основном, упрощенная постановка этой задачи — делались попытки учета влияния вязкости без учета физико-химических процессов, связанных с превращением самовоспламеняющихся компонентов в высокотемпературные продукты сгорания и течением этих продуктов сгорания в сопле. Примеры такой постановки задач, основанной на использовании инертного рабочего тела (двухатомного газа (азот, водород) или одноатомного газа (гелий)) приведены в [3, 4].

Таблица 1

Термогазодинамические параметры на срезе сопла штатного ЖРДМТ тягой 6 Н на самовоспламеняющихся компонентах АТин и НДМГ

Расстояние в направлении от оси к стенке на срезе сопла										
1	$\bar{r}_a$	0,0	0,24	0,36	0,48	0,61	0,73	0,9	0,95	1,0
2	r , мм	0	2,4	3,64	4,86	6,07	7,29	8,95	9,54	9.985
Реальные термогазодинамические параметры продуктов сгорания на срезе сопла										
3	$\alpha_{ок}$	1,5	1,0	0,4	0,3	0,2	0,15	0,1	0,1	0,1
4	χ	1,27	1,300	1,39	1,405	1,405	1,405	1,405	1,405	1,405
5	M	5,15	5,0	6,1	6,19	5,6	4,8	2,72	1,62	0,3
6	$\rho_a \cdot 10^2$, кг/м ³	0,17	0,2	0,22	0,24	0,31	0,48	0,3	0,45	0,5
Идеальные термогазодинамические параметры продуктов сгорания на срезе сопла										
7	коэффициент избытка окислителя $\alpha_{ок} = 0,6$									
8	показатель изэнтропии расширения $\chi_a = 1,23$									
9	число Маха $M_a = 4,73$									
10	плотность $\rho_a = 0,3 \cdot 10^{-2}$ кг/м ³									

В данной работе излагаются результаты решения сопряженной задачи применительно к взаимосвязанным термогазодинамическим процессам в камере сгорания, сопле и струе штатных ЖРДМТ на самовоспламеняющихся компонентах топлива АТин и НДМГ с учетом их не идеального протекания. Эти результаты излагаются на примере штатного ЖРДМТ тягой 6 Н, который используется в системе управления ряда КА для дистанционного зондирования Земли. Основные параметры этого ЖРДМТ: давление в камере сгорания 0,6 МПа; коэффициент избытка окислителя по расходам компонентов топлива на входе в сопло $\alpha_{ок} = 0,6$; диаметр камеры сгорания — 8 мм; радиус минимального сечения сопла — 1,37 мм, радиус сопла на срезе — 10 мм; геометрическая степень расширения сопла $\bar{F}_a = 58$; контур сверхзвуковой части сопла является профилированным. Результаты решения внутренней сопряженной задачи, связанной с протеканием взаимосвязанных термогазодинамических процессов в камере сгорания и сопле, приведены в табл. 1, основные сведения об используемой в этой задаче методике численного моделирования приведены в [2].

Сравнение реальных и идеальных значений термогазодинамических параметров на срезе сопла (χ , M , ρ) показывает их значительное отличие. Это указывает на необходимость учета не идеального протекании термогазодинамических процессов в камере сгорания и сопле ЖРДМТ при определении термогазодинамических параметров струи, вытекающей из сопла ЖРДМТ в вакуум либо в собственную внешнюю атмосферу КА.

Математическое моделирование газодинамических струйных течений проводилось с помощью двух подходов:

- первый основан на решении двумерных стационарных уравнений идеального газа в сверхзвуковой области (т. е. там, где эти уравнений имеют гиперболический вид). Используется схема Годунова повышенного порядка и лагранжев подход, при котором расчетная сетка из линий тока и нормалей к ним строится в процессе решения.

- второй подход [5–8] реализует решение полных двумерных, нестационарных уравнений Навье–Стокса для моделирования турбулентных и ламинарных течений в соплах и струях.

На рис. 1 для области течения, близкой к срезу сопла на примере штатного ЖРДМТ тягой 6 Н показаны результаты численного решения в приближении Навье–Стокса сопряженной задачи о течении продуктов сгорания в сопле и струе с учетом не идеального протекания термогазодинамических процессов.

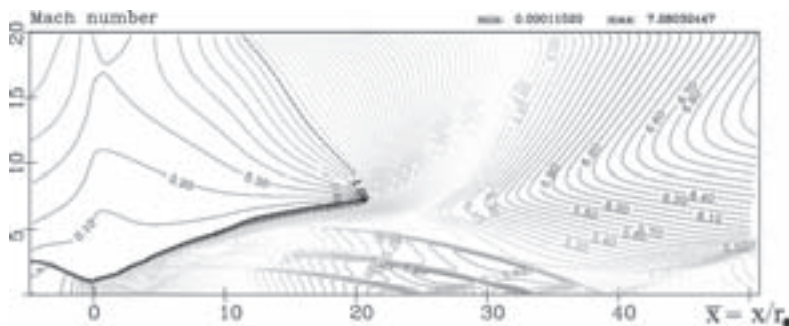


Рис. 1. Результаты расчета в приближении Навье–Стокса изолиний чисел Маха в сопле и струе штатного ЖРДМТ тягой 6 Н в области, близкой к срезу сопла

Анализ полученных результатов приводит к выводу о существенном влиянии не идеального протекания термогазодинамических процессов в камере сгорания и сопле параметры струи, вытекающей ЖРДМТ. Применительно к плотности струи это проявляется в следующих отличиях от ее номинального значения при идеальном протекании термогазодинамических процессов:

- для приосевой области характерно уменьшение плотности струи, обусловленное более интенсивным ее расширением вследствие увеличения показателя изоэнтропы χ из-за неравновесного характера течения продуктов сгорания в сопле; при этом в области влияния сопла значительную роль могут играть скачки уплотнения, вызывающие не монотонное изменение плотности на оси струи по сравнению с ее номинальным значением (от 1,7 до 5,5 раз);

- за пределами области влияния сопла уменьшение плотности на оси струи по мере удаления от среза сопла стремится к своему асимптотическому значению, которое в 3,3 раза меньше номинального значения;

- в периферийной части струи, связанной с расширением пограничного слоя, учет реального протекания термогазодинамических процессов в сопле и струе при-

водит к увеличению поперечного размера струи до двух порядков и увеличению плотности струи до трех порядков по сравнению с номинальным значением.

1. Пирумов У. Г., Шустов С. А., Гидаспов В. Ю., Иванов И. Э. Основы физической газовой динамики сопел и струй ракетных двигателей малой тяги // Вестник МАИ. — 2009. — Т. 16, №7. — С. 31–42.
2. Шустов, С.А., Гидаспов В. Ю., Иванов И. Э. Развитие научных идей У.Г. Пирумова в задачах физической газовой динамики сопел и струй жидкостных ракетных двигателей малой тяги // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 24–31 мая 2015 г., г. Алушта. — М.:, Изд-во МАИ, 2015. — С. 123–125.
3. Ярыгин В. Н. Газодинамика космических кораблей и орбитальных станций (обзор) / В. Н. Ярыгин, Ю. И. Герасимов, А. Н. Крылов, Л. В. Мишина, В. Г. Приходько, И. В. Ярыгин // Теплофизика и аэромеханика. — 2011. — Т. 18, №3. — С. 345–372.
4. Мирончук Н. С., Усков В. И. Численный метод определения параметров струй космических управляющих двигателей малой тяги реактивной системы управления // Космонавтика и ракетостроение. — 2009. — №4(57). — С. 26–33.
5. Иванов И. Э., Крюков И. А. Квазимонотонный метод повышенного порядка для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Математическое моделирование РАН. — 1996. — Т. 8, №6. — С. 47–55.
6. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
7. Крюков И. А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 101–108.
8. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2010. — Т. 9. <http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/142/>.

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПОВЕДЕНИЕ ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ КАПЛИ*

А. А. Алабужев

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Изменение свойств подложки, по которой движется капля, с помощью электрического поля (электросмачивание), является один перспективных методов управления такими объектами [1]. При описании движения линии контакта под действием электрического поля обычно используется условие Юнга–Липманна [1, 2], однако данное условие плохо описывает поведение краевого угла в переменных полях и при больших потенциалах. Полусферическая капля на подложке является одним из самых популярных объектов для исследования поведения [1, 3].

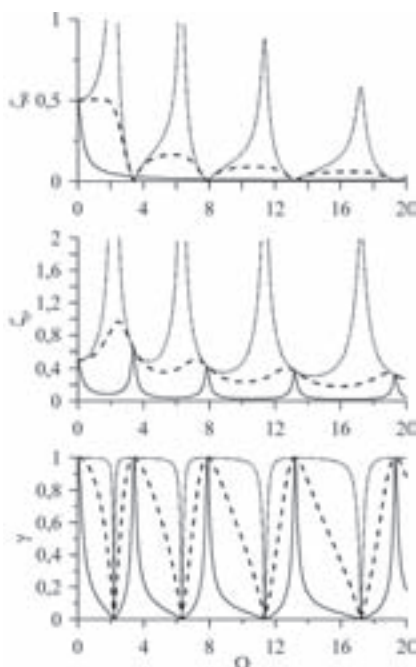


Рис. 1. Зависимость отклонения поверхности капли на экваторе ζ_0 и в полюсе ζ_p , и контактного угла γ от удвоенной частоты переменного электрического поля Ω для трех значений параметра Хокинга λ : $\lambda = 0,1$ — сплошная линия, $\lambda = 1$ — штриховая, $\lambda = 10$ — пунктирная

Поведение такой капли исследуется теоретически и экспериментально, как в постоянном, так и в переменном электрическом поле. В работе [4] экспериментально был обнаружен параметрический резонанс колебаний жажтой капли в переменном электрическом поле. В работе [5] проводились эксперименты по изучению движения сжатого пузырька в постоянно электрическом поле.

В данной работе рассматривается динамика полусферической капли жидкости на твердой подложке. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердыми плоскостями прямой. На систему действует однородное переменное электрическое поле. Это поле играет роль внешней силы, которая заставляет двигаться контактную линию. Для описания движения контактной линии используется модифицированное условие Хокинга [6]: скорость движения контактной линии пропорциональна сумме отклонения краевого угла и скорости быстрых релаксационных процессов, частоты которых пропорциональна удвоенной частоте электрического поля. Подобное условие использовалось для исследования поведения цилиндрической капли [7].

пропорциональна удвоенной частоте электрического поля. Подобное условие использовалось для исследования поведения цилиндрической капли [7].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №14-01-96-017).

На рис. 1 показана зависимость отклонения поверхности на экваторе и в полюсе капли и отклонения краевого угла от равновесного значения в зависимости от частоты внешнего переменного электрического поля. И приведенных графиков видно, что, во-первых, резонансные частоты зависят от параметра Хокинга λ , во-вторых, амплитуда колебаний ограничено при конечных значениях λ . Эти эффекты вызваны диссипацией на линии контакта. В отличие от вынужденных колебаний капли под действием механических осесимметричных вибраций [8], когда амплитуда колебаний нарастает в обоих бездиссипативных случаях $\lambda = 0$ и $\lambda = \infty$, в данном случае амплитуда монотонно затухает при $\lambda \rightarrow 0$. При этом изменение краевого угла происходит с постоянной амплитудой. «Антирезонансные» частоты, при которых поверхность капли не отклоняется, не зависят от параметра λ .

1. Mugele F., Baret J.-C. Electrowetting: from basics to applications // J. Phys.: Condens. Matter. — 2005. — V. 17. — P. 705–774.
2. Bonn D., Eggers J., Indekeu J., Meunier J., Rolley E. Wetting and spreading // Rev. Mod. Phys. — 2009. — V. 81. — P. 739–805.
3. Zao Y.-P., Wang Y. Fundamentals and Applications of Electrowetting // Reviews of Adhesion and Adhesives. — 2013. — V. 1, No. 1. — P. 114–174.
4. Mampallil D., Eral H. B., Staicu A., Mugele F., van den Ende D. Electrowetting-driven oscillating drops sandwiched between two substrates // Phys. Rev. E. — 2013. — V. 88, 053015.
5. Fan S.-K., Wang F.-M. Multiphase optofluidics on an electro-microfluidic platform powered by electrowetting and dielectrophoresis // Lab Chip. — 2014. — V. 14. — P. 2728–2738.
6. Hocking L. M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. — 1987. — V. 189. — P. 253–266.
7. Алабужев А. А., Кашина М. А. Колебания цилиндрической капли в переменном электрическом поле // Технические науки — от теории к практике / Сб. ст. по материалам XL междунар. науч.-практ. конф. №12 (37). — Новосибирск: Изд-во «СибАК», 2014. — 130 с.
8. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Shklyarov S. V. Behavior of a drop on an oscillating solid plate // Phys. Fluids. — 2006. — V. 18, 012101.

ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА С УЧЕТОМ ДВИЖЕНИЯ ЛИНИИ КОНТАКТА*

А. А. Алабужев¹, М. И. Кайсина²

¹ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия; ²ПГНИУ, Пермь, Россия

Нестационарное движение контактной линии (линии контакта трех несмешивающихся фаз — твердой, жидкой и газообразной) встречается во многих природных и технологических процессах и привлекает внимание многочисленных исследователей, благодаря разнообразным эффектам [1, 2]. Одно из наиболее часто используемых эффективных граничных условий, описывающих динамику контактной линии, было впервые применено в [3]. В этой работе изучалось затухание стоячих волн между двумя вертикальными стенками. Указанное условие предполагает линейную связь между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла от равновесного значения:

$$\frac{\delta\zeta}{\delta t} = \Lambda \vec{k} \nabla \zeta, \quad (1)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-96017).

где ζ — отклонение поверхности от равновесного положения, Λ — параметр смачивания (постоянная Хокинга), $\vec{k}$ — вектор нормали к твердой поверхности. В данном случае, условие Хокинга (1) приведено для прямого равновесного краевого угла, но аналогичное условие можно написать и для произвольного значения равновесного краевого угла.

В данной работе исследуются собственные и вынужденные осесимметричные колебания газового пузырька, окруженного несжимаемой жидкостью конечного объема. В отсутствии внешних сил, пузырек имеет форму цилиндра и ограничен в осевом направлении двумя параллельными твердыми плоскостями. Внешняя поверхность жидкости свободная и деформируемая. Случай с недеформируемой поверхностью был рассмотрен в [4]. Равновесные краевые углы прямые. На систему действует пульсационное поле давления. Движение линий контакта учитывается с помощью эффективного граничного условия Хокинга (1): скорость движения контактной линии пропорциональна отклонению краевого угла от его положения равновесия.

Для основной четной моды собственных колебаний, которая описывает радиальные колебания пузырька, частота колебаний может обращаться в ноль на некотором интервале значений параметр смачивания (рис. 1). Длина этого интервала растет с увеличением геометрического параметра b , который равен соотношением равновесного радиуса пузырька к его высоте. Эта частота уменьшается с увеличением радиуса свободной поверхности внешней жидкости и увеличивается с ростом давления газа в пузырьке.

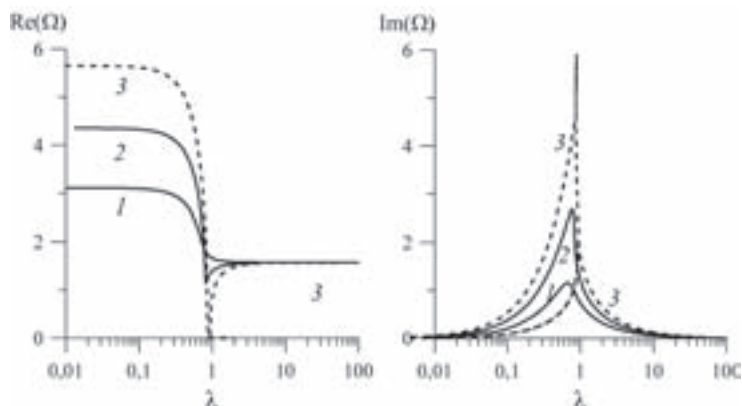


Рис. 1. Зависимость частоты колебаний $\text{Re}(\Omega)$ и коэффициента затухания $\text{Im}(\Omega)$ от параметра Хокинга λ (внешняя поверхность свободная): 1 — $b = 1$, 2 — $b = 1,5$, 3 — $b = 2$

При исследовании вынужденных колебаний было обнаружено существование антирезонансных частот, т.е. таких значений частот внешнего воздействия, при которых поверхность пузырька не отклоняется от равновесного значения. Для отклонения поверхности цилиндрического пузырька, рассматриваемого в настоящей работе, в центре слоя антирезонансные частоты существуют, но их в два раза меньше, чем для отклонения контактной линии. При этом значения антирезонансных частот не зависят от параметра смачивания.

1. Де Жен П. Ж. Смачивание: статика и динамика // УФН. — 1987. — Т. 151, Вып. 4. — С. 619–681.
2. Daniel S., Chaudhury M. K., de Gennes P. G. Vibration-actuated drop motion on surfaces for batch microfluidic processes // Langmuir. — 2005. — V. 21. — P. 4240–4248.

3. *Hocking L. M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // *J. Fluid Mech.* — 1987. — V. 189. — P. 253–266.
4. *Алабужев А. А.* Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // *Вычислительная механика сплошных сред.* — 2014. — V. 7, No. 2. — P. 151–161.

ИССЛЕДОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ХОЛОДНЫХ КАПЕЛЬ С РЕЛЬЕФНЫМ ТЕЛОМ В ПОГРАНСЛОЕ ВОЗДУХА*

И. А. Амелюшкин, А. Л. Стасенко

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Управление обтеканием тел двухфазным потоком представляет большой интерес в науке, технике и жизни человека, напр., снижение турбулентного трения, затягивание ламинарно-турбулентного перехода, борьба с обледенением, микрофлюидные устройства и многое другое. Неоднородность микро и нанорельефа поверхности обтекаемого тела и ее физико-химических свойств, таких как интенсивность взаимодействия с молекулами воды, поляризуемость, плотность заряда др., могут оказывать существенное влияние на макроскопические аэрогидротермодинамические эффекты.

Цель настоящей работы — математическое описание и численное моделирование прилипания аэрозольного конденсирующегося и кристаллизующегося пограничного слоя к обтекаемому телу, получение экспериментальных данных об особенностях кристаллизации переохлажденных капель, а также разработка методов исследования и управления двухфазным пограничным слоем.

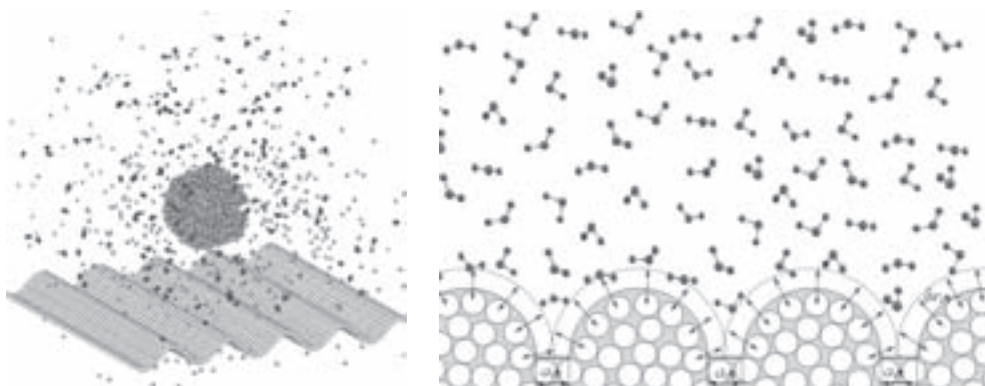


Рис. 1. Слева и в центре: пример взаимодействия переохлажденной капли с рельефной химически активной поверхности твердого тела. Справа: геометрия рельефа поверхности, которая устойчива к обледенению и образованию инея

В настоящей работе разработаны, предложены и обоснованы конфигурации рельефа поверхности обтекаемого тела, обладающей эффектами скольжения, гидрофобности и антиобледенения. Методом молекулярной динамики (рис. 1) рассчитана структура прилипающих и скользящих аэрозольных потоков у рельефной поверхности обтекаемого тела в тонком слое порядка нескольких длин свободного

*Работа выполнена при финансовой поддержке фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (проект № 0021155).

пробега молекул. Характерные зависимости энергии от расстояния взаимодействия молекул воды с молекулярными соединениями атомов обтекаемого тела рассчитаны в рамках приближенного решения уравнения Шредингера [1]. Термодинамические свойства элементов твердого тела моделировались на основании соответствующего уравнения состояния [2].

На основе экспериментов по взаимодействию макро капель с пленкой жидкости предложена следующая зависимость коэффициента поглощения от угла скольжения φ (рад): $\varphi_1 = \sin^{3/2} \varphi + \exp[-3\varphi^2] |\sin 4\varphi|^{3/2}$. Значения этой функции $\varphi_1(0) = 0$ и $\varphi_1(1) = 1$ требуют уточнения, поскольку, как известно, при малых углах скольжения и даже при нормальном падении капля отражается от поверхности жидкости, а в случае обдува тела с текущей по нему пленкой она должна сноситься потоком воздуха. Особенно это касается случая переохлажденной капли, поскольку вязкость воды экспоненциально растет с понижением температуры, что делает каплю «похожей» на твердую частицу.

Создана установка формирования и разгона центробежной силой переохлажденных до заданной температуры капель жидкости для исследования их взаимодействия с поверхностью, обладающей различной степенью гидрофобности. Предложены математические модели физических процессов [3], приведены оценки параметров распространения волн кристаллизации и устойчивости переохлажденного состояния. Проведен анализ влияния турбулентных пульсаций в пограничном слое аэрозольного потока на его скоростную неравновесность, изменение частот и фаз пульсаций газа и частиц.

Приведены численные и экспериментальные оценки физических параметров, характеризующих кристаллизацию переохлажденной жидкости в проблеме обледенения. Предложено выражение для зависимости скорости u фронта кристаллизации от термо-химических параметров и физических свойств жидкости, общее для всех процессов с преодолением потенциального барьера между двумя состояниями вещества (горение, химические реакции, термоядерные превращения, электрические и оптические разряды, образование твердых растворов, спекание порошков металлов):

$$u^2 = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{T}{T_f} \right)^m Z \exp \left(-\frac{L_b}{RT} \right) \left[\left(\frac{L_b}{RT_f} \right) \left(\frac{T_f - T}{T_f} \right) \right]^{m+1}.$$

Здесь L_b [Дж/кг] — энергетический барьер, $T_f = 273$ К — характерная температура (температура замерзания), T_0 — начальная температура, $\chi = \lambda/\rho C_p$ [м²/с] — температуропроводность вещества перед фронтом. Входящие в уравнение второй, третий и четвертый множители соответствуют формуле Аррениуса. Последний множитель в квадратных скобках — обратная величина так называемого числа Зельдовича; m в случае газофазной реакции представляет ее порядок. В настоящей работе даны оценки этих величин на основе экспериментальных исследований.

Кроме того, экспериментально обнаружено явление накопления кинетической энергии в переохлажденной воде: ее кристаллизация может начаться как в результате однократного интенсивного механического воздействия, так и при многократных импульсах малой интенсивности.

1. Дункен Х., Лыгин В. Квантовая химия адсорбции на поверхности твердых тел. — М.: «Мир», 1980. — 265 с.
2. Grüneisen E. Theorie des festen Zustandes einatomiger Elemente // Annalen der Physik. — 1912. — Bd. 39. — S. 257–306.

3. Amelyushkin I. A. Visualization and simulation of physical phenomena in aircraft icing process // Proceedings from the 10th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing (PSFVIP10) — 15th–18th June 2015. — Naples — Italy. — Paper ID-187. — P. 1–9.
4. Амелюшкин И. А., Стасенко А. Л. Общие законы преодоления энергетического барьера: «сухое» обледенение и тепловой взрыв // Труды 58-й научной конференции МФТИ с международным участием. Аэромеханика и летательная техника. — М.: МФТИ, 2015. — <http://conf58.mipt.ru/static.prog.html> (15.12.2015).

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ НЕСФЕРИЧЕСКОГО ПУЗЫРЬКА В ПРИСУТСТВИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА *

В. А. Архипов, Е. А. Маслов, А. С. Усанина

ТГУ, Томск, Россия

В ряде технологических процессов в дисперсионную среду вводят поверхностно-активные вещества (ПАВ) для изменения коэффициента поверхностного натяжения на границе раздела фаз. В частности, в нефтедобывающей промышленности использование ПАВ позволяет увеличить нефтеотдачу пластов, в угольной промышленности — повысить эффективность обогащения полезных ископаемых флотационным методом.

В настоящее время принято считать, что при наличии на поверхности пузырька адсорбционной пленки ПАВ пузырек движется в жидкости как твердая сфера. Анализ литературы по рассматриваемой проблеме показал, что существует ограниченное количество исследований по движению одиночного пузырька в жидкостях, содержащих ПАВ. Большинство экспериментальных публикаций посвящено стационарному всплытию пузырька (закон сопротивления, потеря устойчивости формы) в чистой однородной жидкости.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования процесса всплытия одиночного деформированного пузырька воздуха в присутствии поверхностно-активного вещества в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Экспериментальное значение коэффициента сопротивления пузырька определялось из уравнения движения пузырька в стационарном режиме (при $du/dt = 0$) по формуле

$$C_D = \frac{4}{3}g(\rho_l - \rho)\frac{D}{\rho_l u_0^2},$$

где g — ускорение свободного падения; ρ_l — плотность жидкости; ρ — плотность воздуха; D — диаметр пузырька; u_0 — стационарная скорость всплытия пузырька.

Анализ экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления одиночного несферического пузырька показал, что для пузырька, всплывающего в жидкости в присутствии ПАВ, закон сопротивления при $Re < 1$ практически совпадает с законом Стокса (кривая 1 на рис. 1), а при $Re > 1$ — в соответствии с законом Клячко (кривая 1 на рис. 2). Однако выявленный эффект (влияние ПАВ на коэффициент сопротивления) наблюдается лишь для определенного времени нахождения t_0 пузырька в растворе до начала его движения. При малых временах нахождения пузырька в жидкости ($t_0 < 5$ с) эффект не обнаружен. Можно предположить, что частицы ПАВ не успевают осесть на поверхность пузырька. На рис. 1 и 2 точками

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-10014).

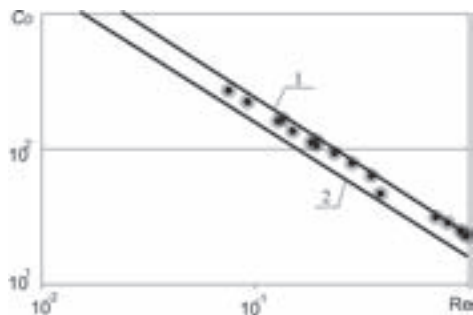


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления несферического пузырька от числа Рейнольдса: • — с ПАВ; 1 — кривая Стокса (для твердой сферы); 2 — кривая Адамара-Рыбчинского (для жидкой сферы)

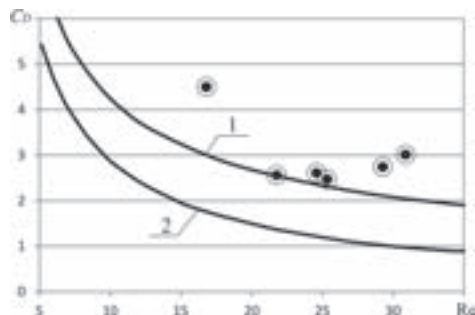


Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления несферического пузырька от числа Рейнольдса: • — с ПАВ; 1 — кривая Клячко (для твердой сферы); 2 — кривая $C_D = 48/Re$ (для жидкой сферы)

показаны экспериментальные данные. На рис. 2 кривая 2 — эмпирическая зависимость $C_D = 15,5/Re$ для жидкой сферы [1]; на рис. 3 2 — кривая Мура [2], а 1 — кривая Клячко.

1. Архипов В. А., Васенин И. М., Усанина А. С. Экспериментальное исследование нестационарных режимов всплытия одиночного пузырька // Инженерно-физический журнал. — 2013. — Т. 86, № 5. — С. 1097–1106.
2. Лабунцов Д. А., Ягов В. В. Механика двухфазных систем. — М.: Изд-во МЭИ, 2000.

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ ПРИ ЧИСЛАХ МАХА $1 < M < 5$ И ВЫСОКИХ ОБЪЕМНЫХ ГАЗОСОДЕРЖАНИЯХ $\varphi \geq 30\%$ *

**В. Н. Бакулин¹, К. И. Белоусов¹, В. А. Битюрин², В. Ю. Великодный^{1,2},
Ю. К. Левин¹, В. В. Попов¹**

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²ОИВТ РАН, Москва, Россия

Двухфазные газожидкостные потоки в каналах при больших объемных газосодержаниях $\varphi \geq 30\%$ (в частности, при наличии ударноволновых и акустических процессов) широко применяются в различных технологических приложениях: в авиационном, ракетном двигателестроении, атомной промышленности и теплоэнергетике, химической, пищевой, фармацевтической промышленности, при добыче и транспортировке нефти и газа, водоподготовке и очистке сточных вод. Открытый недавно эффект дальнего действия сил компонентов гетерогенной среды при $\varphi \geq 30\%$ ставит задачи более детального экспериментального исследования структуры фронта ударной волны, процессов дробления микропузырьков в ней в фундаментальном и прикладном планах (см. [1]). Ранее [2, 3] толщина фронта ударной волны измерялась при $5 \geq M \geq 3$ и $\varphi \geq 30\%$. Однако во всем интересном для практики и в фундаментальном плане диапазоне чисел Маха $1 \leq M \leq 5$ (из-за проблем технического характера) получить эти данные не удалось. Была построена теория структуры фронта ударной волны с учетом сил дальнего действия (см. [1, 3]). Для толщины фронта ударной волны δ была получена нетривиальная зависимость от числа Маха. Этот результат требовал экспериментальной проверки, так как именно в области

*Работа выполняется при финансовой поддержке гранта РФФИ 15-08-99673-а.

числа Маха $M \sim 3$ имелось резкое, качественное изменение поведения кривой зависимости δ от M . Отметим наперед, что теоретические предсказания [1, 3], полученные на основе теории «систем одинаковых частиц» [4], количественно и качественно подтвердились в представленном эксперименте. Важность данных исследований в фундаментальном плане связана с тем, что уравнения движения гетерогенной смеси не замкнуты по отношению к коэффициентам вязкости, теплопроводности, межфазного обмена. А из данных эксперимента по зависимости δ от M можно получить результаты по коэффициентам вязкости теплопроводности, тензора напряжений, теплового потока и выявить области отклонения от законов Ньютона и Фика. Из-за нелинейности зависимостей тензора напряжений и теплового потока от параметров среды и течения требуется уточнение законов Ньютона и Фика или написания новых законов. Эта тема требует глубокой проработки, как в экспериментальном, так и теоретическом планах. Эти исследования имеют более общий характер (в области получения коэффициентов вязкости, теплопроводности, межфазного взаимодействия), так как дают возможность получить уравнения и описать движение гетерогенных сред в области больших градиентов макропараметров — пограничный слой, течения в области критических сечений в соплах Лавала и вихревом сопле.

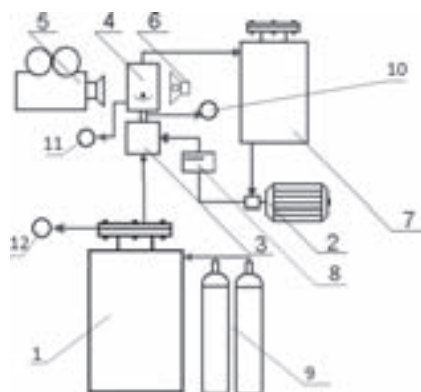


Рис. 1. 1 — блок подачи газа; 2 — трехфазный насос (Grundfos CRT 2) $Q = 4 \text{ м}^3/\text{ч}$, $P_0 = 20 \text{ атм}$, $W = 4 \text{ кВт}$; 3 — барботажная камера; 4 — ударно-волновая ячейка; 5 — высокоскоростная камера (Photron Fastcam SA4, 500000 кадров/с); 6 — подсветка, с оптикой и матовыми светофильтрами; 7 — бак для подачи воды и для отделения газовой и жидкой фазы; 8 — расходомер воды; 9 — компрессоры; 10–12 — манометры



Рис. 2. Ячейка, с подсветкой лазерами, с высокоскоростной камерой (Photron Fastcam SA4, 500000 кадров/с) для определения характеристик потока, толщины ударной волны, распределения пузырьков по размерам

Принципиальная схема установки представлена на рис. 1.

Наличие в установке более мощного оборудования, большего количества датчиков давления и самое главное сверхскоростной (0,5 млн кадров секунду) кинокамеры позволило перейти к прямым измерениям параметров смеси и потока.

На рис. 2 представлена рабочая часть установки — ячейка для определения размеров и дисперсии пузырей в ячейке, характеристик потока. Дополнительно (кроме оптической схемы 6 рис. 1) для подсветки и выделения исследуемой области используются два зеленых лазера $W = 1$ Вт, оснащенных цилиндрическими линзами см. фото на рис. 2. Это переводит лучи в плоскость и позволяет выделить требуемую область. Лазеры расположены с двух сторон относительно генератора ударных волн.

Экспериментальная зависимость толщины ударной волны от числа Маха представлена на рис. 3.

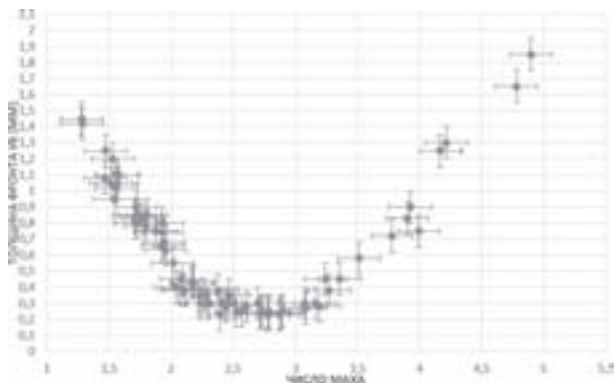


Рис. 3. Зависимость толщины фронта ударной волны (мм) от числа Маха

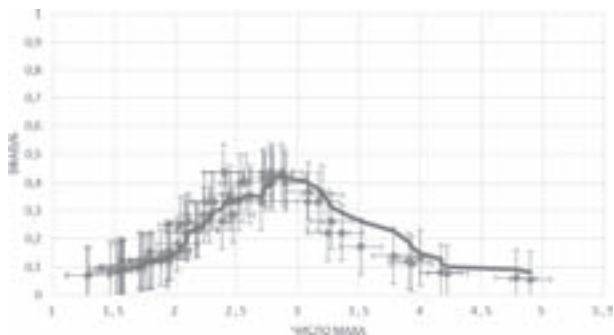


Рис. 4. Зависимость отношения среднего диаметра пузырька $d = 0,1$ мм в набегающем потоке к толщине ударной волны δ от числа Маха

Из рис. 3, 4 виден сложный немонотонный характер зависимости толщины ударной волны от числа Маха $1 \leq M \leq 5$, предсказанный ранее в [1, 3] на основе не полных данных эксперимента [2, 3] $3 \leq M \leq 5$.

1. Великодный В. Ю., Дыренков А. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Яновский Ю. Г. Теоретический анализ течений гетерогенной смеси при больших объемных газосодержаниях // Сборник трудов Всероссийской научной конференции (к 100-летию со дня рождения академика В. В. Струминского) / Под ред. проф. Ю. Г. Яновского. Москва, 2014 г. — С. 57–70.

2. Son E. E., Dyrenkov A. V., Kyung O., Son K. E., and Velikodny V. Yu. Shock Wave in a Gas_liquid Bubble Medium I ISSN 0018_151X, High Temperature, 2015, 5 с.
3. Velikodnyi V. Yu., Dyrenkov A. V., Kiyang-van O., Son E. E. Experimental and Theoretical Researches of Structure of the Shock Wave in Gas disperse Mixtures // 13-th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Moscow, March 2014. — P. 162–166.
4. Струминский В. В., Великодный В. Ю. Структура ударных волн // Докл. АН СССР. — 1982. — Т. 266, №1. — С. 64–68.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

М. М. Буляккулов, П. В. Никитин

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время, задачи взаимодействия высокоскоростных гетерогенных потоков с различными конструкциями являются актуальными и вошли в разряд проблемных задач машиностроения. К таким задачам относится и задача взаимодействия высокоскоростного неизо термического гетерогенного потока с поверхностью космического летательного аппарата. Сложность задачи обусловлена тем, что обтекание тел гетерогенным потоком осуществляется двумя фазами, газообразной (газ-носитель) и твердой (частицы разной дисперсности, «К-фаза»). Наличие в набегающем высокоскоростном потоке «К-фазы» даже в малых концентрациях меняет не только газодинамику обтекания тела, но и вносит весьма сложный дополнительный процесс — процесс взаимодействия с поверхностью тела. Этот процесс кроме энергообмена вызывает интенсивную механическую эрозию поверхности тела, что вносит необратимый вклад в газодинамику обтекания, а также сильно изменяет ресурс работы конструкции.

В данной работе рассматривается решение задачи взаимодействия высокоскоростного неизо термического гетерогенного потока с поверхностью космического летательного аппарата. Исходные параметры представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Характеристика
Форма летательного аппарата	Конус, притупленный сферой
Геометрические размеры аппарата	радиус сферического притупления: $R_N = 0,5$ м длина конической части по образующей: $L_{\text{кон}} = 2$ м угол конусности: $\gamma = 30^\circ$
Угол атаки при полете	$\alpha = 0^\circ$
Материал частиц «К-фазы»	SiO_2
Дисперсность твердой фазы	от 1 до 30 мкм
Массовая концентрация твердой фазы в гетерогенном потоке	до 10 %
Высота полета	$H = 20$ км
Скорость полета (число Маха)	$M \leq 6$

Для проведения непосредственно расчета процессов взаимодействия твердых частиц с поверхностью КЛА необходимо знать такие параметры, как скорость

частиц твердой фазы V_p , а также температуру частиц T_p . Для их нахождения предложена математическая модель, описывающая процессы энерго- и массообмен при обтекании высокоскоростным гетерогенным потоком летательного аппарата конической формы со сферическим притуплением. Математическая модель строилась на использовании метода Лагранжа–Эйлера, в котором наряду с Эйлеровским подходом описания процессов в потоке несущей фазы (газ-носитель) использовался подход Лагранжа для описания динамики течения дисперсной «К-фазы». Сочетание указанных подходов дало возможность составить математическую модель обтекания осесимметричной головной части летательного аппарата высокоскоростным гетерогенным потоком.

Для газовой фазы модель построена на базе уравнений Навье–Стокса, уравнений энергии и массопереноса и уравнения состояния. Для твердой фазы — уравнения переноса количества движения и уравнения межфазного теплообмена. Решение модели основывается на использовании дискретных аналогов системы уравнений Навье–Стокса, совместно с уравнениями переноса массы, энергии и теплообмена.

Для решения данной математической модели использовался CFD-комплекс ANSYS CFX, в котором реализован метод контрольных объемов. С помощью CFD-комплекса построена расчетная модель обтекания сверхзвуковым гетерогенным потоком летательного аппарата конической формы, притупленного сферой. На основе построенной расчетной модели проведена серия вычислительных экспериментов для разных размеров частиц в гетерогенном потоке.

Механизм взаимодействия сверхзвукового гетерогенного потока с твердой поверхностью интегрирует комплекс физико-химических процессов, включая пластическую деформацию частиц и поверхности, их нагрев, а также возможные химические и фазовые переходы материалов частиц и поверхности. Очевидно, что движущей силой физико-химического взаимодействия частицы с поверхностью является кинетическая энергия твердых частиц, а также механические свойства К-фазы и поверхности КЛА.

При соударении высокоскоростных частиц с поверхностью КЛА происходит их взаимная сдвиговая деформация, активизация сопряженных поверхностей (включая очистку поверхности от окисных и других пленок), физическому взаимодействию за счет высокого напорного давления. Вследствие диссипации кинетической энергии осуществляется значительное повышение локальной температуры частицы и подложки в зоне удара. Ударное приложение нагрузки вызывает образование в твердом теле ударных волн. Все эти теплофизические и акустические процессы вызывают деформацию и дробление исходных частиц при ударе.

Для определения эрозионного разрушения поверхности КЛА в данной работе представлен расчет локального подогрева поверхности КЛА и К-фазы. Алгоритм данного расчета построен на основе физической модели взаимодействия твердых частиц с поверхностью. Локальный подогрев поверхности и К-фазы рассчитывается из уравнения баланса энергии в момент удара.

На основе полученных данных проводится расчет интенсивности эрозионного разрушения поверхности КЛА при взаимодействии с высокоскоростным неизотермическим гетерогенным потоком.

1. Никитин П. В. Гетерогенные потоки в инновационных технологиях. — М.: Янус-К, 2010. — 244 с.
2. Авдудевский В. С., Галицкий Б. М., Глебов Г. А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике»: учеб. для авиационных специальностей вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1992. — 528 с.

3. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. — М.: Янус-К, 2007. — 392 с.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
5. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х томах: Т. 1 и 2 / Пер. с англ. — М.: Мир, 1991. — 504 с.
6. ANSYS CFX v.10. Release. Theory Reference.
7. Henderson C. B. // AIAA Journal. — 1976. — V. 14. — P. 707.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИКАМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ С ПРИСОЕДИНЕННЫМ ЗАРЯДОМ*

Н. В. Быков^{1,2}

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;

²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Схемы баллистических установок с присоединенным зарядом позволяют получать более высокие скорости метаемых тел по сравнению с традиционными. При этом достигается существенная экономия в силу того, что такие установки не требуют сложной конструкции и могут быть получены на основе модернизации классических баллистических установок. По имеющимся экспериментальным данным на таких установках удается получать скорости метаемых тел небольшой массы (несколько граммов) порядка 6 км/с [1, 2].

Первые исследования внутрикамерных процессов с присоединенным зарядом проводились еще С. А. Чаплыгиным [3], которым при ряде упрощающих допущений были получены некоторые аналитические зависимости. Большинство же имеющихся в настоящее время теоретических моделей поведения присоединенного заряда основываются на интегральных соотношениях [4], которые не позволяют анализировать физические процессы детально, а также проводить оптимизацию геометрических параметров и условий заряжания.

Схема баллистической установки с присоединенным зарядом изображена на рис. 1.

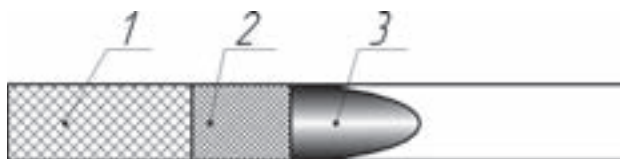


Рис. 1. Схема баллистической установки с присоединенным зарядом

В камере установки размещен обычный пороховой заряд 1, а также прикрепленный к дну метаемого тела 3 присоединенный заряд 2 торцевого горения, который воспламеняется одновременно с основным зарядом 1. Таким образом, на метаемое тело действуют две толкающие силы. Первая обусловлена расширением пороховых газов при горении основного и присоединенного зарядов, вторая — реактивной составляющей, образующейся при отбрасывании газов в процессе горения присоединенного заряда.

*Работа поддержана грантом РФФИ №16-38-00948 мол_а.

Поведение газопороховой смеси в заснарядном пространстве баллистической установки описывается двухфазной газодинамической моделью [5]. При этом считается, что пороховые частицы представляют собой несжимаемую конденсированную фазу.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\varphi \rho_g S) + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi \rho_g u_g S) &= \dot{m}_c S + \dot{m}_{ign} S; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varphi \rho_g u_g S) + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi S[\rho_g u_g^2 + p]) &= p \frac{\partial}{\partial x}(\varphi S) + (\dot{m}_c u_p - \dot{f}_s) S + \dot{m}_{ign} u_{ign} S; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\varphi \rho_g E_g S) + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi \rho_g u_g H_g S) &= (\dot{m}_c (Q_{ex} + p/\rho_p + u_p^2/2) - \dot{f}_s u_p) S - p \frac{\partial}{\partial t}(S \varphi) + Q_{ign} \dot{m}_{ign}; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\beta \rho_p S) + \frac{\partial}{\partial x}(\beta \rho_p u_p S) &= -\dot{m}_c S; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\beta \rho_p u_p S) + \frac{\partial}{\partial x}(\beta S[\rho_p u_p^2 + p + R_p]) &= p \frac{\partial}{\partial x}(\beta S) + (\dot{f}_s - \dot{m}_c u_p) S,\end{aligned}$$

где x и t — пространственная координата и время, соответственно; φ — объемная доля газовой фазы (пористость); ρ_g , u_g — плотность и скорость газовой фазы, соответственно; S — площадь поперечного сечения канала ствола; $\dot{m}_c$ — приток массы вследствие горения; $\dot{m}_{ign}$ — приток массы от воспламенителя; p — давление; $\beta = 1 - \varphi$ — объемная доля конденсированной фазы; ρ_p , u_p — плотность и скорость конденсированной фазы, соответственно; $\dot{f}_s$ — сила межфазного взаимодействия, обусловленная разностью скоростей фаз; u_{ign} — скорость потока, порождаемая воспламенителем; $E_g = e_g + u_g^2/2$ — полная удельная энергия газовой фазы; $H_g = e_g + p/\rho_g + u_g^2/2$ — полная удельная энтальпия газовой фазы; e_g — удельная внутренняя энергия газовой фазы; Q_{ex} — экзотермическая энергия, выделяемая в процессе горения конденсированной фазы; Q_{ign} — энергия, выделяемая при горении воспламенителя; R_p — межгранулярное давление.

При этом ставятся следующие граничные условия: для левой стенки — условие непротекания; для снаряда — уравнение движения; для границы присоединенного заряда — уравнение расхода. Уравнения решаются численно на подвижной сетке.

Результаты расчетов изображены на рис. 2.

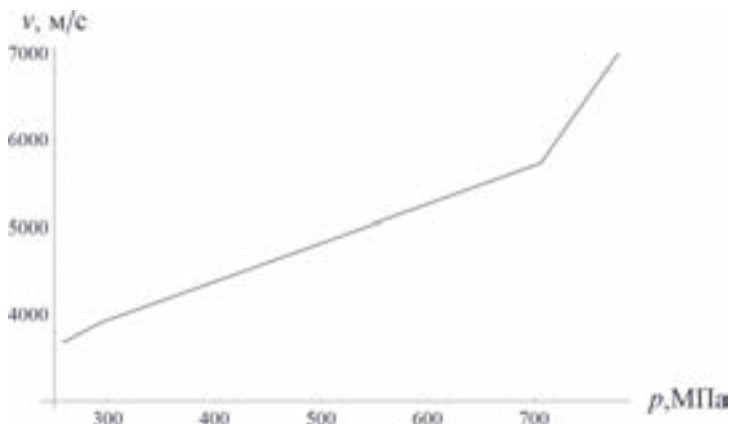


Рис. 2. Зависимость скорости метаемого тела от максимального давления в канале ствола

Как видно из расчетов, теоретический анализ показывает большие возможности установок с присоединенным зарядом.

1. Baer G. The traveling charge gun as a hypervelocity launching device // Hypervelocity impact. — 1960. — V. 2. S. 1. 16/–16/18.
2. Baer G., Smith H. Interior ballistics of hypervelocity projectors instrumented light gas and traveling charge gun // Proc. 5th Symp. Hyper. Veloc. Impact. P.1. Denver, 1961. S. 1. — P. 53–57.
3. Чаплыгин С. А. Опыт применения уравнений гидродинамики к вопросу о движении снаряда в канале орудия // Собр. соч. Т. 3. — М.: Изд-во АН СССР, 1935. — С. 120–164.
4. Хоменко Ю. П., Ищенко А. Н., Касимов В. З. Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 1999. — 256 с.
5. Быков Н. В., Нестеренко Е. А. Математическое моделирование и визуализация внутрикамерных процессов в баллистических установках с гидродинамическим эффектом // Научная визуализация. — 2015. — Т. 7, №1. — С. 65–77.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В УСТАНОВКАХ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ТИПА

**Р. Ф. Ганиев¹, С. С. Панин¹, Д. Л. Ревизников²,
Т. Ю. Сухарев¹, Л. Е. Украинский¹**

¹НЦ НВМТ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

В настоящее время технологии волнового перемешивания находят все более широкое применение в различных отраслях промышленности [1, 2]. При создании перемешивающих установок важную роль играет компьютерное моделирование, позволяющее в деталях проследить ход протекающих процессов. В настоящей работе рассмотрена установка с подвижным элементом (лопаткой), совершающим продольные колебания с определенной частотой и амплитудой. Методами компьютерного моделирования проведен широкомасштабный параметрический анализ, направленный на выявление оптимальных конструктивных решений и режимов работы перемешивающих установок данного типа, обеспечивающих наилучшее соотношение между потребляемой мощностью и качеством гомогенизации смеси.

Вычислительный эксперимент включает в себя следующие этапы: моделирование течения жидкости при наличии в потоке тел, совершающих колебательные движения; моделирование эволюции объема примеси в несущей среде и расчет критериев эффективности перемешивания. Методика численного моделирования подробно описана в работах [3, 4].

Моделирование течения несущей жидкости производилось путем решения двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса. Использовался пакет вычислительной гидродинамики ANSYS, расширенный в данной работе с целью возможности моделирования колебательных режимов. Так как поле течения формируется колебательным движением лопатки, использовалась деформируемая треугольная сетка. Для расчета эволюции примеси применялся маркерный метод.

Характер протекающих процессов проиллюстрирован на рис. 1, где показаны экспериментальное и расчетное поля скоростей. Здесь частота колебаний лопатки — 30 Гц, амплитуда — 3,5 мм, рабочая жидкость — вода. Видно неплохое качественное соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Для обработки расчетных данных использовалась группа критериев качества перемешивания. В качестве основного критерия выбран процент заполнения частицами ячеек, составляющих исследуемую область. Кроме того, для получения более

полной информации вычислялись два субкритерия. Первый характеризует неравномерность распределения частиц по заполненным ячейкам, тогда как второй — неравномерность распределения заполненных ячеек по пространству. Проведенный анализ показал преимущество использования такого подхода по сравнению с критериями, которые применялись авторами ранее.

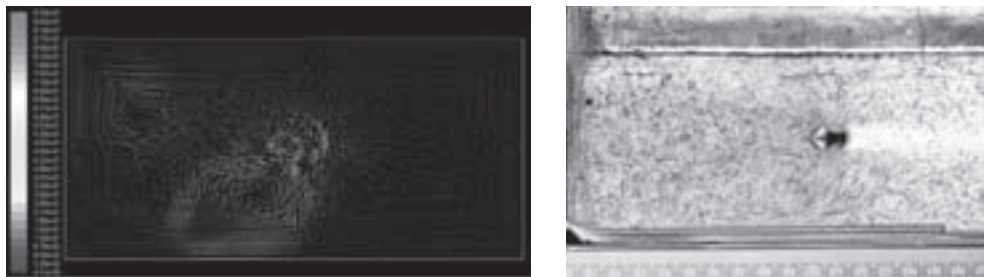


Рис. 1. Рассчитанное и экспериментальное поля скоростей в момент времени $t = 3$ с

В ходе вычислительных экспериментов исследовано влияние на интенсивность перемешивания таких факторов, как частота и амплитуда колебаний, угол разворота и форма лопатки. Построена карта режимов в координатах «потребляемая мощность — интенсивность перемешивания». Это позволило определить оптимальные конструктивные характеристики и режимы работы установки.

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технологии. — М.: Научно-издательский центр Регулярная и хаотическая динамика, 2008.
2. Ганиев Р. Ф., Ганиев С. Р., Касилов В. П., Пустовгар А. П. Волновые технологии в инновационном машиностроении. Волновые и колебательные явления в создании высоких технологий в промышленности. — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014.
3. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Украинский Л. Е. Волновое перемешивание // Нелинейная динамика. — 2008. — Т. 4, №4. — С. 14.
4. Винников В. В., Ганиев К. О., Ревизников Д. Л., Украинский Л. Е. Дипольный метод для моделирования процессов перемешивания // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 122–130.

УДАРНЫЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПАРОГАЗОВЫХ ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ И ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ*

Д. А. Губайдуллин

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Проанализированы результаты теоретических и экспериментальных исследований волновой динамики и акустики дисперсных сред. Ранее ряд проблем по этой теме был рассмотрен в [1–21].

Изучено влияние фазовых превращений на распространение звуковых волн в парогазовых полидисперсных (с произвольной функцией распределения включений по размерам) и дискретных многофракционных капельных и пузырьковых средах.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-10016).

Разработаны математические модели, получены дисперсионные соотношения, изучены высоко- и низкочастотные асимптотики коэффициента затухания, обсуждаются области применимости развитых теорий. Показано хорошее согласие развитых теорий с опубликованными экспериментальными данными других авторов.

Теоретически исследована динамика импульсного возмущения давления в жидкости, содержащей многослойную преграду. На основе алгоритмов быстрого преобразования Фурье выполнен расчет искажения акустического сигнала при диагностике многослойного образца, содержащего слой жидкости с полидисперсными пузырьками. Получено хорошее согласие теоретических и экспериментальных данных.

Изучены нелинейные колебания аэрозолей и динамика частиц в трубах в ударно- и безударно волновом режимах. Установлен резонансный характер осаждения капель от частоты акустического поля и возможность эффективного акустического осаждения наиболее проблемных субмикронных капель.

Численно исследовано распространение ударных волн в газовзвешах и ударно-волновой разлет газовзвеси в двухкомпонентный газ. Представлено хорошее согласие теории и опытных данных.

1. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
2. Gubaidullin D. A., Nigmatulin R. I. On theory of acoustic waves in polydispersed gas-vapor-droplet suspension // Intern. J. Multiphase Flow. — 2000. — V. 26, No. 2. — P. 207–228.
3. Губайдуллин Д. А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2003. — №5. — С. 85–94.
4. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Уткина Е. А. Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2011. — №1. — С. 83–89.
5. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. А. Распространение малых возмущений в полидисперсной парогазокапельной смеси с полидисперсными частицами при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2012. — №5. — С. 43–51.
6. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. А. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, №5. — С. 659–664.
7. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, №2. — С. 170–175.
8. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, №2. — С. 269–273.
9. Нигматуллин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях // ДАН. — 2012. — Т. 447, №3. — С. 284–287.
10. Нигматуллин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Акустические волны разной геометрии в полидисперсных пузырьковых жидкостях. Теория и эксперимент // ДАН. — 2013. — Т. 450, №6. — С. 665–669.
11. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом фазовых превращений в каждой из фракций // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2013. — №3. — С. 91–98.

12. Губайдуллин Д. А., Губайдуллина Д. Д., Федоров Ю. В. Акустические волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками газа. Сравнение теории с экспериментом // Известия РАН. МЖГ. — 2013. — № 6. — С. 81–90.
13. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // Прикладная математика и механика. — 2013. — Т. 77, № 5. — С. 743–753.
14. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Галиуллин Р. Г., Галиуллина Э. Р., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции аэрозоля в трубе вблизи субгармонического резонанса // Теплофизика высоких температур. — 2004. — Т. 42. — С. 788–795.
15. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэрозоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 4. — С. 603–605.
16. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэрозоля в трубах в безударно-волновом режиме вблизи резонанса // ДАН. — 2013. — Т. 452, № 2. — С. 161–164.
17. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэрозоля в открытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2013. — Т. 51, № 6. — С. 955–957.
18. Gubaidullin D. A., Ossipov P. P. Numerical investigation of particle drift in acoustic resonator with periodic shock wave // Applied Mathematics and Computation. — 2013. — V. 219. — P. 4535–4544.
19. Нигматуллин Р. И., Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом // ДАН. — 2014. — Т. 456, № 6. — С. 662–664.
20. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 2. — С. 250–255.
21. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 1. — С. 67–77.

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ РАЗНОЙ ГЕОМЕТРИИ В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ ЖИДКОСТЯХ

Д. А. Губайдуллин, Р. Н. Гафиятов

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

В настоящее время большой интерес представляют исследования волновой динамики дисперсных сред. Большое количество работ по акустике пузырьковых жидкостей посвящено теоретическому исследованию распространения гармонических возмущений в монодисперсных смесях. Различные проблемы акустики смесей жидкостей с пузырьками газа или пара рассмотрены в известных монографиях [1, 2]. Работа [3] посвящена описанию основных особенностей двухфазных сред пузырьковой структуры. Приведен обзор работ по распространению волн в жидкостях с пузырьками постоянной массы и работ по волновой динамике жидкостей, содержащих пузырьки пара или растворимого газа. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [4]. Показано, что модель работает хорошо при объемных содержаниях дисперсной фазы 1–2% и только для дорезонансных ча-

стот. В [5] получено дисперсионное соотношение, определяющее распространение гармонических возмущений в двухфазных смесях жидкости с пузырьками пара и газа для сферического и цилиндрического случая. Показано сильное влияние значения концентрации пара в пузырьках на затухание импульсных волн. В [6] исследовано распространение акустических волн в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками различных размеров и разного состава с фазовыми превращениями. В [7] изучено распространение акустических волн разной геометрии в двухфракционных смесях жидкости с полидисперсными газовыми пузырьками разного состава. В [8] исследуется распространение акустических волн в плоском случае в многофракционных пузырьковых жидкостях.

В настоящей работе впервые изучаются акустические волны разной геометрии в многофракционных смесях жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками различных размеров и разного состава.

Записана система дифференциальных уравнений движения смеси, выведено дисперсионное соотношение. Построены дисперсионные кривые, определяющие распространение акустических возмущений в таких смесях. С помощью метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты по распространению импульсных возмущений давления. Проанализировано влияние объемного содержания, радиуса пузырьков, концентрации пара в пузырьках, состава дисперсной фазы на дисперсионные кривые и эволюцию импульсов давления.

Установлено, что дисперсия и диссипация акустических волн может значительно зависеть от присутствия в составе дисперсной фазы пузырьков различных фракций. Различие теплофизических свойств пузырьков каждой из фракций проявляется существенно даже при небольших объемных содержаниях пузырьков. Также существенным является значение коэффициента температуропроводности газа, содержащегося в пузырьках. В ходе численного сравнительного эксперимента было выявлено, что степень диссипации акустического сигнала может сильно зависеть от качественного состава дисперсной фазы.

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. — М.: Наука, 1987.
2. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. — Новосибирск: ИТФ, 1983. — 238 с.
3. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Волны в жидкостях с пузырьками // В сб.: Итоги науки и техники. Сер. МЖГ. ВИНТИ. — 1982. — Т. 17. — С. 160–249.
4. Kerry W. Commander, Andrea Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // J. of the Acoustical Society of America. — 1989. — V. 85, No. 2. — P. 732.
5. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, №2. — С. 170–175.
6. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, №2. — С. 269–273.
7. Губайдуллин Д. А., Губайдуллина Д. Д., Федоров Ю. В. Акустические волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками газа. Сравнение теории с экспериментом // Изв. РАН. МЖГ. — 2013. — №6. — С. 81–90.
8. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, №2. — С. 250–255.

ДРЕЙФ ЧАСТИЦЫ В НЕЛИНЕЙНОМ ВОЛНОВОМ ПОЛЕ ТРУБЫ***Д. А. Губайдуллин, Р. Г. Зарипов, Л. А. Ткаченко***ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия*

Одной из актуальных и фундаментальных задач теплофизики и механики многофазных сред является проблема исследования нестационарных и нелинейных волновых процессов в дисперсных системах [1, 2]. Для разработки новых технологий в энергетических установках большое значение имеет исследование коагуляции и осаждение аэрозолей при воздействии волнового акустического поля. Особенности коагуляции аэрозолей при их нелинейных колебаниях в трубах с различными условиями на концах вблизи линейного и нелинейного резонансов посвящены экспериментальные работы [3–8]. При этом возникает задача изучения движения отдельных частиц при нелинейных колебаниях однородного газа. Результаты экспериментальных исследований движения плоской частицы из пенополистирола при продольных колебаниях однородного газа в закрытой трубе приводились в работах [9]. Поведение сферической частицы при нелинейных колебаниях газа в одном сечении закрытой трубы изучалось в [10]. В указанных работах режим колебаний при больших значениях амплитуд возбуждения ($\sim 0,1\text{--}0,4$ бар), при котором возникали периодические ударные волны. Движение плоской частицы при нелинейных колебаниях газа в трубе и во внешнем поле около открытого конца в безударно-волновом режиме при малых амплитудах возбуждения ($\sim 0,01$ бар) рассмотрено в [11]. В настоящей работе экспериментально исследован дрейф сферических частиц в волновом поле высокой интенсивности в закрытой и открытой трубах вблизи нелинейных резонансов.

Установка содержала трубу-резонатор, систему возбуждения колебаний и систему регистрации параметров процесса. Для возбуждения колебаний аэрозоля использовался типовой компрессор с ходом поршня 0,086 м. Цилиндр компрессора соединялся с трубой-резонатором диаметром 0,048 м через сужающийся конусный переходник. Измерения проводились при различных значениях длин трубы $L_0 = 2,7, 3,7, 4,7; 5$, м. Для измерения частоты колебаний поршня использовался цифровой фототахометр. Частота колебаний газа изменялась в диапазоне от 6 до 15 Гц. Дрейф частицы фиксировался цифровой видеокамерой. Модель частицы представляла собой полую сферу из полиуретановой монтажной пены (плотность 25 кг/м^3). В сфере были два отверстия, в которые для уменьшения трения вставлялись тонкие полиэтиленовые трубочки, через которые была пропущена леска. Леска натягивалась специальными кронштейнами, вдоль оси трубы. При исследованиях использовались частицы со следующими параметрами: 1 — диаметр 15 мм, масса 5,29 мг; 2 — диаметр 16 мм, масса 10,58 мг; 3 — диаметр 31 мм, масса 65,05 мг.

В результате экспериментов были получены зависимости координаты частицы вдоль оси внутри трубы от времени при различных частотах возбуждения. Частица в осевом направлении, как от закрытого, так и от открытого конца трубы движется к поршню, совершая продольные колебания с частотой возбуждения газового столба. По полученным результатам определялся размах колебаний частицы. При фиксированной частоте размах колебаний со смещением частицы к поршню увеличивается. Размах колебаний частицы также увеличивается при повышении частоты

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

возбуждения газа, достигая в субгармоническом резонансе своего максимального значения и снова уменьшаясь за резонансом. Также из экспериментальных данных получены средние скорости движения частицы. Зависимости средней скорости частицы от частоты возбуждения газа имеют резонансную форму с максимумом на частоте субгармонического резонанса. Увеличение длины трубы при заданной частоте приводит к уменьшению средней скорости движения частиц. Размах и средняя скорость частицы при колебаниях в открытой трубе больше в 10 раз, чем в закрытой.

Далее были получены значения координаты частицы от времени во внешнем волновом поле открытой трубы. Частица начинает движение от открытого конца трубы во внешнее волновое поле с резким возрастанием координаты, практически без колебаний, доходя до определенного расстояния, от которого имеет место плавное возрастание координаты. При повышении частоты возбуждения указанное расстояние увеличивается. Наблюдается немонотонный характер зависимости средней скорости частицы от частоты возбуждения газа во внешнем волновом поле открытой трубы с максимальным значением на частоте субгармонического резонанса.

Наконец, изучено влияние веса и диаметра частицы на ее дрейф в закрытой трубе. Частицы движутся от закрытого конца к поршню, совершая продольные колебания с частотой возбуждения колебаний газа и с увеличением размаха колебаний. Увеличение размаха колебаний более легкой частицы при смещении ее к поршню происходит быстрее, чем у более тяжелой частицы. Это связано с тем, что с увеличением веса частицы, возрастает сила трения частицы о леску, а также увеличивается инерция частицы. При увеличении веса частицы, средняя скорость ее движения уменьшается, а максимум скорости смещается от резонансной частоты к более высоким частотам, что связано с увеличением отношения силы трения частицы о леску к силе лобового сопротивления [10]. Увеличение диаметра частицы приводит к увеличению размаха ее колебаний, что вызвано увеличением площади воздействия на частицу волн давления. Средняя скорость движения частицы существенно зависит от ее диаметра. С увеличением диаметра скорость возрастает.

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
2. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технология. — М.: Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. — 712 с.
3. Гуляев А. М., Кузнецов В. М. Коагуляция аэрозолей под действием периодических ударных волн // Акустический журнал. — 1962. — Т. 8, № 4. — С. 473–475.
4. Temkin S. Droplet agglomeration induced by weak shock waves // Phys. Fluids. — 1970. — V. 13. — P. 1639–1641.
5. Shuster K., Fichman M., Goldshtein A., Gutfinger C. Agglomeration of submicrometer particles in weak periodic shock waves // Phys. Fluids. — 2002. — V. 14, No. 5. — P. 1802–1805.
6. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Галиуллин Р. Г., Галиуллина Э. Р., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции аэрозоля в трубе вблизи субгармонического резонанса // Теплофизика высоких температур. — 2004. — Т. 42, № 5. — С. 788–795.
7. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэрозоля в трубах в безударно-волновом режиме вблизи резонанса // Доклады академии наук. — 2013. — Т. 452, № 2. — С. 161–164.
8. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Резонансные колебания аэрозоля в трубе с диафрагмой в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, № 6. — С. 921–926.

9. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Галиуллин Р. Г., Ткаченко Л. А., Пятеркин А. Ю. Дрейф твердой частицы при продольных колебаниях газа в трубе // Нелинейный мир. — 2008. — Т. 6, No. 5–6. — С. 334–342.
10. Goldshtein A., Shuster K., Vainshtein P., Fichman M., Gutfinger C. Particle motion in resonance tubes // J. Fluid Mech. — 1998. — V. 360. — P. 1–20.
11. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Движение частицы при нелинейных колебаниях газа в открытой трубе в безударно-волновом режиме // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, №4. — С. 843–847.

ВЛИЯНИЕ ПУЗЫРЬКОВЫХ СЛОЕВ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ДИСКРЕТНО-СЛОИСТОЙ СРЕДЕ*

Д. А. Губайдуллин, А. А. Никифоров

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Наличие пузырьков существенно увеличивает сжимаемость жидкости по сравнению с жидкостью без пузырьков, тем самым значительно уменьшая скорость и увеличивая затухание акустических волн. Отражение и поглощение звуковых волн от пузырькового слоя учитывается при разработке средств звукового обнаружения подводных объектов с помощью акустического излучения, таких как активные гидролокаторы или эхолоты. Особенности акустические свойства пузырьковой жидкости позволяют исследовать различные образцы на наличие пузырьков, делать вывод о размерах пузырьков и объемном содержании в составе смеси.

В настоящее время основы механики и теплофизики пузырьковых жидкостей, а также наиболее существенные результаты по изучению волновых процессов в таких средах представлены в монографиях [1, 2]. Основы теории распространения волн в образованиях слоистого характера как в искусственных структурах, так и в природных средах — океане, атмосфере, земной коре, изложены в монографии [3]. Результаты экспериментальных исследований дискретно-слоистой среды, содержащей слой пузырькового геля даны в [4]. В [5] получено дисперсионное соотношение, определяющее распространение гармонических возмущений в монодисперсной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками. В [6] изучено распространение слабых гармонических возмущений в двухфракционных смесях жидкости с полидисперсными пузырьками газа разного состава. В [7] приведены теоретические результаты расчета динамики акустического сигнала в дискретно-слоистой среде, содержащей слой пузырьковой жидкости, выполнено сопоставление с экспериментальными данными [4]. Особенности отражения и преломления акустических волн на границе пузырьковой жидкости изучены в [8]. Показаны условия существования критического угла падения волны, при углах падения больше критического которых волна полностью отражается от границы.

В данной работе теоретически исследовано влияние пузырьковых слоев на динамику акустического сигнала в трех- и пятислойной средах, содержащих, соответственно, один или два слоя геля с полидисперсными пузырьками воздуха. Представлен теоретический метод расчета искажения акустического сигнала при взаимодействии с многослойным образцом. Проведены расчеты по взаимодействию

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

импульсного возмущения давления малой амплитуды с многослойным образом, содержащим два слоя промышленного геля с полидисперсными пузырьками воздуха. Показано, что особые дисперсионные и диссипативные свойства слоя пузырьковой жидкости могут существенно влиять на динамику акустического сигнала в многослойной среде в зависимости от основной частоты сигнала. Для сигнала с основной частотой 0,25 МГц удвоение толщины одного пузырькового слоя или добавление еще одного слоя геля с пузырьками мало влияет на дисперсию и диссипацию импульса. Однако для сигнала с основной частотой 0,055 МГц наблюдается иная картина. Удвоение толщины слоя пузырькового геля существенно увеличивает затухание акустического сигнала, добавление второго слоя пузырькового геля еще более усиливает диссипацию сигнала. Причинами такого разного влияния толщины и количества слоев геля с пузырьками на затухание акустического сигнала являются особенности зависимости как коэффициента затухания, так и фазовой скорости пузырьковой жидкости, а, следовательно, и значения коэффициента прохождения волн от частоты. Для сигнала с основной частотой 0,25 МГц фазовая скорость близка к своему высокочастотному асимптотическому значению — скорости звука в чистой жидкости, коэффициент затухания принимает умеренные величины. Для сигнала с основной частотой 0,055 МГц картина иная. Основная часть гармонических волн преобразования Фурье для этого сигнала находятся в области частот так называемой полосы непрозрачности пузырьковой жидкости, где значения фазовой скорости и коэффициента затухания велики и существенно меняются. Это сказывается на величине коэффициента прохождения акустических волн через многослойный образец, содержащий слои с пузырьковым гелем. Таким образом выявлено, что даже небольшая объемная доля пузырьков воздуха может эффективно блокировать распространение звуковых волн с частотами, близкими к резонансным частотам собственных колебаний пузырьков. Небольшое количество пузырьков воздуха (около 0,1% по объему) в тонком слое геля существенно понижает амплитуду волн в диапазоне 0,025–0,15 МГц в 10 и более раз. При этом имеются диапазоны частот, где влияние пузырькового слоя не значительно.

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
2. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. — Новосибирск: ИТФ, 1983. — 238 с.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука 1973. — 343 с.
4. Leroy V., Strybulevych A., Page J. H., Scanlon M. G. Sound velocity and attenuation in bubbly gels measured by transmission experiments // Journal of the Acoustical Society of America. — 2008. — V. 123, No. 4. — P. 1931–1940.
5. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, №2. — С. 188–192.
6. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях // ДАН. — 2012. — Т. 447, №3. — С. 284–287.
7. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом // ДАН. — 2014. — Т. 456, № 6. — С. 662–664.
8. Шагапов В. Ш., Сарапулова В. В. Особенности преломления и отражения звука на границе пузырьковой жидкости // Акустический журнал. — 2015. — Т. 61, №1. — С. 40–48.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В ВОСХОДЯЩЕМ ПОЛИДИСПЕРСНОМ ПУЗЫРЬКОВОМ ПОТОКЕ

Д. А. Губайдуллин, Б. А. Снигерев

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Восходящие пузырьковые потоки широко используются в различных областях промышленности, например в элементах энергетического оборудования, колонных аппаратах химической промышленности, установках системы охлаждения атомной энергетики. Этим объясняется большое внимание исследователей к экспериментальному и численному изучению турбулентных пузырьковых течений в последние несколько десятилетий. Структура двухфазного пузырькового потока в значительной степени зависит от расходных параметров дисперсной фазы, величины и направления скорости сплошной фазы, физических свойств веществ газожидкостного потока, геометрии оборудования и т. д. Математическое моделирование распределения пузырьков по различным сечениям технологического оборудования имеет крайне важное значение для определения наиболее экономичных режимов работы установки. Также это очень важно знать для безопасной эксплуатации и предсказания развития различных аварийных ситуаций в системах охлаждения атомной энергетики.

Расчетные модели, которые используются для анализа нестационарных двухфазных течений, формулируются в виде системы дифференциальных уравнений механики многофазных сред [1–4]. В настоящее время при исследовании турбулентных пузырьковых потоков в каналах широко используется континуальный подход, при котором дисперсная фаза заменяется сплошной средой с эффективными свойствами. Преимуществом этого подхода является использование уравнений одного типа для описания движения несущей и дисперсной фазы в рамках механики взаимопроникающих сред. Турбулентная структура несущей среды рассчитывается с использованием дифференциальных двухпараметрических моделей турбулентности. Турбулентные напряжения в дисперсной фазе непосредственно выражаются через турбулентные напряжения несущего потока. В работе [2] представлена двухжидкостная модель, в которой для описания движения несущей и дисперсной фазы записано два дифференциальных уравнения для сохранения импульса. При этом учет различия скоростей жидкости и газа существенно влияет на свойства системы уравнений газожидкостного потока. В работе не учитывается дробление и коалесценция пузырьков, так как в рассмотренном диапазоне размеров пузырьков ($d < 2$ мм) и скоростей фаз, это явление пренебрежимо мало, а двухфазную систему можно рассматривать как монодисперсный поток с неким средним размером газовых включений. В [4] приведена диффузионно-инерционная модель для моделирования пузырьковых течений. Показана возможность использования диффузионно-инерционного подхода для анализа газожидкостного потока. Разработанная модифицированная модель апробирована для расчета турбулентного течения в вертикальной трубе с полидисперсными пузырьками.

В данной работе для математического описания течения применяется метод, основанный на эйлеровом континуальном описании движения обеих фаз. Записываются уравнения сохранения массы и количества движения в виде уравнений Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу. Для турбулентных напряжений записываются соотношения в предположении гипотезы Буссинеска. Турбулентная вязкость

для несущей жидкой фазы определяется с использованием двухпараметрической модели турбулентности, модифицированной для двухфазных сред [3]. В уравнения для переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации вводятся дополнительные слагаемые для кинетической энергии, вызванные пульсациями пузырьков. Движение дисперсной фазы определяется действием сил межфазного взаимодействия. В качестве основных сил рассматриваются следующие компоненты: сила Архимеда, сила сопротивления, присоединенная сила, вращательная сила Магнуса, пристеночная сила трения [3]. Для описания распределения пузырьков по размерам в двухфазном потоке записывается уравнение для сохранения количества частиц, учитывающее процессы коагуляции и дробления. Для решения уравнения сохранения количества пузырьков применяется подход, основанный на методе фракций [3, 5]. Спектр распределения частиц по размерам делится на ряд фракций с фиксированными границами, при этом предполагается возможность обмена пузырьками между разными фракциями в результате процессов коагуляции и дробления.

Выполнено тестирование разработанной методики расчета двухфазных полидисперсных пузырьковых потоков путем сравнения численных данных с результатами экспериментов для изотермического течения двухфазного потока вода-воздух в трубе [6]. Исходные данные для расчетов соответствуют условиям экспериментов, в которых изучалось полидисперсное течение в трубе (диаметр трубы $d = 50,8$ мм, высота $H = 3060$ мм). Эксперименты проводились с водовоздушной смесью при атмосферном давлении и постоянной температуре. При малых скоростях течения жидкости наблюдается равномерное распределение среднего диаметра пузырьков по сечению канала. Это свидетельствует о том, что при данной скорости газожидкостного потока интенсивность процессов коагуляции не приводит к изменению среднего радиуса пузырьков (около 3 мм). Различие степени воздействия межфазных сил взаимодействия на пузырьки различного размера приводит к тому, что пузырьки по диаметру меньшие исходного размера смещаются в пристеночную область. Увеличение скорости течения дисперсного потока существенно меняет структуру течения газожидкостного потока. Объемное газосодержание в центральной части становится максимальным, которое монотонно уменьшается по мере приближения к стенкам канала. Рост скорости жидкости приводит к тому, что интенсивность столкновений увеличивается. Она растет вследствие большей концентрации пузырьков в единице объема, приводящей к меньшим расстояниям между пузырьками, сравнимых с их диаметрами. Увеличение вовлечения пузырьков в турбулентные пульсации, приводит к росту интенсивности коагуляции, о чем свидетельствуют большие значения среднего размера пузырьков в центральной части канала.

Из результатов расчетов различных режимов газожидкостных потоков в вертикальной трубе, следует, что структура пузырькового течения определяется совокупностью действия межфазных сил, процессов коагуляции и дробления пузырьков. Хорошее согласие результатов моделирования с экспериментальными данными свидетельствует о правильности выборов этих моделей.

1. *Нугматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
2. *Kashinsky O. N., Lobanov P. D., Pakhomov M., Randin V. V., Terexov V. I.* Experimental and numerical study of downward bubbly flow in a pipe // *Int. J. Heat Mass Transfer.* — 2006. — V. 49. — P. 3717–3727.
3. *Wang T., Wang J., Jin J.* CFD-PBM coupled model for gas-liquid flow // *AIChE Journal.* — 2006. — V. 52, No. 1. — P. 125–141.

4. Зайчик Л. И., Мукин Р. В., Мусина Л. С., Стрижов В. Ф. Развитие диффузионно-инерционной модели для расчета пузырьковых турбулентных течений. Изотермическое полидисперсное турбулентное течение в вертикальной трубе // ТВТ. — 2013. — Т. 50, №1. — С. 74–81.
5. Gubaidullin D. A., Snigirev B. A. The effect of bubbles on the structure of upward gas-liquid flow // IOP publishing Journal of Physics: Conf. series. — 2016. — V. 669. — 012118.
6. Hibiki T., Ishii T., Xiao Z. Axial interfacial area transport of vertical bubbly flows // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2001. — V. 44. — P. 1869–1688.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХФАЗНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ ВОЗДУХА ИЗ СУЖИВАЮЩЕГОСЯ СОПЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАЗЕРНЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ АНЕМОМЕТРОВ И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ*

**А. А. Диденко, С. Ю. Мишенков, А. В. Ахтерьяков,
А. Б. Соколов, М. Ю. Анисимов**

СГАУ, Самара, Россия

Работа выполнялась с целью отладки технологий лазерно-оптических измерений скорости газа, методики определения спектра турбулентности в струе из сопла и верификации математических моделей численного моделирования.

В рамках НИР по договорам с ОАО «Климов» (г. Санкт-Петербург, 2013 г.) и ФГУП «ЦАГИ» (г. Москва, 2014 г.) выполнено исследование полей скорости и характеристики турбулентности в струе воздуха из суживающегося сопла Витошинского с помощью трехкомпонентных лазерных доплеровских анемометров 3D-LDA Dantec Dynamics (Дания) и ЛАД-056С (г. Новосибирск) и применением численного моделирования в газодинамическом пакете программ ANSYS Fluent. Измерения выполнялись в НОЦ ГДИ СГАУ в лаборатории лазерной диагностики структуры потока на экспериментальной установке для исследования двухфазных потоков УПФ-372 (рис. 1, а). Численное моделирование осуществлялось с использованием суперкомпьютера СГАУ «Сергей Королев».

Сопло крепилось к выходному фланцу воздушного ресивера установки УПФ-372, истечение воздуха осуществлялось сверху вниз. Вытекающий из сопла воздух непрерывно удалялся из рабочей камеры с помощью регулируемой вытяжной системы.

Испытанное сопло Витошинского (рис. 1, б) представляет собой плавно суживающийся канал с входным диаметром $D_1 = 90$ мм, длиной профилированной части $L = 100$ мм и выходным диаметром $d_2 = 14$ мм.

В рамках НИР по договору с ОАО «Климов» измерения полей и эпюр скорости в струе воздуха производились на удалении $\Delta Z = -10, -30$ и -60 мм от среза сопла, в диапазоне скоростей истечения $C_2 = 45\text{--}190$ м/с в струе. Воздух через сопло подавался под перепадом $\Delta \bar{p}_1^* = 4\text{--}21\%$ от давления в рабочей камере установки $p_K = p_H$.

*Исследования проведены на оборудовании ЦКП САМ-технологий (RFMEFI59314X0003). Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 гг.».

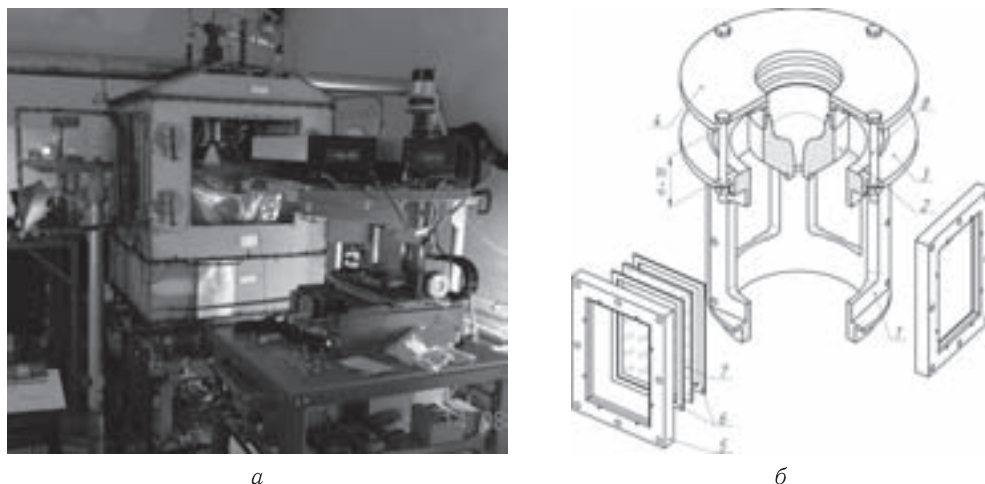


Рис. 1. Установка для исследования двухфазных потоков (а) и суживающее сопло (б)

Измерения выполнялись со слабым спутным потоком на открытой и закрытой струе, помещенной в канал, через оптические стекла на его поверхности. В ходе каждого эксперимента измерялись: расход воздуха через сопло G_B , давление и температура воздуха перед расходомером p_0 , T_0^* , давление воздуха в канале перед соплом p_1 ($\approx p_1^*$). На некоторых режимах измерялись статическое p_2 и полное давление p_2^* воздуха в нескольких точках вблизи выходного сечения сопла на оси симметрии потока. Измерение перечисленных параметров использовалось для вычисления по инженерным методикам среднемассовой скорости в предположении адиабатности истечения из сопла. Определялись: C_2 — фактическая скорость истечения, учитывающая гидравлические потери, вычисляемая по значениям G_B , p_0 , T_0^* , p_1 и p_H ; и C_{2t} — теоретическая скорость, вычисляемая с учетом точно измеренных p_2 . На основе имеющихся обобщений по радиальным эпюрам скоростей вычислялась максимальная скорость на оси струи $C_{2\max}$, равная $1,044C_2$ и $1,2C_2$.

В ходе НИР была разработана математическая модель и выполнены трехмерные расчеты на основе метода конечных элементов в среде ANSYS Fluent движения воздуха в суживающемся канале сопла и в струе за соплом, в том числе при наличии стенок ограничивающего канала и эжекции вторичного воздуха из окружающей среды. На данном этапе калибровочных измерений в основе численного моделирования лежал подход с использованием стационарных уравнений Рейнольдса (RANS). Были апробированы возможности различных вариантов наиболее известных моделей турбулентности.

Для сравнения с результатами 3D-расчета из данных лазерно-оптических измерений брались $3 \times 3 = 9$ приосевых значений осевой скорости V_y , по которым подсчитывалось их среднее значение на оси струи.

Для выполнения LDA-измерений поток воздуха, втекающий в канал, перед соплом засеивался трассерными частицами. Для этого использовались специальные генераторы жидких и твердых частиц фирмы Dantec Dynamics. В качестве трассерных частиц были опробованы капли авиационного керосина и оливкового масла, а также твердые частицы на основе Al_2O_3 .

Скорости C_{2R} , полученные в результате лазерно-оптических измерений в исследуемой струе воздуха из сопла Витошинского, достаточно удовлетворительно согласуются с результатами пневмометрических измерений и инженерных расчетов

C_{2P} (C_2 и C_{2t}), а также с результатами 3D-расчетов во Fluent — C_{2F} . Значения скорости C_{2R} из лазерно-оптических измерений со средним разбросом $\pm 3-6\%$ группируются в полосу вокруг значений C_{2t} и C_{2F} во всем диапазоне наблюдаемых скоростей истечения. При этом C_{2t} и C_{2F} совпадают друг с другом с расхождением $< 1\%$.

Общее сравнение результатов показало, что радиальные эпюры осевой скорости V_y , полученные с помощью измерителя ЛАД-056С, оказывались несколько шире эпюр, полученных с использованием измерителя Dantec и численного моделирования во Fluent. Эпюры кинетической энергии турбулентности, полученные с помощью измерителя Dantec и во Fluent, имеют хорошее качественное и удовлетворительное количественное согласие; данные от измерителя ЛАД-056С — несколько худшее.

В рамках НИР по договору с ФГУП «ЦАГИ» с использованием 3D-LDA Dantec и ЛАД-056С выполнены подробные измерения скорости воздуха в струе из сопла Витошинского и в струе из модельного сопла реактивного двигателя. Измерения проводились в нескольких поперечных сечениях струи, на оси струи и вдоль центральной линии слоя смещения, начинающегося за кромкой сопла. В шести контрольных точках струи (указанных сечений и линий) выполнялись продолжительные измерения скорости, затем для этих точек был рассчитан энергетический спектр турбулентности.

МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ИНЕРЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ СВЕРХЗВУКОВОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ УДАРНУЮ ВОЛНУ И СЖАТЫЙ СЛОЙ

С. В. Добровольский, П. В. Никитин, С. А. Борисов, Ю. И. Глуховская

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается задача натекания сверхзвукового гетерогенного потока на преграду — плоскую стенку, массовая концентрация твердой фазы не превышает 10%. В этом случае взаимодействие потока с преградой можно считать устойчивым со следующими допущениями: отошедшая ударная волна плоская; плотность газа, его температура и градиенты скорости в сжатом слое постоянны; коэффициенты релаксации скорости и температуры частиц постоянны и вычисляются по параметрам газа и частиц после прохождения ударной волны и сжатого слоя.

Пусть u_{gas} , T_{gas} , ρ_{gas} , $\varphi_{V,gas}$ и $\varphi_{T,gas}$ — соответствующие параметры газовой фазы. V_p , T_p , ρ_p , $\varphi_{V,p}$ и $\varphi_{T,p}$ — соответствующие параметры твердой фазы (гранул). Тогда, решив уравнение неразрывности с учетом принятых допущений, получим выражение для поля скоростей газовой фазы за плоской ударной волной:

$$u(x) = u_{gas}(1 - x/h), \quad v(y) = \frac{u_{gas}}{(\gamma + 1)} \frac{y}{h}, \quad (1.1)$$

где x и y — текущие координаты, h — расстояние, $\gamma = 0$ для плоского и $\gamma = 1$ для осесимметричного случая; $y = y_{max} = R_{ст}$ — радиус потока перед ударной волной.

Уравнения движения и энергии для частиц с соответствующими граничными условиями имеет вид:

- уравнения движения по координатам X и Y :

$$\ddot{x}_p = \varphi_{V,p} [u_{gas}(1 - x_p/h) - \dot{x}_p], \quad \ddot{y}_p = \varphi_{V,p} \left[u_{gas} \left(\frac{u_{gas}}{(\gamma + 1)} \frac{y_p}{h} \right) - \dot{y}_p \right]; \quad (1.2)$$

начальные условия: $\dot{x}_p = V_p$ и $x_p = 0$ при $\tau = 0$; $\dot{y}_p = V_{p,y}$ и $y_p = R_{ст}$ при $\tau = 0$;

- уравнение энергии:

$$T_p = \varphi_{T,p}(T_{gas} - T_{p,st}); \quad (1.3)$$

при начальных условиях: $T_p = T_{p,st}$ при $\tau = 0$.

Дифференциальные уравнения (1.2), (1.3) являются линейными с постоянными коэффициентами. Их решения имеют следующий вид:

- координата по X :

$$x_p = h + \frac{v_p + h\lambda_{2,x}}{\lambda_{1,x} - \lambda_{2,x}} \exp(\lambda_{1,x}) + \frac{v_p + h\lambda_{1,x}}{\lambda_{2,x} - \lambda_{1,x}} \exp(\lambda_{2,x}), \quad (1.4)$$

где $\lambda_{x1,2} = -\frac{\varphi_{V,p}}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4u_{gas}}{\varphi_{V,p}h}} \right)$;

- координата по Y :

$$y_p = \frac{v_p - y_{p,нач}\lambda_{2,y}}{\lambda_{1,y} - \lambda_{2,y}} \exp(\lambda_{1,y}) + \frac{v_p - y_{p,нач}\lambda_{1,y}}{\lambda_{2,y} - \lambda_{1,y}} \exp(\lambda_{2,y}), \quad (1.5)$$

где $\lambda_{y1,2} = -\frac{\varphi_{V,p}}{2} \left(1 \pm \frac{4V_p}{(\gamma - 1)\varphi_{V,p}h} \right)$;

- температура частицы:

$$T_p = T_{gas,comp} - (T_{gas,comp} - T_{p,st}) \exp(-\varphi_{T,p}). \quad (1.6)$$

Коэффициенты $\varphi_{V,p}$ и $\varphi_{T,p}$, зависят от режима обтекания частицы потоком газа-носителя и определяются следующими соотношениями:

$$\varphi_{V,p} = \frac{3}{4} \frac{\rho_{gas}(u_{gas} - V_p)}{\rho_p d_p} c_f(\text{Re}_{d_p}, M), \quad \varphi_{T,p} = 6 \frac{\text{Nu}_{d_p}(\text{Re}_{d_p}, Pr) \lambda_{gas} \rho_{gas} |u_{gas} - V_p|}{\text{Re}_{d_p} \eta_p \rho_p d_p c_p}, \quad (1.7)$$

где ρ_p , d_p , c_p , λ_{gas} — плотность материала частиц, диаметр частиц, удельная теплоемкость частиц и теплопроводность газа соответственно.

Полученные выражения представляют траектории движения частиц на участке h между ударной волной и стенкой по направлениям X и Y . Анализ этих уравнений позволит установить режимы течения частиц у поверхности преграды с позиции их возможного достижения поверхности. Кроме того, из (1.6) следует, что температура частиц T_p монотонно стремится к температуре газа в сжатом слое.

Из анализа соотношений (1.6), (1.7) следует, что в общем случае возможны несколько режимов, которые могут реализоваться при нанесении покрытий. На этом факте строятся научные основы НТГДМ-технологии формирования покрытий.

Далее проведем анализ с целью выявления условий, при которых возможна реализация тех или иных режимов.

Режим течения газовой и твердой фазы вблизи поверхности зависит от двух безразмерных комплексов для газа-носителя и частиц. Обозначим их K_{gas} и K_p , соответственно, т. е.

$$K_{gas} = \frac{u_{gas}}{\varphi_{V,p}h} \quad \text{и} \quad K_p = \frac{v_p}{\varphi_{V,p}h}. \quad (1.8)$$

Отсюда просто получить зависимость:

$$K_p = K_{gas} \frac{v_p}{u_{gas}}. \quad (1.9)$$

Понятно, что $K_p \leq K_{gas}$. Однако для частиц субмикронного диапазона, когда $u_{gas} = V_p$, возможен случай, что $K_p = K_{gas}$. Таким образом, два режима течения будут определяться значениями λ_{x_1} и λ_{x_2} , которые имеют вид:

$$\lambda_{x_1} = -\frac{\varphi_{V,gas}}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4K_{gas}}\right), \quad \lambda_{x_2} = -\frac{\varphi_{V,gas}}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4K_{gas}}\right). \quad (1.10)$$

Проведем анализ выражений (1.10) с целью выявления возможных полезных режимов при нанесении покрытий по НТГДМ-технологии.

Как следует из (1.10), значения λ_{x_1} и λ_{x_2} в общем случае могут быть как действительными, так и мнимыми. Очевидно, если $K_{gas} \leq 0,25$, то λ_{x_1} и λ_{x_2} действительные числа. В противном случае они мнимые. Проанализируем варианты.

1. Пусть $K_{gas} < 0,25$, а $K_p < 0,5 \cdot (1 + \sqrt{1 - 4K_{gas}})$. Тогда из (1.10) следует, что λ_{x_1} и λ_{x_2} вещественные и не равны. Для такого режима течения, анализируя поведение функций движения частиц, можно показать, что при всех $\tau > 0$ функция $V_p > 0$, в то время как максимальное значение функции $x_p < h$. То есть частицы не достигают поверхности.

2. Пусть $K_{gas} = 0,25$, а $K_p \leq 0,5$. Тогда λ_{x_1} и λ_{x_2} вещественные и равны, и решение уравнения упрощается. Данный вариант аналогичен предыдущему, т.е. при всех $\tau > 0$ функция $V_p > 0$, в то время как значение функции $x_p < h$.

Из анализа вытекает важный для НТГДМ-технологии вывод: *все частицы субмикронного диапазона не достигают поверхности преграды и сносятся вниз по потоку, т.е. не формируют покрытие. Это вредный фактор в НТГДМ-технологии.*

Указанные режимы обнаружены экспериментально. Их реализация определяется формой частиц и их дисперсностью. Например, если частицы субмикронного диапазона имеют форму, далекую от сферической (например, чешуйчатую), то они, имея большое аэродинамическое сопротивление, тормозятся в сжатом слое и сносятся потоком газа-носителя вдоль стенки, не достигнув ее поверхности.

Другие возможные варианты, возникающие из анализа выражений (1.4), (1.5), определяются условием, когда $x_p > h$. Это означает, что траектории частиц таковы, что частицы достигнут поверхности преграды.

1. Стернин Л. Е., Шрайбер А. А. и др. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. — М.: Машиностроение, 1980. — 172 с.
2. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Репин И. В. Гетерогенные потоки: газодинамика, теплообмен, эрозия. Москва, 1997 (Препринт ИВТАН, № 2-402).
3. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Течения газа в соплах. — М.: Изд-во МГУ, 1978.
4. Стернин Л. Е., Шрайбер А. А. Многофазные течения газа с частицами. — М.: Машиностроение, 1994. — 320 с.

СТРУКТУРА БРЫЗГОВОГО ОБЛАКА, ОБРАЗУЮЩЕГОСЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВОЗДУШНОЙ СТРУИ С ВОЗМУЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ СКЛОНА ВПАДИНЫ ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКИ (ВП)

Н. В. Дьяченко

РГГМУ, Санкт-Петербург, Россия

Под амфибийным судном на воздушной подушке (АСВП) за счет избыточного давления, создаваемого воздушными нагнетателями, образуется впадина с горизонтальным дном и наклонными краями. При взаимодействии истекающей из гибкого

ресивера струи воздуха с волнами на склоне этой впадины происходит образование облака капель, которое вырывается в атмосферу, окружает АСВП и затрудняет его эффективную эксплуатацию. Для устранения влияния брызгообразования необходимо знать объем и структуру облака. Эти параметры невозможно определить экспериментально, однако можно получить расчетными методами. В [1] приведена система дифференциальных уравнений, позволяющая рассчитать скорости капель различного радиуса на выходе в атмосферу. Анализ решений этой системы показывает, что дисперсность массы захваченной воды, т. е. диапазон радиусов капель, образующихся при отрыве потоком воздуха от сплошной массы воды, сильно влияет на величину скорости воздуха в струе.

Вопрос о дисперсности жидкости, об устойчивости капель жидкости в струе воздуха наиболее обстоятельно рассмотрен в работах М. С. Волинского, например, [2]. Фактором, способствующим дроблению капель, их разрыву, являются силы аэродинамического давления, возникающие на поверхности капли при обтекании ее струей воздуха. Фактором, способствующим сохранению размера капли, являются силы поверхностного натяжения в экваториальном сечении капли (рис. 1). Равенство этих сил, определяющее границу устойчивости капли, можно записать в виде

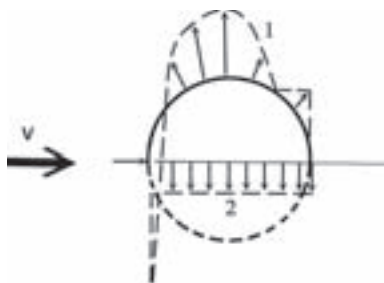


Рис. 1. Схема сил, действующих на каплю в воздушной струе: 1 — аэродинамическая сила; 2 — силы поверхностного натяжения

$$C \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} = \pi d \sigma, \quad (1)$$

где C — аэродинамический коэффициент разрежения, σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе сред вода–воздух, V — величина скорости обтекания капли воздухом. Равенство (1) равносильно условию

$$\frac{\rho V^2 d}{\sigma} = D = \text{const}. \quad (2)$$

Константу D М. С. Волинский определил экспериментально. Для капель диаметром $d = 1$ мм $D = 14$. Результаты исследования устойчивости капель более мелких размеров, $d > 270$ мкм, показали, что существует минимальный размер капель $d_{\min}$, при котором капли остаются устойчивыми и не дробятся при любой величине скорости обтекания. Для сред воздух — вода этот размер составляет 50–100 микрон.

При изучении процесса брызгообразования на склоне впадины ВП необходимо учесть, что самые крупные из образовавшихся капель воды не увлекаются потоком воздуха, а под действием силы тяжести скатываются вниз по склону впадины в область ВП. Можно записать в виде неравенства условие, определяющее границу этого явления. В левой части неравенства — силы аэродинамического давления, в правой части — силы гравитации. При выполнении знака неравенства капля выносится струей воздуха в атмосферу, при изменении знака неравенства капля скатывается в область ВП

$$C_{\text{ч}} \frac{\rho V^2}{2} \pi r^2 \geq \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_w g \sin \delta, \quad (3)$$

где ρ_w — плотность воды, ρ — плотность воздуха, δ — угол склона впадины ВП с горизонтом. Неравенство (3) может быть преобразовано к виду

$$C_{\text{ч}} \frac{3}{4} \frac{\rho V^2}{\rho_w g \sin \delta} \geq d, \quad (4)$$

где d — диаметр капли в метрах.

На базе условия (4), определяющего границу устойчивости капель в струе воздуха, можно записать неравенство, определяющее устойчивый размер капель при заданной величине скорости воздуха V

$$\frac{D\sigma}{\rho V^2} > d. \quad (5)$$

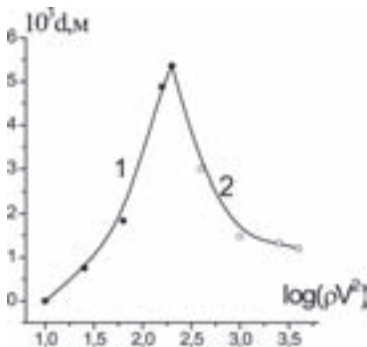


Рис. 2. Зависимость максимального диаметра капли воды от величины скоростного напора в струе воздуха; ● — условие скапывания капли в область ВП под действием гравитации; ○ — условие устойчивости капли по

М. С. Волинскому

Совокупность неравенств (4) и (5) определяет зону возможных размеров (диаметров) капель, которые выносятся струей воздуха в атмосферу из области ВП. На рис. 2 представлены графически границы зоны возможных диаметров капель. Эта зона является областью, ограниченной осью абсцисс, кривой 1, — условие (4), и кривой 2, — условие (5).

Полученный результат позволяет определить диапазон возможных величин диаметров капель воды в струе воздуха при выходе струи воздуха из области ВП в атмосферу. В первом приближении можно положить величину скоростного напора $\rho V_a^2/2$ (V_a — скорость струи воздуха на выходе в атмосферу) равной полному давлению в резервуаре P_p . Это дает возможность определить максимальное значение диаметра капли как ординату кривой линии, ограничивающей область возможных диаметров капель, при заданной величине абсциссы.

1. Дьяченко Н. В., Дьяченко В. К. Методика расчета параметров облака брызг, окружающих амфибийное судно на воздушной подушке (АСВП) при парении над поверхностью воды // Сборник трудов ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова «Современные вычислительные методы в теории корабля». Вып. 49(333). — СПб.: Изд-во ЦНИИ им. А. Н. Крылова, 2009. — С. 111–122.
2. Волинский М. С. О дроблении капель жидкости в потоке воздуха // ДАН СССР. — 1948. — Т. 62, №3. — С. 301–304.

О ЗАСОРЕНИИ КАНАЛОВ ПРИ ПРОКАЧКЕ МЕЛКОДИСПЕРСНОЙ СУСПЕНЗИИ*

Л. С. Клименко, Б. С. Марышев

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Работа посвящена разработке макроскопической модели, описывающей процессы осаждения примеси и закупорку пор для произвольных значений концентрации примеси. Исследуется задача о дрейфе твердых взаимодействующих частиц

*Работа выполнена при поддержке Гранта Президента РФ (МК-6851.2015.1).

в капилляре. Между входом и выходом из капилляра задан постоянный перепад давления. В начальный момент времени внутри канала возникает течение Пуазейля [1]. Расположение частиц на входе в капилляр задается случайным образом по времени и пространству. Задача решена в плоском случае, в предположении, что капилляр имеет прямоугольную форму с характерными размерами для ширины порядка 10 мкм и длины 50 мкм. Частицы имеют размер порядка 100 нм.

Для описания взаимодействия частиц со стенками рассмотрим механизм Ван-дер-Ваальса. Оценки для сил межчастичного взаимодействия, сделанные в работе [2], показывают, что эти силы могут быть сравнимы с силой Стокса только на расстоянии 10^{-5} радиуса частицы. Это позволяет считать, что в изучаемом капилляре частицы переносятся вместе с потоком, не взаимодействуя друг с другом. Учет взаимодействия частиц с потоком производится в приближении Стокса. Кроме этого, в модели учтены случайные столкновения, вызванные диффузией. Учет диффузии является необходимым, так как для рассматриваемого размера частиц число Пекле имеет порядок единицы. Уравнение движения частицы имеет вид:

$$\vec{r} = \vec{U}t + \langle \vec{r}_D \rangle f, \quad (1.1)$$

где $\vec{U}$ — скорость потока, $\langle \vec{r}_D \rangle = \sqrt{Dt}$ — среднеквадратичное отклонение, f — плотность вероятности нормального распределения.

Задача решена в рамках модели случайных блужданий, согласно которой положение частицы в каждый момент времени не зависит от ее положения в предыдущий момент. Если частицы приближаются к стенке на расстоянии меньше своего размера, то при столкновении со стенкой происходит слипание под действием сил Ван-дер-Ваальса (оценки показывают, что при сближении частиц на расстояние 10^{-6} от их размера силы притяжения на три порядка превосходят как силу Стокса, так и силу отталкивания). Слипание частиц со стенкой приводит к изменению формы стенок капилляра, что в свою очередь приведет к изменению течения в капилляре.

Для расчета течения на каждом шаге методом сеток решается система уравнений Навье–Стокса и несжимаемости. В стационарном случае в терминах завихренности и давления система имеет вид:

$$\Delta p = 0, \quad \Delta \varphi = 0. \quad (1.2)$$

На входе и выходе из капилляра задан постоянный градиент давления, на стенках капилляра ставится условие прилипания. Таким образом, граничные условия для уравнений (1.2) могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0,L} &= 0, \\ \nu \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} &= - \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \\ p|_{x=0} &= P_1, \quad p|_{x=L} = P_2, \\ \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} &= \nu \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где L — длина канала; ν — кинематическая вязкость жидкости; $S_l(x)$, $S_u(x)$ — положение нижней и верхней границ полости соответственно, которые изменяются по мере «прилипания» частиц к стенкам.

Самосогласованная задача (1.2), (1.3) позволяет найти поле давления и завихренности, после чего можно рассчитать поле скорости $\vec{U} = (u, w)$, а именно:

$$\nu \Delta u = p_x, \quad \nu \Delta w = p_y \quad (1.4)$$

с граничными условиями, имеющими вид

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x=0,L} = -\varphi|_{x=0,L}, \quad u|_{y=S_l, S_u} = 0, \quad (1.5)$$

$$w|_{x=0,L} = 0, \quad w|_{y=S_l, S_u} = 0.$$

Полученное в результате решения системы (1.4), (1.5) поле скорости использовалось для расчета координат твердых частиц уравнения (1.6). Такая процедура повторялась для каждого шага по времени.

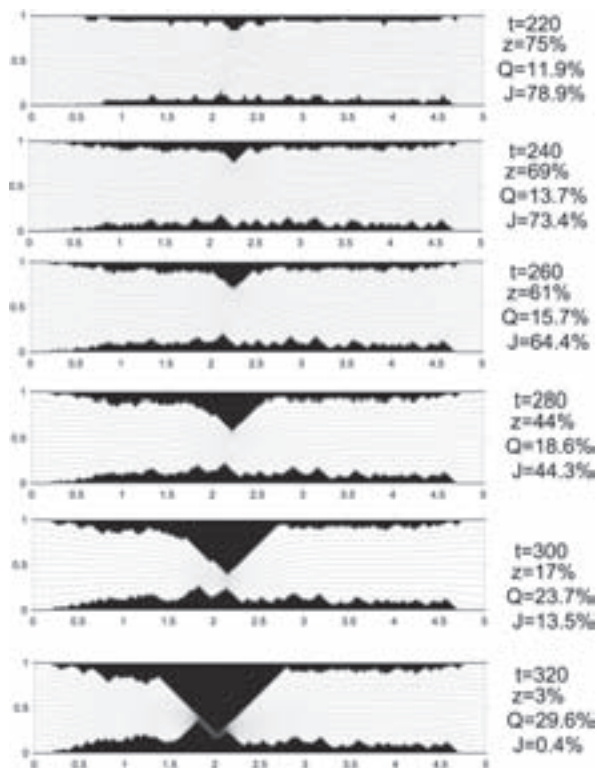


Рис. 1. Эволюция функции тока (t — время, z — толщина зазора, Q — концентрация осевшей примеси, J — расход жидкости)

В результате, получена эволюция течения жидкости в поре при ее закупорке (рис. 1). Проанализирована зависимость концентрации осевших частиц от времени, а также зависимость расхода через поперечное сечение поры от концентрации осевших частиц для различных значениях начальной концентрации. Это позволило оценить границы применимости линейного закона адсорбции и формулы Козени–Кармана.

1. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. — Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2004. — 628 с.
2. Elimelech M., Gregory J., Jia X., Williams R. A. Particle Deposition and Aggregation. Measurement, Modelling and Simulation. — Woburn: Butterworth-Heinemann, 1995. — 434 p.

УТОЧНЕНИЕ ПРОСТЫХ МОДЕЛЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ СКОРОСТИ НЕРАВНОВЕСНОЙ ДИССОЦИАЦИИ*

О. В. Кунова, Е. В. Кустова, А. С. Савельев, И. З. Шарафутдинов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В теоретическом моделировании сильнонеравновесных процессов используются различные модели и подходы, которые различаются по уровню детализации описываемых процессов. Среди наиболее распространенных подходов можно выделить поуровневое и многотемпературное описания. Поуровневая модель первоначально использовалась для простых одномерных и двумерных течений из-за высокой сложности вычислений. С развитием современных компьютерных технологий становится возможным внедрение такого подхода для моделирования более сложных потоков. Для этого требуются знания о коэффициентах скорости диссоциации и обменных реакций для всех энергетических состояний.

Современные методы молекулярной динамики позволяют получить очень точные данные для коэффициентов скорости диссоциации конкретных энергетических состояний [1–3]. Но, к сожалению, эти данные не могут быть непосредственно использованы в вычислительной гидродинамике (CFD) в силу существующих сложностей: отсутствие данных для всех энергетических состояний, ограниченный диапазон применимости существующих приближений для полученных данных, привязанность приближений к используемым моделям осцилляторов.

В тоже самое время, для описания поуровневых и двутемпературных коэффициентов скорости диссоциации существует простая полуэмпирическая модель, основанная на модели Тринора-Маррона [4, 5],

$$k_{i,\text{diss}}^M = Z_i^M k_{\text{diss,eq}}^M(T), \quad (1)$$

где $k_{i,\text{diss}}^M$ — коэффициент скорости диссоциации при столкновении молекулы на колебательном уровне i с партнером M , $k_{\text{diss,eq}}^M(T)$ — равновесный коэффициент скорости диссоциации (определяется из закона Аррениуса), T — температура газа, Z_i^M — неравновесный фактор, определяющийся следующим образом:

$$Z_i^M = Z_i(T, U) = \frac{Z_{\text{vibr}}(T)}{Z_{\text{vibr}}(-U)} \exp\left(\frac{\varepsilon_i}{k} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{U}\right)\right), \quad (2)$$

ε_i — колебательная энергия i -го уровня, k — постоянная Больцмана, $Z_{\text{vibr}}(T)$ — равновесная колебательная статистическая сумма:

$$Z_{\text{vibr}}(T) = \sum_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT}\right), \quad (3)$$

U — эмпирический параметр, имеющий размерность температуры. Наиболее часто используемыми его значениями являются $D/6k$ и $3T$ (D — энергия диссоциации). Их недостатком является невозможность обеспечить высокую точность коэффициентов скорости диссоциации во всем диапазоне температур и колебательных состояний [5, 6]. Основная идея данного исследования заключалась в улучшении простой модели Тринора-Маррона за счет задания параметра U в виде функции

*Работа выполнена при поддержке РФФ (грант №15-19-30016). О. Кунова благодарна СПбГУ за поддержку в рамках гранта постдоков 6.50.2522.2013.

от температуры и колебательного уровня. Для достижения этой цели мы сравнили результаты расчетов по модели Тринора–Маррона с результатами траекторных расчетов [1, 2]. В результате была получена функция $U(\varepsilon, T)$, обеспечивающая высокую точность вычисления коэффициентов скорости диссоциации для кислорода и азота [7]:

$$U(i, T) = \sum_{n=0}^N a_n \tilde{\varepsilon}_i^n \exp\left(T \sum_{k=0}^K b_k \tilde{\varepsilon}_i^k\right). \quad (4)$$

Здесь $\tilde{\varepsilon}_i$ — колебательная энергия, выраженная в электрон-Вольтах, коэффициенты a_n, b_k приведены в работе [7].

Затем полученная поуровневая модель используется для расчета двухтемпературных коэффициентов скорости диссоциации как функции поступательно-вращательной и колебательной температур [8]. На рис. 1 приведены двух-температурные коэффициенты скорости диссоциации, полученные с использованием распределения Тринора с температурой первого уровня T_1^c . При использовании значения $U = D/6k$ мы получаем результаты для $k_{disN_2}(T, T_1^{N_2})$, $k_{disO_2}(T, T_1^{O_2})$, заниженные по сравнению с более точной формулой, предложенной в этой работе. В области $T/T_1^c \leq 1$ значения коэффициентов отличаются менее, чем на один порядок. С ростом T/T_1^c разница заметно увеличивается: для молекул кислорода она составляет около двух порядков, для молекул азота — больше одного порядка.

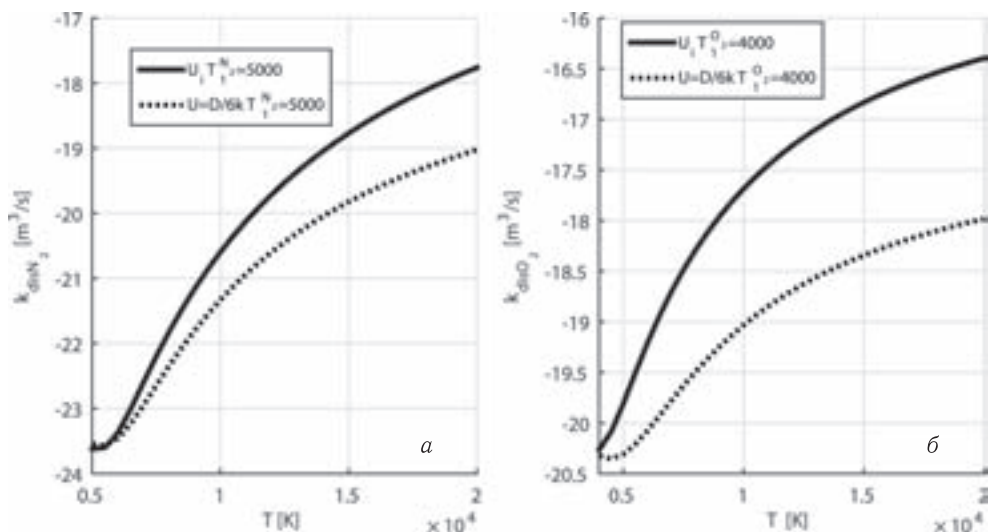


Рис. 1. Зависимость k_{disN_2} (а) и k_{disO_2} (б) от T , при фиксированных T_1

Далее было исследовано влияние выбора параметра U при расчете коэффициентов скорости диссоциации на решение задачи о пространственно однородной колебательной и химической релаксации бинарных смесей N_2/N и O_2/O . Данная задача решалась на основе поуровневого и многотемпературного приближений. При этом учитывались химические реакции диссоциации и рекомбинации, VV -обмены колебательными энергиями при столкновениях молекул одного сорта, а также VT -обмены поступательной и колебательной энергиями. Для вычисления коэффициентов скоростей колебательных энергообменов использовалась модель нагруженного гармонического осциллятора [9].

1. *Esposito F., Armenise I., Capitelli M.* N–N₂ state to state vibrational-relaxation and dissociation rates based on quasi-classical calculations // *Chem. Phys.* 331 (1) (2006) 1–8.
2. *Esposito F., Armenise I., Capitta G., Capitelli M.* O–O₂ state-to-state vibrational relaxation and dissociation rates based on quasi-classical calculations // *Chem. Phys.* 351 (1–3) (2008) 91–98.
3. *Jaffe R., Schwenke D., Chaban G.* Vibration-rotation excitation and dissociation in N₂–N₂ collisions from accurate theoretical calculations // In: *Proc. 10th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, June 2010, 2010, AIAA Paper 2010–4517.
4. *Marrone P., Treanor C.* Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // *Phys. Fluids* 6 (9) (1963) 1215.
5. *Esposito F., Capitelli M., Kustova E., Nagnibeda E.* Rate coefficients for the reaction N₂(i) + N = 3N: a comparison of trajectory calculations Treanor–Marrone model // *Chem. Phys. Lett.* 330 (2000) 207–211.
6. *Савельев А. С., Кустова Е. В.* Пределы применимости модели Тринора–Маррона для поровневых коэффициентов скорости диссоциации N₂ и O₂ // *Вестник Санкт-Петербург. ун-та. Серия I: Математика, Механика, Астрономия*, 2 (60) (2) (2015) 268–279.
7. *Kustova E., Nagnibeda E., Oblapenko G., Savelev A., Sharafutdinov I.* Advanced models for vibrational-chemical coupling in multi-temperature flows // *Chem. Phys.* 464 (2016) 1–13.
8. *Нагнибеда Е. А., Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003. — 272 с.
9. *Adamovich I. V., Macheret S. O., Rich J. W., Treanor C. E.* Vibrational energy transfer rates using a forced harmonic oscillator model // *J. Thermophys. Heat Transf.* 12 (1) (1998) 57–65.

ЭЖЕКТОР С ДВУХФАЗНЫМ РАБОЧИМ ТЕЛОМ С ГАЗОДИНАМИЧЕСКИМ СМЕСИТЕЛЕМ*

**И. А. Лепешинский, Ю. В. Зув, В. А. Решетников, И. В. Антоновский,
А. А. Гузенко, И. А. Заранкевич**

МАИ, Москва, Россия

В работе [1] рассматривалась проблема профилирования эжектора с двухфазным рабочим телом на основе решения обратной задачи. Эжектирующим рабочим телом является жидкость. Особенностью исследуемого эжектора является использование в качестве смесительного устройства смесителя с двухфазным рабочим телом [2]. Принципиальная схема эжектора представлена на рис. 1. Из смесителя 1 подается газодапельное двухфазное рабочее тело: смесь жидкости (воды) с воздухом в камеру смешения 2. Туда же подсасывается воздух из окружающей среды. Для сравнения эффективности новой схемы эжектора (далее эжектор №1), результаты эжектирования воздуха сравнивались с работой эжектора с двухфазным рабочим телом, но с однофазным жидкостным смесителем (далее эжектор №2).

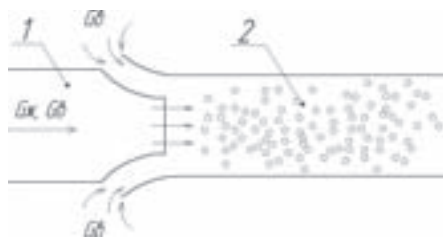


Рис. 1. Принципиальная схема эжектора

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части госзаказа.

Для эксперимента с эжекторами использовались смесители с несколькими выходными (сопловыми) отверстиями. Смеситель эжектора №1 имел 7 сопловых отверстий, смеситель эжектора №2 имел 4 отверстия диаметром 1 мм. Это обеспечило получение одинаковых параметров по расходу и давлению.

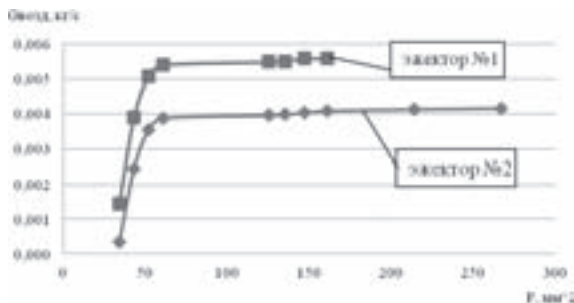


Рис. 2. Зависимость расхода эжектируемого воздуха от площади проходного сечения

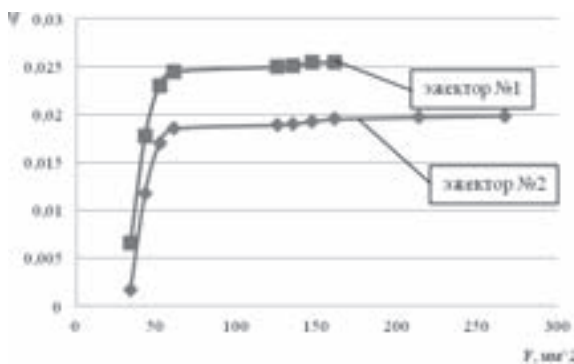


Рис. 3. Зависимость коэффициента эжекции от площади проходного сечения

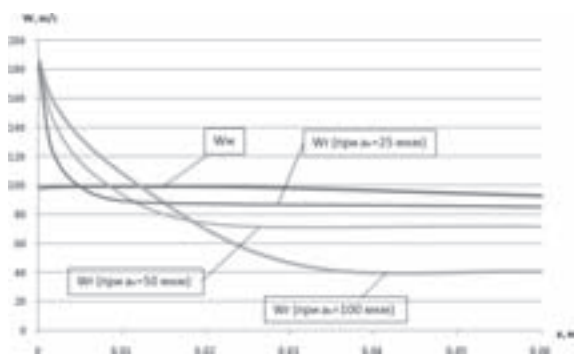


Рис. 4. Влияние дисперсности капель на распределение скоростей в эжекторе

Эжекторы исследовались на одинаковых режимах со следующими начальными параметрами: давление в смесителе $P_{\text{см}} = 30$ атм; расход жидкости $G_{\text{ж}} = 200$ г/с; расход газа, подаваемого в смеситель №1 $G_{\text{Г}} = 5$ г/с; $P_{\text{Н}} = 1 \cdot 10^5$ Па — давление на выходе из эжектора (атмосферное давление); $T_{\text{ж}} = T_{\text{Г}} = 288$ К — температура жидкости и газа.

Использовалась относительно короткая цилиндрическая камера смешения длиной 10 — число калибров. Исследовалось сравнительное влияние площади проходного сечения для эжектируемого воздуха на коэффициент эжекции.

На рисунках 2 и 3 показаны зависимости расхода эжектируемого воздуха (рис. 2) и коэффициента эжекции (рис. 3) от площади проходного сечения для эжектируемого воздуха.

Измеренные значения скоростей из смесителей составили соответственно 87 м/с для смесителя эжектора №1 и 74 м/с для смесителя эжектора №2. Поэтому средняя дисперсность капель смесителя эжектора №1 оказывается меньше дисперсности капель смесителя эжектора №2.

Расчеты по влиянию дисперсности капель показали (рис. 4), что при уменьшении размера капель скорость газа на выходе из эжектора уменьшается. Это и приводит к уменьшению коэффициента эжекции.

1. Лепешинский И. А., Антоновский И. В., Гузенко А. А., Зуев Ю. В., Истомин Е. А., Решетников В. А. Профилирование эжектора с двухфазным рабочим телом на основе обратной задачи // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 481–483.
2. Лепешинский И. А., Антоновский И. В., Гузенко А. А., Зуев Ю. В., Заранкевич И. А., Решетников В. А. Смеситель с двухфазным рабочим телом // Статья в настоящем сборнике.

СМЕСИТЕЛЬ С ДВУХФАЗНЫМ РАБОЧИМ ТЕЛОМ*

**И. А. Лепешинский, В. А. Решетников, И. В. Антоновский,
А. А. Гузенко, Ю. В. Зуев, И. А. Заранкевич**

МАИ, Москва, Россия

В последнее время внимание исследователей привлекает использование пузырьковой структуры двухфазного потока для распыливания жидкостей [1]. Такой распыл высокоэффективен, хотя количество используемого газа существенно меньше, чем у пневматических форсунок. Эффективность распыла объясняется расширением пузырей при движении их в сопле за счет падения давления. При этом расширение пузырьков газовой фазы в воде дробит жидкость на мелкие капли. Особенностью таких смесителей является использование высокого давления порядка 100 атм. В данной работе рассматривается смеситель с добавлением газа в жидкость, однако его объемная концентрация много больше, чем при пузырьковом режиме. Будем называть такое устройство смесителем с двухфазным рабочим

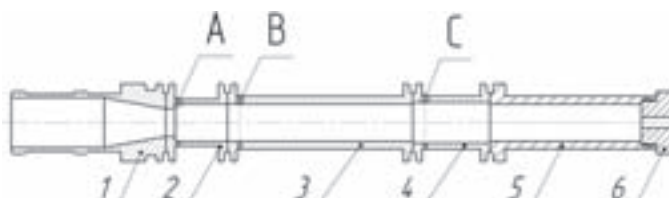


Рис. 1. Схема одноструйного смесителя (диаметр сопла 3,5 мм толщина стенки $\delta = 10$ мм)

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания.

телом. Используя понятие плотной упаковки, можно определить условную границу пузырькового режима по концентрации газовой фазы $\alpha_g = 0,523$.

Смеситель состоит из следующих конструктивных элементов, показанных на рис. 1. Канал с соплом 1 для подачи жидкости. Цилиндр 2 с отверстиями А в корпусе для подачи воздуха. Цилиндры 3 и 4 с отверстиями В и С для измерения давления. Цилиндр 5 с элементом 6 имеющего отверстие диаметром $d = 3,5$ мм для выхода газокapельной смеси.

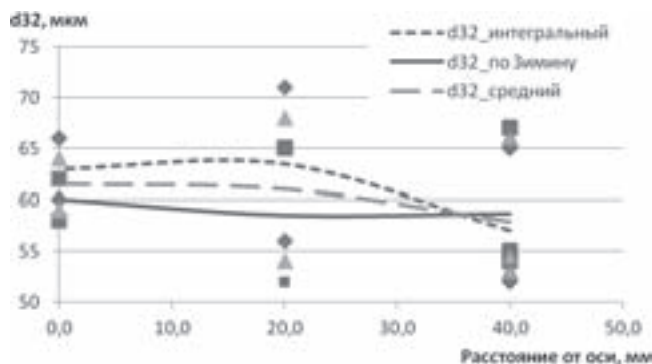


Рис. 2. Режим $G_{ж} = 200$ г/с, $G_{г} = 7,1$ г/с и $P_{ж} = 14,4$ атм

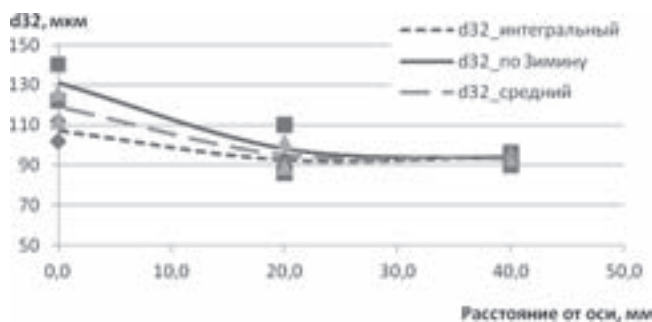


Рис. 3. Режим $G_{ж} = 131$ г/с, и $G_{г} = 3,9$ г/с и $P_{ж} = 8$ атм

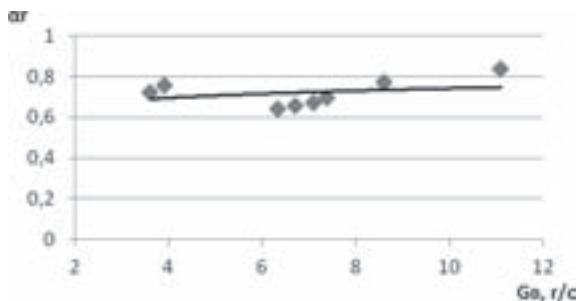


Рис. 4. Зависимость объемной концентрации газа от расхода воздуха на режиме $G_{ж} = 200$ г/с и $P_{ж} = 14,4$ атм

Исследовались два режима, отличающихся расходами жидкости $G_{ж}$ и газа $G_{г}$ и давлением подачи жидкости $P_{ж}$. При этом определялись значения критерия $\Pi_1 = G_{ж}/G_{г}$ и объемной концентрации газа α_g . С помощью лазерно-оптического

метода рассеяния по двум методикам [2, 3] определялись поля дисперсности средних размеров капель d_{32} в поперечном сечении, отстоящем на расстоянии 10 мм от среза сопла. Результаты измерения дисперсности на двух режимах показаны на рисунках 2 и 3.

Значения объемной концентрации газа α_T от расхода воздуха G_T , подаваемого в смесительную камеру, показаны на рис. 4. Из этой зависимости следует, что смесительное устройство работает на режиме, соответствующем газок капельной структуре, а не пузырьковой. Массовое соотношение сравниваемых режимов было одинаково. При этом с повышением давления дисперсность капель уменьшается.

Выявлено ряд полезных свойств такого смесителя. Давление воздуха, подаваемого в смеситель, практически равно давлению жидкости. Скорость двухфазной струи на расстоянии примерно 150 калибров начального диаметра увеличивается. Получаемый поток является сильно турбулизированным. Использование такого смесителя в камерах сгорания позволит улучшить характеристики двигателя как за счет организации процесса смесеобразования, так и улучшения характеристик насоса.

1. Lin J., Qian L. and Xiong H. Relationship Between Deposition Properties and Operating Parameters for Droplet on to Surface in the Atomization Impinging Spray // Powder Technology. — April 2009. — V. 191, No. 3. — P. 340–348.
2. Зимин Э. П., Кругерский А. М., Пожарнов В. А. Использование инвариантов малоуглового рассеяния света для диагностики дисперсной фазы газожидкостной смеси // Газотермодинамика многофазных потоков в энергоустановках. — ХАИ: Харьков, 1979. — Вып. 2. — С. 125–130.
3. Зуев Ю. В., Истомин Е. А., Лепешинский И. А., Решетников, Чабанов В. А. Лазерный измерительный комплекс диагностики дисперсности двухфазных потоков // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014, Алушта. — М.: МАИ, 2014. — С. 3–95.

О ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСЕ В КАНАЛАХ С НАНОНИТАМИ*

А. А. Марков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Газодинамические потоки в каналах с малыми геометрическими размерами либо с малыми объектами, проявляют особые свойства. Главным критерием «малости» размера является величина критерия Кнудсена [1] K_n , который равен отношению средней длины свободного пробега молекул газа между столкновениями λ к характерному пространственному масштабу потока L . В качестве примеров особых свойств течений, связанных с эффектами малости диаметра канала или разреженности газа, можно указать, на возникновение «слоя Кнудсена» вблизи стенок канала, «парадокс Кнудсена» (существование минимума массового расхода газа от числа Кнудсена), несовпадение направления вектора теплового потока с направлением, противоположным градиенту распределения температуры, «тепловое скольжение» вблизи поверхности канала [1–4]. Экспериментальные исследования конвективного и диффузионного переноса в нанотрубках [1–3] показали интенсификацию переноса, которую частично удастся объяснить [4] прямым моделированием движения ансамбля молекул методом молекулярной динамики (МД). Нанонити находят

*Работа была поддержана грантом РФФИ №14-08-00664.

многочисленные применения [5]. Известны технологии получения системы до 10^5 упорядоченных нанонитей диаметра порядка 10^{-7} м, длиной 1 м. Следует заметить, что длина свободного пробега молекул газа в слоях Кнудсена около поверхности нанонитей и в микроканалах превышает диаметр нитей и каналов. Числа Кнудсена достигают величин 10–70 [1–3]. На субмикронных масштабах условия скольжения в сочетании со скачками концентраций с учетом термодиффузии и скачка температуры газа на поверхности изолированной трубки либо в порах рассмотрены в [6].

В данной работе моделируется воздействие слоев Кнудсена на массо- и теплоперенос при течении газа в микроканалах и при обтекании ансамбля упорядоченных нанонитей в трубе. Условия скольжения в сочетании со скачками концентраций и температуры газа на поверхности изолированной трубки записываются в виде [6]. При обтекании нанонитей проводится усреднение эффекта скольжения около изолированной нити по ансамблю нитей. Уравнение движения газа записывается в форме

$$\frac{\partial \chi \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\chi \rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \text{Ma}^{-2} \nabla p = \text{Re}^{-1} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \bar{\mathbf{j}}_{\text{slip}}^{\text{macro}}.$$

Величины $\bar{\mathbf{j}}_{\text{slip}}^{\text{macro}} = A_u \mathbf{u}$ и $A_u = -8\pi n B_u L_0 r_0 \ln r_0$ описывают суммарный вклад скольжения в интенсификацию переноса массы $Q = 2\pi \int_0^1 u(t, x, r) \rho r dr$. Интенсивность усредненного по мезообъему эффекта скольжения зависит от интенсивности скольжения B_u на поверхности изолированной нанонити, ее длины и радиуса L_0, r_0 и числовой плотности n ансамбля нитей. Расчет проводится при заданном перепаде давления на входе и выходе из канала. Отметим формирование минимума расхода масса при увеличении числа Кнудсена в соответствии с парадоксом Кнудсена. На рисунках поток направлен сверху вниз.

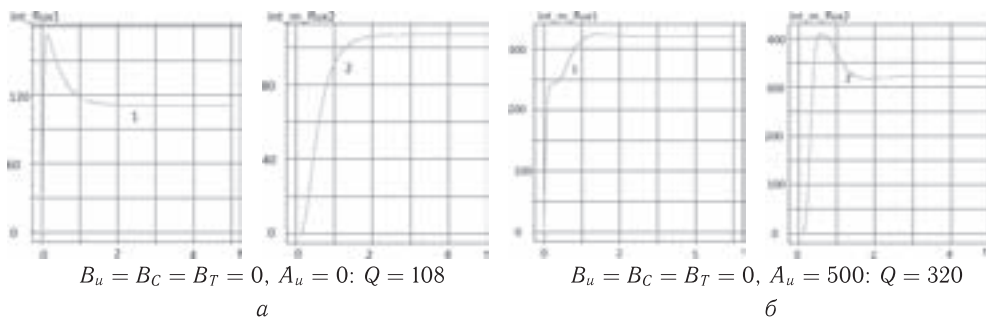


Рис. 1. Сравнение интегральных потоков массы через два контрольных сечения при различных интенсивностях скольжения

На рис. 1 показано изменение массового расхода при обтекании системы нанонитей. Приводятся зависимости интегрального потока массы Q в двух различных сечениях около входа и около выхода из канала. Стационарные величины Q в двух сечениях совпадают. При увеличении интенсивности скольжения отмечается рост величины интегрального массового расхода в стационарном режиме при обтекании ансамбля нанонитей от $Q = 108$ при $A_u = 0$ (рис. 1, а) до $Q = 320$ при $A_u = 500$ (рис. 1, б). Линии 1–6 относятся к точкам, расположенным на оси канала (рис. 2, а). На рис. 2 расчет поля скорости для изолированного микроканала при условиях скольжения, скачка температуры и концентрации пассивной примеси с параметрами интенсивности B_u, B_C, B_T . С ростом скачка температуры B_T формируется градиент температуры и давления в области около стенки канала.

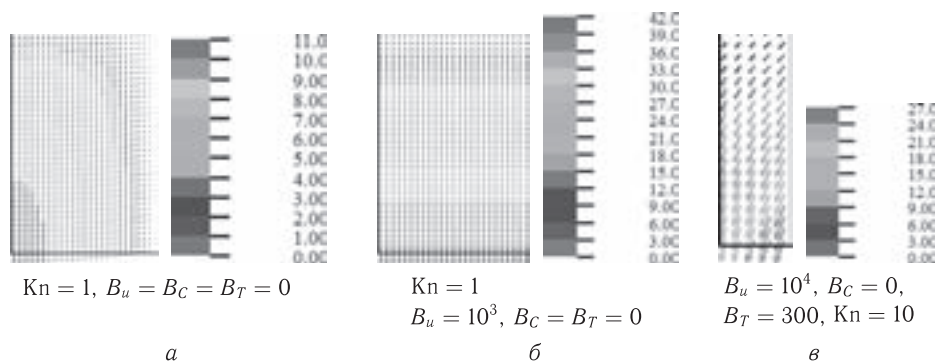


Рис. 2. Расчет поля скорости в микроканале при скольжении и скачке температуры и концентрации примеси, обусловленной термодиффузией [6]

Радиальный градиент давления разворачивает поток на некотором удалении от входного сечения канал (рис. 1, в) и приводит к немонотонной зависимости расхода массы от времени. Увеличение интенсивности скачка концентрации B_C приводит к снижению массового расхода.

1. Karnidakis G., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows. Fundamentals and Simulation. (Foreword by Chih-Ming Ho) Interdisciplinary Applied Math. 29. Springer Science+Business Media, Inc., 2005. — 817 p.
2. Jason K. Holt, et al. Fast Mass Transport Through Sub-2-Nanometer Carbon Nanotubes. 19 MAY 2006 VOL 312 SCIENCE. <http://www.sciencemag.org>.
3. Ajdari A. and Boequet L. Giant amplification of interfacially driven transport by hydrodynamic slip: diffusion-osmosis and beyond // Phys. Letters PRL 96, 186102 (2006) 12 May 2006.
4. Рудяк В.Я., Белкин А.А., Егоров В.В., Иванов Д.А. Моделирование течений в наноканалах методом молекулярной динамики // Наносистемы: физика, химия, математика. — 2011. — Т. 2(4). — С. 100–112.
5. Aktas, Ekin O. Ozgur, Hakan Deniz, Enes Korkut & Mehmet Bayindir Arrays of indefinitely long uniform nanowires and nanotubes // Nature Materials. — V. 10. — P. 494–501 (2011); doi:10.1038/nmat3038.
6. Марков А.А., Обосян М.А., Мартиросян К.С. Исследование синтеза ферритов за волной горения с применением моделей скольжения и скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы на поверхности пор твердой фазы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. — 2015. — V. 16(1). — <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-1/articles/506/>.

ТЕПЛОВОЕ И ВИДИМОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СИНТЕЗЕ СУЛЬФИДА ЦИНКА*

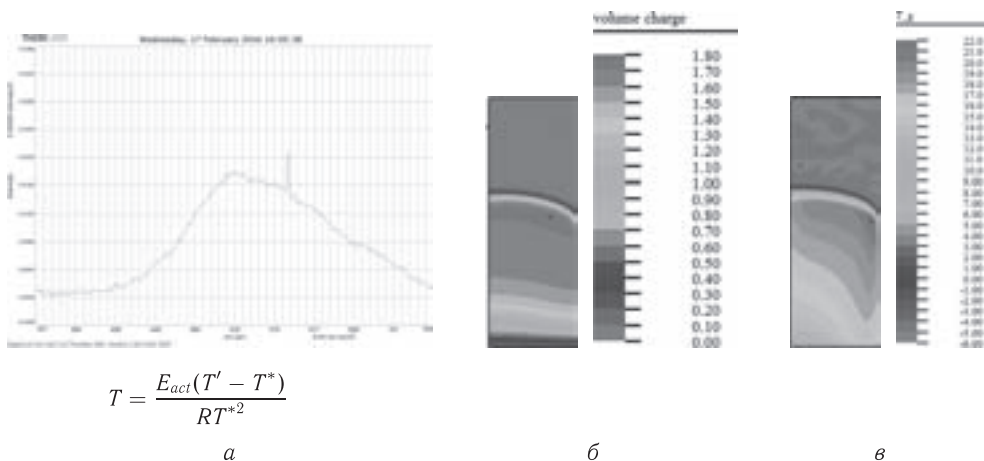
А. А. Марков¹, В. Ю. Баринов², Л. М. Умаров², И. А. Филимонов²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ИСМАН, Черноголовка, Московская обл., Россия

Синтезу материалов с уникальными и полезными свойствами в последнее время уделяется повышенное внимание не только со стороны собственно материаловедов или непосредственно связанных с ними научных сообществ, но, например, и

*Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках государственного задания на текущий год. Тема 44.2.

со стороны тех исследователей, которые занимаются изучением процессов горения [1–4]. В работе [5] показано, что большинство перспективных соединений, так называемых макс-фаз, открытых впервые в очень специфических условиях экспериментов на тонких пленках [6], могут быть синтезированы и в процессе горения осуществляемом в условиях сдвиговой деформации [7]. Сульфид цинка обладает полезными сегнетоэлектрическими свойствами, широко и повсеместно применяемым в качестве люминофора. Исследование спектральной плотности излучения такого сульфида [7], приготовленного по методике, [8] показало непрерывный, но очень неоднородный и слишком узкий спектр электролюминисценции с одним ярко выраженным максимумом в окрестности 600 нм. По-видимому, не имея других возможностей, в попытке исправить издержки технологии [8], опытным путем был разработан [7] способ легирования сульфида, который в сочетании с пассивацией в атмосфере обеспечивает однородную плотность его излучения в некотором диапазоне соответствующего оптического спектра.



$$T = \frac{E_{act}(T' - T^*)}{RT^{*2}}$$

а

б

в

Рис. 1. Спектр излучения, испускаемого фронтом волны синтеза сульфида цинка ($Zn/S = 1 : 1$), при горении на воздухе (н.у.) (а). Фронт волны горения распространяется снизу вверх. Расчет с учетом силы тяготения. Распределения в момент времени $t_1 = 0,48$: заряда (б), температуры газовой смеси (в). Распределения температуры приводится в переменных Франк–Каменецкого (ср. [9])

В настоящей работе поставлена и решена задача моделирования конвективно-радиационного теплопереноса во фронте синтеза сульфида цинка горением. При снятии спектра излучения от фронта синтеза сульфида цинка, мы учли опыт [7] и провели синтез в воздушной атмосфере, совместив стадии отжига и пассивации конечного продукта. В качестве базовой и основной модели процесса использована недавно разработанная авторами двухтемпературная модель [9], проведена ее существенная модификация, позволившая численно оценить вклад в конвективно-радиационный теплоперенос различных участков спектра излучения фронта (не только теплового, но и видимого диапазона), отвечающих спектрам исходных компонент, реагентов, а также промежуточных и конечных продуктов, получаемых в ходе синтеза горением. Расширение изучаемого диапазона излучения вызвано тем, что такие длины волн присутствуют в спектре излучения конечного продукта.

Полный радиационный поток

$$R_w = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2} \int_0^\infty y^3 \frac{1}{e^y - 1} dy = \sigma T^4$$

состоит из части, обусловленной невидимым диапазоном излучения из фронта синтеза сульфида цинка

$$R_{invisible}^{range} = \int_{\nu_{boundary}}^\infty r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2} \int_{y_{boundary}}^\infty y^3 \frac{1}{e^y - 1} dy$$

и части, обусловленной видимым диапазоном излучения из фронта синтеза ZnS

$$R_{visible}^{range} = R_w - R_{invisible}^{range} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2} \int_0^{y_{boundary}} y^3 \frac{1}{e^y - 1} dy.$$

Вклад конвективно-радиационного переноса проанализирован численно в достаточно широком диапазоне гидродинамических параметров и сделан вывод о преимущественном и наиболее заметном вкладе в теплоперенос во фронте синтеза излучения из ИК-части спектра свечения фронта ($\infty > \lambda > 744$ нм), тогда как тепловым вкладом от люминесценции из видимой части спектра сульфида цинка ($400 \text{ нм} < \lambda < 744 \text{ нм}$, рис. 1) в виду его малости ($< 0,1\%$) можно пренебречь в пределах погрешности температурных измерений (15–20%). Вклад невидимого диапазона излучения из фронта синтеза в полный радиационный поток превышает 99,9%. Полученные выводы численных расчетов подтверждены экспериментально.

1. Igor A. Filimonov and Alexander V. Poletaev. To synthesis of materials by combustion: CCSO and CSS data now available // Current Opinion in Chemical Engineering. — 2016. — V. 11. — P. 42–45.
2. Markov A.A., Filimonov I.A., and Martirosyan K.S. Simulation of front motion in a reacting condensed Two phase mixture // J. Comput. Phys. — 2012. — V. 231, No. 20. — P. 6714–6724.
3. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980. — 478 с.
4. Рогачев А.С., Мукасян А.С. Горение для синтеза материалов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 398 с.
5. Галышев С.Н. Структуризация, формование и применение материалов, полученных в условиях горения и пластической деформации: Дисс. к.т.н., Черноголовка, 2014 г.
6. Eclund P., Beckers M., Jansson U., Hogberg H., Hultman L. // Thin Solid Films. — 2010. — V. 518. — P. 1851–1878.
7. Бачеригов Ю.Ю., Кицюк Н.В. Люминофоры на основе легированного сульфида цинка с одинаковой спектральной плотностью излучения в диапазоне от 500 до 700 нм // ЖТФ. — 2005. — Т. 75, вып. 5.
8. Верещагин, И.К., Ковалев, Б.А. Косяченко, Л.А., и др. Электролюминесцентные источники света / Ред. И.К. Верещагин. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 168 с.
9. Марков А.А., Филимонов И.А., Мартиросян К.С. Модели взаимного влияния микро и макромасштабов в синтезе нано порошков сложных оксидов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, август 20–24, 2015. — С. 2468–2470.

ФОРМИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО СТРУЙНОГО ТЕЧЕНИЯ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПРИ ИНЖЕКЦИИ НЕРАСТВОРИМОГО В ВОДЕ ГАЗА

В. П. Махров, А. И. Юрьев

МАИ, Москва, Россия

В работе рассматриваются условия формирования в воде струйного течения с управляемыми свободными границами — в форме каверны при инжекции за тело нерастворимого в воде газа. В математической постановке подобное течение формируется с использованием внешних по отношению к течению гидродинамических особенностей в виде одиночных или системы кольцевых вихрей, моделирующих в практическом аспекте, например, кольцевой насадок с соответствующим профилем. В материалах выполненной работы представлено решение задачи по исследованию рассматриваемого течения на основе метода численного решения уравнений Навье–Стокса (осредненных по Рейнольдсу) и переноса энергии в среде программного комплекса Flow Vision (FV). Использование данного комплекса, обеспечивающего возможность автоматической генерации расчетной сетки в «узких» местах позволило определить параметры исследуемой двумерной поверхности формируемого течения при граничном условии $V = \text{const}$ на свободной границе. Результаты численного моделирования различных условий инжекции газа и взаимного размещения обтекаемого тела и внешней кольцевой особенности показали, что, например, изменением гидродинамических характеристик кольцевого насадка и варьированием величины давления инжектируемого газа можно получать управляемые замкнутые каверны, соответствующие течениям Лайтхилла–Шушпанова для условий горизонтального потока [1]. Выполненные в работе расчеты проиллюстрированы полученными картинками исследуемых течений при заданных начальных параметрах: геометрии тела и насадка, их взаимного размещения в потоке; скорости потока и давления инжектируемого газа.

1. *Махров В. П.* Гидродинамика кавитационных течений, формируемых внешними гидродинамическими особенностями. — М.: Изд-во МАИ, 2011. — 160 с.

МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ $k-\varepsilon-V_n$ ДЛЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СВОБОДНЫХ И ПРИСТЕНОЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ

А. М. Молчанов, Л. В. Быков, Д. С. Янышев

МАИ, Москва, Россия

Турбулентный режим течения достаточно часто является преобладающим во многих теплотехнических системах. Правильное определение турбулентных характеристик в потоке является основополагающим при расчете протекания процессов теплообмена. Как правило, расчет турбулентных течений осуществляется одним из самых распространенных методов — применением осредненных уравнений Рейнольдса (Фавра) совместно с моделью турбулентности. Все существующие модели турбулентности имеют определенные ограничения в применимости. Одни из них лучше описывают струйные течения, другие — течения вблизи стенок.

В данной работе предложена модернизированная версия модели турбулентности $k-\varepsilon-V_n$, разработанной ранее авторами [1] для расчета струйных течений.

Модель имеет следующие отличительные особенности:

1. Модель относится к классу моделей вихревой вязкости.
 2. Вихревая вязкость пропорциональна турбулентному масштабу времени и масштабу турбулентных пульсаций, поперечным линиям тока. При этом масштаб турбулентных пульсаций описывается отдельным уравнением переноса. Такой подход более корректен математически, чем формулы для вихревой вязкости, используемые в стандартных моделях $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ [2].

3. Для определения временного масштаба пульсаций использован параметр диссипации турбулентной энергии. В модели $k-\varepsilon-V_n$ [1] в качестве такого параметра применялась скалярная диссипация турбулентной энергии ε .

Уравнение для ε в своей классической формулировке [3] дает хорошие результаты в области свободной турбулентности, но не позволяет корректно моделировать течение вблизи стенки. Этого недостатка лишен подход, использующий в качестве параметра, характеризующего диссипацию, скорость диссипации вихрей ω . Однако, такой подход имеет свой недостаток — сильную зависимость получаемых результатов от параметров турбулентности вне пограничного слоя, что сужает применимость моделей группы $k-\omega$.

В данной работе применен подход впервые предложенный Ф. Р. Ментером [4], в котором для областей вблизи стенки применяется уравнение для ω , а для внешнего потока — уравнение для ε . Переключение осуществляется с помощью специальных стыковочных функций, подобранных эмпирически.

4. Уравнение для ω имеет недостаток, связанный с определением граничных условий на стенке. В данной работе уравнение для ω заменено на уравнение для переменной g , определяемой следующим образом:

$$g^2 = 1/(\beta^* \omega), \quad g^2 = k/\varepsilon.$$

Граничные условия для g получаются естественным образом (на стенке характерное время турбулентных пульсаций стремится к нулю, следовательно, на стенке $g = 0$). Такой подход был впервые предложен в работе [5].

5. Для учета влияния сжимаемости на турбулентные характеристики применены функции, разработанные авторами ранее [1].

Математическое выражение для описанной модели турбулентности выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho K) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k K) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_k} \right] + P^* - \frac{\rho K}{g^2}; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho g) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k g) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_g} \right) \frac{\partial g}{\partial x_k} \right] - \frac{\alpha}{2} \frac{g}{K} P^* + \frac{\beta \rho}{2\beta^* g} - \\ &- \frac{3}{g} \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_g} \right) \frac{\partial g}{\partial x_k} \frac{\partial g}{\partial x_k} + \frac{(1-F_1)}{K} \cdot \left\{ \frac{2\mu_T}{\sigma_g} \frac{\partial K}{\partial x_k} \frac{\partial g}{\partial x_k} + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu_T \left(\frac{1}{\sigma_K} - \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial K}{\partial x_k} \right] \right\}; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{V_n'^2}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \overline{V_n'^2}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial \overline{V_n'^2}}{\partial x_k} \right] + \frac{2}{3} C_{PI} C_2 P - \left[C_1 \frac{\overline{V_n'^2}}{K} + \frac{2}{3} (1 - C_1) \right] \frac{\rho K}{g^2}; \\ \mu_T &= \min \left(C_{DP} \overline{V_n'^2} g^2; \frac{\rho a_1 K}{S F_2} \right), \end{aligned}$$

где $a_1 = 0,31$, а стыковочные функции определяются по аналогии с [4].

Функции C_{PI} и C_{P2} представляют собой зависимости от турбулентного числа Маха M_T [1] и здесь не приводятся.

С помощью модели были рассчитаны турбулентные характеристики свободных и пристеночных течений. Результаты сравнивались с экспериментальными данными [6, 7], а также с расчетными результатами, полученными с использованием модели SST.

Результаты расчета для свободных течений представлены на рис. 1.

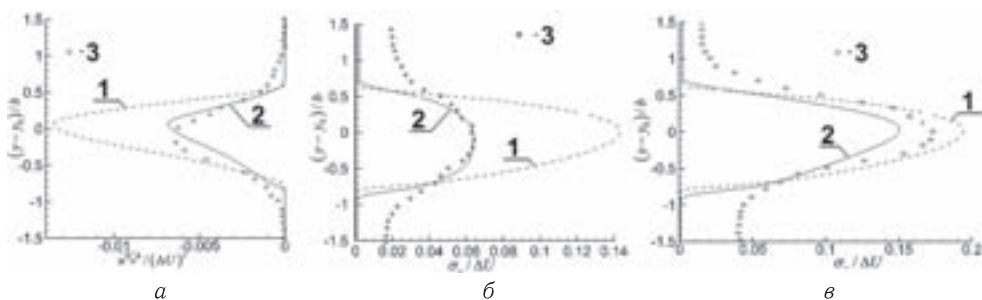


Рис. 1. Поперечные безразмерные профили основных компонент тензора напряжений Рейнольдса для плоского смешения двух параллельных потоков: а — напряжения трения; б — поперечные пульсации; в — продольные пульсации. 1 — расчет с использованием модели SST; 2 — расчет с использованием представленной модели; 3 — эксперимент (режим 4) [6]. Диапазон чисел Маха в экспериментах: для первого потока — $M_1 = 2,01-2,35$, для второго потока — $M_2 = 0,27-1,39$

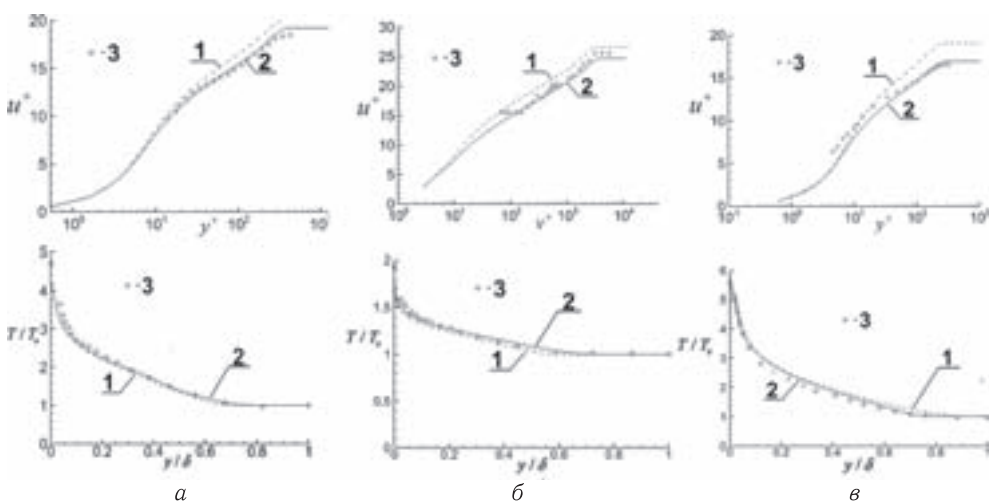


Рис. 2. Поперечные профили $U^+(y^+)$ и температуры: 1 — расчет с использованием модели SST; 2 — расчет с использованием представленной модели; 3 — эксперимент [7]

Результаты расчетов пристеночных течений сжимаемого газа для трех различных режимов представлены на рис. 2. Основные параметры потоков для данных режимов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры потоков

Режим	а	б	в
Число Маха набегающего потока, M_e	4,544	2,244	5,29
Отношение температуры стенки к температуре восстановления, T_w/T_r	1,0	1,0	0,92

1. Bykov L. V., Molchanov A. M. Three-Equation K-epsilon-Vn Turbulence Model for High-Speed Flows // AIAA Paper 2013-3181. — 2013. — 30 p.
2. Durbin P. A. Near-wall turbulence closure modeling without «damping functions» // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. — 1991. — V. 3, Issue 1. — P. 1–13.
3. Wilcox David C. Turbulence modeling for CFD. — La Canada, CA: DCW industries, 1998.
4. Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA J. — V. 32, No. 8.
5. Kalitzin G., Gould A. R. B., Benton J. J. Application of two-equation turbulence models in aircraft design // AIAA Paper 96-0327. — 14 p.
6. Goebel S. G., Dutton J. C. Experimental study of compressible turbulent mixing layers // AIAA Journal. — 1991. — V. 29, No. 4. — P. 538–546.
7. Fernholz H. H. and Finley P. J. A Critical Compilation of Compressible Turbulent Boundary Layer Data // AGARDograph No. 223, 1977.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ И НЕРАВНОВЕСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ

А. М. Молчанов, Л. В. Быков, Д. С. Янышев

МАИ, Москва, Россия

Газовые смеси, характеризующиеся неравновесным возбуждением колебательных степеней свободы молекул, широко используются в различных областях науки и техники. В таких течениях проявляется ярко выраженное отклонение от равновесия между колебательными и поступательно-вращательными степенями свободы. Во многих случаях, радиационные процессы имеют существенное влияние на энергетический баланс таких систем.

Математическая модель течения химически и термически неравновесной газовой смеси включает в себя систему уравнений Навье–Стокса, полной энергии, колебательной энергии для каждой колебательной моды, сохранения массы химических компонентов. Сделанные допущения: 1) вращательные энергетические моды находятся в равновесии с поступательными, и определяются единой поступательно-вращательной температурой; 2) энергия возбужденных электронных состояний молекул пренебрежимо мала по сравнению остальными энергетическими модами; 3) потери тепла на излучение в уравнении энергии обусловлены дезактивацией колебательных мод; 4) энергетические переходы электронов и ионов не учитываются.

Изменение колебательной энергии описывается по модели гармонического осциллятора. Для расчета турбулентных потоков основных величин использована трехпараметрическая $K-\varepsilon-V_n$ -модель турбулентности [1], а для расчета скоростей образования компонентов использовались системы реакций из работ [2, 3].

В расчетах учитывались тридцать пять энергетических переходов, приведенных в различных источниках (напр. [4]), учитывающие $V-T$ -переходы, внутримолекулярные $V-V$ - и межмолекулярные $V-V'$ -процессы.

Уравнение переноса излучения (УПИ) для каждого излучающего газа при отсутствии рассеяния имеет вид:

$$\frac{dI_\eta}{ds} = \kappa_\eta N(B_\eta^{ne} - I_\eta), \quad (1)$$

где N — число частиц излучающего компонента в единице объема, $[1/\text{см}^3]$; η — волновое число, $[1/\text{см}]$; I_η — спектральная энергетическая яркость, $[\text{Вт}/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{см}^{-1})]$; κ_η — спектральный коэффициент поглощения, $[\text{см}^2]$.

В отличие от равновесного излучения, в УПИ входит не яркость излучения абсолютно черного тела, а функция Планка для термически неравновесного излучения. Быстрый энергообмен в резонансных переходах внутри одной энергетической моды создает квазистационарное распределение Больцмана по соответствующим колебательным и вращательным температурам. Для представления колебательных и вращательных энергий использованы формулы Герцберга [5].

Для решения УПИ применен метод k -распределения [6], который строго справедлив для термически равновесного газа. В термически неравновесном газе эти свойства зависят от нескольких температур, что потребовало создания базы данных для каждого компонента, в которой зависимость коэффициента поглощения $k(g)$ получена для различных значений волновых чисел, температур всех мод и парциальных давлений газовых компонентов.

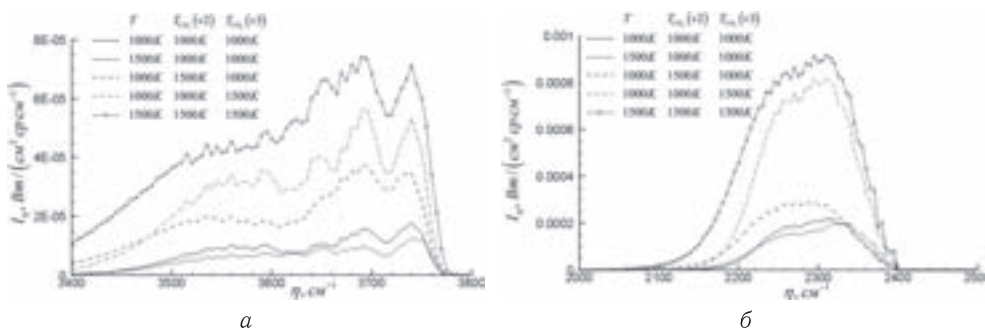


Рис. 1. Спектральная энергетическая яркость слоя CO_2 толщиной 5 м при давлении 10^2 Па при различных соотношениях температур: a — диапазон $3400\text{--}3800\text{ см}^{-1}$; b — диапазон $2000\text{--}2500\text{ см}^{-1}$

Для тестирования описанной выше методики проведено сопоставление расчетов характеристик неравновесного излучения с экспериментальными данными и модельными результатами других авторов. На рисунках 1 и 2 приведены результаты расчета влияния температур различных энергетических мод CO_2 на интенсивность излучения.

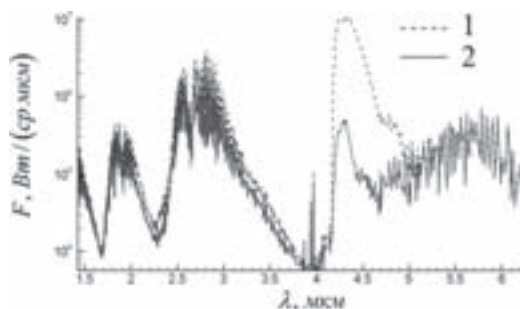


Рис. 2. Спектральная интенсивность излучения на высоте 110 км на длине факела 2 км: 1 — расчет равновесного излучения с использованием поступательной температуры; 2 — расчет неравновесного излучения

Анализ результатов показывает, что увеличение поступательной температуры практически не влияет на интенсивность излучения. Расчет, выполненный с использованием равновесной температуры, равной 1500 К завышает величину излучения по сравнению неравновесными расчетами.

Для анализа влияния параметров внешнего потока на неравновесное излучение выполнен расчет сверхзвуковой струи горячих продуктов сгорания, истекающей из сопла с параметрами на срезе, представленными в работе [4].

Выявлено, что расхождение результатов расчета излучения по неравновесной и равновесной методике, проведенное для сверхзвуковых струй на больших высотах проявляется еще более сильно. Так, результаты расчетов интенсивности излучения на высоте 110 км (рис. 2) в диапазоне 4,3 мкм (линии $\text{CO}_2(v_3)$) отличаются более чем на порядок.

1. *Molchanov A. M. and Bykov L. V.* Three-Equation K-e-Vn Turbulence Model for High-Speed Flows // AIAA Paper 2013-3181. — 2013. — 30 p.
2. *Connaire M. O., Curran H. J., Simmie J. M., Pitz W. J., Westbrook C. K.* A Comprehensive Modeling Study of Hydrogen Oxidation // International Journal of Chemical Kinetics. — 2004. — V. 36. — P. 603–622.
3. *Molchanov A. M.* Numerical Simulation of Supersonic Chemically Reacting Turbulent Jets // AIAA Paper 2011-3211. — 2011. — 37 p.
4. *Vitkin E. I., Karelin V. G., Kirillov A. A. et.al.* Physico-Mathematical Model of Rocket Exhaust Plumes // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1997. — V. 40, No. 5. — P. 1227–1241.
5. *Герцберг Г.* Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1949. — 648 с.
6. *Молчанов А. М., Никитин П. В.* Узкополосная база данных для расчета излучения продуктов сгорания с использованием k -распределения // Тепловые процессы в технике. — 2014. — Т. 6, № 10. — С. 448–455.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОЙ КОНДЕНСАЦИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ ВЯЗКОГО ГАЗА*

У. Г. Пирумов, В. Ю. Гидаспов, И. Э. Иванов, И. А. Крюков

МАИ, Россия, Москва

При высокоскоростном течении смеси газов в соплах и струях ряда технологических и энергетических установок протекает гомогенной конденсации компонент [1]. В работе рассматриваются процессы образования кластеров металлов в струях твердотопливных двигателей [2, 3]; влияние кластеров оксидов металлов на характеристики перспективных энергетических установок, использующих высокотемпературное горение и детонацию металлизированных топлив [4]; процессы образования наночастиц металлов и инертных газов в струях, истекающих из микросопел. Для моделирования рассматриваемых течений используются уравнения Навье–Стокса, дополненные уравнениями для определения функции распределения кластеров по размерам, а также моделями термодинамики и кинетики конденсации.

Для моделирования течения вязкого газа используется система двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса, записанная в дивергентной форме в декартовой или цилиндрической системе координат и дополненная уравнениями состояния идеального газа и граничными условиями на границах расчетной об-

*Работа выполнена при частичной поддержке Госзадания КП №721 и РФФИ (проекты 14-08-01147, 16-01-00444).

ласти. Члены, описывающие конвективный перенос в данной системе, аппроксимируются с помощью модифицированной схемы Годунова высокого порядка точности, члены, описывающие диффузионный (вязкий) перенос аппроксимируют по схеме контрольного объема [5]. Продвижение расчета по времени производится с помощью метода Рунге–Кутты второго или третьего порядка. Уравнение энергии записывается с учетом теплового эффекта кластерообразования.

Течения в соплах и струях моделируются в широком диапазоне размеров и параметров на входе в сопло. Для больших двигателей (маршевых двигателей первых и вторых ступеней ракетных носителей) характерны режимы течения с высокими числами Рейнольдса (турбулентные режимы течения). Для сопел малой тяги, используемых в системах ориентации космических аппаратов и для разгонных блоков характерны ламинарные и переходные режимы течения. В микро соплах технологических установок и систем управления микро, нано спутников реализуются ламинарные режимы течения. Моделирование турбулентности производится в раках использования RANS-подхода с двухпараметрическими моделями турбулентности. В набор используемых моделей турбулентности входят модифицированные дифференциальные двухпараметрические модели: $k-\varepsilon$, $k-\omega$ [5]. Модификации моделей турбулентности направлены на учет сжимаемости, неравновесности и производной давления вдоль стенки.

Геометрическая степень расширения микросопел может достигать порядка 1000, поэтому при безотрывном течении в микросопле (истечение газа в вакуум) степень расширения газа в сопле и вакуумной струе, а также степень охлаждения газа тоже очень высокая. Поэтому в данной работе температурная зависимость коэффициента вязкого переноса μ описывается модифицированной формулой Сазерленда [6], учитывающей диапазон низких температур. Возможные эффекты разреженности вблизи твердых поверхностей учитывались с помощью граничных условий скольжения скорости и скачка температуры на стенке [7] первого порядка.

Процесс кластеризации описывается квазихимической кинетической моделью, в рамках которой предполагается, что концентрация мономеров много больше, чем димеров, тримеров и т. д. При выполнении данного условия в кинетическом механизме, определяющем ход всего процесса конденсации, преобладают реакции взаимодействия мономера с i -мером с образованием $(i + 1)$ -мера, а также реакции при наличии инертной частицы, в качестве которой может выступать мономер или любая неконденсирующаяся молекула. Все реакции считаются обратимыми. Функция распределения кластеров по размерам может быть найдена в результате совместного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений бесконечной размерности и линейных алгебраических уравнений материального баланса. Использование уравнений бесконечной размерности в практических вычислениях невозможно, поэтому используются системы конечной размерности N , которое выбирается таким, что при его увеличении результаты заметно не меняются (в реальных расчетах N может равняться нескольким миллионам). В результате численного моделирования определяется функция распределения кластеров по размерам в различных пространственных точках, а также макропараметры, которые получаются как результат «обработки» функции распределения, такие как средний размер кластеров, молекулярный вес газовой смеси, максимальная величина пере-сыщения, положение скачка конденсации и т. д.

В работе приводятся результаты численного моделирования рассматриваемых задач. В частности показано, что в струях двигателей ориентации и стабилизации образуются кластеры свинца со средним размером порядка 10000 молекул, которые

могут достигать поверхности космического аппарата. В вакуумных струях микросопел, используемых для получения кластеров аргона, при высоких давлениях торможения, может происходить несколько скачков конденсации (волна конденсации), при этом средний размер кластеров на момент заморозки функции распределения может превосходить миллион молекул.

1. Горбунов В. Н., Пирумов У. Г., Рыжов Ю. А. Неравновесная конденсация в высокоскоростных потоках газа. — М.: Машиностроение, 1984. — 200 с.
2. Гидаспов В. Ю., Пирумов У. Г. Математическое моделирование процессов образования наночастиц в высокоскоростных потоках // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСППС'2013). — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 61–64.
3. Гидаспов В. Ю., Пирумов У. Г. Численное моделирование образования кластеров аргона в сопле // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 73–76.
4. Гидаспов В. Ю., Пирумов У. Г. Исследование влияния процесса образования мелкодисперсного окисла на параметры волн детонации и горения в металлогазовых смесях // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСППС'2015). — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 54–55.
5. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 103–121.
6. Дубов Д. Ю. Сборник докладов Всероссийской конференции // Современные проблемы динамики разреженных газов. — Новосибирск, 2013. — С. 85–87.
7. Roy S., Raju R., Chuang H.F., Cruden B.A., Meeyappan M. // Journal of Applied Physics. — 2003. — V. 93, No. 8. — P. 4870–4879.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ АНТЕНН ДЛЯ ГЕЛИКОННОГО ИСТОЧНИКА ПЛАЗМЫ ПРИ ИОНИЗАЦИИ ПАРОВ ТВЕРДОФАЗНЫХ ВЕЩЕСТВ

Т. Н. Полозова, П. А. Фролко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

С момента введения термина «геликон» интерес научного сообщества к данному явлению только возрастал. В настоящее время международными исследовательскими группами проведен ряд масштабных изысканий в данном направлении физики плазмы [1–3]. Эти исследования показали [4, 5], что установки на основе геликонного разряда [6–8] рассматриваются весьма привлекательными в качестве высокоэффективных источников плотной плазмы из-за большого ресурса эксплуатации.

Применение геликонных источников в технологии осаждения пленок позволит существенно снизить стоимость обслуживания оборудования, ввиду отсутствия его эрозии. Но необходимо определить качественную составляющую рассматриваемой технологии получения ионов осаждаемых веществ.

В данной работе приведены результаты исследования эмпирической зависимости параметров плазмы (степень ионизации, плотность плазмы, температура) от входных параметров (мощность, частота тока, магнитная индукция) с использованием ряда азимутально-асимметричных антенн (рис. 1) для геликонного источника плазмы при ионизации паров вольфрама (W), молибдена (Mo) и титана (Ti) [9–11].

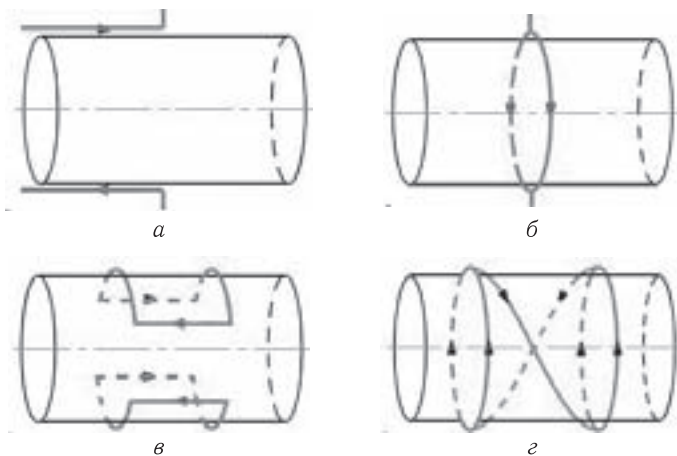


Рис. 1. Конфигурации антенн геликонных источников: *а* — двойная ветвь (Double-leg); *б* — двойная полупетля (Double half-turn); *в* — двойное седло (Double-saddle); *г* — спиральная (Helical)

На основе полученных данных определены параметры наиболее эффективной антенны с точки зрения плотности генерируемой плазмы.

1. *Chen F. F.* Helicon plasma sources. — Los Angeles: University of California, 1994. — 69 p.
2. *Кузенов В. В., Рыжков С. В., Фролко П. А., Шумаев В. В.* Математическая модель импульсного плазменного двигателя с преионизацией геликонным разрядом // Труды МАИ. — 2015. — №82. — http://www.mai.ru/upload/iblock/24a/kuzenov-ryzhkov-shumae-v-frolko_rus.pdf (дата обращения 27.01.16).
3. *Кузенов В. В., Рыжков С. В.* Отдельные элементы физико-математической модели геликонного разряда // Прикладная физика. — 2015. — №2. — С. 37–44.
4. *Kuzenov V. V., Polozova T. N., Ryzhkov S. V.* Numerical simulation of pulsed plasma thruster with a preionization helicon discharge // Problems of Atomic Science and Technology. — 2015. — V. 98, No. 4. — P. 49–52.
5. *Kuzenov V. V., Frolko P. A.* Approximated Model of the Coaxial Pulsed Plasma Thruster // 5th International Workshop on Computer Science and Engineering: Information Processing and Control Engineering, WCSE 2015-IPCE. — P. 48–53.
6. *Кузенов В. В.* Разработка оценочной физико-математической модели ВЧ-разряда геликонного типа // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2014. — Т. 15, вып. 6. — <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-6/articles/258/>.
7. *Фролко П. А.* Одномерные математические модели в задачах магнитно-инерциального синтеза // Электронный журнал: Молодежный научно-технический вестник. — 2015. — #03. — <http://sntbul.bmstu.ru/doc/770605.html>.
8. *Полозова Т. Н.* Исследование разряда геликонного типа для применения в машиностроении, медицине и материаловедении // Молодежный научно-технический вестник. — 2015. — #10. — <http://sntbul.bmstu.ru/doc/815572.html>.
9. *Shamrai K. P., Virko V. F., Kirichenko G. S.* Modeling helicon antenna coupling to a short dense-plasma column // 43rd Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics, Long Beach, California. 2001. BM1.009.
10. *Кралькина Е. А.* Индуктивный высокочастотный разряд низкого давления и возможности оптимизации источников плазмы на его основе // Успехи физических наук. — 2008. — Т. 178, №5. — С. 519–540.
11. *Вирко В. Ф., Шамрай К. П., Кириченко Г. С., Вирко Ю. В.* Повышение эффективности геликонного разряда в сходящемся магнитном поле // Problems of Atomic Science and Technology. — 2003. — No. 4. — P. 241–246.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО К МОДЕЛИРОВАНИЮ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ ПРИ ОБТЕКАНИИ Тел СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ПОТОКАМИ*

Д. Л. Ревизников, А. В. Способин

МАИ, Москва, Россия

Доклад посвящен вопросам численного моделирования столкновений в потоках газа с примесью твердых частиц полидисперсного состава. В предыдущих работах было показано, что столкновительное взаимодействие между частицами является одним из важнейших факторов с точки зрения воздействия гетерогенного потока на обтекаемое тело [1, 2]. Экранирующий эффект, создаваемый отраженными от преграды частицами, существенно снижает плотность потоков импульса и энергии дисперсной фазы к поверхности преграды. С целью учета этого фактора авторами был разработан полномасштабный вариант дискретно-элементного метода, который предполагает решение уравнений движения каждой из моделирующих частиц и определение параметров взаимодействия частиц исходя из аппроксимации траекторий движения [3]. При этом формируется единая очередь потенциально возможных событий, включающая парные столкновения частиц и соударения частиц с обтекаемой поверхностью. События в очереди моделируются в хронологическом порядке, начиная с самого раннего. По мере реализации событий производится обновление очереди. Расчет параметров пары частиц после столкновения, а также характеристик частицы после отражения от поверхности преграды, осуществляется согласно модели твердых сфер, учитывающей неабсолютно упругий характер соударения и возможность закрутки частиц в процессе взаимодействия [4, 5]. Таким образом, осуществляется прямое численное моделирование динамики столкновительной примеси. Применение разработанных алгоритмов позволяет в подробностях проследить картину трехмерного движения, теплообмена и столкновительного взаимодействия ансамбля частиц в пылевом облаке. Такой подход требует значительных вычислительных затрат, но позволяет учитывать все возможные соударения между частицами в потоке и соударения частиц с преградой. В этом смысле он является точным, что позволяет использовать его в качестве эталона для тестирования более экономичных статистических методов.

Наряду с точным, но вычислительно затратным, методом прямого численного моделирования динамики дисперсной примеси, авторами реализованы более экономичные статистические методы, аналогичные методам динамики разреженных газов [6, 7]. Применительно к случаю монодисперсной примеси было показано, что применение метода Монте-Карло позволяет достаточно точно описывать интегральные параметры воздействия частиц на обтекаемое тело [8]. В настоящей работе проведено развитие этого подхода на случай полидисперсной примеси.

В проведенных вычислительных экспериментах анализировались параметры воздействия дисперсной фазы на обтекаемую поверхность (интенсивность соударений, плотности потока импульса и энергии от дисперсной фазы к поверхности), полученные с помощью метода Монте-Карло и прямого численного моделирования столкновительного взаимодействия между частицами. Как и для монодисперсной примеси, в случае не абсолютно упругого взаимодействия между частицами при использовании методов статистического моделирования существенную роль играет алгоритм выбора вектора взаимного расположения частиц в момент столкновения.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-08-06262а).

Наилучшее согласование с результатами точного моделирования дает вариант с пропорциональным распределением проекции вектора, соединяющего центры масс частиц в момент столкновения, на плоскость, ортогональную вектору относительной скорости. Использование других вариантов может приводить к меньшим потерям кинетической энергии частиц в результате неупругих столкновений и недооценке экранирующего эффекта, возникающего, вследствие взаимодействия набегающих и отраженных от преграды частиц.

В целом применение метода Монте-Карло в задаче обтекания тел сверхзвуковыми полидисперсными потоками гетерогенным потоком позволяет достаточно точно рассчитывать интегральные показатели воздействия примеси на обтекаемую поверхность, такие, как плотность потока энергии частиц к преграде.

1. Ревизников Д. Л., Способин А. В. Расчет обтекания тел сверхзвуковым потоком с примесью частиц полидисперсного состава // Вестник Московского авиационного института. — 2013. — Т. 20, № 3. — С. 205–211.
2. Ershova T. V., Mikhatulina D. S., Reviznikov D. L., Spasobin A. V., Vinnikov V. V. Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer between Heterogeneous Flow and an Obstacle // Computational Thermal Sciences. — 2011. — V. 3, No. 1. — P. 15–30.
3. Ревизников Д. Л., Способин А. В. Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы при обтекании тела запыленным потоком // Электронный журнал «Труды МАИ». — 2007. — № 26. — 13 с.
4. Crowe C. T., Schwarzkopf J. D., Sommerfeld M., and Tsuji Y. Multiphase Flows with Droplets and Particles. — 2nd ed. — New York: CRC Press, 2011.
5. Вараксин А. Ю. Столкновения в потоках газа с твердыми частицами. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
6. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. — Oxford: Clarendon Press, 1994.
7. Volkov A. N., Tsirkunov Yu. M. CFD / Monte Carlo simulation of collision-dominated gas-particle flows over bodies // Proceedings of ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting, Montreal, Quebec, Canada, July 14–18, 2002.
8. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Применение точного и статистического подходов к численному моделированию динамики частиц примеси в гетерогенных потоках // Вестник московского авиационного института. — 2010. — Т. 17, № 6. — С. 13–19.

ДИНАМИКА ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА

В. С. Суров, Е. Н. Степаненко

ЮУрГУ (НИУ), Челябинск, Россия

Для математического описания движения газа со взвешенными в нем твердыми химически инертными частицами используются различные подходы. В одном пренебрегается объемом, занимаемым частицами [1, 2], в другом он учитывается [3]. Отметим, что в последнем случае традиционные модели запыленных газов не являются гиперболическими (см. [3]).

В данной работе исследуется течение Прандтля–Майера, а также задача об отражении ударной волны от клина в запыленном газе, в которой для анализа используются односкоростная обобщенно-равновесная модель (ОРМ) [4], а также многоскоростная модель смеси с газодинамическим ядром из [5]. В последней модели введено такое состояние среды как смесь в целом, характеризующее осредненными значениями определяющих параметров, что дает возможность, в отличие

от ряда других моделей, корректно описать акустические явления в туманных средах [6]. Заметим, что используемые в работе уравнения моделей смеси, учитывающие собственный объем частиц, относятся к гиперболическому типу.

Система двумерных уравнений ОРМ в декартовой координатной системе, описывающая течение запыленного газа, имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{H}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= (\rho, \rho u, \rho v, \rho e, \alpha_s, \alpha_s u, \alpha_s v)', \\ \mathbf{F} &= [\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, \rho u(e + p/\rho), \alpha_s u, \alpha_s(u^2 + p/\rho_s^0), \alpha_s uv]', \\ \mathbf{G} &= [\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, \rho v(e + p/\rho), \alpha_s v, \alpha_s uv, \alpha_s(v^2 + p/\rho_s^0)]', \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\rho_s^0}(0, 0, 0, 0, 0, f_x, f_y)'. \end{aligned}$$

Здесь f_x и f_y — плотности сил межфракционного взаимодействия (см. [4]), которые заранее неизвестны и определяются в процессе интегрирования системы (1). Индексом s отмечена несжимаемая фракция, штрихом обозначен оператор транспонирования.

В случае использования модели со скоростной неравновесностью соответствующие векторы $\mathbf{U}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ и $\mathbf{H}$ в уравнении (1) имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= (\rho, \rho u, \rho v, \alpha_s, \alpha_s u_s, \alpha_s v_s)', \\ \mathbf{F} &= [\rho u, p + \rho u^2, \rho uv, \alpha_s u_s, \alpha_s(u_s^2 + p/\rho_s^0), \alpha_s u_s v_s]', \\ \mathbf{G} &= [\rho v, \rho uv, p + \rho v^2, \alpha_s v_s, \alpha_s u_s v_s, \alpha_s(v_s^2 + p/\rho_s^0)]', \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\rho_s^0}[0, 0, 0, 0, \eta(u_g - u_s), \eta(v_g - v_s)]'. \end{aligned}$$

В многоскоростной модели наряду с (1) используется уравнение недивергентного вида

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} - c^2 \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0, \quad (2)$$

При вычислении скорости c в газожидкостной смеси использовалась формула из [7]:

$$c = \frac{1}{\alpha_g \sqrt{\frac{\alpha_g}{c_g^2} + \frac{(1 - \alpha_g)\rho_g^0}{\rho_s^0 c_{liq}^2}} + (1 - \alpha_g) \sqrt{\frac{1 - \alpha_g}{c_{liq}^2} + \frac{\alpha_g \rho_{liq}^0}{\rho_g c_g^2}}}, \quad (3)$$

где индексами g и liq отмечены газ и жидкая фракция.

В дисперсной области течения смеси формула (3) дает более высокие значения скорости перемещения возмущений по сравнению с формулой Вуда [8], что подтверждается имеющимися экспериментальными данными [9].

При интегрировании используемых уравнений применялся метод Годунова [10] с линеаризованным римановским решателем [11], расчетные формулы которого для односкоростной модели приведены в [12], а для многоскоростной — в [13].

Результаты численного моделирования. Рассчитано стационарное течение Прандтля–Майера для газожидкостной смеси. Приведено автомодельное решение задачи при $\eta = 0$. Отмечено, что у системы уравнений автомодельного решения

имеется особенность, связанная с обнулением знаменателя, поэтому интегрирование этой системы ограничено некоторым предельным значением для автомодельной переменной. Вследствие этого, в частности, не удастся найти значения параметров смеси на поверхности преграды. Результаты вычислений для модели, учитывающей скоростную неравновесность с коэффициентом η из [14], сопоставлены с данными, полученными в рамках односкоростной обобщенно-равновесной модели. Показано качественное различие данных при использовании односкоростной и многоскоростной моделей.

При рассмотрении нестационарной задачи взаимодействия ударной волны с клином отметим формирование области с повышенной плотностью смеси вблизи поверхности клина, в которой плотность может в разы превышать уровень плотности вблизи этой области. Эта область повышенной плотности смеси в [15] называлась ρ -слоем, а в работе [16] — пеленой. Образование ρ -слоя обусловлено инерционными свойствами дисперсной фракции смеси. При использовании односкоростной модели смеси формирования ρ -слоя не наблюдается. Наличие ρ -слоя существенно влияет на общую картину течения смеси.

В следующей задаче рассмотрено движение ударной волны около внешнего тупого угла (нестационарный аналог задачи Прандтля–Майера). Отметим эффект расслоения потока в ограниченной области на некотором расстоянии за углом со сниженной концентрацией дисперсной фракцией у преграды и увеличенной — выше, который наблюдается в расчетах течения при использовании модели, учитывающей скоростную неравновесность. В случае применения ОРМ подобных областей с расслоением потока нет. Указанный эффект расщепления имеет место при относительно больших углах. При малых углах и для слабых ударных волн расслоение потока не наблюдается.

1. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Газовая динамика сопел. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1990.
2. Saito T. Numerical analysis of dusty-gas flows // J. Comp. Physics. — 2002. — V. 176. — P. 129–144.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1987.
4. Сузов В. С. Об уравнениях односкоростной гетерогенной среды // Инженерно-физический журнал. — 2009. — Т. 82, №1. — С. 75–84.
5. Сузов В. С. Гиперболические модели в механике гетерогенных сред // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. — 2014. — Т. 54, №1. — С. 139–149.
6. Сузов В. С. Латентные волны в гетерогенных средах // Инженерно-физический журнал. — 2014. — Т. 87, №6. — С. 1404–1408.
7. Nguyen D. L., Winter E. R. F. and Greiner M. Sonic velocity in two-phase systems // Int. Journal of Multiphase Flow. — 1981. — V. 7. — P. 311–320.
8. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. — М.: Мир, 1972.
9. Lee S.-J., Chang K.-S. and Kim K. Pressure wave speeds from the characteristics of two fluids, two-phase hyperbolic equation systems // Int. Journal of Multiphase Flow. — 1998. — V. 24. — P. 855–866.
10. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976.
11. Toro E. F. Riemann solvers with evolved initial condition // Int. Journal for Numerical Methods in Fluids. — 2006. — V. 52. — P. 433–453.
12. Сузов В. С. Моделирование взаимодействия подводной ударной волны с препятствием при наличии пузырькового экрана // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89, №1. — С. 86–93.

13. Сузов В. С. Метод Годунова для расчета течений многоскоростной гетерогенной среды // Инженерно-физический журнал. — 2014. — Т. 87, №2. — С. 367–375.
14. Губайдуллин А. А., Дудко Д. Н., Урманчиев С. Ф. Воздействие воздушных ударных волн на преграды, покрытые пористым слоем // Вычислительные технологии. — 2001. — Т. 6, №3. — С. 7–20.
15. Хмель Т. А., Федоров А. В. Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, №2. — С. 89–98.
16. Крайко А. Н. Математические модели для описания течений газа и инородных частиц и нестационарной фильтрации жидкости и газа в пористых средах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». — 2014. — Т. 7, №1. — С. 34–48.

НЕРАВНОВЕСНОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ПОТОКОМ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА

Н. Г. Сызранова, Ю. Д. Шевелев

ИАП РАН, Москва, Россия

В данной работе исследуется гиперзвуковое обтекание затупленных тел в потоке углекислого газа с учетом реальных физико-химических процессов, происходящих в ударном слое. Корректный учет этих процессов является одним из важных вопросов в задаче гиперзвукового обтекания тел в атмосфере Марса, состоящей на 97% из углекислого газа. Обтекаемые тела, имитирующие форму космических аппаратов, представляются в виде сферически затупленных конусов с различными углами полураствора. Газ в ударном слое рассматривается как многокомпонентная смесь, в которой проходят реакции диссоциации, рекомбинации и обменного типа. Учитывается неравновесное возбуждение колебательных степеней свободы молекул CO_2 [1].

Течение в ударном слое рассчитывается в приближении вязкого ударного слоя с учетом объемной вязкости [2].

Проанализировано влияние формы тела на параметры неравновесного обтекания и величину теплового потока к поверхности тела, которая полагается либо идеально-каталитической, либо некаталитической. Проведено сравнение результатов, полученных на основании двухтемпературной модели колебательной релаксации, с однотемпературным приближением.

В результате численных расчетов получено, что при неравновесном обтекании в окрестности критической точки на сфере параметры течения для конусов с различными углами полураствора θ практически совпадают. На конической поверхности величина параметров обтекания существенно зависит от угла θ , что сказывается на величине теплового потока к поверхности тела (рис. 1).

Что касается профилей поступательной и колебательной температуры, то для условий обтеканий тел в атмосфере Марса, соответствующих скоростям полета 4–6 км/с и высотам менее 60 км полета, получены следующие результаты. На сферической части тел колебательная релаксация молекул CO_2 происходит достаточно быстро и условия термодинамического равновесия имеются почти по всей толщине ударного слоя, о чем свидетельствуют профили поступательной и колебательной температуры вдоль линии торможения потока ($s = 0$) на рис. 2, а. Исключение составляет лишь релаксационная зона вблизи ударной волны. Данная закономерность наблюдается для всех рассматриваемых конусов с углами полураствора 10–60°С.

При больших углах θ ($\sim 40-60^\circ$), когда давление на конической части тела несильно отличается от давления на сферической поверхности, наблюдается достаточно быстрый релаксационный процесс, в результате которого поступательная и колебательная температура совпадают почти по всей толщине ударного слоя, подобно температурным кривым, представленным на рис. 2, а.

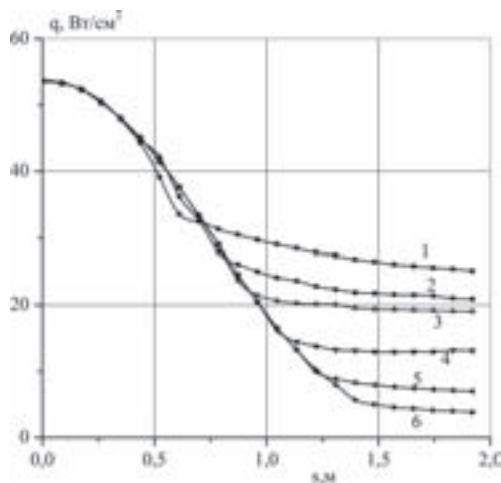


Рис. 1. Тепловой поток к идеально-каталитической поверхности затупленных конусов с различными углами полураствора θ : 1 — $\theta = 60^\circ$; 2 — 50° ; 3 — 40° ; 4 — 30° ; 5 — 20° ; 6 — 10° . $V_\infty = 5223$ м/с, $\rho_\infty = 2,93 \cdot 10^{-4}$ кг/м³

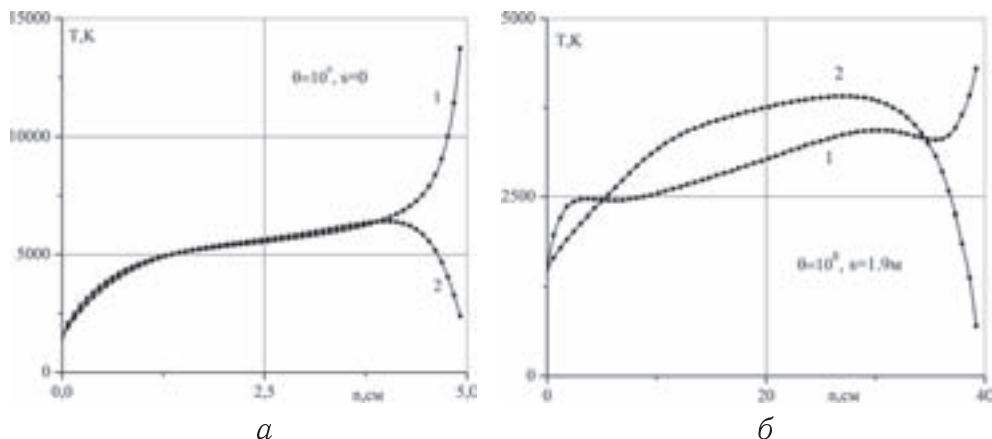


Рис. 2. Профили поступательной (кривая 1) и колебательной температуры (2) для сферически затупленного конуса с углом полураствора $\theta = 10^\circ$ при обтекании в атмосфере Марса: а — линия торможения потока, $s = 0$; б — луч на конической поверхности, $s = 1,9$ м

При расширении потока, которое наблюдается вблизи конической поверхности в случаях небольших углов полураствора θ , происходит резкое падение давления, в результате чего замедляются релаксационные процессы (время колебательной релаксации обратно пропорционально давлению). В этом случае колебательная температура может существенно, $\sim$ на 1000° , отличаться от поступательной в ударном слое (рис. 2, б).

Установлено, что изменение давления и температуры, которое происходит при изменении угла полураствора тела, приводит также к изменению скоростей химических реакций, что, в свою очередь оказывает влияние на концентрацию компонент, плотность, толщину ударного слоя.

Проведены оценки влияния неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы на величину теплового к поверхности тела. Получено, что это влияние незначительное (до 10%) по сравнению с однотемпературным приближением для конусов с большими углами полураствора [1] и более существенное для «узких» конусов, например, при $\theta = 10^\circ$ оно может достигнуть 20%.

1. Шевелев Ю. Д., Сызранова Н. Г., Кустова Е. В., Нагнибеда Е. А. Численные исследования гиперзвукового обтекания космических аппаратов при спуске в атмосфере Марса // Математическое моделирование. — 2010. — Т. 22, № 9. — С. 23–50.
2. Шевелев Ю. Д., Сызранова Н. Г., Нагнибеда Е. А., Кустова Е. В. О влиянии объемной вязкости на гиперзвуковое обтекание затупленных тел углекислым газом // ДАН. — 2015. — Т. 462, № 1. — С. 45–47.

ПРИМЕНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ В ЗАДАЧАХ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ*

А. Л. Абдуллин, В. Г. Крюков, К. А. Березовская

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Расчет и анализ собственных значений матрицы Якоби является одним из относительно новых «инструментов» исследования процессов горения. Ранее нами [1] параллельно с основным расчетом изменения состава реагирующей смеси была предложена техника определения «траектории» этих значений. В данной работе этот инструмент применяется для сравнения явных и неявных методов расчета воспламенения горючей смеси в адиабатном реакторе и химически неравновесных процессов в соплах.

Известно, что для явных схем решения дифференциальных уравнений шаг интегрирования ограничивается условиями устойчивости. Например, для методов Эйлера и Рунге–Кутты имеются ограничения:

$$h_E \leq 2/\lambda_{\max}; \quad h_{RK} \leq 2,8/\lambda_{\max}. \quad (1)$$

где $\lambda_{\max}$ — наибольшее по модулю собственное значение.

При расчете горения с использованием уравнений детальной химической кинетики эти ограничения приводят к очень малому шагу. Поэтому не прекращаются работы по усовершенствованию явных методов, и к настоящему времени в этом направлении достигнут значительный прогресс. Например, в работе [2] предлагаются явные методы второго порядка с ограничениями: $h_c \leq 0,814s^2/\lambda_{\max}$ (где s — число итераций при выполнении шага), и при $s = 5$ получается размер устойчивого шага $h_c \leq 20,3/\lambda_{\max}$. Таким образом, область применения явных методов расширяется, и интересной является задача определения, для каких реагирующих сред и при каких параметрах состояния возможно применение «продвинутых» явных методов.

Эту задачу можно решить, используя предложенную нами технику, путем прогнозирования числа шагов интегрирования при использовании явных методов (K_1). Соответствующее соотношение легко получить, исходя из формул (1). Например, в случае применения метода Рунге–Кутты имеем (t_f — время протекания процесса):

$$K_1 = \frac{1}{2,8} \int_0^{t_f} \lambda_{\max}(t) dt. \quad (2)$$

Оценка потенциального числа шагов интегрирования для явных схем при расчете процесса воспламенения смеси «СН₄ + воздух» в адиабатном реакторе. Принятый для этой системы механизм реакций включает 28 веществ и

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Республики Татарстан (грант № НК № 15-48-02454/2015).

131 реакцию. Эти расчеты проводились при условиях: $\alpha_{\text{ок}} = 0,6\text{--}1,5$; $P = 1$ атм; $T_0 = 1700$ К, где $\alpha_{\text{ок}}$ — коэффициент избытка окислителя. При анализе изменения значений K_1 и K_2 (число шагов по неявной схеме) интервал интегрирования можно разделить на 4 зоны: начальная стадия (1т); накопление промежуточных веществ (2т); «тепловой взрыв» (3т); приближение к равновесию (4т). В табл. 1 показаны значения K_1 и K_2 по этим зонам при $\alpha_{\text{ок}} = 1$, $P = 1$ атм.

Таблица 1

Зоны горения	1т	2т	3т	4т	$\sum$ шагов
T_{max} , К	1700	1710	2500	2700	—
$K_1 \approx$	300	270000	200000	500000	1000000
$K_2 \approx$	300	200	300	200	1000

Таким образом, выполнять расчет этого режима по явной схеме проблематично, даже учитывая прогресс в увеличении устойчивости явных схем.

Определение числа шагов интегрирования по явной схеме при расчете химически неравновесных процессов в соплах ДЛА. В этих агрегатах параметры состояния P и T изменяются за очень короткое время ($10^{-4}\text{--}10^{-5}$ с), и состав реагирующей системы не успевает «подстраиваться» к этим изменениям. Поэтому возникают потери удельного импульса из-за химической неравновесности. Расчет этих потерь можно провести по модели обратной задачи сопла [3].

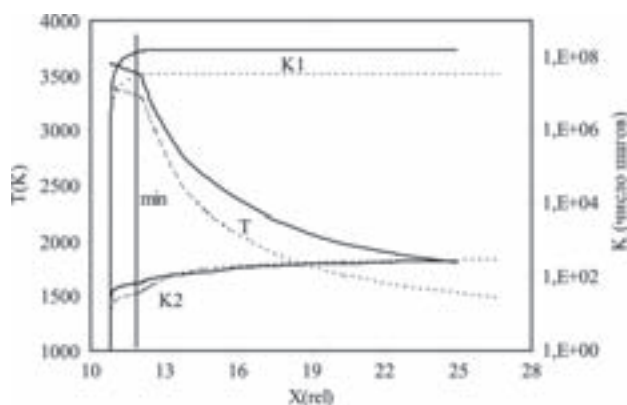


Рис. 1. Изменение температуры и значений K_1 и K_2 по длине сопла ($R_m = 0,006$ м) при давлениях $P_{\text{ос}} = 20$ атм (---), и $P_{\text{ос}} = 100$ атм (—)

Для типичных параметров на входе в сопло ($P_{\text{ос}} \approx 50$ атм; $T_{\text{ос}} \approx 3000$ К) было показано [3], что эта задача является очень «жесткой», и традиционно алгоритм решения базируется на неявных схемах. Однако, пока не было определено число потенциальных шагов интегрирования по явной схеме (K_1) по всей длине сопла, и, учитывая прогресс в разработке этих схем, решение данной задачи представляет определенный интерес. С этой целью в модель расчета нами был встроен блок определения «траектории» собственных значений и проведены численные исследования для сопел двигателей (топливо « $\text{CH}_4 + \text{O}_2$ ») при: $\alpha_{\text{ок}} = 1,0$, $P_{\text{ос}} = 20\text{--}100$ атм, минимальных радиусах $R_m = 0,006\text{--}0,06$ м и степени расширения $f_a = 40$. Реагирующая среда включала 12 веществ и 26 реакций. На рис. 1 показаны изменения температуры, а также количество шагов интегрирования K_1 (2) и K_2 по длине сопла при $R_m = 0,006$ м ($x_{\text{rel}} = x/R_m$).

Для $P_{oc} = 20$ атм число шагов интегрирования K_2 — незначительно, а по явной схеме — очень велико ($K_1 = 3,46 \cdot 10^7$). Часто предполагается, что химическое равновесие сохраняется до минимального сечения и расчет неравновесных процессов можно начинать с этого сечения. Это допущение позволяет сократить (для данных условий) число K_1 примерно в 10 раз, т.е. $K_1(\min) = 3,460 \cdot 10^7 - 3,290 \cdot 10^7 = 1,70 \cdot 10^6$ шагов. Однако и это число шагов остается очень значительным, и даже «продвинутые» явные схемы будет трудно применить к решению данной задачи.

1. Дуригон А., Абдуллин А. Л., Крюков В. Г., Березовская К. А. Исследование траекторий собственных значений уравнений химической кинетики при расчете процессов горения // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 141–143.
2. Лебедев В. И., Медовиков А. А. Явный метод второго порядка точности для решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Изв. вузов. Математика. — 1998. — №9. — С. 55–63.
3. Пирумов У. Г., Росляков Г. С. Газовая динамика сопел. — М.: Наука, 1990. — 368 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗРЫВНЫХ НАГРУЗОК В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОБЛАСТИ ИНИЦИИРОВАНИЯ ЗАРЯДА*

К. М. Абузаров, М. Х. Абузаров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С. В. Крылов

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Рассматриваются трехмерные контактные задачи ударно-волнового нагружения упругопластических конструкций в зависимости от точек инициирования детонации твердых взрывчатых веществ в воздухе. Для моделирования динамических процессов в газах и упругопластических телах используется модификация схемы С. К. Годунова повышенной точности в лагранжево-эйлеровых переменных, единая как для уравнений Эйлера, так и уравнений Эйлера–Коши, описывающих деформирование твердого тела [1]. Повышение точности схемы достигается применением пространственного решения задачи распада разрыва, зависящего от времени. Это же решение используется на границе газ — упругое тело. Пластическое поведение материала учитывается на шаге корректор в соответствии с [2]. Для описания процесса распространения детонации в твердых ВВ используется лучевая (time dependent) модель. Граница продукты детонации — воздух не выделяется, воздух моделируется как продукт детонации. Для продуктов детонации используется уравнение состояния типа JWL. В данной работе при численном моделировании авторы применили подход, изложенный в [3], использующий регулярную неподвижную Эйлерову сетку, и подвижные локальные лагранжево-эйлеровы сетки, отслеживающие контактные границы. Параметры сред интерполируются из одних сеток в другие. Данный подход позволил исключить этап построения сложных расчетных сеток для численного решения как при подготовке начальных данных задачи, так и в процессе решения при формоизменениях рассчитываемых сред. Приводятся результаты расчетов поведения упругопластических конструкций от взрывных нагрузок, демонстрирующие существенное влияние области инициирования детонации как на формирование ударно-волнового фронта, так и на характер нагружения и деформирования конструкции.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-48-02333Р_поволжье_а, 16-08-00458 а, 14-08-00197 а).

1. *Abouziarov M., Aiso H.* An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) // *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications. Tenth International Conference in Osaka. September 2004.* — P. 223–230.
2. *Кукуджанов В. Н.* Метод расщепления упругопластических уравнений // *МТТ.* — 2004. — № 1. — С. 98–108.
3. *Абузаров К. М., Абузаров М. Х., Зефиров С. В.* Численная методика определения взрывных нагрузок в эйлеровых переменных на пространственные конструкции при детонации твердых взрывчатых веществ // *Проблемы прочности и пластичности.* — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2014. — Вып. 76(4). — С. 326–334.

Н-ТЕОРЕМА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ И ИХ ОБОБЩЕНИЙ

С. З. Аджиев¹, В. В. Веденяпин², И. В. Мелихов¹

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

H-теорема впервые была рассмотрена Больцманом в [1]. Эту теорему, обосновывающую сходимость решений уравнений типа Больцмана к максвелловскому распределению, Больцман связал с законом возрастания энтропии [2]. Доказательство *H*-теоремы не только обосновывает 2-е начало термодинамики, но и делает поведение решения уравнения понятным, так как позволяет узнать, куда сходится решение для данного уравнения при времени, стремящемся к бесконечности.

Мы рассматриваем вопрос о переходе к дискретному времени. Дискретная модель должна наследовать свойства исходного уравнения. Поэтому в уравнениях типа химической кинетики необходимым условием для адекватности такой дискретизации является и требование точной консервативности (т. е. чтобы в дискретной модели присутствовали те и только те законы сохранения, которые есть в исходном уравнении), и выполнение *H*-теоремы. Для каких дискретизаций по времени выполняется *H*-теорема? Оказывается, что для неявных дискретизаций по времени *H*-теорема справедлива. Она обеспечивает устойчивость стационарного решения.

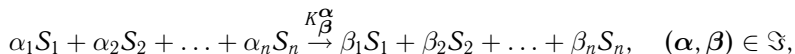
Мы рассматриваем обобщения уравнений химической кинетики, включающие в себя классическую и квантовую химическую кинетику [3]. Осуществляется переход к дискретному времени в этих уравнениях и доказывается *H*-теорема для полученных неявных дискретизаций по времени. Демонстрируется, что *H*-теорема для уравнений химической кинетики в случае явной дискретизации по времени, вообще говоря, неверна. Исследуются случаи, когда доказательство *H*-теоремы для явной дискретизации по времени уравнений химической кинетики сводится к ее доказательству для марковских цепей. Рассматриваются простейшие дискретные модели уравнения Больцмана — модели Карлемана и Бродуэлла, и доказывается *H*-теорема для них в случае явной дискретизации по времени.

Пусть есть смесь из n химически взаимодействующих веществ с пространственно однородными концентрациями. Обозначим через $f_i(t)$ концентрацию i -го вещества ($i = 1, 2, \dots, n$) в момент времени t .

В общем виде уравнения для сложных химических реакций записываются в виде:

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{S}} (\beta_i - \alpha_i) (K_{\beta}^{\alpha} \mathbf{f}^{\alpha} - K_{\alpha}^{\beta} \mathbf{f}^{\beta}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Здесь через $\mathbf{f}^\alpha$ обозначено произведение $\mathbf{f}^\alpha = f_1^{\alpha_1} f_2^{\alpha_2} \dots f_n^{\alpha_n}$, суммирование ведется по некоторому конечному множеству $\mathfrak{Z}$ мультииндексов (α, β) , $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ и $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ — векторы с целочисленными неотрицательными компонентами. (α, β) соответствует элементарной реакции



S_i — химические символы реагирующих веществ, $K_\beta^\alpha \geq 0$ — коэффициенты скоростей реакций (константы реакций). Коэффициенты α_i, β_i — стехиометрические коэффициенты. Без ограничения общности можно считать множество $\mathfrak{Z}$ симметричным относительно перестановок α и β . При этом некоторым парам (α, β) могут соответствовать нулевые коэффициенты скоростей реакций: $K_\beta^\alpha = 0$, при том, что возможно $K_\beta^\alpha > 0$ (допускается необратимость реакций).

Здесь мы изучим системы более общего вида, чем (1), и осуществим переход к дискретному времени.

Рассмотрим систему уравнений:

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}} (\beta_i - \alpha_i) \sigma_\beta^\alpha(\mathbf{f}) (K_\beta^\alpha e^{(\alpha, \nabla G(\mathbf{f}))} - K_\alpha^\beta e^{(\beta, \nabla G(\mathbf{f}))}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $\sigma_\beta^\alpha(\mathbf{f})$, $G(\mathbf{f})$ — заданные функции от $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$. Пусть $\sigma_\beta^\alpha(\mathbf{f}) = \sigma_\alpha^\beta(\mathbf{f}) > 0$; $K_\beta^\alpha \geq 0$, причем $K_\beta^\alpha \neq 0$ или $K_\alpha^\beta \neq 0$ для $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}$.

Если $\sigma_\beta^\alpha(\mathbf{f}) = 1$, то мы имеем систему:

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}} (\beta_i - \alpha_i) (K_\beta^\alpha e^{(\alpha, \nabla G(\mathbf{f}))} - K_\alpha^\beta e^{(\beta, \nabla G(\mathbf{f}))}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Если в (3) $\partial G(\mathbf{f}) / \partial f_i = \ln f_i$, то мы получаем систему (1).

H -теорема для этих обобщений уравнений химической кинетики: (2) и (3), в случае непрерывного времени исследовалась [3].

Перейдем к дискретному времени $t = 0, \tau, 2\tau, 3\tau, \dots$, где $\tau > 0$, в системах (2) и (3), заменив производных df_i/dt разностными аналогами $(f_i(t + \tau) - f_i(t))/\tau$, а в правых частях этих систем беря момент времени $t + \tau$:

$$f_i(t + \tau) = f_i(t) + \tau \frac{1}{2} \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}} (\beta_i - \alpha_i) \sigma_\beta^\alpha(\mathbf{f}(t + \tau)) (K_\beta^\alpha e^{(\alpha, \nabla G(\mathbf{f}(t + \tau)))} - K_\alpha^\beta e^{(\beta, \nabla G(\mathbf{f}(t + \tau)))}), \quad (4)$$

$$f_i(t + \tau) = f_i(t) + \tau \frac{1}{2} \sum_{(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}} (\beta_i - \alpha_i) (K_\beta^\alpha e^{(\alpha, \nabla G(\mathbf{f}(t + \tau)))} - K_\alpha^\beta e^{(\beta, \nabla G(\mathbf{f}(t + \tau)))}), \quad (5)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$.

Обобщенное условие детального равновесия (баланса) для случая систем (4). Пусть существует вектор $\xi \in M$ такой, что и для всех реакций $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}$ выполняется условие

$$K_\beta^\alpha e^{(\alpha, \nabla G(\xi))} = K_\alpha^\beta e^{(\beta, \nabla G(\xi))}.$$

Тогда будем говорить, что для системы (4) выполняется обобщенное условия детального равновесия [3].

При выполнении этого условия для (4) справедлива H -теорема.

Обобщенное условие динамического равновесия для случая систем (5) (или обобщенное условие Штюккельберга–Батищевой–Пирогова для (5)). Пусть существует вектор $\xi \in M$, являющийся решением системы уравнений:

$$\sum_{\beta} K_{\beta}^{\alpha} e^{(\alpha, \nabla G(\xi))} = \sum_{\beta} K_{\alpha}^{\beta} e^{(\beta, \nabla G(\xi))},$$

где α такие, что $(\alpha, \beta) \in \mathfrak{Z}$ с некоторым β . Тогда будем говорить, что для системы (5) выполняется обобщенное условие динамического равновесия [3].

При выполнении этого условия для (5) справедлива H -теорема.

1. *Больцман Л.* Дальнейшие исследования теплового равновесия между молекулами газа. Избранные труды. — М.: Наука, 1984. — С. 125–189.
2. *Больцман Л.* О связи между вторым началом механической теории теплоты и теорией вероятностей в теоремах о тепловом равновесии. Избранные труды. — М.: Наука, 1984. — С. 190–235.
3. *Веденяпин В. В., Аджиев С. З.* Энтропия по Больцману и Пуанкаре // УМН. — 2014. — Т. 69, № 6(420). — С. 45–80.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОвого ПОТОКА В СИСТЕМЕ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА*

*А. Д. Аракелян¹, В. М. Волохов¹, И. А. Аверьков²,
П. Д. Токталиев¹, С. И. Мартыненко¹*

¹ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия; ²ЦИАМ, Москва, Россия

Создание высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА) является одним из основных направлений развития авиации, однако длительные полеты с гиперзвуковыми скоростями требуют решения ряда научно-технических проблем как фундаментального, так и прикладного характера. Важнейшими проблемами создания высокоскоростного ЛА являются организация процессов горения в камере сгорания (КС) и охлаждения элементов конструкции [1]. Данные проблемы носят междисциплинарный характер, их математическая формулировка должна включать описание процессов массо- и теплопереноса, а также химической кинетики горения используемого углеводородного топлива.

Перспективные высокоскоростные ЛА потребуют новые углеводородные топлива, состав которых может включать многие десятки компонент. Термодеструкция подобных топлив в системе охлаждения с последующим горением продуктов разложения в тракте КС является сложным физико-химическим процессом, который недостаточно хорошо изучен в настоящее время. Детальный кинетический механизм горения продуктов термодеструкции состоит из тысяч реакций, в связи с чем актуальна задача об упрощении описания процесса химических превращений компонент топлива. Описание этого процесса осложняется необходимостью учета лучистого переноса и возможного возбуждения внутренних степеней свободы.

*Исследовательские работы проводятся при финансовой поддержке государства в лице РНФ по соглашению №15-11-30012 от 08.07.2015 по теме: «Суперкомпьютерное моделирование физико-химических процессов в высокоскоростном прямоточном воздушно-реактивном двигателе гиперзвукового летательного аппарата на твердых топливах».

В работе на примере высокоскоростного ЛА проведено моделирование физико-химических процессов в проточном тракте камеры дожигания двигателя ЛА. Построена одномерная модель процесса смешения и горения в системе КС ЛА, и для характерных режимов ($M = 6, 8$) проведено численное исследование распределения теплового потока с учетом процессов лучистого теплообмена [2]. При этом получены характерные значения теплового потока, поступающего в охлаждаемую стенку КС на уровне 1 МВт/м^2 . Проведено сравнение упрощенного равновесного описания горения, основанного на принципе максимальной скорости порождения энтропии для многокомпонентной системы, с описанием, использующим детальную химическую кинетику окисления углеводородного топлива в газовой фазе. Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных с использованием разработанной модели, с данными открытых модельных экспериментов [3]. На основании проведенных расчетных исследований сделан вывод о возможности использования равновесного подхода к описанию процесса горения в КС высокоскоростного ЛА.

1. Акимов В. М., Бакулев В. И. и др. Теория и расчет воздушно-реактивных двигателей / Под ред. С. М. Шляхтенко. — М.: Машиностроение, 1987.
2. Birzer C. H. and Doolan C. J. Quasi-One-Dimensional Modeling of Hydrogen Fuelled Scramjet Combustors // 18th AIAA CFD Conference, AIAA-2007-4314, 2007.
3. Goyne C. P., McDaniel J. C., Quagliaroli T. C., Krauss R. H. and Day S. W. Dual-Mode Combustion of Hydrogen in a Mach 5, Continuous-Flow Facility, Journal of Propulsion and Power. — 2001. — V. 17, No. 6. — P. 1313–1318.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОДЖИГА (НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ) ФАКЕЛА КЕРОСИНА С НАНОПРИСАДКАМИ*

**В. Н. Бакулин¹, В. А. Битюрин², В. Ю. Великодный^{1,2}, А. В. Дыренков²,
Ю. К. Левин¹, В. В. Попов¹**

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ²ОИВТ РАН, Москва, Россия

На огневом стенде (см. [1]) проводились испытания процессов поджига и горения барботированного керосина (пористого топлива) и пористого топлива с добавками наночастиц, порошка алюминия. Ранее в [2] представлялись результаты исследований процесса горения в стационарном режиме. Исследовались электрофизические свойства поджигающего разряда, характеристики пламени, времена задержки воспламенения [2]. Эти результаты важны для проектирования двигательных установок гиперзвуковой авиации, аэрокосмической техники. Немаловажным фактором, обеспечивающим безопасность эксплуатации двигательной установки, является процесс поджига и его развитие. Представлены данные экспериментальных исследований процессов поджига барботированного (пористого) керосина, в том числе и с добавками наночастиц (графена). Отметим, важный фактор, состоящий в том, что несмотря на малость добавок наночастиц — графена (в процентном содержании это 0,5%), они достаточно сильно изменяют структуру и характеристики течения при поджиге и развитии пламени в нестационарном режиме. Аналогичные эффекты наблюдаются и при добавке порошка алюминия. Торможение

*Работа выполняется при финансовой поддержке гранта РФФИ 15-08-99673-а.

факела на определенном расстоянии от среза камеры поджига и смешения и увеличение его поперечных размеров обеспечивают более надежный, стабильный поджиг топливо-воздушной смеси, согласно критерию Франк–Каменецкого. Наблюдение за процессом воспламенения и горения проводилось с помощью высокоскоростной камеры с частотой 250 кадр/сек и выдержкой 1/5000 с на кадр, FASTCAM SA4 производитель: Photron, made in Japan, model: 500K-C2.

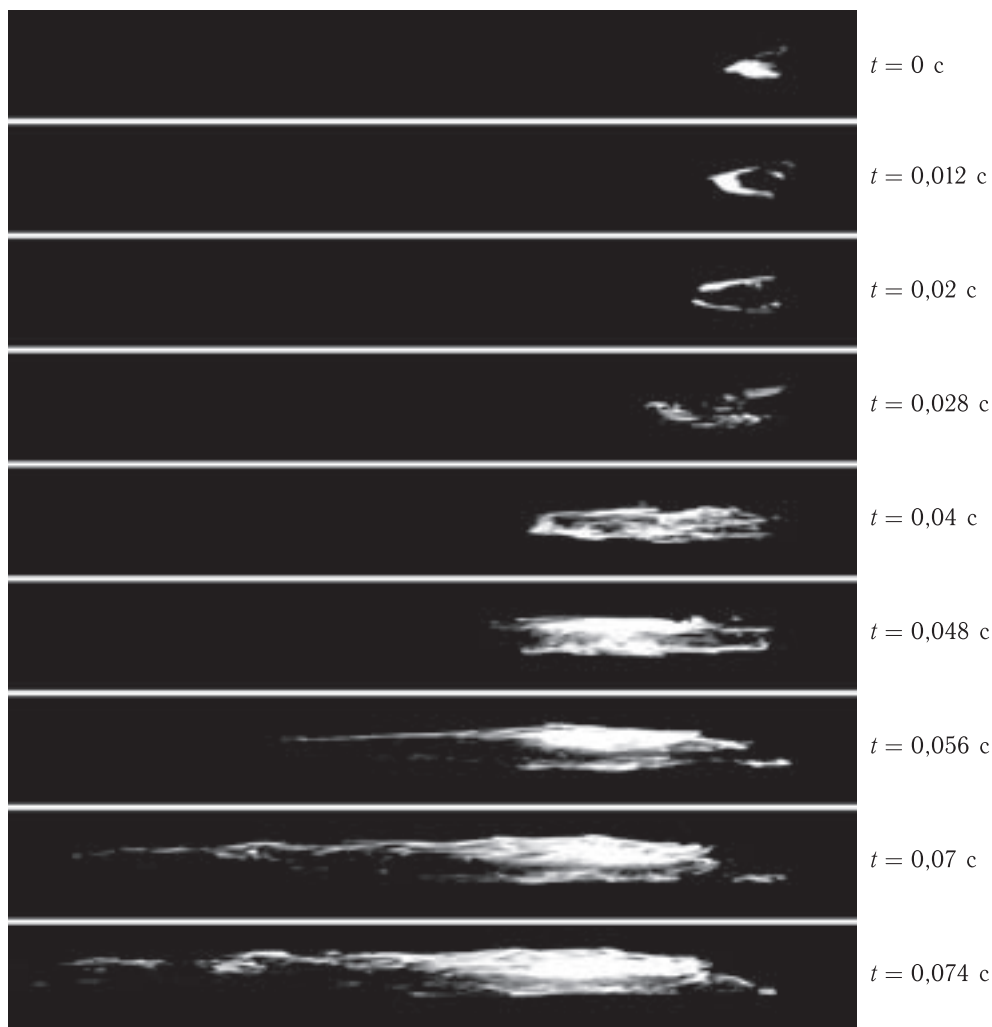


Рис. 1. Качественная картина поджига (покадровая развертка) и развития нестационарного пламени, частота кадров 1/250 с, выдержка 1/5000 с. Характерные размеры — диаметр выходного отверстия $d = 28$ мм. Все геометрические характеристики можно получить из кадров кино съемки и диаметра выходного отверстия камеры смешения и поджига путем сравнения. Представлен поджиг пористого керосина с добавками графена 0,5%

На рис. 1 представлена качественная картина (выборка кадров случайная, но по времени последовательная) процесса поджига пористого керосина (с добавками наночастиц 0,5% — графен).

Результаты обработки данных эксперимента на основе киноматериалов.

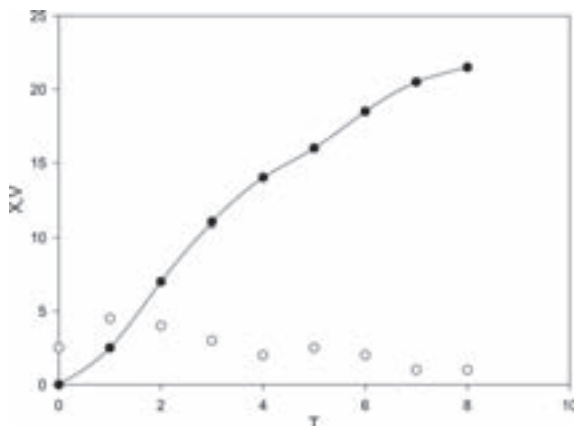


Рис. 2. По оси ординат изменение безразмерной координаты переднего фронта пламени $X = x/d_0$, $d_0 = 10$ мм — характерная величина для обезразмеривания, $d = 28$ мм — диаметр выходного сечения камеры поджига, смещения, по оси абсцисс отложено безразмерное время $T = t/t_0$, $t_0 = 1/250$ с. Нестационарное пламя «пористого» керосина. Верхняя кривая — координата переднего фронта пламени X , нижняя — V -скорость

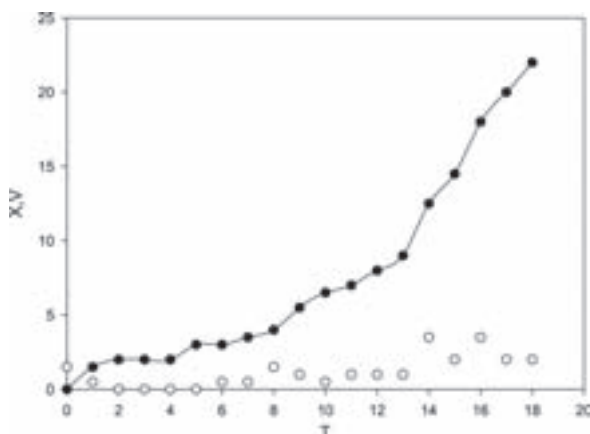


Рис. 3. По оси ординат изменение безразмерной координаты переднего фронта пламени $X = x/d_0$, $d_0 = 10$ мм — характерная величина для обезразмеривания, $d = 28$ мм — диаметр выходного сечения камеры поджига, смещения, по оси абсцисс отложено безразмерное время $T = t/t_0$, $t_0 = 1/250$ с. Нестационарное пламя «пористого» керосина с добавками наночастиц — 0,5% графена. Верхняя кривая — координата переднего фронта пламени X , нижняя — V -скорость

На основе анализа кино материалов и из рисунков 2 и 3 видно, что качественная картина нестационарного горения (развития пламени) для «пористого» керосина и пористого керосина с добавками наночастиц существенно отличается. В последнем случае поджиг более стабилен, пламя более однородное. Из рис. 3 видно, что струя по оси X останавливается и начинает расширяться по оси Y , объем горящей смеси увеличивается, кроме того уменьшение скорости приводит также к снижению теплоотвода из заданного объема, что согласно критерию Франк–Каменецкого улучшает характеристики поджига.

1. Великодный В. Ю., Дыренков А. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Яновский Ю. Г. Методы диспергирования жидких углеводородных топлив при стимулировании процессов поджига и горения электрическим разрядом // Современные проблемы механики гетерогенных сред. Сборник трудов Всероссийской научной конференции (к 100-летию со дня рождения академика В. В. Струминского) / Под. редакцией проф. Ю. Г. Яновского. Москва, 2014 г. — С. 44–56.
2. Битюрин В. А., Великодный В. Ю., Дыренков А. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Яновский Ю. Г. Экспериментальное и теоретическое исследование процессов поджига и горения углеводородных топлив с нано- и микродобавками в высокоскоростном потоке // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник материалов Всероссийской научной конференции с международным участием (к 95-летию со дня рождения академика И. Ф. Образцова). 15–17 декабря 2015 г., г. Москва. — С. 430–433.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБЪЕМНОЙ ИОНИЗАЦИИ ПОТОКА*

О. С. Ванькова, Н. Н. Федорова, М. А. Гольдфельд

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Проблемы воспламенения и эффективного сгорания различных топлив в сверх- и гиперзвуковом потоке важны как с научной, так и с технологической точек зрения. Перспективным способом обеспечения горения при больших скоростях потока является искусственное воспламенение топлива путем воздействия электронного пучка на химические реакции, идущие в области газовой фазы [1].

Экспериментальные исследования процессов инициирования горения были выполнены на импульсной установке со временем действия до 100 мкс, оснащенной современным измерительным комплексом, а также в импульсной аэродинамической трубе ИТ-302М ИТПМ СО РАН с высокими параметрами рабочего газа. Для создания инициирующего горение плазменного образования использовалось воздействие сильнооточным импульсным электронным пучком низкой энергии [2]. Для генерирования такого пучка с энергией до 10 кэВ использовалась специально разработанная широкоапертурная электронная пушка [3].

Численное моделирование основано на решении осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса, дополненных полуэмпирическими моделями турбулентности и блоком химической кинетики. Расчет проводится с помощью коммерческого пакета ANSYS CFD Fluent 15.0 (custom number 531496). В предыдущих работах [4, 5] было проведено тестирование кинетических схем горения водорода в воздухе [6] на экспериментальных данных. Для кинетической схемы с 38 реакциями (19 прямых и 19 обратных) было получено удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных, поэтому такая схема использовалась в дальнейших расчетах.

Состав смеси на входе в канал предполагался стехиометрическим. Расчеты течения водородо-воздушной смеси в канале выполнены без учета и с учетом воздействия электронной пушки.

*Исследования проведены при поддержке грантов РФФИ №13-08-00786, №16-08-00917 и РНФ №16-19-00010.

Были проведены параметрические расчетные исследования сверхзвукового 2D-течения в плоском канале с уступом и с предварительным сжатием. Во входном сечении в канал подается стехиометрическая смесь водород–воздух с массовыми концентрациями $C_{O_2} = 0,227$, $C_{H_2} = 0,028$, при давлении торможения $P_0 = 8,1 \cdot 10^5$ Па, температуре торможения $T_0 = 920$ К и числе Маха $M = 4$. Толщина пограничного слоя на стенках канала составляла 10 мм, на стенках заданы адиабатические температурные условия. Расчет проводился для двух конфигураций канала: симметричной (конфигурация 1) и несимметричной (с поджатием только на одной стенке, конфигурация 2).

Предварительный расчет (без учета воздействия электронной пушки) показал, что из-за недостаточно высокой статической температуры потока смесь не воспламенялась. Далее на части расчетной области в зоне расширения канала путем перевода всех молекул в атомарное состояние ($C_H = 0,045126$, $C_O = 0,3610$) моделируется воздействие электрического разряда, которое вызывает воспламенение смеси.



Рис. 1. Концентрации H_2O для конфигурации 1 в разные моменты времени: а — $0,4 \cdot 10^{-4}$ с; б — $0,8 \cdot 10^{-4}$ с, в — $1,2 \cdot 10^{-4}$ с; г — $2,0 \cdot 10^{-4}$ с



Рис. 2. Концентрации H_2O для конфигурации 2 в разные моменты времени: а — $0,4 \cdot 10^{-4}$ с; б — $0,8 \cdot 10^{-4}$ с, в — $1,2 \cdot 10^{-4}$ с; г — $2,0 \cdot 10^{-4}$ с

На основе полученных результатов расчетов проанализирована волновая структура течения в канале и распределения газодинамических параметров (давления, тепловых потоков). На рис. 1 и 2 приведены поля массовой концентрации H_2O в разные моменты времени для конфигураций 1 и 2, соответственно. Расчеты показали, что в рамках предложенной модели возможно организовать воспламенение смеси при низких температурах торможения. На основе математического моделирования было определено влияние формы стабилизатора и структуры течения на устойчивость горения.

Выполненные экспериментальные и численные исследования показали возможность и эффективность воспламенения водорода с помощью электронного луча низкой энергии в условиях, когда самовоспламенение невозможно. Полученные данные расширяют возможности сопоставления различных методов искусственного воспламенения и позволяют оценить их применимость и эффективность.

1. Goldfeld M. A., Pozdnyakov G. A. Ignition of hydrocarbon-air supersonic flow by volumetric ionization // Journal of Thermal Science. — 2015. — V. 24, No. 6. — P. 583–590.
2. Гольдфельд М. А., Кацнельсон С. С., Поздняков Г. А. Применение сильноточного широкоапертурного электронного пучка для инициирования горения в сверхзвуковом потоке // Тр. Конференции «Горение топлив: теория, эксперимент, приложения», Новосибирск, ИТФ СО РАН, ноябрь, 2015, 6 с. (Электронный ресурс).
3. Pozdnyakov G. A. Effect of generation of charged particles fluxes by pulsed gas discharge // arXiv:1409.3303 (2014), 3 с. (Электронный ресурс).
4. Ванькова О. С., Федорова Н. Н. Математическое моделирование воспламенения водородо-воздушной смеси в каналах при сверхзвуковых скоростях потока // Динамика Многофазных Сред: Труды XIV Всероссийского семинара, приуроченного к 75-летию академика РАН Фомина В. М. (Новосибирск, 2–5 ноября 2015 г.) / Под ред. В. М. Фомина, А. В. Федорова. — Новосибирск, 2015. — С. 139–144.
5. Бедарев И. А., Федоров А. В. Сравнительный анализа трех математических моделей воспламенения водорода // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, №1. — С. 26–33.
6. Tien J. H., Stalker R. J. Release of Chemical Energy by Combustion in a Supersonic Mixing Layer of Hydrogen and Air // Combustion and Flame. — 2002. — No. 130. — P. 329–348.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ РАСПЫЛЕННОГО УГЛЯ В УСТАНОВКАХ С ПОНИЖЕННЫМ СОДЕРЖАНИЕМ ВРЕДНЫХ ВЫБРОСОВ*

В. В. Гасилин¹, В. Ж. Коста², В. Г. Крюков¹

¹КНИТУ–КАИ, Казань, Россия;

²Университет де Планалту Катариненсе (UNIPAC), Лажес, Бразилия

В предыдущих работах [1, 2] была представлена математическая модель горения распыленного угля в воздушном потоке с учетом горения в газовой фазе, испарения влаги, выхода летучих веществ, горения углерода, нагрева и испарения капель впрыскиваемой воды, и абсорбции окислов серы карбонатом кальция (рис. 1). В настоящей работе излагается модифицированная модель, дополнительно учитывающая разницу между скоростями частиц угля и газа. Кроме того, в новой модели имеется возможность замены входного воздушного потока смесью продуктов неполного сгорания, что позволяет более адекватно моделировать процессы в установках с пониженным содержанием вредных выбросов.

Подробно предыдущая версия модели представлена в работе [2]. Новая модель включает: калорическое уравнение состояния газа; уравнение степени образования CO₂ при горении углерода; уравнение расхода примесей; уравнения испарения и нагрева впрыскиваемой воды; уравнения изменения состава газовой фазы, которые остались без изменения. Уравнения: сохранения массы и энергии для всего потока, испарения влаги из частиц угля, расхода летучих веществ, сгорания углерода, теп-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Республики Татарстан (грант № НК № 15-48-02454/2015).

лообмена для частицы угля были модифицированы. Например, уравнение энергии для всего потока и уравнение сгорания углерода имеют вид:

$$\sum h_s \bar{G}_s + h_g \frac{P \mu_g}{R_0 T_g} \left(\frac{W_g}{G_\Sigma} - \frac{W_g}{W_p} \sum \frac{\bar{G}_s}{\rho_s} - \frac{\bar{G}_{aj}}{\rho_{aj}} \right) + h_{aj} \bar{G}_{aj} = h_T, \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{G}_c}{dx} = -\frac{K_\varepsilon \bar{G}_c}{W_p \rho_c} \left(\frac{G_\Sigma}{\dot{f}_p} \sum \frac{\bar{G}_s}{\rho_s} \right)^{-1/3} \left[P_{O_2}^{0.5} A_{k1} \exp\left(-\frac{E_{k1}}{R_0 T_p}\right) + P_{CO_2}^{0.5} A_{k2} \exp\left(-\frac{E_{k2}}{R_0 T_p}\right) \right]. \quad (2)$$

Дополнительно в модель включено уравнение изменения скорости частиц:

$$\frac{dW_p}{dx} = \frac{C_x d_p^2 P \mu_g}{8 m_p W_p R_0 T_g} |W_g - W_p| (W_g - W_p), \quad (3)$$

где $C_x = 24/\text{Re}$ — коэффициент сопротивления. Номенклатура работы [2] сохраняется, кроме новых обозначений (W_g — скорость газа, W_p — скорость частиц).

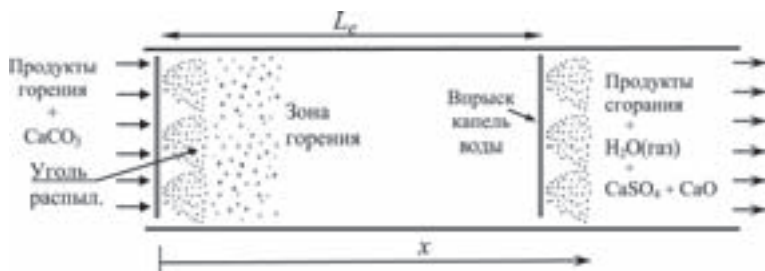


Рис. 1. Схема ввода и горения компонентов в газо-угольном потоке

В настоящей работе на основе модифицированной модели были доработаны алгоритм и инвариантная программа, по которой выполнялись: сравнение с экспериментальными и теоретическими данными других авторов и численные исследования. В частности, для битумного (B1) и суб-битумного (S1) углей были проведены расчеты, по определению оптимального расхода впрыскиваемой воды (по критерию максимального «захвата» серных соединений); и поиска оптимального расстояния L_b (рис. 1). Степень «захвата» серы (θ_s) вычислялась по формуле: $\theta_s = r_{CaSO_4} / (r_{CaSO_4} + r_{SO_2})$.

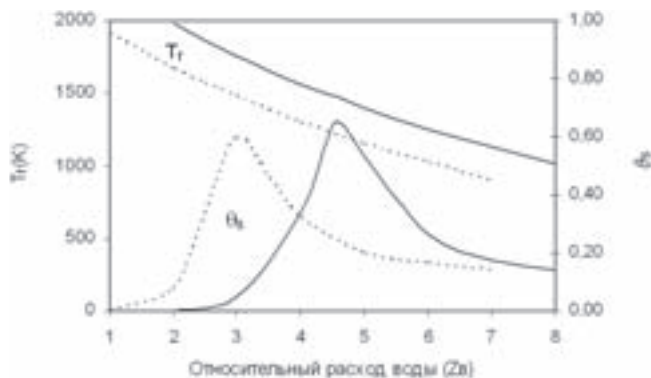


Рис. 2. Изменение T_f и θ_s для битумного (—) и суб-битумного углей (- - -) при их горении в канале в зависимости от значения Z_b

На рис. 2 показаны значения T_f и θ_s^f (температура газа и степень «захвата» серы в конце канала) в зависимости от относительного расхода впрыскиваемой воды $Z_b = G_b^0/G_p^0$ для обоих типов углей. Для определения оптимального расхода воды выбиралось значение $L_b = 2$ м. Величина Z_b варьировалось в интервале $Z_b = 1-8$. Для обоих вариантов зависимости $\theta_s^f(Z_b)$ имеют максимумы, соответствующие значению $T_f \approx 1470$ К, которое для варианта В1 достигается при $Z_b = 4,5$, а для S1 — при $Z_b = 3$.

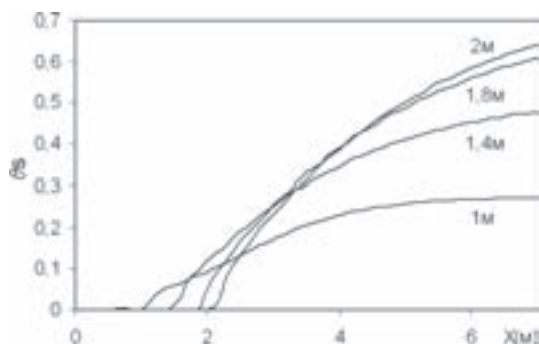


Рис. 3. Изменение показателя (θ_s) по длине канала для различных L_b (уголь В1)

Результаты расчетов при сгорании угля В1 для определения оптимальной длины впрыска L_b представлены на рис. 3 ($Z_b = 4,5$). Как видно, для $L_b = 1$ м величина θ_s на выходе из канала достигает значения $\theta_s^f = 0,25$ (т.е. 75% серы выбрасывается в атмосферу), а при $L_b = 2$ м имеем $\theta_s^f = 0,64$. Таким образом для угля В1 предпочтительная точка впрыска воды находится в интервале $L_b = 1,8-2,2$ м.

1. Коста В. Ж., Крюков В. Г., Гасилин В. В. Математическое моделирование абсорбции окислов серы в реагирующем газоугольном потоке // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 100–102.
2. Коста В. Ж., Крюков В. Г. Математическое моделирование горения распыленного угля в потоке с учетом абсорбции окислов серы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — Институт Механики МГУ, 2012. — Т. 13. — С. 44.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В СОПЛЕ С ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ*

В. Ю. Гидаспов, Д. В. Кононов, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

Математическое моделирование физико-химических процессов является необходимым этапом при создании современных энергетических установок. При численном моделировании предполагается, что течение одномерное, эффекты вязкости, теплопроводности и диффузии не учитываются. Течение газа на входе в сопло считается сверхзвуковым. Решается прямая задача теории сопла, в двух постановках [1]: 1) течение газа до детонационной волны (ДВ) считается «замороженным»,

*Работа выполнена в рамках Госзадания КП №721.

а после детонационной волны «равновесным»; 2) течение газа всюду «неравновесное». В работе приводятся физико-математическая модель и вычислительные алгоритмы моделирования химически равновесного и неравновесного течения в сопле. Рассмотрены случаи всюду сверхзвукового течения и с переходом от сверхзвукового режима к дозвуковому, с последующим разгоном потока до сверхзвуковой скорости. Исследованы режимы течения допустимые в рамках квазиодномерной стационарной модели.

Система уравнений, описывающая квазиодномерные стационарные течения многокомпонентного газа в канале переменного сечения в случае отсутствия сильных разрывов, имеет вид:

$$\frac{d}{dx}\rho u F = 0, \quad \frac{d}{dx}(\rho u^2 + p)F = p \frac{dF}{dx}, \quad \frac{d}{dx}\rho u \left(h + \frac{u^2}{2}\right)F = 0, \quad \frac{d}{dx}\rho u F \gamma_i = W_i, \quad (1)$$

$$p = \rho R \sum_{i=1}^N \gamma_i T \quad \text{и} \quad h = \sum_{i=1}^N \gamma_i H_i^0(T), \quad (2)$$

На входе в канал считаются заданными:

$$u(x_0) = u_0 > a_0, \quad p(x_0) = p_0, \quad T(x_0) = T_0 \ll T_B, \quad \gamma_i(x_0) = \gamma_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Здесь ρ , u , p , T , a , h , γ_i — плотность, скорость, давление, температура, скорость звука, энтальпия и мольно-массовые концентрации смеси газов, соответственно; W_i — масса i -ого вещества, образующегося в кубическом метре смеси в единицу времени за счет протекания химических реакций; $F = F(x)$ — заданная зависимость площади канала от продольной координаты. Уравнения (1) выражают законы сохранения массы, импульса, энергии и химических компонент, (2) — термическое и калорическое уравнение состояния, соответственно, $H_i^0(T)$ — известные энтальпии индивидуальных веществ.

В случае «замороженного» течения, состав смеси не меняется, соответственно, $W_i = 0$ и $\gamma_i(x) = \gamma_{i0}$. В «равновесном» случае γ_i находятся из условий химического равновесия и уравнений сохранения элементного состава и могут рассматриваться, как неявно-заданные функции плотности, температуры и элементного состава и могут быть рассчитаны, например, по алгоритму, приведенному в [2, 3]: $\gamma_i = \gamma_i(\rho, T, \vec{\gamma}^0)$, при этом $W_i(\rho, T, \vec{\gamma}) = 0$. В «неравновесном» случае γ_i находятся в результате интегрирования 4-го уравнения системы (1).

В сечении сопла, в котором находится линия разрыва параметров, выполняются соотношения Ренкина–Гюгонио, являющиеся следствием интегральных законов сохранения, индексом «Л» помечены параметры до — разрыва, индексом «П» — за разрывом Ж

$$\rho_L u_L = \rho_P u_P, \quad \rho_L + \rho_L u_L^2 = \rho_P + \rho_P u_P^2, \quad h_L + \frac{u_L^2}{2} = h_P + \frac{u_P^2}{2}. \quad (4)$$

В случае ударной волны соотношения (4) дополняются условиями неизменности концентраций: $\gamma_{iL} = \gamma_{iP}$. В случае равновесной ДВ, концентрации за волной удовлетворяют условиям химического равновесия: $\gamma_{iL} = \gamma_{i0}$, $\gamma_{iP} = \gamma_i(\rho_P, T_P, \gamma^0)$, при этом существует минимальная скорость u_L , при которой система (4) имеет решение.

Рассматривалось течение стехиометрической водородо-воздушной горючей смеси, втекающей в сопло со сверхзвуковой скоростью (u_0), продукты сгорания которой включали 10 компонент: H_2O , H_2 , N_2 , OH , O_2 , HO_2 , H_2O_2 , Ag , H , O , механизм химических превращений заимствован из [4]. При известных давлении (P_0), температуре (T_0) и составе горючей смеси в начальном сечении, в результате решения

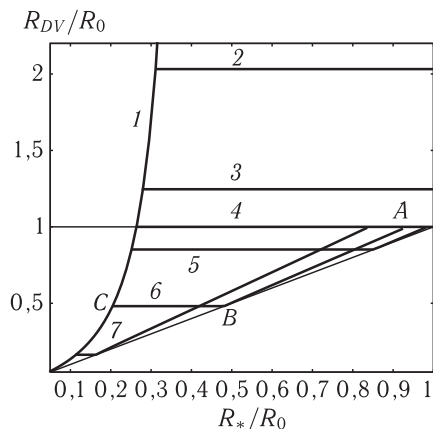


Рис. 1. RR -диаграмма ($P_0 = 101325$ Па, $T_0 = 400$ К: 1 — безразмерный радиус записывания течения; 2 — $u_0 = 1800$ м/с; 3 — 1900; 4 — 1955,1; 5 — 2000; 6 — 2200; 7 — 2800)

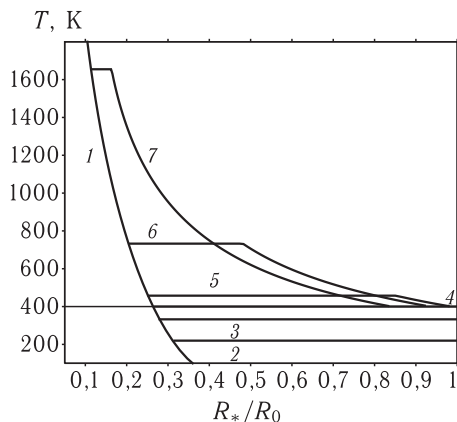


Рис. 2. Температура топлива перед ДВ ($P_0 = 101325$ Па, $T_0 = 400$ К: 1 — безразмерный радиус записывания течения; 2 — $u_0 = 1800$ м/с; 3 — 1900; 4 — 1955,1; 5 — 2000; 6 — 2200; 7 — 2800)

уравнений (1)–(4) в случае, когда течение до детонационной волны является «замороженным», а за детонационной волной — «равновесным», может быть построена RR — диаграмма (рис. 1) рассматриваемого течения [5, 6]. По оси абсцисс (рис. 1, 2) откладывается отношение критического радиуса сопла к начальному, по оси ординат: отношение радиуса в котором находится стационарная ДВ к начальному (рис. 1); температура потока перед ДВ (рис. 2), которая для корректности модели «рановесно-замороженного» течения, должна быть ниже температуры самовоспламенения горючей смеси. Подробный анализ «рановесно-замороженного» течения приведен в [5, 6]. Также в работе приводятся результаты численного моделирования неравновесного течения в канале, приведенном в работе [4]. Получены режимы течения, при которых реализуется сверхзвуковое течение с самовоспламенением горючей смеси, а также воспламенение горючей смеси ударной волной с последующим разгоном потока до сверхзвуковых скоростей.

1. Александров В. Г., Крайко А. Н., Реент К. С. Интегральные и локальные характеристики сверхзвукового пульсирующего детонационного прямоточного двигателя // Математическое моделирование. — 2003. — Т. 15, №6. — С. 17–26.
2. Гидаспов В. Ю. Распад разрыва в детонирующем газе // Вестник Московского авиационного института. — 2010. — Т. 17, №6. — С. 72.
3. Гидаспов В. Ю., Северина Н. С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Термодинамика и химическая кинетика. Учебное пособие. — М.: Факториал, 2014. — 84 с.
4. Журавская Т. А., Левин В. А. Исследование некоторых способов стабилизации детонационной волны в сверхзвуковом потоке // Механика жидкости и газа. — 2012. — №6. — С. 126–136.
5. Гидаспов В. Ю. Одномерное стационарное равновесное течение в сопле с детонационной волной // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 406–408.
6. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование одномерного стационарного равновесного течения в детонационном двигателе // Электронный журнал «Труды МАИ». — 2015. — №83. — 20 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ В КЕРОСИНО-ВОЗДУШНОЙ ГАЗОКАПЕЛЬНОЙ СМЕСИ ПАДАЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ*

В. Ю. Гидаспов, О. А. Москаленко

МАИ, Москва, Россия

В работе исследуется процесс инициирования детонации газокapельной смеси керосина с воздухом падающей ударной волной в модельной ударной трубе. Разработана упрощенная физико-математическая модель процесса. Капли углеводородного горючего считаются однокомпонентными, учитываются процесс испарения горючего и газофазные химические превращения [1, 2]. Исследуется влияние массовой доли капель на процессы образования и распространения детонационной волны в канале.

Для моделирования углеводородного горючего в работе использовалось «бруттовещество» с условной формулой C_xH_y (бензин — $C_{8,12}H_{16,53}$, керосин — $C_{9,32}H_{18,2}$, дизельное топливо — $C_{12,33}H_{22,1}$), теплофизические свойства которого в жидком и газообразном состоянии определялись на основе справочных данных по свойствам углеводородного топлива [3]. На рис. 1 представлено сравнение восстановленной зависимости теплоты парообразования углеводородного топлива с расчетами по эмпирическим степенным формулам.

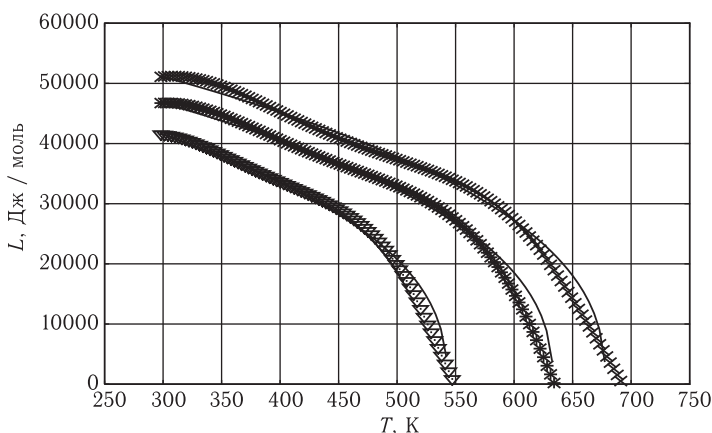


Рис. 1. Теплота парообразования (× — дизельное топливо, * — керосин, ∇ — бензин (расчет по восстановленным зависимостям потенциалов Гиббса жидкой и газовой фаз), сплошные линии — эмпирические формулы

Для моделирования химических превращений в газовой фазе использовался модифицированный [2] кинетический механизм [4], включающий 4 обратимых стадии:

- 1) $C_xH_y + O_2 \rightleftharpoons \frac{4x}{2x+y} CO + \frac{2y}{2x+y} H_2O + \left(1 - \frac{4}{2x+y}\right) C_xH_y$;
- 2) $2H_2 + O_2 \rightleftharpoons 2H_2O$;
- 3) $2CO + O_2 \rightleftharpoons 2CO_2$;
- 4) $CO + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2$.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (14-08-01147-а).

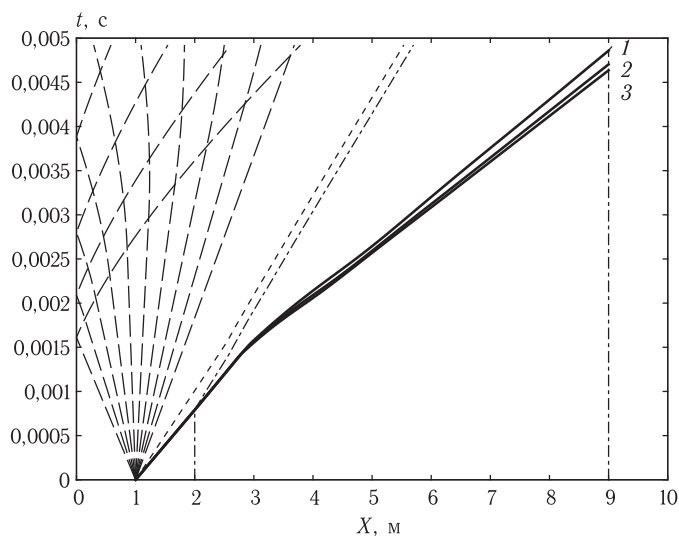


Рис. 2. Временная развертка течения в ударной трубе (крупный пунктир — характеристики, образующие веер волн разрежения; пунктир — контактный разрыв; штрих-пунктир — границы области распространения капель керосина; сплошная линия — траектория головной ударной волны при различных значениях отношения массы капель к массе воздуха (1 — 0,06; 2 — 0,08; 3 — 0,1)

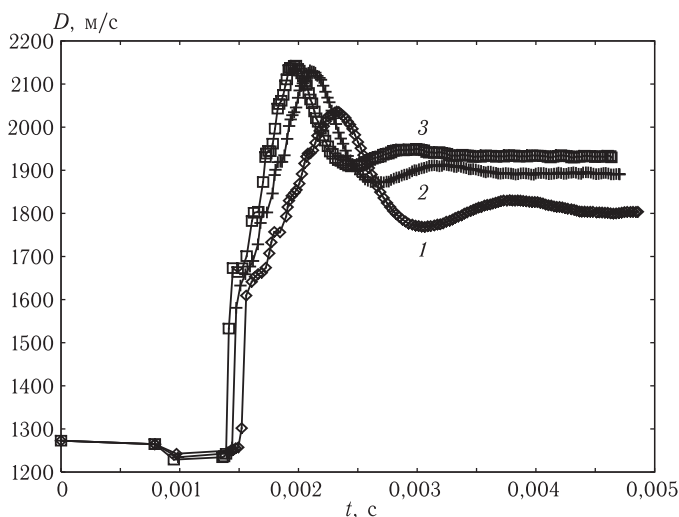


Рис. 3. Зависимость скорости ударной волны от времени при различных значениях отношения массы капель к массе воздуха (1 — 0,06; 2 — 0,08; 3 — 0,1). Диаметр капель керосина — 40 мкм

Исследовалось течение в ударной трубе (рис. 1), заполненной воздухом, возникающее после распада разрыва на границе камер высокого ($X < 1$ м) и низкого давления. Капли керосина размещались при $2 < X < 9$ м. После распада разрыва образовывалась ударная волна, которая инициировала испарение капель керосина и воспламенение горючей смеси. Численное моделирование проводилось с использованием оригинального сеточно-характеристического метода с явным выделением

характеристик, контактных разрывов, ударных волн и граничных траекторий области распространения капель [5, 6].

Скорость ударной волны (рис. 3) после входа в двухфазную область в начале несколько падает, затем капли испаряются, начинаются экзотермические химические реакции (температура за ударной волной составляла 1000 К (рис. 4), что превышает температуру самовоспламенения горючей смеси) и образуется волна горения, сопровождающаяся ростом давления, которая распространялась вслед за ударной волной. В момент времени около 1,4 мс, образовавшаяся перед фронтом горения, ударная волна догоняет головную ударную волну (рис. 3), что приводит к резкому увеличению ее скорости и к образованию детонационной волны. К моменту времени около 3 мс детонационная волна выходит на режим распространения близкий к стационарному.

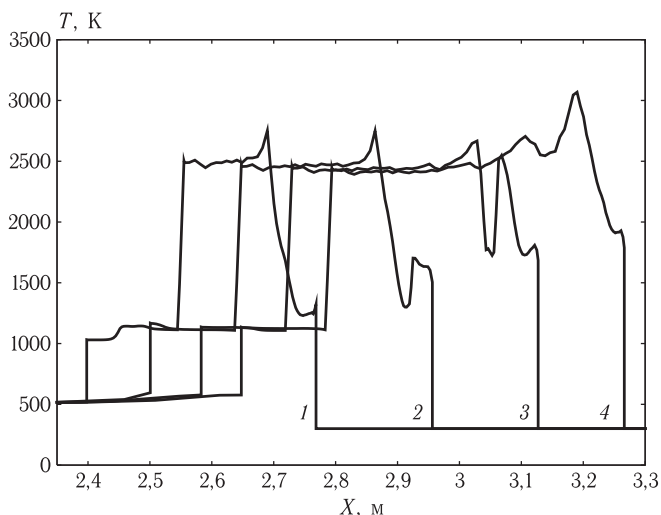


Рис. 4. Распределение температуры в различные моменты времени (1 — 1,41 мс; 2 — 1,53 мс; 3 — 1,63 мс; 4 — 1,70 мс). Отношение массы капель к массе воздуха — 0,1

Необходимо отметить, что расчетным путем получена картина течения с двумя очагами воспламенения, качественно совпадающая с наблюдаемой в экспериментах. После ускорения головной ударной волны температура за ней существенно выросла, что привело к воспламенению горючей смеси непосредственно за ударной волной (рис. 4, кривые 1–3). При дальнейшем распространении детонационной волны очаги воспламенения слились, образовав непрерывную область «сгоревшего» газа (рис. 4, кривая 4).

1. Гидасов В. Ю., Москаленко О. А., Пирумов У. Г. Численное моделирование стационарных детонационных волн в газовых и газокapельных реагирующих смесях // Вестник МАИ. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. — Т. 16, №2. — С. 51–61.
2. Гидасов В. Ю., Москаленко О. А., Пирумов У. Г. Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в керосино-воздушной горючей смеси // Вестник МАИ. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2014. — Т. 21, №1. — С. 169–177.
3. Теплофизические свойства некоторых авиационных топлив в жидком и газообразном состояниях / Сборник статей под ред. Н. Б. Варгафтика. — М.: Оборонгиз, 1961. — 162 с.
4. Басевич В. Я., Фролов С. М. Глобальные кинетические механизмы, используемые при моделировании многостадийного самовоспламенения углеводородов в реагирующих течениях // Химическая физика. — 2006. — Т. 25, №6. — С. 54–62.

5. Гидасов В. Ю., Карпов А. А. Численное исследование динамики аэрозоля в задаче о загрязнении верхней атмосферы // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11, №2. — С. 65–73.
6. Гидасов В. Ю., Стрельцов В. Ю. Исследование влияния капель распыленной воды на воспламенение и детонацию водородо-воздушной смеси // Математическое моделирование. — 2004. — Т. 16, №6. — С. 123–126.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ ВДОЛЬ АКУСТИЧЕСКИ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ВОДОРОДНО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЯХ*

С. В. Головастов, Г. Ю. Бивол, В. В. Голуб

ОИВТ РАН, Москва, Россия

Одним из методов ослабления интенсивности детонационной волны, ее замедления, и распада может оказаться использование специальных акустически поглощающих элементов конструкций. Механизмы воздействия заключаются в том, что на подобных поверхностях происходит ослабление поперечных волн, составляющих фронт детонационной волны, увеличение теплопотерь и уменьшение давления из-за уноса массы в поры [1]. Это вызывает разрушение ячеистой структуры, являющейся важной частью детонационной волны. Для смесей с нерегулярной ячеистой структурой поперечные волны играют основную роль в подавлении детонации. Однако для смесей с регулярной ячеистой структурой основную роль в подавлении детонации выполняет уход массы в пористые стенки и искривление фронта пламени [2]. Форма фронта пламени во многом изучена в работах [3–5]. Однако в существующих работах используются смеси при низком давлении, что не соответствует условиям практической применимости данных покрытий. Цель работы заключалась в исследовании динамики фронта пламени и детонации водородно-воздушных смесей в канале с пористыми стенками и в определение степени ослабления детонационной волны.

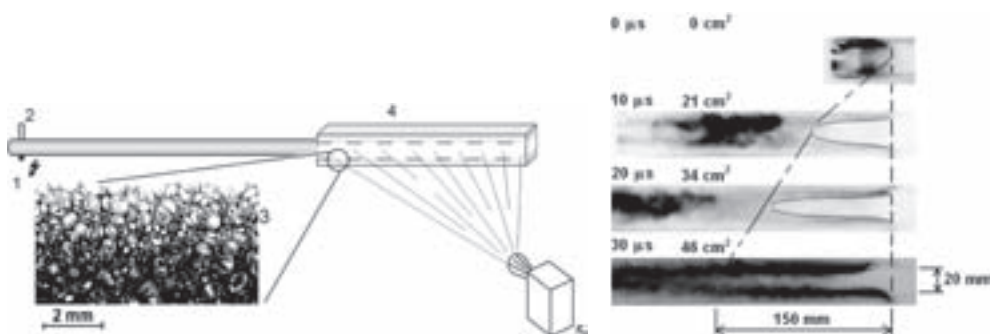


Рис. 1. Схема экспериментального стенда, видеорегистрация фронта пламени (негатив): 1 — разрядник; 2 — трубка со смесью; 3 — пористая поверхность; 4 — прозрачная прямоугольная измерительная секция; 5 — высокоскоростная видеокамера

Эксперименты проводились в цилиндрической детонационной трубе, открытой с одного конца (рис. 1). Инициирование взрывчатой смеси производилось с помощью

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (№14-50-00124).

искрового разряда, расположенного у закрытого конца детонационной трубки. В качестве звукопоглощающих элементов использовался акустический поролон с открытыми порами размером 2 мм и плотностью $0,035 \text{ г/см}^3$. С помощью скоростной камеры в стрик-режиме получены x - t -диаграммы распространения фронта пламени (рис. 2).

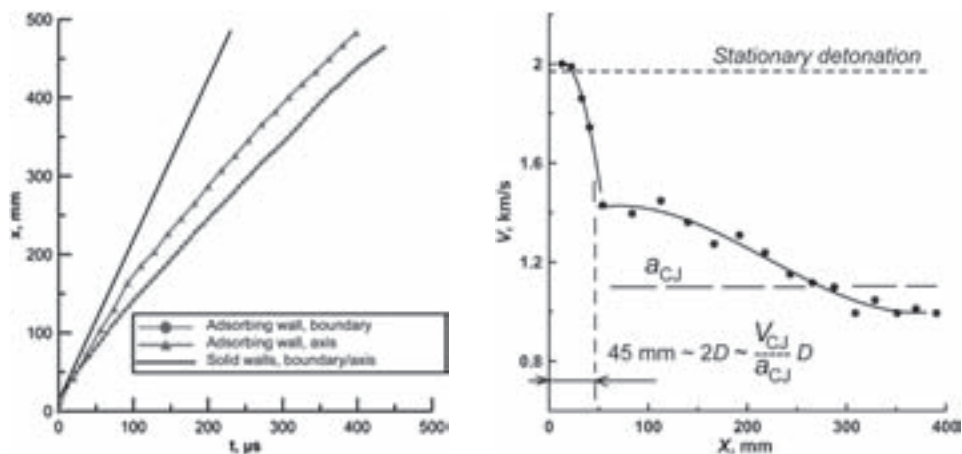


Рис. 2. X - t -диаграммы фронта горения в канале с жесткими стенками (детонация), вдоль оси канала с акустически поглощающим покрытием и вдоль поверхности покрытия. Эволюция скорости фронта пламени вдоль оси канала

Определена степень ослабления интенсивности фронта детонационной волны в зависимости от объемной концентрации водорода. Показано, что характер распространения горения может развиваться по трем сценариям: устойчивая детонация или квазидетонация, восстановление детонации и полное затухание детонации. Обнаружено, что восстановление детонации происходит при скорости ударной волны $0,55$ от величины скорости стационарной детонации Чепмена-Жуге.

1. Бивол Г. Ю., Головастов С. В., Голуб В. В. // ПЖТФ. — 2015. — Т. 41, № 24. — С. 17–22.
2. Radulescu M. I., Lee J. H. S. // Combustion and Flame. — 2002. — V. 131. — P. 29–46.
3. Johansen C. and Ciccarelli G. // Shock Waves. — 2008. — V. 18. — P. 97–106.
4. Liberman M., Kuznetsov M., Ivanov A., Matsukov I. // Physics Letters A. — 2009. — V. 373. — P. 501–510.
5. Xiao H., Wang Q., He X., Sun J., Shen X. International journal of hydrogen energy. — 2011. — V. 36. — P. 6325–6336.

АКУСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТЬЮ ДИФфуЗИОННОГО ФАКЕЛА*

В. В. Голуб, В. В. Володин, М. С. Кривокрытов

ОИВТ РАН, Москва, Россия

В различных технических устройствах часто реализуется диффузионный тип горения, когда горючее и окислитель пространственно разделены и заранее не

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российской академии наук, программа №31-2016 «Горение и взрыв».

перемешаны. В данной работе представлен обзор исследований акустического воздействия на процессы струйного течения и диффузионного горения [1–5] и сравнение с результатами, полученными авторами, которые экспериментально исследуют зависимость длины метанового факела и частоты мерцаний пламени от средней скорости и объемного расхода метана, а также изменение пределов отрыва, срыва пламени и обратного присоединения оторванного от горелки факела при различных параметрах акустического воздействия. Горелка представляла собой трубку постоянного диаметра (0,52 мм, 0,82 мм, 1 мм и 1,58 мм) длиной 100 мм с системой подачи и контроля расхода метана. Диагностика горения проводилась с помощью теневого прибора ИАБ-451, микрофона, шумомера, фотодатчиков и газоанализатора.

Высота диффузионного метанового факела. При малых скоростях струи метана пламя является ламинарным, его граница устойчива, пламя гладкое и процесс горения протекает спокойно (отсутствует шум). По мере увеличения скорости струи, высота пламени возрастает, вплоть до некоторой предельной скорости струи. При дальнейшем увеличении скорости струи граница пламени становится неустойчивой, одновременно с этим высота пламени уменьшается и перестает зависеть от скорости струи. Граница пламени быстро пульсирует, горение сопровождается сильным шумом. На рис. 1 представлены зависимости длины ламинарного факела от объемного расхода газа, для трубок различного начального диаметра. Как видно из рис. 1, при одном и том же объемном расходе метана длина факела не зависит от диаметра трубки. Длина факела линейно зависит от объемного расхода горючего газа (пунктирная линия на рис. 1) вплоть до расходов $\sim 0,08 \text{ м}^3/\text{ч}$.

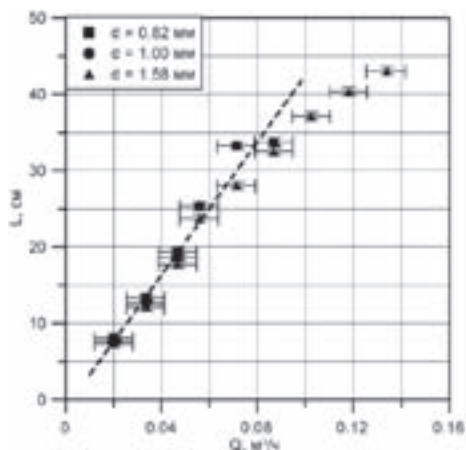


Рис. 1. Зависимость длины факела от объемного расхода газа

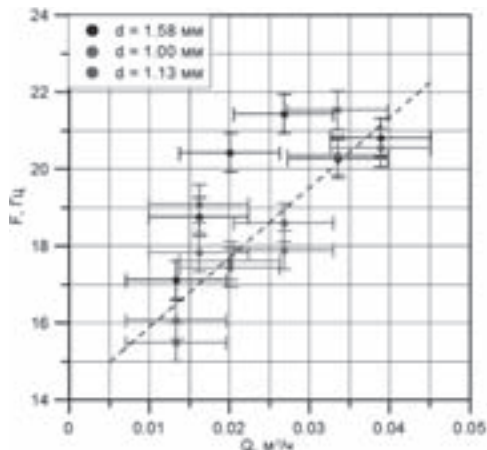


Рис. 2. Зависимость частоты мерцаний от объемного расхода метана

Конвективная неустойчивость, мерцания пламени. Колебания пламени, более известные как мерцания, отражают изменение геометрических размеров пламени, колебаний тепловыделения, давления и других характеристик, играющих важную роль в динамике пламени, излучении пламени и энергоэффективности. В экспериментах было обнаружено, что мерцания наблюдаются не всегда. Так, например, для горелок внутреннего диаметра 0,52 и 0,82 мм мерцания отсутствуют при любой скорости струи горючего газа (метана). Напротив, для горелок внутреннего диаметра 1,00 и 1,58 мм, мерцания наблюдаются практически при всех значениях скорости струи горючего, в том числе и в случае ламинарных пламен. Из спектрального анализа записей фотодатчиков видно, в спектре сигнала присутствует

ярко выраженная основная гармоника, а также присутствуют компоненты высших гармоник. На рис. 2 представлена зависимость частоты мерцаний от объемного расхода горючего для горелок различного диаметра. Проведенные эксперименты показали, что частота мерцаний слабо зависит от диаметра горелок и линейно растет с ростом объемного расхода горючего газа.

Таблица 1

Пределы отсоединения/присоединения/срыва факела

d , мм	$V_{от}$, м/с (Re)	$V_{пр}$, м/с (Re)	$V_{ср}$, м/с (Re)
0,82	—	—	29 (1430)
1,00	34 (2030)	18 (1060)	23 (1350)
1,58	23 (2190)	14 (1290)	29 (2760)

Влияние акустического воздействия на пределы отрыва/присоединения диффузионного факела. В зависимости от частоты и амплитуды звука, появление участка, на который наложено акустическое воздействие, может серьезно повлиять на структуру и движение пламени в целом. В табл. 1 приведены значения средней по сечению скорости струи метана, при которой происходит отрыв ($V_{от}$), присоединение ($V_{пр}$) и срыв ($V_{ср}$) факела для струй различного диаметра. Прочерки в табл. 1. ($d = 0,82$ мм) означают, что устойчивого отсоединенного факела в эксперименте не наблюдалось, в отличие от случая с акустическим воздействием. Аналогичные данные для случая с акустическим воздействием приведены в табл. 2, во всех случаях уровень звукового давления 100 дБ.

Таблица 2

Пределы отрыва/присоединения/срыва факела при акустическом воздействии

d , мм	Отрыв		Присоединение		Срыв	
	$V_{от}$, м/с (Re)	f , кГц	$V_{пр}$, м/с (Re)	f , кГц	$V_{ср}$, м/с (Re)	f , кГц
0,82	26 (1290)	10	14 (670)	3,90	18 (870)	3,90
			14 (670)	2,00	18 (870)	2,00
			15 (740)	1,50	21 (1010)	1,50
1,00	32 (1900)	10	14 (830)	3,90	22 (1290)	3,90
			14 (830)	2,00	23 (1350)	2,00
			14 (830)	1,50	23 (1350)	1,50
1,58	24 (2240)	5	12 (1120)	3,90	29 (2700)	3,90
			10 (930)	2,00	28 (2660)	2,00
			10 (930)	1,50	28 (2660)	1,50

Как видно из таблиц, наибольшее влияние акустика оказывает на обратное присоединение факела, а именно, скорость, при которой происходит присоединение, снижается на 22% ($d = 1,00$ мм) и 28% ($d = 1,58$ мм). Таким образом, можно сделать вывод, что акустическое воздействие расширяет пределы устойчивости оторванных пламен. Кроме того, акустическое воздействие позволяет получить устойчивый оторванный факел над горелками малого диаметра, когда без акустического воздействия оторванные пламена не наблюдаются.

1. Hawthorne W., Weddell D. and Hottel H. // Proceedings of the 3rd International Symposium on Combustion, Flame and Explosion Phenomena. — Baltimore, Maryland: Williams and Wilkins, 1949. — P. 266–288.

2. Matalon M. // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2007. — V. 39. — P. 163–191.
3. Козулин В. С., Крайнев В. Л., Третьяков П. К., Тупикин А. В. // ФГВ. — 2014. — V. 6. — P. 134–136.
4. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. — М.: ГИЛЛ, 1948. — 448 с.
5. Arai M. // Combustion and Flame. — 1999. — V. 118. — P. 293–300.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКИ*

Ю. И. Димитриенко, А. А. Захаров, М. Н. Коряков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В настоящее время научно-техническая мысль в России и за рубежом проявляет большой интерес к созданию гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА), способных двигаться в атмосфере Земли продолжительное время со скоростью, превышающую скорость звука более чем в 6 раз (число Маха $M > 6$). Среди первых разработок в данной области можно отметить аппарат X-51A Waverider, созданный в США, успешный запуск которого был произведен в мае 2013 г. — во время экспериментального полета X-51A развил скорость в 5,1 Маха.

Движение летательного аппарата в атмосфере Земли с гиперзвуковой скоростью связано с рядом сложных физико-химических превращений — диссоциация молекул кислорода и азота, а в некоторых случаях даже ионизация атомов. Данные процессы оказывают влияние на величину теплового потока к поверхности ГЛА, от значения которого зависит выбор теплозащитного материала корпуса ГЛА. А знание распределения заряженных частиц в ударном слое важно еще и с точки зрения радиосвязи с аппаратом.

Для учета физико-химических превращений уравнения Навье–Стокса дополняются уравнениями химической кинетики. Для решения полученной системы уравнений используется конечно-объемный метод второго порядка аппроксимации [1, 2] на геометрически-адаптивной [3] (т.е. координатные линии сетки согласованы с границами расчетной области) конечно-объемной сетке, которая может содержать призмы, гексаэдры и произвольные многогранные элементы. Пример сетки показан на рис. 1.

Для интегрирования системы аэродинамики используются красные элементы сетки, а при помощи синих вычисляются необходимые градиенты функций.



Рис. 1. Общая структура расчетной сетки

1. Eleuterio F. Toro Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. — Berlin: Springer, 2009.
2. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
3. Димитриенко Ю. И., Котенев В. П., Захаров А. А. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.

*Работа поддержана грантом Президента РФ МК-3007.2015.8. Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М. В. Ломоносова.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЯЧЕИСТОЙ СТРУКТУРЫ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ*

А. Д. Егорян

ЦИАМ, Москва, Россия

В данной работе представлены результаты численного моделирования пространственных нестационарных химически неравновесных течений водородо-воздушной горючей смеси с детонационными волнами. Используется достаточно полная модель химической кинетики, включающая 18 реакций с девятью компонентами [1]. В рамках данной модели проводился пространственный расчет ячеистой структуры детонационной волны.

Расчеты проводились оригинальным программным комплексом, в котором реализовано численное моделирование в приближении уравнений Эйлера для химически неравновесных течений. Система уравнений разрешается с помощью модифицированной конечно-разностной схемой С. К. Годунова [2–6]. На гладких решениях при счете на равномерных разностных сетках расчетная схема обеспечивает второй порядок аппроксимации и сохраняет первый порядок на произвольных нерегулярных сетках. Для интегрирования «жестких» уравнений химической кинетики развит подход, позволяющий на каждом шаге интегрирования не решать систему из N уравнений для определения N приращений концентраций, что уменьшает количество арифметических действий в N раз. Зона перепада давления и интенсивного протекания реакций рассчитывалась на тонкой сетке с мелкими ячейками. Перед детонационной волной и в области, где значения параметров

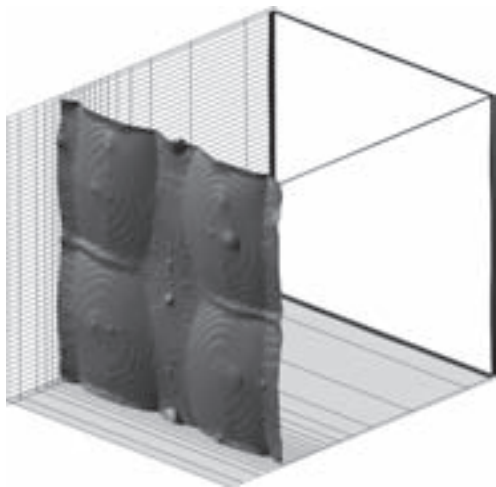


Рис. 1. Изоповерхность давления и прореженная в четыре раза расчетная сетка

близко к термодинамически равновесному, необходимость в тонкой сетке отпадает, и в направлении течения ячейки сетки быстро укрупнялись. Так же реализован механизм перехода в подвижную систему координат, которая может двигаться с определенной скоростью. Использование неравномерной сетки, особого механизма интегрирования уравнений химической кинетики и перехода в подвижную систему координат позволяет проводить моделирование с существенным ростом скорости расчета неравновесного течения.

Методика расчета пространственного неравновесного течения была апробирована на задаче о моделировании ячеистой структуры детонации. На входной и выходной границах расчетной области задавались «мягкие»

граничные условия на основе теневых ячеек. На «боковых» границах расчетной области задается условие периодичности или условие непротекания. В качестве начального поля использовалось одномерное поле детонационной волны Чепмена–

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (14-01-00146).

Жуге. Для устойчивого формирования ячеистой структуры к параметрам в теньевых ячейках на входной границе добавлялись малые (порядка 1%) случайные возмущения параметров и проводился расчет, в ходе которого происходил переход прямолинейного, одномерного фронта детонации к ячеистой структуре. В моделировании был использован механизм связывающий скорость подвижной системы координат, в котором проводился расчет, и положения фронта детонационной волны. Введение такой связи позволило добиться того, что волна практически неподвижно стоит в области мелкими ячейками. На рис. 1 показаны результаты расчета установившегося квазипериодического поля давления, расчетная сетка $200 \times 200 \times 100$ ячеек.

Были проведены серии пространственных расчетов с разными конфигурациями и размерами каналов. Исследовалась зависимость размера ячеек от параметров набегающего потока. На основе этих расчетов проводится анализ и сравнение с экспериментом [7].

1. *Morris C. I.* Numerical Modeling of Pulse Detonation Rocket Engine Gasdynamics and Performance // AIAA Paper 2004-0463. 12 p.
2. *Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Гл. ред. физ.-мат. изд-ва Наука, 1976. — 400 с.
3. *Колган В. П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. — 1972. — Т. 3, №6. — С. 68–77.
4. *Тилляева Н. И.* Обобщение модифицированной схемы С. К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки // Учен. зап. ЦАГИ. — 1986. — Т. 17, №2. — С. 18–26.
5. *Ганжелю А. Н., Крайко А. Н., Макаров В. Е., Тилляева Н. И.* О повышении точности решения газодинамических задач // В кн. «Современные проблемы аэромеханики». — М.: Машиностроение, 1987. — С. 87–102.
6. *Родионов А. В.* Монотонная схема второго порядка для сквозного счета неравновесных течений // ЖВМиМФ. — 1987. — Т. 27, №4. — С. 585–593.
7. *Vasil'ev A. A.* Cell size as the main geometric parameter of a multifront detonation wave // Journal of Propulsion and Power. — 2006. — V. 22, No. 6. — P. 1245–1260.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОДНЯТОГО ДИФфуЗИОННОГО ФАКЕЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ С ИЗМЕНЯЕМОЙ ВО ВРЕМЕНИ КОНФИГУРАЦИЕЙ*

В. С. Козулин, П. К. Третьяков, А. В. Туликин

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Сжигание различных топлив дает примерно 90% всей энергии, производимой в мире. И доля в энергетике таких процессов еще долгие годы будет оставаться основной. При этом одним из наиболее распространенных способов организации горения в настоящее время является диффузионный режим сжигания топлив. Параметрами, определяющими качество организации сжигания топлив, являются: энергоэффективность и экологическая безопасность. Степень энергоэффективности процесса определяется из рационального использования природных ресурсов и эффективности применения получаемой энергии. Экологическая безопасность

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-01-00225-а).

связана со снижением вредных выбросов и уменьшением производства CO_2 на единицу произведенной мощности. Применение нестационарных электрических полей (ЭП) может быть применено для повышения безопасности и контроля горения [1]. Ранее авторами было показано, что ЭП с изменяемой во времени конфигурацией способствует интенсификации диффузионного горения [2]. Возможность создания систем стабилизации и контроля процесса сжигания углеводородных топлив связана с наличием в их пламенах свободных зарядов. Основными носителями отрицательного заряда являются электроны, среди положительных ионов следует выделить H_3O^+ , его концентрация во фронте пламени сопоставима с концентрацией электронов [3]. Именно поэтому нестационарное ЭП наиболее эффективно для управления процессом сжигание углеводородных топлив.

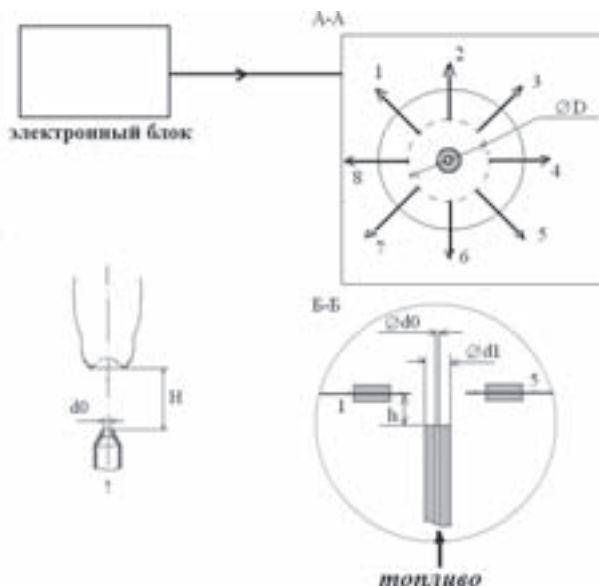


Рис. 1

В работе представлены результаты исследования влияния нестационарной пространственной конфигурации ЭП на стабилизацию поднятого диффузионного пламени. В качестве топлива применялся метан и пропан (бытовой, пропан-бутановая смесь). На рис. 1 приведена схема эксперимента. Установка включала в себя: горелку диффузионного типа, внутренний диаметр $d_0 = 1$ и $1,5$ мм, внешний $d_1 = 6$ мм (из непроводящего материала), напряжение подавалось попарно («+», «-») на 8 тонких электродов, расположенных равномерно по кругу (диаметра $D = 14$ мм) на высоте $h = 18$ мм от горелки. В качестве источника питания с контролируемыми электрическими параметрами (напряжение, частота переключения, скважность) применялся электронный блок-генератор, разработанный и изготовленный НПП «РТИ Системы». Расход газообразного топлива контролировался расходомером «ElFlow» с точностью 0,1%. Для регистрации собственного свечения пламени применялась скоростная CCD-камера HighSpeedStar3 с максимальным разрешением 1024×024 пиксел, частотой кадров до ~ 100 кГц, внутренней памятью 2 гигабайта, либо фотоаппарат «Nikon D5100». По снимкам определялась высота подъема факела (H), являющаяся важной характеристикой при стабилизации горения.

В работе [4] для описания диффузионных пламен использовались предположения:

- топливно-воздушная смесь гомогенна перед фронтом пламени;
- распределение концентрации в мертвой зоне соответствует распределению при смешении без горения;

— в точках поджога выполняется условие стабилизации $[(\text{grad } u) \cdot \tau_{\Gamma}]_{\min} = \text{const}$.

Считая, что в пограничном слое струи градиент продольной скорости существенно больше градиента поперечной скорости, последнее условие может быть записано как $\frac{du}{dx} \cdot \tau_{\Gamma \min} = \text{const}$.

Отсюда, основываясь на экспериментальных данных, было показано, что для безразмерной высоты подъема факела

$$H/d = f(\text{Ho}, \rho_i/\rho_e) \approx \text{Ho} \sqrt{\rho_i/\rho_e} = \frac{u \cdot \tau_{\Gamma \min}}{d} \sqrt{\rho_i/\rho_e},$$

где Ho — критерий гомохронности, ρ_i — плотность горючего газа, ρ_e — плотность среды, в которую истекает струя, u — средняя скорость истечения топливной струи, $\tau_{\Gamma \min}$ — минимальное характерное время горения (время пребывания в ламинарном фронте пламени).

Основываясь на таком подходе, были обработаны данные эксперимента, результаты представлены на рис. 2. При включении ЭП точки поджога стремятся в плоскость электродов, где напряженность ЭП максимальна.

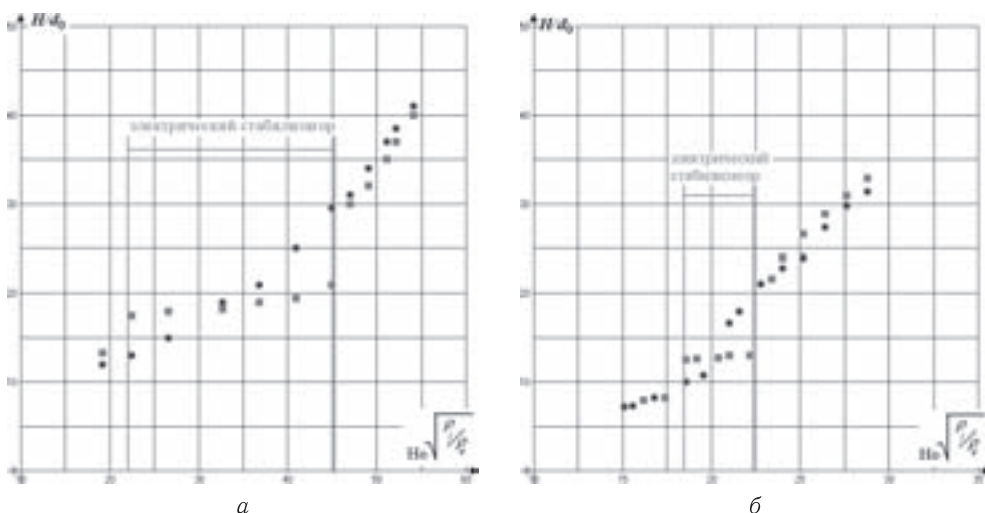


Рис. 2. Связь безразмерной высоты подъема факела и критерия гомохронности: а — пропан; б — метан

Для обоих типов топлив характерно наличие на графиках участка с постоянным значением безразмерной высоты подъема. Для метана область стабилизации факела на заданной высоте уже, чем для пропана. Это, скорее всего, связано с тем, что в пламени метана меньше образуется заряженных частиц. Таким образом, ЭП с переменной пространственной конфигурацией можно применять для стабилизации и позиционирования поднятого диффузионного пламени.

1. Thomas S. Hartwick, David Goodson, Richard F. Rutkowski, Geoff Osler, Christopher A. Wiklof. System and apparatus for applying an electric field to a combustion volume. Патент US 2011/0027734.

2. Козулин В. С., Третьяков П. К., Тупикин А. В. Диффузионное горение при воздействии внешним электрическим полем с изменяемой во времени конфигурацией // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 149–151.
3. Goodings J. M., Bohme D. K., Chun-Wai N. G. Detailed ion chemistry in methane-oxygen flames. I. Positive ions // Combustion & Flame. — 1979. — V. 36. — P. 27–43.
4. Баев В. К., Ясаков В. А. Исследование устойчивости диффузионного пламени // Изв. СО АН СССР. — 1969. — № 3. — Вып. 1.

ТРЕХТЕМПЕРАТУРНАЯ КИНЕТИКА КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ И ДИССОЦИАЦИИ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В СМЕСИ $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}^*$

А. А. Косарева, Е. А. Нагнибеда

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе исследуется колебательная релаксация и диссоциация молекул углекислого газа в смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$ на основе трехтемпературного, двухтемпературного и однотемпературного описания. Разработка моделей неравновесных процессов в высокотемпературных смесях, содержащих молекулы CO_2 , необходима при решении многих проблем физической аэродинамики: для расчетов параметров течений на траекториях космических аппаратов в атмосфере Марса, в расширяющихся потоках в соплах, в задачах лазерной физики, в химических технологиях. При этом важен учет влияния сложной колебательной кинетики молекул углекислого газа на изменение макроскопических параметров. Эта проблема рассматривалась ранее во многих работах на основе разных подходов: как при введении общей колебательной температуры для трех типов колебаний молекул углекислого газа [1], так и в рамках более строгого многотемпературного описания [2, 3] с учетом разных скоростей энергообменов между тремя типами колебаний молекул углекислого газа и в смесях с другими компонентами.

В настоящей работе колебательная релаксация и диссоциация молекул CO_2 в пространственно-однородной смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$ численно исследована на основе трехтемпературной кинетической модели, разработанной в [2] с учетом быстрых VV_m ($m = 1, 2, 3$) внутримодовых обменов колебательными энергиями каждого типа колебаний и межмодового VV_{12} обмена энергиями симметричной и деформационной мод. К медленным процессам относятся VT_2 обмены колебательной энергии второй моды с поступательной энергией и VV_{23} , VV_{123} межмодовые обмены и диссоциация. В работе использованы экспериментальные данные о скоростях процессов в рассматриваемой смеси, приведенные в [4]. Следуя [2], с учетом быстрых энергообменов вводятся две колебательные температуры молекул углекислого газа: объединенной (симметрично-деформационной) моды T_{12} и антисимметричной моды T_3 . Набор макропараметров, характеризующих релаксацию рассматриваемой смеси, включает числовые плотности компонентов n_{CO_2} , n_{CO} , n_{O} , колебательные температуры T_{12} , T_3 и температуру газа T . Молекулы CO рассматриваются в настоящей работе в равновесном состоянии. Уравнения для макропараметров содержат трех-температурные коэффициенты скорости диссоциации молекул CO_2 , которые вычислялись на основе модели Тринора-Маррона, модифицированной в [2], а также

*Работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект №6.37.163.2014) и РФФИ (проект №15-01-02373).

коэффициенты скорости переходов колебательной энергии в медленных процессах, которые определялись через времена релаксации [4].

Численное решение системы уравнений для макропараметров получено в трехтемпературном приближении и на основе упрощенных моделей: двухтемпературной (при $T_{12} = T_3 = T_v$) и одностемпературной ($T_v = T$), соответствующей диссоциации в термически равновесном углекислом газе. Исследовано влияние неравновесных распределений молекул углекислого газа на скорость диссоциации и макропараметры. На рис. 1 представлено сравнение коэффициентов скорости диссоциации, полученных в трех приближениях, в зависимости от T при фиксированных значениях колебательных температур. Видно, что двухтемпературный коэффициент превышает равновесный при $T < T_v$ и оказывается меньше равновесного при $T > T_v$.

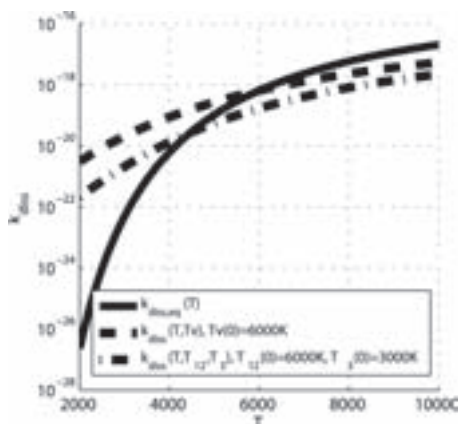


Рис. 1

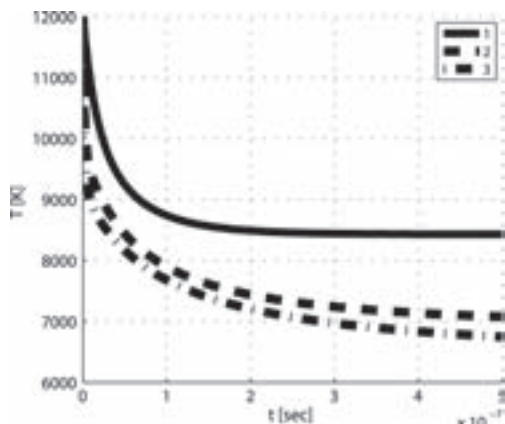


Рис. 2

Сравнение значений температуры газа, полученной в трех приближениях (рис. 2), показало, что использование одностемпературной модели приводит к значительной переоценке температуры, в то время как в двухтемпературном и трехтемпературном приближениях значения температуры газа оказываются более близкими. Одностемпературная модель также значительно завышает скорость диссоциации молекул CO_2 .

Расчеты макропараметров смеси в трехтемпературном приближении выполнены при разных начальных условиях: при сильном начальном возбуждении объединенной моды ($T_{12}(0) = 8000 > T(0) = 6000 > T_3(0) = 4000$), антисимметричной моды ($T_3(0) = 8000 > T(0) = 6000 > T_{12}(0) = 4000$), а также при высокой начальной температуре газа ($T(0) = 8000 > T_{12}(0) = 6000 > T_3(0) = 4000$). Исследовано влияние начального колебательного возбуждения разных мод на изменение температуры и состава смеси. Наиболее интенсивная диссоциация обнаружена в первом случае при сильном возбуждении объединенной моды, что объясняется тем, что энергия симметрично-деформационной моды вносит значительно больший вклад в полную энергию по сравнению с антисимметричной модой. В расчетах использовались разные аналитические аппроксимации для времен колебательной релаксации [4, 5]. Показано влияние моделей колебательной релаксации на состав смеси и температуры.

Полученные в работе результаты показали влияние колебательных распределений, разных аппроксимаций времен колебательной релаксации и начального колебательного возбуждения разных типов колебаний на скорость диссоциации и изменение макропараметров в смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$.

1. Brun R. Transport properties in reactive gas flows // AIAA. P. 88-2655.
2. Kustova E. V., Nagnibeda E. A. On a correct description of a multi-temperature dissociating CO_2 flow // Chem. Phys. — 2006. — V. 321. — P. 293–310.
3. Кустова Е. В., Нагнибеда Е. А. Кинетическое описание неравновесной реагирующей смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{C}/\text{O}/\text{O}_2$ в пятитемпературном приближении // Вестник С. Петерб. ун-та. Серия I. Математика, Механика, Астрономия. — 2010. — С. 31.
4. Losev S. A., Kozlov P. V., Kuznezova L. A., Makarov V. N., Romanenko Yu. V., Surzhikov S. T., Zalagin G. N. Radiation of $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-Ar}$ mixture in a shock wave: experiment and modeling // Proceeding of the Third European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESTEC, Noordwijk. ESA SP-426.1998. — P. 437–444.
5. Taylor R. L., Bitterman S. Survey of vibrational relaxation data for processes important in the $\text{CO}_2\text{-N}_2$ laser systems // Rev. Mod. Phys. — 1969. — V. 41, No. 1. — P. 26–47.

СПОСОБ СНИЖЕНИЯ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ, ЭМИССИИ СО И ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ПЛАМЕНИ ПРИ РОЗЖИГЕ КОЛЬЦЕВОЙ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ГТД

И. И. Кутыш, А. И. Кутыш, Д. И. Кутыш

ЗАО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

Для устойчивого сгорания топливовоздушной смеси (ТВС) в горелках камер сгорания (КС) газотурбинных двигателей (ГТД) и стационарных газотурбинных установок обычно применяют плохообтекаемые тела либо лопаточные завихрители, либо то и другое одновременно. В КС кольцевого типа закрутка потока в одном и том же направлении в отдельных горелках приводит к возникновению соосных кольцевых вихрей, поддержание которых сопровождается потерей давления за счет трения о стенки жаровой трубы. Поэтому такие кольцевые вихри следует считать паразитными. Кроме потери давления, их существование снижает интенсивность горелочных вихрей и устойчивость горения ТВС.

Необходимо также обратить внимание на то, что, если выбрано одинаковое направление закрутки потока во всех горелках, передача пламени от активных горелок, в которых осуществляется принудительное воспламенение ТВС от внешнего источника, к пассивным горелкам будет существенно затруднена, так как разность скоростей потока в местах соприкосновения локальных вихрей горелок будет максимальной. Эта разность скоростей потока может превысить нормальную скорость распространения пламени и привести к срыву пламени, сопровождающемуся ухудшением температурного поля в зоне горения и на выходе из КС.

Воздух паразитных вихрей не участвует в формировании зоны горения и отрицательно влияет на устойчивость горения ТВС.

Параллельно с вопросами устойчивости горения ТВС необходимо решать и проблему снижения эмиссии окиси углерода, что усложняет задачу создания надежно работающих малоэмиссионных КС.

Все эти проблемы обычно только частично решаются в известных КС, поэтому требуют привлечения новых нетривиальных технических решений для комплексного решения этих проблем.

Предлагаемый способ позволяет решить следующие задачи:

- снизить потери давления в зоне горения ТВС;
- увеличить надежность передачи пламени от горелки к горелке;
- увеличить устойчивость горения «бедной» ТВС;

- увеличить равномерность температурного поля в радиальном и окружном направлениях на выходе из кольцевой КС;
- снизить эмиссию СО.

Фрагмент кольцевой КС, в которой реализован предлагаемый способ, показан на рис. 1. КС содержит два соосных ряда четного числа двухканальных горелок, выполненных в соответствии с патентом РФ [1]. Причем при розжиге КС горелки A_1 с закруткой по часовой стрелке и горелки A_2 с закруткой против часовой стрелки наружного кольца C_1 являются пилотирующими, в которые подается топливо, а горелки B_1 с закруткой по часовой стрелке и горелки B_2 с закруткой против часовой стрелки внутреннего кольца C_2 являются пилотируемыми, в которые топливо вначале не подается.

Из условия согласования работы компрессора и турбины ГТД, прежде всего, на режиме запуска, а также на переходных режимах следует, что коэффициент избытка воздуха существенно растет. Работа КС на этих режимах сопровождается значительным «обеднением» ТВС, ухудшением качества ТВС и устойчивости горения, а также значительным снижением полноты сгорания топлива и увеличением эмиссии СО.

Эффективным средством борьбы с эмиссией СО в данном случае является отключение подачи основного и пилотного топлива в горелки внутреннего кольца в соответствии с патентом РФ [2]. Это мероприятие позволяет в горелках наружного кольца в 2 раза «обогащать» ТВС, улучшить качество смеси, увеличить устойчивость горения «бедной» ТВС и полноту сгорания топлива и в результате существенно уменьшить эмиссию СО. В горелки внутреннего кольца основное и пилотное топливо подают тогда, когда нагрузка становится близкой к нагрузке малого газа, что составляет, примерно, 65–70% от номинальной нагрузки.

Чтобы уменьшить разность скоростей в местах соприкосновения локальных вихрей соседних горелок до нуля, применена закрутка потоков в соседних горелках в противоположных направлениях с помощью аксиально-лопаточных завихрителей, позволяющая улучшить условия передачи тепла от одной горелки, в которой осуществляется горение ТВС, к другой горелке, где горение ТВС отсутствует, с последующим воспламенением в ней ТВС (рис. 1).

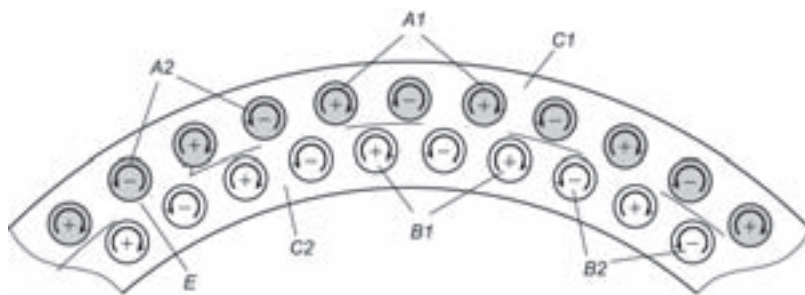


Рис. 1. Фрагмент кольцевой камеры сгорания

В предлагаемой кольцевой КС, как видно из формы линий тока (рис. 2), полученных при экспериментальном исследовании структуры течения, отсутствуют паразитные вихри, что снижает потери давления на трение о стенки жаровой трубы. Вместо них образуются периодические парные вихри, порождающие радиальные потоки поочередно к центру и от центра КС, что способствует не только надежной передаче тепла и пламени между горелками, но и выравниванию полей температур, прежде всего, в радиальном направлении.

Надежная передача тепла и пламени от горелки к горелке обеспечивается за счет того, что в месте соприкосновения периодических парных вихрей, вращающихся во взаимно противоположных направлениях: то по часовой стрелке, то против часовой стрелки, разность скоростей потоков равна нулю.

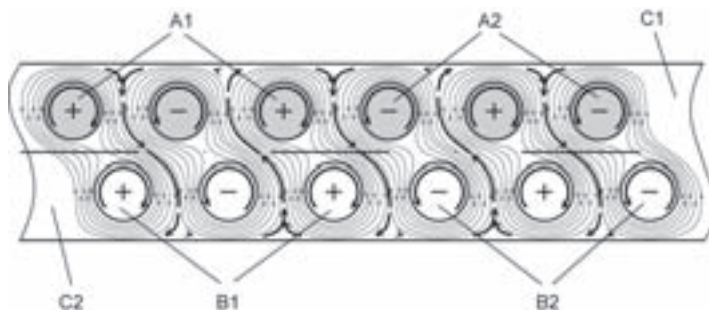


Рис. 2. Форма линий тока между горелками

Важно подчеркнуть, что все отмеченные выше проблемы в кольцевой КС ГТД, разработанной в соответствии с предлагаемым способом, решены комплексно.

1. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Патент РФ №2564746.
2. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Патент РФ №2561754.

ТРЕХТЕМПЕРАТУРНОЕ ОПИСАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА ЗА УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ, ВОЗНИКАЮЩИМИ В НЕРАВНОВЕСНОМ ПОТОКЕ*

Е. А. Нагнибеда, И. З. Шарафутдинов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе исследуются течения воздуха в релаксационной зоне за ударными волнами. Воздух рассматривается как пятикомпонентная смесь $N_2(i)/O_2(i)/NO/N/O$, происходят диссоциация молекул азота и кислорода, рекомбинация атомов, реакции Зельдовича $N_2(i) + O \rightleftharpoons NO + N$, $O_2(i) + N \rightleftharpoons NO + O$, VT обмены поступательной и колебательной энергиями, а также VV_1 и VV_2 обмены колебательными энергиями при столкновениях молекул одного и того же сорта и разных сортов соответственно. Течение описывается в рамках трехтемпературного приближения кинетической теории газов с быстрыми и медленными процессами [1]. В этом приближении к быстрым процессам относятся релаксация поступательных и вращательных степеней свободы и VV_1 обмены колебательными квантами, к медленным — колебательная релаксация за счет VV_2 энергообменов, VT переходов и химические реакции. С учетом быстрых VV_1 энергообменов вводятся колебательные температуры $T_1^{N_2}$, $T_1^{O_2}$ первых колебательных уровней молекул азота и кислорода, при этом макропараметрами течения являются температуры T , $T_1^{N_2}$, $T_1^{O_2}$, числовые плотности компонентов n_{N_2} , n_{O_2} , n_{NO} , n_N , n_O и макроскопическая скорость потока. Заселенность колебательных уровней молекул азота и кислорода описыва-

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №15-01-02373) и СПбГУ (НИР 6.37.163.2014).

ются двухтемпературным распределением Тринора [2]. Рассматривается квазиодномерное течение невязкого газ, распределение частиц смеси по поступательным и вращательным степеням свободы считается равновесным с температурой газа. Система уравнений для макропараметров содержит уравнения сохранения массы, импульса и полной энергии, а также уравнения релаксации смеси за счет медленных процессов: VV_2 и VT колебательных переходов и химических реакций. В такой постановке задача о течении воздуха за ударными волнами впервые решена в [3].

В настоящей работе численное решение системы уравнений для макропараметров получено в рамках трех моделей: на основе двухтемпературного распределения Тринора в газе из ангармонических осцилляторов, неравновесных распределений Больцмана для гармонических осцилляторов и в однотемпературном термически равновесном приближении (при $T_1^{N_2} = T_1^{O_2} = T$). Исследовано влияние колебательной неравновесности на коэффициенты скорости диссоциации, реакций обмена и на макропараметры в релаксационной зоне.

Основное внимание уделяется рассмотрению влияния условий в набегающем потоке на изменение параметров воздуха за ударным фронтом. Эффект начального колебательного возбуждения молекул набегающего потока на параметры течения в релаксационной зоне ранее обсуждался качественно для однокомпонентного газа [4, 5] и впервые численно изучен в работе [6] в рамках детального поуровневого описания течений пятикомпонентного воздуха. В настоящей работе влияние начальной колебательной неравновесности молекул набегающего потока на параметры воздуха за ударной волной численно исследовано на основе упрощенной трехтемпературной модели кинетики.

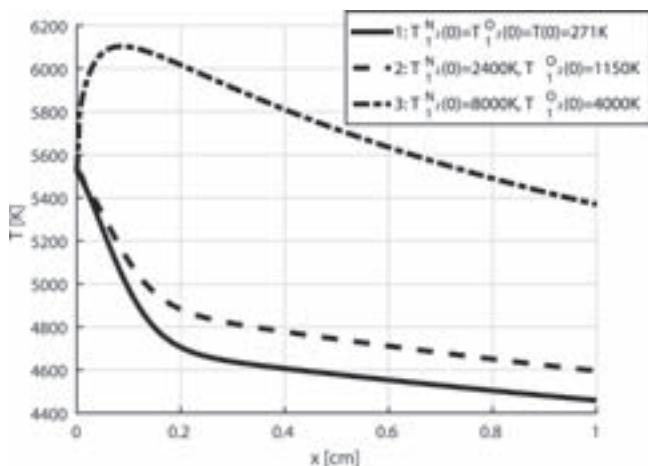


Рис. 1. Температуры газа T в зависимости от x , $M = 10$

Решение уравнений для макропараметров получено при числах Маха в набегающем потоке $M = 12, 10$ и температуре газа $T(0) = 271$ К. Заселенности колебательных уровней молекул перед фронтом волны описывались распределениями Больцмана с заданными колебательными температурами $T_1^{N_2}(0) = T_1^{O_2}(0) = T(0)$ в случае равновесного набегающего потока, а также $T_1^{N_2}(0) = 2400$ К, $T_1^{O_2}(0) = 1150$ К и $T_1^{N_2}(0) = 8000$ К, $T_1^{O_2}(0) = 4000$ К в случае неравновесного потока перед ударной волной. На рис. 1 представлено изменение температуры газа в релаксационной зоне в зависимости от расстояния x за фронтом волны в рассмотренных трех случаях.

Результаты, так же, как и в работе [6], показали, что значительное возбуждения молекул набегающего потока приводит к существенному изменению характера релаксационных процессов за фронтом волны. В третьем случае колебательная энергия непосредственно за фронтом волны оказывается выше поступательной и переход колебательной энергии в поступательную приводит к немонотонному изменению температуры в релаксационной зоне и ее возрастанию вблизи фронта (рис. 1).

Колебательно-возбужденные молекулы могут появляться перед ударным фронтом в результате разных видов накачки энергии в колебательные степени свободы: например, после выхода потока из сопла ударной трубы, вследствие разряда, в химических технологиях при управлении химическими реакциями в релаксационной зоне путем создания неравновесных распределений перед фронтом волны.

1. *Нагнибеда Е. А., Кустова Е. В.* Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов. — СПб.:Изд-во СПбГУ, 2003. — 272 с.
2. *Treanor C. E., Rich J. W., Rehm R. G.* // J. Chem. Phys. — 1968. — V. 48. — P. 1798–1807.
3. *Chikhaoui A., Dudon J. P., Geneys S., Kustova E. V., Nagnibeda E. A.* // Phys. Fluids. — 2000. — V. 12, No. 1. — P. 220–230.
4. *Осипов А. И., Уваров А. В.* // Успехи физ. наук. — 1992. — Т. 162, №11. — С. 3–41.
5. *Capitelli M., Ferreira C., Gordiets B., Osipov A.* Plasma Kinetics in Atmospheric Gases // In: Springer Series on Atomic, Optical and Plasma Physics. V. 31. — Berlin: Springer, 2000.
6. *Kunova O. V., Nagnibeda E. A.* // Chemical Physics. — 2015. — V. 625. — P. 121–127.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АДИАБАТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ГОРЕНИЯ

А. Л. Осипов, В. П. Трушина

НГУЭУ, Новосибирск, Россия

В основу вычислительных методов часто закладывается допущение об адиабатичности процессов, протекающих при горении. Поэтому многие расчетные методы, связанные с вычислением такого важного показателя, как нижний концентрационный предел воспламенения [1], требуют знания адиабатической температуры горения. Это приводит к необходимости моделирования адиабатической температуры горения на нижнем уровне T_Γ в зависимости от структурной формулы химического вещества. Центральный момент при нахождении зависимости адиабатической температуры горения на нижнем уровне от структуры вещества — это решение вопроса о том, от каких структурных элементов молекулы зависит процесс горения на нижнем пределе. Для моделирования зависимости T_Γ от структуры вещества используем простейший выбор парциальных структурных инкрементов, в котором в качестве структурных элементов взяты пары непосредственно связанных атомов с учетом того, каким химическим элементам принадлежат эти связи, а также атомы с учетом валентного состояния. Мы использовали структурно-неаддитивные модели, которые имеют следующий вид:

$$T_\Gamma = \sum_k T_k x_k, \quad (1)$$

где T_k — парциальный вклад k -го структурного элемента в параметр T_Γ , x_k — доля k -го структурного элемента в молекуле и $x_k = n_k / \sum_{i=1}^m n_i$, где m — число структурных элементов, n_k — число структурных элементов k -го типа в молекуле. Модель (1) учитывает зависимость параметров от качественного (относительно-

го) состава молекул, в отличие от структурно-аддитивных моделей, учитывающих зависимость от количественного состава. Для уточнения структурно-неаддитивных моделей вида (1) необходимо учесть взаимовлияние структурных фрагментов (зависимость одних компонентов горючего химического вещества от наличия других), а точнее — зависимость инкрементов T_k от структуры молекулы, определяющей изменения распределения электронной плотности на фрагментах, а также геометрические характеристики молекулы. Наиболее существенными факторами, определяющими величину T_r , являются относительные характеристики молекулы химического вещества. Введем понятие адиабатической температуры горения T_k гипотетического вещества, имеющего структурные элементы только k -го типа. Если рассматривать молекулы реального вещества как комплексы, образованные из молекул гипотетических веществ, и предположить аддитивность вкладов этих гипотетических веществ в адиабатическую температуру горения на нижнем пределе реального вещества, то это приводит к модели (1). Дадим физико-химическую интерпретацию этой формальной модели. Согласно современной тепловой теории распространения пламени, уравнение для нормальной скорости пламени u_n можно представить в виде:

$$u_n^2 = F \exp\left(-\frac{E}{RT}\right),$$

где E и T — энергия активации и температура ведущей стадии процесса, соответственно; F — функция физико-химических параметров горючей смеси (коэффициентов диффузии, теплоемкостей, концентраций, теплопотерь, кинетических параметров стадий химического превращения и т.д.); R — газовая постоянная. Для случая, когда T совпадает с адиабатической температурой горения T_r , а E рассматривается как эффективная энергия активации, имеем:

$$T_r = \frac{E}{R} \frac{1}{\ln(F/u_n^2)}.$$

Энергия активации хорошо моделируется уравнением вида $E = \sum_k E_k x_k$. Учитывая, что на нижнем пределе значения u_n слабо зависят от вида химического вещества и, что величина F/u_n^2 есть аргумент логарифмической функции, можно предположить достаточную гладкость функции $\ln(F/u_n^2)$ и использовать для ее аппроксимации выражение следующего вида:

$$\ln\left(\frac{F}{u_n^2}\right) = \sum_i f_i x_i.$$

Для T_r получаем дробнолинейную модель вида: $T_r = \sum_i E_i x_i / \sum_i f_i x_i$. Разложив дробнолинейную функцию в ряд и ограничившись линейными членами, получим выражение: $T_r = \sum_k T_k x_k$, т.е. структурно-неаддитивную модель вида (1). Эффективность подхода исследовалась на выборке в 1000 органических соединений, представляющих широкий класс химических веществ. Результаты исследований представлены в табл. 1 относительными среднеквадратическими погрешностями.

Для сравнения хотелось бы отметить, что относительная среднеквадратическая погрешность по адиабатической температуре горения T_r в работе [2] составила 2,86 при обучении структурной модели на выборке из 83 химических веществ, при этом экзамен не проводился. Из химических веществ, приведенных в работе [2], была сформирована экзаменационная выборка для неаддитивной модели, включающая вещества, не входившие в обучающую выборку. Результаты экзамена (относительные среднеквадратические погрешности) иллюстрирует второй столбец

табл. 2. При этом с практической точки зрения очень важен вопрос о надежности расчетов [2], которые определяются максимальной относительной ошибкой (см. третий столбец табл. 2).

Таблица 1

Эффективность использования структурно-неаддитивной модели

Структурные элементы	Среднеквадратические погрешности	
	На обучении	На экзамене
Атом–связь–атом	1,44	2,45
Атомы с валентным окружением	1,56	2,68

Таблица 2

Результаты экзамена и надежность расчетов

Структурные элементы	Результат экзамена	Оценка надежности
Атом–связь–атом	3,46	18,54
Атомы с валентным окружением	1,67	6,2

Следует отметить, что при использовании дескрипторов типа «атом–связь–атом» резко выделяется на экзамене ацетальдегид, который дает большую относительную ошибку, что уменьшает надежность прогноза. При включении этого химического вещества в обучающую выборку надежность метода значительно повысилась, и стала равной 9,43, а среднеквадратическая погрешность составила 2,36. Создана компьютерная система, которая позволяет в режиме диалога осуществлять оперативный прогноз адиабатической температуры горения химических веществ.

1. Осипов А. Л., Криветченко О. В. Компьютерная оценка нижнего концентрационного предела воспламенения химических веществ // В мире научных открытий. — 2013 — №10.1 (46). — С. 34–45.
2. Зацепин В. М., Сороко Ю. М., Степачев О. А. Парциальные структурные инкременты и их применение к расчету нижнего концентрационного предела воспламенения органических соединений // Журнал физической химии. — 1984. — Т. LVIII, №9. — С. 2158–2162.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ ЭМУЛЬСИЙ И СУСПЕНЗИЙ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ С ВОДОЙ

Ю. П. Рассадкин, В. П. Аванесян, Н. Н. Захаров

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Вода, присутствующая в углеводородных топливах, а также ее пары в воздухе или других окислителях оказывают существенное влияние на протекание различных физических и химических процессов, происходящих в них, включая и непосредственно явления, связанные с горением. Причем это происходит как в обычных реакциях горения органических и неорганических веществ, так и при смешении твердых и жидких углеводородных топлив с водой. Накопилось много экспериментальных фактов по влиянию воды на происходящие процессы, которые до сих пор не нашли своего объяснения. Оказалось, что в этом случае основное влияние оказывает колебательное возбуждение молекул H_2O в жидкой и газообразной

фазах. В настоящей работе изложен материал по описанию физических и квантово-механических процессов по образованию эмульсий и суспензий при смешении жидких и порошкообразных твердых углеводородных топлив с жидкой водой и явлений горения их в атмосферном воздухе. Описаны экспериментальные данные по успешному созданию таких смесей и существенному повышению эффективности сгорания углеводородных топлив. На фундаментальном квантово-механическом, колебательно-неравновесном химическом и спектрально-физическом уровне предложена модель основных явлений, происходящих при образовании эмульсий и суспензий, а также процессов горения.

Особенности процессов горения водо-углеводородных эмульсий. Многочисленные экспериментальные данные по сжиганию мелкодисперсных водо-углеводородных эмульсий показали следующие важные особенности процессов горения в воздухе: факел пламени расширяется и уменьшается по длине, средняя температура горения повышается, яркость свечения увеличивается, при том, что доля воды в составе топлива достигает 20–30%, теплотворная способность его оказывается не меньше, чем исходного углеводородного, а даже несколько увеличивается, возрастает полнота сгорания, в продуктах сгорания существенно уменьшается концентрация таких веществ, как СО, окислов азота, сажи, бенз(а)пирена, температура выхлопных газов уменьшается, существенно снижается нагарообразование на элементах конструкций камер сгорания, водогрейных устройств и т. д. Частично улучшение полноты сгорания углеводородного топлива в таких эмульсиях можно объяснить следующим эффектом: при распылении, например, водо-мазутной эмульсии с помощью форсунок камер сгорания образуются капли размером 0,1–1 мм, в которых находятся капли воды размером 0,1–7 мкм. В связи с тем, что температура кипения тяжелых углеводородов на 200–300 °С выше, чем воды, то при нагреве водяных капель в пламени факела они взрываются с *образованием пара*, дробя и разбрасывая углеводородные капли, что существенно улучшает процессы горения. Но это явление не может объяснить значительное увеличение теплотворной способности топлива, повышение средней температуры пламени факела, существенное уменьшение вредных веществ в выхлопных газах.

По всем канонам химии равновесных процессов сжигания углеводородных топлив в воздухе, даже если предположить, что молекула H_2O является катализатором процесса горения, общая теплотворная способность топлива должна уменьшаться, поскольку требуется энергия на испарение и нагрев паров воды, а на самом деле получаем противоположный результат. Априорно можно предположить протекание следующего процесса в условиях горения углеводородного топлива: по каким-то причинам молекула H_2O разваливается на радикалы OH и H , далее радикал OH вступает в реакцию с углеводородными радикалами $\text{C}_n\text{H}_m\text{O}_p$, включая на последней стадии CO , а затем догорает водород. Известно, что скорости реакций углеводородов с радикалом OH на порядки больше, чем с кислородом воздуха O_2 , поэтому общие процессы горения могут резко ускоряться. Но в данных условиях необходимо выполнение главного требования: энергия, затрачиваемая на диссоциацию молекулы H_2O , должна быть значительно меньше, чем выделяющаяся при сгорании водорода в кислороде воздуха. Такая ситуация может сложиться, если создаются условия колебательного возбуждения молекулы H_2O , как реагента вступающего в реакцию с другими элементами, благодаря чему скорости реакций возрастают на многие порядки [1].

Описанные явления, возникающие при сжигании водо-углеводородных эмульсий в воздухе, связаны с уникальным природным явлением, когда при взрыве водяных капель образуются не только пары воды, но происходит диссоциация и

ионизация молекул H_2O с образованием элементов OH , H , O , H_2O_2 , HO_2 , $\text{OH}^\cdot$, H^+ , e^- , H_2O^* , OH^* , O_2^* (где * означает колебательно возбужденные молекулы), а также сильного излучения, особенно, в ультрафиолетовом диапазоне [1, 2]. Присутствующие в паре и атмосферном воздухе водные аэрозоли в основной массе имеют размеры 0,2–8 мкм и время их стабильного состояния сильно зависит от различного рода внешних воздействий малой мощности (0,1–0,001 Вт/см²) (акустических, электромагнитных, СВЧ-колебаний, тепловых, лучевых) [1, 2].

В процессе горения жидких углеводородов в воздухе и наличии взрывающихся водяных капель, во-первых, за счет окислительных радикалов и молекул OH , O , H_2O_2 , O_3 , HO_2 существенно усиливаются процессы развала углеводородных молекул и их окисления, во-вторых, благодаря колебательному возбуждению реагентов существенно (на многие порядки) ускоряются химические реакции, в-третьих, сгорают водородосодержащие элементы (OH , H , H_2O_2 , H_2 , HO_2), значительно увеличивая тепловыделение. Нужно также отметить, что наличие в больших концентрациях свободных электронов значительно ускоряет многие реакции окисления, а рекомбинация ионов OH , H^+ , дает дополнительное тепловыделение. Кроме того, присутствие в смеси газов в больших концентрациях элементов OH , H , O , H_2O_2 , H_2 , O_3 , HO_2 обеспечивает высокое догорание CO , C (сажи), развал окислов азота и сложных углеводородов.

При сжигании суспензий из порошка каменного угля и воды в процессе распыления их через форсунки камер сгорания образуются водные аэрозоли из пленочной активированной воды, которые также взрываются с образованием радикалов, электронов, ионов и молекул OH , H , O , H_2O_2 , H_2 , O_2 , O_3 , HO_2 , $\text{OH}^\cdot$, H^+ , e^- , H_2O^* , OH^* , O_2^* . В присутствии таких элементов поверхностное горение твердых частиц каменного угля существенно ускоряется, полнота сгорания углеводородов возрастает, а за счет сгорания водородосодержащих элементов (OH , H , H_2O_2 , H_2 , HO_2), значительно увеличивается тепловыделение.

1. *Рассадкин Ю. П.* Вода обыкновенная и необыкновенная. — М.: Галерея, 587 с.

2. Вода — космическое явление / Под ред. Ю. А. Рахманина, В. К. Кондратова. — М., 2002.

ПРЕДДЕТОНАЦИОННЫЙ РЕЖИМ ГОРЕНИЯ (К РЕАЛИЗАЦИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ПВРД)*

П. К. Третьяков

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

К известным физически возможным режимам горения гомогенных топливовоздушных смесей — дефлаграции и детонации рассматривается режим горения, при котором скорость распространения пламени меньше, но близка к скорости Чепмена–Жуге. Существование такого режима отмечено при изучении непрерывной спиновой детонации в исследованиях, проводимых в Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН. В докторской диссертации Ф. А. Быковского этот факт наблюдался в локализованных областях, в которых процесс смешения горючего (водорода) и окислителя не завершался полностью [1]. Интенсивное протекание процесса горения является привлекательным для практического использования. Следует отметить, что такой режим может быть осуществлен в камере

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-08-00820).

сгорания (КС) высокоскоростных прямоточных воздушно-реактивных двигателей (ГПВРД) [2, 3]. Несмотря на успехи в решении проблем, связанных с организацией стабильного и эффективного горения применительно к созданию КС для ГПВРД, остаются актуальными задачи, возникающие на переходных режимах работы двигателя. При скоростях разгона летательного аппарата (ЛА) в диапазоне скоростей полета, соответствующих переходу от чисел Маха $M = 4,6$ – $4,8$ к числам $M = 6$ – $7,5$, возникает необходимость в создании определенных условий, обеспечивающих надежность воспламенения и стабильного горения. Желательно сохранить высокую эффективности рабочего процесса при переходе к полету с высокими значениями чисел Маха, когда скорость потока в КС устанавливается соответствующей $M \geq 1$ [4]. К настоящему времени накоплен большой экспериментальный и расчетно-теоретический материал по изучению газодинамики реагирующих течений в условиях, соответствующих приведенному выше диапазону чисел Маха. Изучается взаимовлияние газодинамических и кинетических процессов на формирование и развитие режима горения, а также способов, обеспечивающих максимальную эффективность химической реакции. С целью облегчения инициирования и стабилизации горения топлива применяются различные газодинамические методы для создания локальных областей с повышенными значениями температуры и давления (см. например [5]), или вводятся в поток химически-активные средства. Основным недостатком таких способов является перевод сверхзвукового течения в дозвуковое в системе волновых структур типа псевдоскачка. Эта волновая структура, содержит отрывные зоны, сохраняет устойчивое положение в КС, создает большие потери полного давления. Переход к сверхзвуковому течению в КС в процессе увеличения скорости полета ЛА (на участке разгона) становится затруднительным. Этот факт подтверждается летными испытаниями беспилотного ЛА Х-51А (программа США), когда не удалось достигнуть запланированных чисел M полета ($M \geq 6$), после вывода ЛА на орбиту с начальным числом $M = 4,8$. Наиболее эффективным является такой способ организации горения, когда скорость потока в КС не уменьшается до дозвуковой. Это можно осуществить, если реализовать преддетонационный режим горения. Задача состоит в том, чтобы в сверхзвуковом потоке, который поступает в КС с постоянной площадью поперечного сечения, организовать локализованный на предельно малой длине процесс горения таким образом, чтобы средняя скорость продуктов сгорания была равна скорости звука или несколько превышала ее.

В качестве примера осуществления такого режима ниже приводятся экспериментальные результаты, полученные при горении водорода в канале, состоящем из цилиндрической части длиной 400 мм, переходящей в коническую часть длиной 250 мм (угол расширения 10°). Число Маха на входе в канал $M = 2,2$, диаметр цилиндрического участка — 50 мм. Горючий газ — водород подавался через инжектор диаметром 10 мм, расположенный на оси сопла, с числом Маха $M = 1$. Параметры воздушного потока на входе в канал: $P_0 = 0,7$ МПа, $T_0 = 1600$ – 1700 К. Максимальный расход водорода рассчитывался из условия установления средней скорости соответствующей $M = 1$ в цилиндрическом канале при полном сгорании в нем водорода.

При подаче водорода в канал происходило его воспламенение и стабилизация горения на кромке водородного сопла. Реализовывался диффузионный, малоинтенсивный режим горения, который происходил по всей длине канала. Для интенсификации горения применялось импульсно-периодическое газодинамическое и теплогазодинамическое воздействие, которое заключалось в подаче в канал через отверстие в стенке (300 мм от начала канала) пакета импульсных струй воздуха

(через быстродействующий клапан) или продуктов сгорания водородно-воздушной смеси из специального генератора. Наблюдался переход от диффузионного режима горения к преддетонационному в образующихся газодинамических структурах типа псевдоскачка, который регистрировался по росту статического давления в канале. Рисунок 1 иллюстрирует изменение давления на стенке во времени в различных сечениях по длине канала. Из рис. 1 можно сделать вывод, что квазистационарный уровень давления устанавливается после 3–5 циклов воздействия.

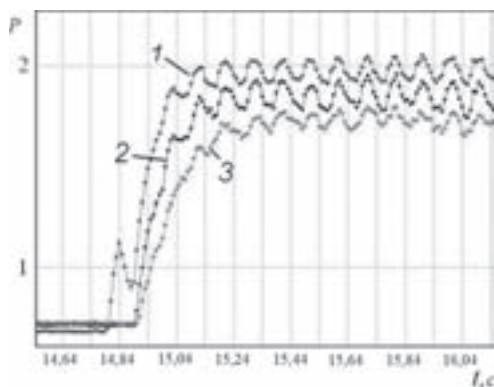


Рис. 1. Динамика роста статического давления ($P \cdot 10^5$ Па): 1 — 255 мм; 2 — 185 мм; 3 — 140 мм от начала канала (клапан, $f = 10$ Гц)

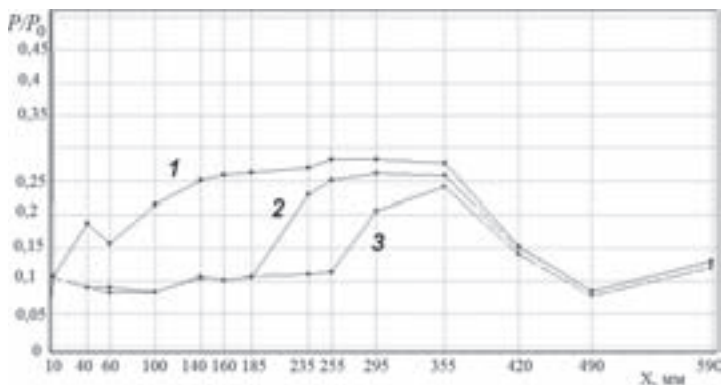


Рис. 2. Статическое давление по длине канала. Энергия в импульсе: 1–15, 1–13, 1–11 Дж соответственно. Параметры: $P_0 = 0,7$ МПа, $T_0 = 1650$ К; $\alpha = 10, 1$; $f = 20$ Гц

На рис. 2 приведены результаты влияния энергии в импульсе на положение области повышения давления в канале. Увеличение энергии в импульсе приводит к смещению области интенсивного горения вверх по потоку. Из выполненных оценок следует, что уровень давления (кривая 1) соответствует преддетонационному режиму горения. Таким образом, экспериментально установлена возможность интенсификации горения в канале со сверхзвуковой скоростью потока.

1. Быковский Ф. А., Ждан С. А. Непрерывная спиновая детонация. — Новосибирск: Изд-во Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 2012. — 303 с.
2. Третьяков П. К. Организация пульсирующего режима горения в высокоскоростных ПВРД // ФГВ. — 2012. — Т. 48, № 6. — С. 21–27.

3. Третьяков П. К. Особенности развития процесса горения при наличии волновых структур // Сборник материалов Всероссийской научной конференции с международным участием (к 95-летию со дня рождения академика И. Ф. Образцова), Москва, 15–17 декабря 2015 г. — М.: ИПРИМ РАН, 2015. — С. 468–471.
4. Третьяков П. К., Забайкин В. А., Прохоров А. Н. Высокоскоростной ПВРД с пульсирующим режимом запуска // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 20–24 авг. 2015 г.) (Full text, 0.37 Mb): [сборник трудов]. — Казань, 2015. — С. 3778–3780. — CD-ROM.
5. Gruenig C., Mayinger F. Experimental Investigation of Supersonic Flame Stabilisation based on Fuel Self-Ignition // Chemical Engineering & Technology **23**:10. 1002/1521-4125(200010)23:10<10. CO;2-4, 909-918. Online publication date: 1-Oct-2000.

СТАЦИОНАРНЫЕ СТРУКТУРЫ ДЕТОНАЦИИ ГАЗОВЗВЕСИ НАНОРАЗМЕРНЫХ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ*

Т. А. Хмель

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Введение. Мелкодисперсные порошки алюминия широко используются в промышленных технологиях, а также образуются при обработке изделий из алюминия, что требует анализа их взрывоопасности. С другой стороны, взвеси частиц алюминия в окисляющем газе или в смеси с горючими газами могут служить в качестве рабочих смесей в соплах двигателей. Поэтому исследование характеристик детонационных режимов горения порошков алюминия является актуальным. Нанодисперсные порошки характеризуются значительным снижением порога воспламенения и времени горения, что представляет дополнительные перспективы их использования.

Проблемы детонации микроразмерных взвесей алюминия широко исследовались. В [1, 2] представлена модель детонации микроразмерных (1–40 мкм), взвесей алюминия в кислороде. В рамках модели был получен ряд результатов по инициированию и распространению плоской и ячеистой детонации моно и полидисперсных взвесей. Для наноразмерных взвесей необходимо учитывать особенности теплообмена, воспламенения и горения. Детальный обзор и анализ вопросов, связанных с горением мелкодисперсных и нанодисперсных частиц алюминия, представлен в [3].

В настоящей работе в рамках простейшей модели гетерогенной детонации газовзвеси алюминия в кислороде получены данные о структуре волны стационарной детонации для взвеси наноразмерных частиц.

Физико-математическая модель детонации Чепмена–Жуге. В рамках односкоростного двухтемпературного приближения уравнения стационарной детонационной волны имеют следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} \rho u &= \rho_0 u_0 = c_1, \quad p + c_1 u = p_0 + c_1 u_0 = c_2, \quad e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = e_0 + \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{u_0^2}{2} = c_3, \\ u \frac{dT_2}{dy} &= -\frac{T_2 - T}{\tau_T}, \quad u \frac{d\xi}{dy} = -\frac{\xi - \xi_k}{\tau_\xi} \exp(-E_a/RT)(p/p_0)^{0.3}, \\ e &= (1 - \xi)c_{v1}T + \xi c_{v2}T_2 + Q\xi, \quad p = \rho(1 - \xi)RT. \end{aligned} \quad (1)$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-08-00778).

Здесь ρ — средняя плотность; p — давление; u — скорость; e — внутренняя энергия смеси; ξ — относительная массовая концентрация частиц; ξ_k — условно доля несгоревших частиц и твердого оксида; T , T_2 — температуры газа и частиц соответственно; τ_T , τ_ξ — времена релаксации теплообмена и горения; c_{v1} , c_{v2} — удельные теплоемкости газа и частиц; E_a — энергия активации реакции горения; Q — интегральное тепловыделение реакции горения, индекс 0 относится к начальному состоянию смеси перед фронтом детонационной волны.

Описание воспламенения и горения субмикронных и наноразмерных частиц основано на эмпирических данных [3]. Температурный критерий воспламенения принимается 933 К (температура плавления алюминия). Характерные времена тепловой релаксации для субмикронных и наноразмерных частиц определяются соответственно изменению режима обтекания частиц с континуального к свободно-молекулярному [3]. В континуальном режиме (при $\text{Kn} < 0,01$) характерное время тепловой релаксации определяется $\tau_T^{\text{cont}} = d^2 \rho_{22} c_{v2} / 6 \lambda_1 \text{Nu}$ (в односкоростном подходе $\text{Nu} = 2$). Для свободно-молекулярного режима обтекания (при $\text{Kn} > 10$)

$$\tau_T^{\text{fm}} = \frac{d \rho_{22} c_{v2}}{6 \alpha p} \sqrt{\frac{8 p m_g T}{k_B}} \left(\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \right), \quad \text{Kn} = \frac{RT}{\sqrt{2 \pi} d_g^2 N_A p d}. \quad (2)$$

Здесь d , ρ_{22} — диаметр и собственная плотность частиц; d_g , m_g — размер и масса молекулы окружающего газа; k_B — константа Больцмана; α — аккомодационный коэффициент. Оценки показывают, что для частиц 1 мкм при атмосферном давлении или для частиц менее 100 нм в ударных волнах τ_T^{fm} может превышать τ_T^{cont} на порядок и выше. В диапазоне размеров частиц 10 нм — 1 мкм и чисел Кнудсена 0,01–10 режим обтекания является переходным [5], здесь будем использовать аппроксимацию вида $\tau_T^{\text{tr}} = [(\log \text{Kn} + 2) \tau_T^{\text{fm}} + (1 - \log \text{Kn}) \tau_T^{\text{cont}}] / 3$.

Основываясь на данных [3] для горения частиц алюминия размером 80 нм принимается $\tau_\xi = \tau_0 \exp(E_a / RT) C_{\text{ox}}^{-0,4} (p/p_0)^{-0,3}$ при $E_a = 50$ кДж/моль, $p_0 = 1$ атм, $\tau_0 = 1,56$ мкс.

Тепловой эффект реакции приведенной кинетики определялся соответственно известным данным по скорости детонации. В [4] не выявлено различий в скорости детонации микронных и наноразмерных взвесей, хотя отмечена некоторая зависимость скорости от начального давления газа. При $Q = 4,02$ МДж/кг скорость нормальной детонации $u_0 = 1,6$ км/с соответствует данным экспериментов.

На рис. 1 представлено решение, отвечающее режиму Чепмена–Жуге (ЧЖ). Конечное равновесное состояние является звуковым по равновесной скорости звука, что обусловлено малыми значениями параметра релаксации $\beta = \tau_T / \tau_\xi$ [1]. Максимальные давления за фронтом составляют более 60 атм. На рис. 1, б показаны профили равновесного и замороженного чисел Маха, числа Кнудсена и времени тепловой релаксации τ_T^{tr} . Как видно, число Кнудсена меняется в пределах 0,2–0,33, что соответствует переходному режиму тепловой динамики частиц.

На рис. 2 показаны аналогичные картины для пересжатого режима ($u_0 = 2$ км/с). Здесь процессы тепловой релаксации и горения частиц ускоряются, значение τ_T уменьшается примерно на четверть, зона горения сокращается более чем в 3 раза, хотя числа Кнудсена того же порядка как в режиме ЧЖ.

Таким образом, структуры стационарных ДВ в кислородной взвеси частиц размером 80 нм качественно соответствуют структурам волн детонации в микронных взвесах, различия заключаются только в масштабах процессов тепловой релаксации и горения частиц. В силу значительного преобладания времени горения частиц над временем тепловой релаксации параметр $\beta = \tau_T / \tau_\xi$ ниже порогового

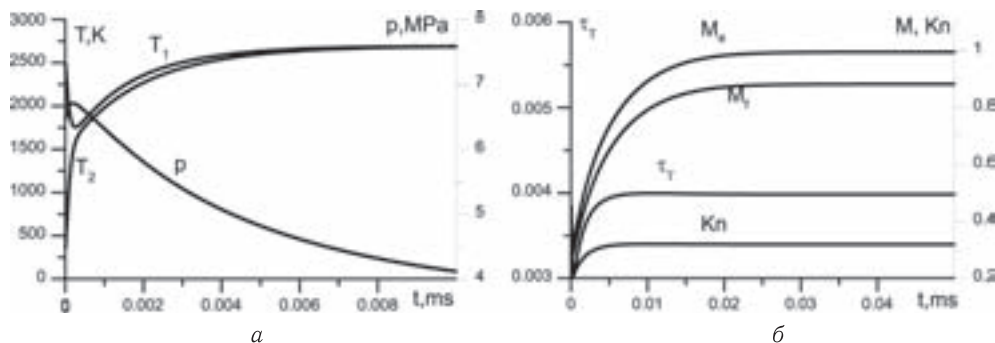
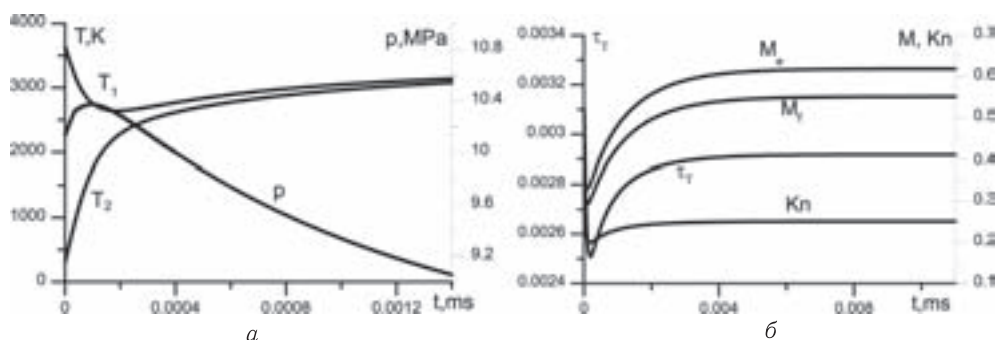


Рис. 1. Структура волны ЧЖ для частиц 80 нм

Рис. 2. Структура волны пересжатой детонации $u_0 = 2$ км/с для частиц 80 нм

значения [2], поэтому стационарные решения соответствуют режиму ЧЖ с равновесным конечным состоянием, являющимся звуковым по равновесной скорости звука в среде.

1. Федоров А. В., Хмель Т. А. Типы и устойчивость детонационных течений аэровзвеси алюминия в кислороде // ФГВ. — 1996. — Т. 32, №2. — С. 74–85.
2. Федоров А. В., Хмель Т. А. Математическое моделирование детонации алюминиевой пыли в кислороде с учетом скоростной неравновесности частиц // ФГВ. — 1997. — Т. 33, №2. — С. 80–91.
3. Сандарам Д., Янг В., Зарко В. Е. Горение наночастиц алюминия (обзор) // ФГВ. — 2015. — Т. 51, №2. — С. 37–63.
4. Zhang F., Murray S. B., Gerrard R. B. Aluminum particle-air detonation at elevated pressures // Shock Waves. — 2006. — V. 15. — P. 313–324.

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ЛАНДАУ–МАРКШТЕЙНА В ПЛАМЕНИ И ЕГО ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ В КАМЕРАХ СГОРАНИЯ

А. А. Чернов^{1,2}, А. Г. Шмаков¹, К. В. Торонецкий²

¹ИХКГ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²СГУиТ, Новосибирск, Россия

Скорости распространения идеального одномерного пламени и экспериментально измеряемого отличаются из-за газодинамических условий распространения и геометрических деформаций фронта пламени. Реальный фронт пламени имеет

определенную толщину, диффузионно-тепловую структуру и стабилизируется только в постоянно расширяющейся трубке тока газов. Зависимость скорости горения от газодинамического условия стабилизации пламени и кривизны фронта пламени в постоянно расширяющемся потоке называется эффектом Ландау–Маркштейна [1–3]. Условие стабилизации вытекает из равенства нулю инкремента неустойчивости в рамках теории тихого горения Ландау $\sigma \sim \varphi((Ext * \rho)/\rho_0)/\lambda$ (где λ — длина волны, $\varphi((Ext * \rho)/\rho_0)$ — функция отношения плотностей) в случае расширения поперечной площади трубки тока газов на величину $Ext = S_f/S_0 > 1$. Моделирование движения фронта пламени в расширяющейся трубке тока с применением детального механизма химических реакций AramcoMech 1.3 C4 [4] с использованием открытого пакета программ Sandia CHEMKIN [5] показывает, что динамическая и тепловая структура фронта пламени практически не меняется.

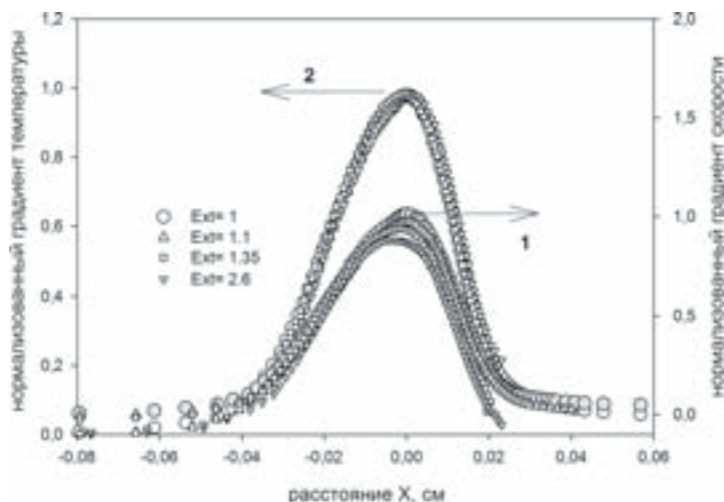


Рис. 1. Результат численного расчета зависимости нормализованных градиентов скоростей (1) и градиентов температур (2) от расстояния при разном расширении площади трубки тока в метановоздушном пламени с $\varphi = 0,9$

На рис. 1 показана зависимость градиента скорости и температуры от степени расширения Ext , причем в точке с максимальными значениями градиентов массовые скорости $m' = \rho v$ для всех случаев равны. В современной теории распространения деформированного пламени [6], базирующейся на работах Маркштейна [2], считается, что линейная v_F и массовая скорость горения m' зависят от геометрии плоскости фронта пламени (дивергенции направления) и дивергенции скорости (strain rate). Дивергенция направления и дивергенция скорости могут иметь как положительный знак, так и отрицательный. Степень влияния каждого явления на локальную скорость распространения пламени соответственно определяется числами Маркштейна (Ma_c, Ma_s) и Карловица (Ka_c, Ka_s): $v_F = v_n (1 \pm Ma_s Ka_s \pm Ma_c Ka_c)$.

Для экспериментального исследования эффекта Ландау–Маркштейна использовалась экспериментальная установка на основе горелки Маха–Хебра, представляющая собой стеклянную, вертикально расположенную трубку с внутренним диаметром 2,4 см и длиной 27 см. На верхнем конце, на участке длиной 3 см, трубка имеет коническое сужение до диаметра $d = 1$ см. Горючая смесь подавалась в горелку снизу через сосуд с порошком и механической мешалкой, в котором создавалась взвесь твердых частиц TiO_2 . Методом PIV экспериментально определялось

поле скоростей, концентрация частиц, линии трубок тока газа, положение фронта пламени по максимальному градиенту скорости в трубке тока.

На горелке создавалось три типа ламинарных осесимметричных предварительно перемешанных бунзеновских пламени: конусное, лепестковое и обращенное конусное. Каждое из них характеризуется различной скоростью деформации K , определяемой дивергенцией направления и дивергенцией скорости. Полученные экспериментальные данные, представленные в трех координатах, с некоторой точностью ложатся на плоскость (рис. 2).

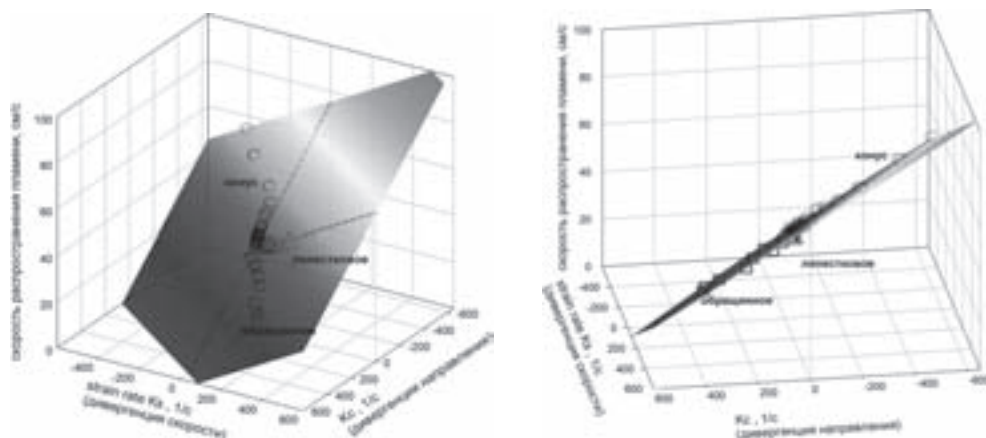


Рис. 2. Зависимость скорости распространения пламени от K_s и K_c



Рис. 3. Фотографии закрученного (слева) и сильнозакрученного (справа) пламен

Из рис. 2 видно что, максимальная скорость горения достигается при положительном значении дивергенции скорости и отрицательной кривизне пламени, причем кривизна должна быть постоянной и сравнимой с длиной Маркштейна. Это явление является одним из механизмов устойчивости и эффективности закрученных пламен с круткой до 0,6. Такой режим горения реализован в «сухих» малоэмиссионных камерах сгорания типа GRY, в которых для уменьшения эмиссии окислов азота используется бедное низкотемпературное пламя с $\varphi \approx 0,7$. Практическим примером реализации этого режима может служить камера сгорания турбины LMS PB производства GE. Еще больший эффект достигается в сильнозакрученных пламенах в камерах сгорания с постоянной кривизной пламени с круткой ≥ 1 , которые позволяют получить «сверхбедный» режим горения. На

рис. 3 слева представлена фотография закрученного факела, а справа изображение пламени на выходе и внутри камеры сгорания с постоянной кривизной пламени.

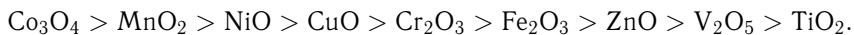
1. Ландау Л. Д. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1944. — Т. 14, №6. — С. 240–244.
2. Markstein G. H. // Journal of the Aeronautical Sciences. — 1951. — V. 18, No. 3. — P. 199–209.
3. Большова Т. А. и др. // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, №2. — С. 1–6.
4. Metcalfe W. K., Burke S., Curran H. J. <http://c3.nuigalway.ie>.
5. Kee R. J., Rupley F. M., and Miller J. A. // Sandia National Laboratories Report, SAND89-8003 (1989).
6. Keppeler R., Pfitzner M. // Combustion Theory and Modelling. — 2015. — V. 19, No. 1, 1.

КАТАЛИТИЧЕСКОЕ ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЦ ОКСИДОВ МЕТАЛЛОВ НА СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ МЕТАНА

А. А. Чернов^{1,2}, А. Г. Шмаков¹, К. В. Торонецкий²

¹ИХКГ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²СГУГиТ, Новосибирск, Россия

Каталитические реакции кислородного окисления водорода и углеводородов широко исследованы Боресковым еще в 70 годах и по убывающей активности оксиды металлов 4-го периода можно расположить в следующей последовательности [1]:



TiO₂ самый слабый катализатор и в температурном интервале 743–793 К энергия активации равна $E_a = 22 + -1$ ккал/моль, скорость реакции на 4 порядка меньше, чем например для Co₃O₄. Целью работы являлось определение влияния массовой концентрации каталитических частиц TiO₂ на скорость распространения пламени. Описание этого явления важно при исследовании следующих процессов:

- влияние на эффективность горения металлизированных топлив;
- для уточнения кинетики при моделировании фильтрационного горения;
- влияние инертных частиц на взрывоопасность
- определение точности PIV визуализации процессов горения.

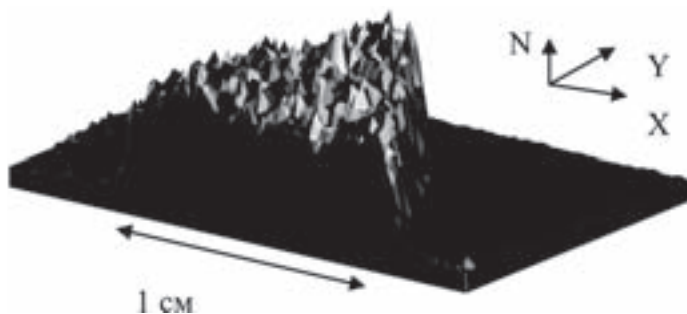


Рис. 1. Концентрация частиц в факеле горелки. Максимум: 265 ± 35 тысяч частиц на см³

Оценка каталитического влияния проводилась путем измерения скорости распространения ламинарного метановоздушного пламени с $\varphi = 0,9$ с помощью регистрации и обработки стробоскопических изображений частиц в выбранном

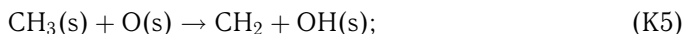
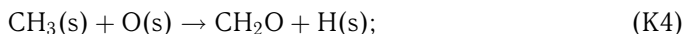
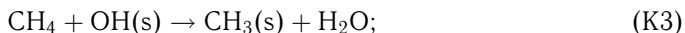
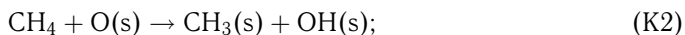
сечении потока с использованием PIV системы ПОЛИС. Система состояла из двух импульсных Nd:YAG лазеров (длина волны 532 нм, длительность импульса 5 нс, энергия импульса 50 мДж, пучки сведены к одной оси), ПЗС камеры (1360×1024 пикселей, размер каждого пикселя $4,65 \times 4,65$ мкм) с функцией двухкадровой съемки, оптического объектива Tamron SP AF 180mm (коэффициент увеличения составлял 0,34, число апертуры было максимальным: $f\# = 32$), синхронизирующего процессора и ПК с программным обеспечением «ActualFlow». Для расчета смещения частиц в интервале между парой вспышек лазеров (100 мкс) был использован адаптивный итерационный кросскорреляционный алгоритм с непрерывным смещением расчетных областей на первом и втором кадрах [2].

Во фронте пламени объем газа из-за повышения температуры увеличивается. В результате в узкой зоне, соответствующей ширине фронта пламени, концентрация твердых частиц, как видно из рис. 1, значительно уменьшается. На этом рисунке приведено распределение частиц по зоне горения, полученное суммированием засвеченных пикселей по всем стробоскопическим фотографиям. Точность определения не высокая и составляет порядка 14%. Таким образом, эффективная площадь катализатора непрерывно уменьшается. В то же время известно, что его действие можно ожидать в диапазоне температур 400–800 °С. Место эффективного влияния катализатор на скорость горения находится в начале фронта пламени, при невысоких температурах, но высоких концентрациях кислорода и горючего. Эффект заключается в ускорении кислородного окисления метана и/или молекулярного водорода:

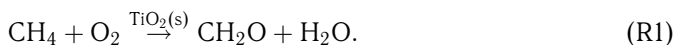
— адсорбция кислорода (s — индекс поверхности частиц):



— каталитические реакции на поверхности частиц:



В этом механизме не представлены возможные процессы рекомбинации радикалов на поверхности, фотохимических и других превращений, о которых на сегодня химиками накоплены значительные сведения во время исследования механизма влияния стенок на газофазную кинетику. Наиболее быстрый процесс, с точки зрения количества промежуточных стадий, описывается химическими стадиями, приводящими к образованию CH_2O . В итоге процесс каталитического превращения метана, описанный «скелетным» механизмом из реакций (K1)–(K7), может быть представлен в виде одной брутто-реакции окисления метана кислородом:



Численные расчеты проведены с помощью программы Chemkin и известного механизма химических реакций GRI Mech 3.0. На рис. 2 представлено сравнение результатов расчета и эксперимента зависимости нормальной скорости свободного распространения пламени от УППЧ. Квадратными точками на графике обозначены экспериментальные данные, круглыми точками с линией — рас-

чет. Для описания наших экспериментальных данных предэкспоненциальный множитель эффективной константы брутто-реакции (R1) был подобран таким образом, что при исходной УППЧ $S_0/V_0 = 0,01$ (1/см) он принимает следующий вид: $k_{\text{эфф}} = 2 \cdot 10^{13} (T/295)^{-1.2} \exp(-22000/RT)$ [моль · см · с · К, кал/моль]. Окислы кобальта Co_3O_4 на 4 порядка эффективнее катализируют окисление [1].

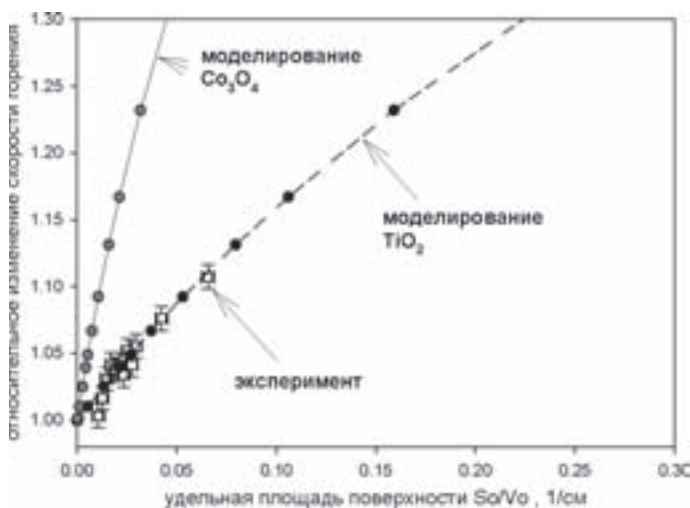


Рис. 2. Зависимость скорости распространения пламени от удельной площади частиц

По результатам экспериментов и расчетов скорость распространения пламени повышается примерно на 1% при увеличении удельной поверхности частиц на каждые 0,0011/см. Однако результаты расчетов показали наличие асимптотического поведения и скорость распространения пламени не может быть увеличена таким способом более чем на 50% при увеличении удельной поверхности в 10 и более раз.

1. Мамедов Э. А., Поповский В. В., Боресков Г. К. // Кинетика и катализ. — 1969. — Т. 10, №4. — С. 852–862; Там же. — 1970. — Т. 11, №4. — С. 969–978, 979–988.
2. Tokarev M. P., Markovich D. M., Bilsky A. V. Adaptive algorithms for PIV image processing // Journal Computational Technologies. — 2007. — V. 12(3). — P. 109–131.

ON TWO DEFINITIONS OF VORTICITY AND THEIR RELEVANCE TO THE MOMENTUM EQUATION*

A. V. Kazansky

Institute of Automation and Control Processes, Vladivostok, Russia

The structure of trailing vortices and vortex rings is the subject of intense studies. In these studies the fundamental quantity of vorticity plays the major role. However, definition and calculation of this quantity is the question of much controversy. This note is aimed to shed the light on the above question.

The structure of trailing vortices was investigated in [4] using the stereo particle image velocimetry technique. After filtering out the vortex meandering, the radial profiles of the azimuthal velocity (profile v shown on fig. 1) and of the axial vorticity calculated by the differentiation of a least-square spline approximation of the velocity field (profile ω shown on fig. 2) were compared to the theoretical models for trailing vortices. The result obtained seems to be dubious: the calculated axial vorticity does not change sign in the data range and thus according to the Biot–Savart law should produce infinite distribution of velocity with infinite kinetic energy. Such oddity is specific also for the theoretical models used for comparisons as well as for vortex rings, see e.g. [1].

To reveal the reason of this abnormality let us consider the definition of the axial vorticity in cylindrical coordinates used in the above calculation as

$$\omega = (1/r)\partial(vr)/\partial r = v/r + \partial v/\partial r, \quad (1)$$

where v is the azimuthal velocity and r — radial distance. To expose things more clearly we provide an analytic approximation of the velocity profile — see profile V on fig. 1. With this approximation we can easily calculate the approximated axial vorticity — see profile Ω_m on fig. 2. One can see that the point r_0 , where the approximated mathematical vorticity changes sign, does not relate to any structural feature of the velocity profile but depends on somewhat arbitrary values since $r_0 = v(\partial v/\partial r)^{-1}$. In our case the point r_0 is out of the data range.

The only cause of the mentioned abnormality appears to be the presence of the v/r component in the r.h.s. of (1). Yet we argue that this component does not pertain to the vorticity at all. In order to look deeper into this issue we should distinguish between the mathematical definition of vorticity, which is exterior to the equations of fluid motion, and the physical one that stems from them.

We provide evidence that mathematical definition of vorticity is inconsistent with the momentum (Navier-Stokes) equation, namely with its advection (or convection) term. Using the well-known vector identity this term may be written as

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = (1/2)\nabla q^2 - \mathbf{1}, \quad (2)$$

*This work has been supported by the Russian Fund for Basic Researches, research project No. 14-01-00414-a.

where $q = |\mathbf{v}|$ and the Lamb vector $\mathbf{l} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$. In our particular case, the mathematical axial vorticity ω_m defined by the r.h.s. of (1), when applied to (2), gives $(1/2)\nabla v^2 - v\omega_m = v\partial v/\partial r - v^2/r - v\partial v/\partial r = -v^2/r$. It is the centripetal acceleration which cannot result from the advection term as the corresponding velocity gradient is always perpendicular to the velocity vector. Actually this acceleration arises from the $\partial \mathbf{v}/\partial t$ term in the momentum equation [5, chapter 2.1.1]. It is interesting that the nonlinear centripetal acceleration results from the formally linear $\partial \mathbf{v}/\partial t$ term due to nonlinear geometry rather than from the nonlinear advection (or convection) term.

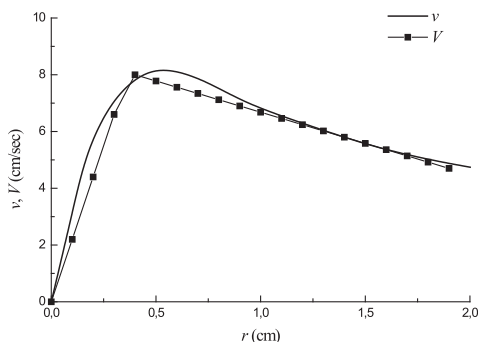


Fig. 1. Radial velocity profiles: v — the azimuthal velocity reproduced from [4], V — the approximated velocity profile

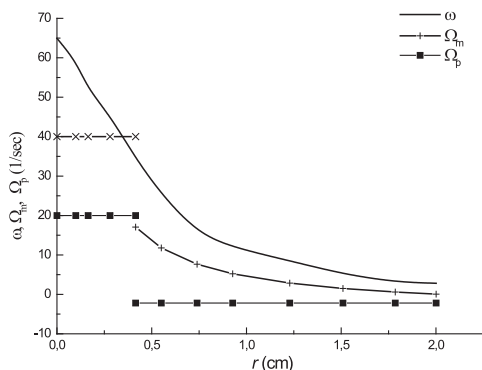


Fig. 2. Radial vorticity profiles: ω — the axial vorticity reproduced from fig. 3c in [4], Ω_m — the approximated mathematical vorticity, Ω_p — the approximated physical vorticity

The physical vorticity in its general form may be derived from the nonlinear inertial balance proved in [2, 3] as $\boldsymbol{\omega}_p = \nabla q \times \mathbf{v}/q$. Comparing with the mathematical vorticity vector $\boldsymbol{\omega}_m = \nabla \times \mathbf{v}$, the physical vorticity is defined through the velocity gradient rather than the curl. This definition does not allow for the local quasi-solid body rotation of fluids permitted by the curl of velocity. The difference between two definitions of vorticity is illustrated on fig. 2 — just compare profiles Ω_m and Ω_p .

Summing up, the experimental works on the structure of trailing vortices as well as on vortex rings gave vorticity fields degraded through the wrong definition of vorticity. Experimental data do not fit the existing theoretical models implying instead the necessity to revise them based on the physical definition of vorticity. This is because the physical vorticity is consistent with the equations of fluid motion whereas the mathematical vorticity is not.

1. Fabris D., and Liepmann D. Vortex ring structure at late stages of formation // *Phys. Fluids* **9** 2801–2803 (1997).
2. Kazansky A. V. // In: *Eddies and Hurricanes: Formation, Triggers and Impact* / Ed. by A. Tarasov and M. Demidov. — Hauppauge, NY: Nova Science Publishers, 2012. — P. 19–36.
3. Kazansky A. V., and Shupikova A. A. The theory and observational evidence for streamlets: A new velocity-based feature model of jet streams and eddies in the oceans // *ISRN Oceanography* **2013**, 208616 (2013).
4. C. del Pino, L. Parras, M. Felli, and R. Fernandez-Feria. Structure of trailing vortices: Comparison between particle image velocimetry measurements and theoretical models // *Phys. Fluids* **23**, 013602 (2011).
5. Powers J. M. *Lecture Notes on Intermediate Fluid Mechanics*. — Indiana: University of Notre Dame, 2008.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДОРОЖКИ КАРМАНА ПО СПУТНИКОВЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ*

А. И. Алексанин, М. Г. Алексанина, А. В. Казанский, Е. В. Фомин

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Вихревые цепочки в атмосфере с подветренной стороны островов сродни вихревым цепочкам, известным из гидродинамики и наблюдающимся в лабораторных экспериментах при обтекании жидкостью цилиндрического тела, занимающего все вертикальное сечение сосуда. Они возникают в связи с тем, что при боковом обтекании тела с вертикальными стенками в пограничном слое вблизи стенки в результате торможения генерируется завихренность. Порождаемые при этом вихри сносятся по потоку. В лабораторных условиях эти явления, называемые дорожками Кармана, хорошо исследованы и для них получен ряд закономерностей. Оценка возможности применения полученных закономерностей к природным объектам, мониторинг которых осуществляется по данным спутникового дистанционного зондирования, составляет предмет данной работы.

Была исследована возможность расчета параметров вихрей и их перемещений в дорожке Кармана за островом Чеджу (Корея). Остров Чеджу — остров вулканического происхождения. Здесь находится вулкан Халласан, самая высокая гора в Южной Корее (1950 м). Линейная длина острова ~ 75 км.

Для мониторинга акваторий юго-восточной Азии доступны (принимаются в Спутниковом центре ИАПУ ДВО РАН) данные с метеорологических спутников — NOAA, Terra, Aqua, MTSAT, NPP, Metop. Была выбрана пара мультиканальных (комбинация спектральных каналов, в которой радиояркостные отсчеты преобразованы в физические значения температуры) изображений спутников NOAA за 8 января 2015 г. со следующих витков 2015-01-08_20-36-41_NOAA 15_n5661 и 2015-01-08_21-06-39_NOAA 18_n89659, интервал времени между которыми составляет 30 мин (рис. 1).

Основным соотношением для дорожек Кармана является свойство, заключающееся в том, что число Струхала (Sh) при заданной форме тела остается почти постоянным. Число Струхала — безразмерная величина, один из критериев подобия нестационарных течений жидкостей и газов, характеризующий постоянство протекания процессов во времени. Кроме того, даже там, где это число не постоянно, оно зависит только от единственного безразмерного параметра подобия — числа Рейнольдса (Re) [1, 2]:

$$St = f(Re), \quad -Re = \rho v d / \mu, \quad (1)$$

где ρ — плотность сплошной среды, μ — коэффициент ее динамической вязкости, v — скорость набегающего на препятствие потока, d — линейный размер препятствия.

Для расчета скорости набегающего потока воздуха применялся метод автоматического расчета, основанный на прослеживании перемещения выбранного участка изображения воды во времени [3]. Перемещение находится по максимуму кросс-корреляции участков на разных изображениях. Особенность применяемого метода — наличие априорной оценки точности скорости перемещения и отбраковки ошибочных значений. Скорость набегающего потока составила 17 м/с. Для данного региона и времени года плотность воздуха $\rho = 1,019$ кг/м³ и его вязкость

*Работа поддержана грантом РФФИ №14-01-00414.

$1,68 \cdot 10^{-5}$ Па · с практически можно считать постоянными. В данном случае число Рейнольдса оценивается как $Re \sim 6-7 \cdot 10^{10}$.

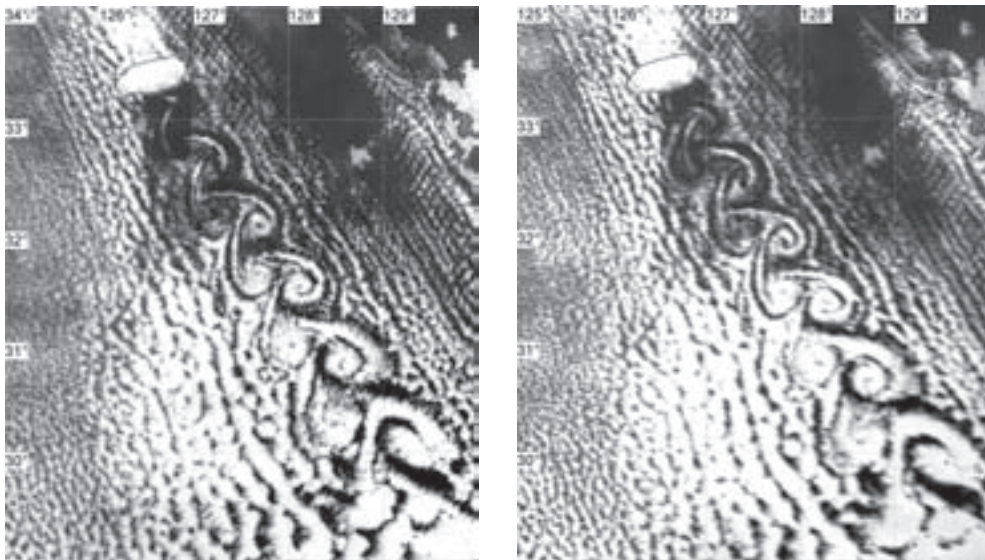


Рис. 1. Изображения мультиканальных проекций со спутников NOAA за 8 января 2015 г. Слева — N56614 (UTC 20:36), справа — N89659 (UTC 21:06)

Число Струхали является безразмерной частотой генерации вихрей и связано с числом Рейнольдса для потока, порождающего след [1, 2]. Для ламинарного режима течения (Re не больше 200) выполняется соотношение $Sh = 0,2175-5,1064/Re$, а для больших значений Re , равных 400 и выше, $Sh = 0,212-2,7/Re$ [2].

В нашем случае при числе Рейнольдса — $Re = 6 \cdot 10^{10}$ число Струхали будет — 0,212. Зная число Струхали можно вычислить частоту вихреобразования f , или частоту срыва вихрей, которая определяется числом Струхали: $Sh = fd/v$, откуда $f = Shv/d$, где v — скорость набегающего потока, f — частота вихреобразования, d — характерный размер препятствия [1]. Подставляя значения, получаем $f = 5 \cdot 10^{-5}$ Гц, что соответствует образованию примерно 0,18 вихрей в час. Проведенные измерения и расчеты согласуются с визуальными наблюдениями спутниковых изображений.

Зная число Струхали, геометрию взаимного расположения вихрей, скорость их перемещения согласно работе Г.М. Фомина 1971 г. [4] можно рассчитать циркуляцию вихрей, составляющих дорожку Кармана. С другой стороны эту же циркуляцию вихрей можно оценить путем моделирования мезомасштабных вихрей на основе уравнения транспорта вектора Лэмба ($\mathbf{l} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$, где $\mathbf{v}$ — вектор скорости, $\boldsymbol{\omega}$ — завихренность), которое получается путем подстановки уравнений импульса (Навье–Стокса) и вихря (транспорта завихренности) в выражение

$$\partial \mathbf{l} / \partial t = \partial \mathbf{v} / \partial t \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v} \times \partial \boldsymbol{\omega} / \partial t = -\rho^{-2} \nabla p \times \boldsymbol{\omega} - \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{l} + \mu (\boldsymbol{\omega} \times \nabla \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v} \times \nabla^2 \boldsymbol{\omega}). \quad (2)$$

Здесь p — давление, ρ — плотность, μ — кинематическая вязкость. Поскольку завихренность «вморожена в жидкость», то градиент давления переносится по потоку. Решая уравнение Пуассона по поперечной координате d

$$\nabla^2 p = \nabla (\nabla p) = -\rho (\partial v / \partial d)^2 = -\rho (\partial \mathbf{l} / \partial t)^2, \quad (3)$$

где завихренность $\xi = \partial v / \partial d = V/D = \text{const}$, $V = v_{\text{max}}$, $D = d_{\text{max}}$, и, интегрируя (3) от 0 до d , получим $\nabla p = \rho V^2 d / D^2 (1/l)$. Тогда $|\partial \mathbf{l} / \partial t| = -\rho (V^3 / D^3) d$.

1. Ланда П. С. Срывной флаттер и эффект затягивания // Вестник научно-технического развития. — 2009. — №6(22). — С. 10–19.
2. Хассан Ареф. Вихревая динамика волновых следов // Нелинейная динамика. — 2006. — Т. 2, №4. — С. 411–424.
3. Алексанин А. И., Алексанина М. Г., Карнацкий А. Ю. Автоматический расчет скоростей поверхностных течений океана по последовательности спутниковых изображений // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. — 2013. — Т. 10, №2. — С. 131–142.
4. Фомин Г. М. О циркуляции вихрей и скорости перемещения дорожки Кармана // Ученые записки ЦАГИ. — 1971. — Т. 2, №4. — С. 99–102.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ШЕСТИ ТОЧЕЧНЫХ ВЗРЫВАХ*

В. А. Андрущенко, И. В. Мурашкин

ИАП РАН, Москва, Россия

Численно исследуется задача о шести точечных взрывах в атмосфере на основе системы трехмерных эволюционных уравнений Эйлера в декартовых координатах (x, y, z) . Задача модельная — газ считается идеальным, атмосфера — экспоненциальной, центры взрывов, с одинаковой начальной энергией $E = 10kT$, расположены в вершинах правильного шестиугольника со стороной $L = 520$ м на высотах $H = 320$ м и 640 м (варианты 1 и 2) над подстилающей поверхностью и $H = 0$ м без учета подстилающей поверхности (вариант 3). В качестве начальных условий для каждого взрыва выбирается решение двумерной задачи с учетом гравитации и противодействия для одиночного взрыва в экспоненциальной атмосфере до момента времени $t \approx 0,148$ с, когда радиус его фронта достигает величины $R_0 = 250$ м. Далее отсчет идет от этого момента времени принимаемого за $t_0 = 0,0$ с.

Результаты. Опишем процесс взаимодействия шести отраженных ударных волн (УВ) при их распространении на подстилающей поверхности $(x, y, 0)$. На рис. 1, а представлено распределение давления от времени $P(t)$ в точке на подстилающей плоскости под центром шестиугольника для вариантов (1 — жирная линия) и (2 — тонкая линия) соответственно. В моменты времени $t_1 = 0,95$ с (1) и $t'_1 = 1,4$ с (2) в них реализуется кумулятивный эффект — в результате фокусировки шести сходящихся интенсивных УВ давление скачком увеличивается по сравнению с атмосферным более чем в 17 и 8 раз для вариантов 1 и 2 соответственно, а при $t_2 = 2,4$ с (1) и $t'_2 = 3,1$ с (2) также происходит кумуляции вторичных УВ с сильным возрастанием давления. Видно, что с увеличением высоты периодическое возникновение кумуляций для обоих вариантов идентично и отличается по силе и временному смещению за счет удаленности подстилающей плоскости. На регулярной стадии лобового соударения двух взрывных круговых УВ на плоскости $(x, y, 0)$ образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов для каждой пары взрывов [1]. Далее реализуется нерегулярная стадия отражения с образованием маховских конфигураций с двумя тройными точками (для каждой пары взрывов), когда каждая приходящая УВ распадается на две исходящие УВ и тангенциальный разрыв [1].

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-01-07444.

На рис. 1, б представлено распределение давления от времени $P(t)$ в центре шестиугольника на высоте взрывов для вариантов (1 — жирная линия) и (3 — тонкая линия) соответственно. До момента отражения УВ от плоскости и ее возвращения в центральную точку картины для обоих вариантов полностью совпадают, далее видно, что наличие подстилающей плоскости создает дополнительные волны отражения в вертикальной плоскости и усиливает кумулятивные эффекты ($t_3 = 3,1$ с, $t_4 = 3,9$ с).

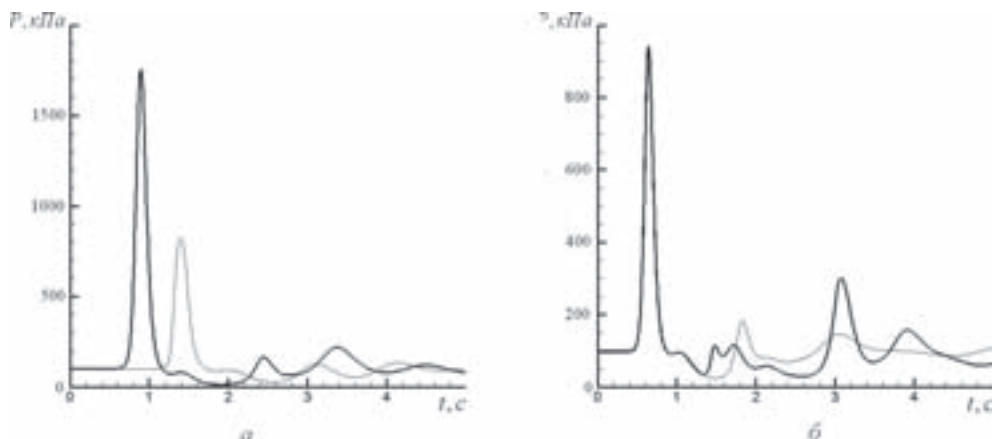


Рис. 1

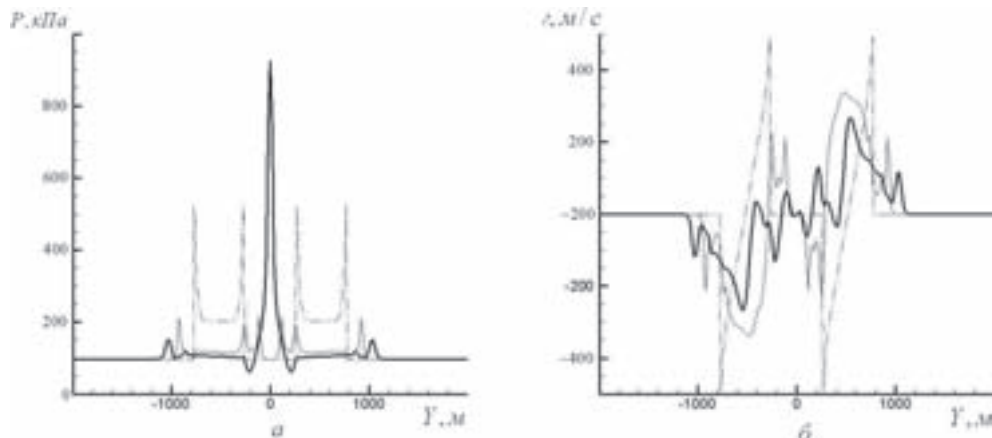


Рис. 2

Развитие ударно-волнового процесса хорошо прослеживается по поведению распределения скорости, давления и температуры по прямой Y , проходящей через эпицентры двух отдельных взрывов и центр шестиугольника. В начале взаимодействия происходит в относительно плотном газе в зоне с относительно невысокой температурой; в результате образуются две УВ, движущиеся в противоположных направлениях. Затем УВ взаимодействуют с границами резкого изменения плотности при входе в горячие центральные области отраженных взрывов. При этом происходит их распад на УВ, которые продолжают двигаться в прежнем направлении и волны разражение, устремляющиеся к зоне их начального контакта. Как

только фронты попадают в разреженный газ, скорости их распространения существенно возрастают, интенсивности падают, а сами скачки сильно размываются. При выходе скачков давления из области разреженного газа они взаимодействуют с границами резкого возрастания плотности, распадаясь на пары УВ идущих в противоположных направлениях: одни устремляются назад в горячие зоны, другие — вслед за головными фронтами [1].

На рис. 2, а и б представлены распределения давления и скорости по прямой Y для варианта 1 для трех моментов времени ($t_1 = 0$ с, $t_2 = 0,35$ с, $t_3 = 0,65$ с) соответственно пунктир, тонкая сплошная и жирная сплошная линии. Для момента t_2 видно наличие вторичных ударных волн, столкновение которых приводит в момент времени t_3 к кумулятивному эффекту, который также представлен на рис. 1, б.

По графикам скорости видно направление движения УВ и можно выделить большую динамику УВ в центральных областях по сравнению с крайними фронтами.

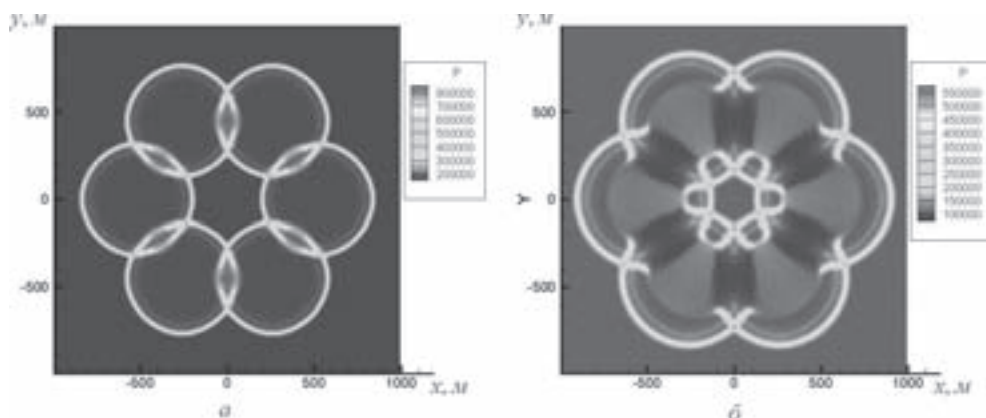


Рис. 3

Показательны картины распределения изобар в плоскости взрывов на примере варианта 3 для моментов времени $t_1 = 0,15$ с и $t_1 = 0,35$ с (рис. 3, а и б). Видно формирование симметричных областей разрежения и сгущения среды, а также сильная локализованность точек кумуляции в местах пересечения УВ.

1. Белоцерковский О. М., Андрущенко В. А., Шевелев Ю. Д. Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. — М.: Янус-К, 2000. — 456 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПВРД*

**В. А. Архипов¹, Е. А. Маслов^{1,2}, И. К. Жарова¹, А. С. Жуков¹,
А. Ю. Крайнов¹, Н. Н. Золоторев¹, В. В. Фарапонов¹**

¹ТГУ, Томск, Россия; ²ТПУ, Томск, Россия

В прямоточных воздушно-реактивных двигателях (ПВРД) открытой схемы [1] горение твердотопливного заряда происходит в высокоскоростном потоке газов (смесь атмосферного воздуха и продуктов газификации и горения твердого топ-

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-10014).

лива). Закономерности горения твердых горючих материалов в потоке окислителя в широком диапазоне чисел Маха определяются структурой и термодинамическими параметрами обтекающего газового потока. Геометрические характеристики проточного тракта двигателя в процессе работы ПВРД изменяются вследствие выгорания топливного заряда. При проектировании ПВРД конкретной открытой схемы необходимо учитывать взаимное влияние процессов газификации и горения топливного элемента и, как следствие, изменения геометрических характеристик проточного тракта и изменения структуры и параметров обтекающего потока.

В настоящей работе представлены результаты экспериментально-теоретического исследования структуры и основных параметров воздушного потока в плоской и осесимметричной моделях ПВРД открытой схемы в диапазоне чисел Маха $M_{in} = (2-6)$.

Математическое моделирование течения в проточном тракте ПВРД позволяет уже на этапе проектирования выявить особенности структуры течения и распределения газодинамических параметров по длине канала с учетом изменения его геометрических характеристик. Для оценки адекватности разрабатываемых математических моделей целесообразно проведение сравнительного анализа численных результатов и экспериментальных данных, полученных на моделях ПВРД.

Газодинамические процессы в канале модельного двигателя моделировались с использованием уравнений газовой динамики в двухмерной плоской постановке. Система уравнений газовой динамики включает уравнения неразрывности, движения, энергии и уравнение состояния идеального газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v^2 + p)}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (u \rho E + p u)}{\partial x} + \frac{\partial (v \rho E + p v)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$p = \rho R_g T, \quad (5)$$

где x, y — пространственные координаты; t — время; ρ — плотность газа; u, v — компоненты вектора скорости; p — давление; T — температура; E — полная энергия газа; R_g — газовая постоянная.

Уравнение для полной энергии газа имеет вид:

$$E = e + u^2/2 + v^2/2,$$

где e — внутренняя энергия газа, $e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}$.

На входе в расчетную область ставятся граничные условия, соответствующие параметрам натекающего потока:

$$0 \leq y \leq H: \quad p(0, r, t) = p_{in}, \quad \rho(0, r, t) = \rho_{in}, \quad u(0, r, t) = U_{in}, \quad v(0, r, t) = 0, \quad (6)$$

где H — высота расчетной области, соответствующая высоте канала аэродинамической трубы.

На выходе из расчетной области при сверхзвуковом истечении граничные условия не ставятся. При дозвуковом режиме истечения газа на выходе из расчетной

области давление равно атмосферному p_{at} . На боковых границах расчетной области и на поверхности модели ПВРД задавались условия непротекания.

В качестве параметров торможения набегающего потока задавались измеренные в нагревателе воздуха значения температуры и давления. Считая течение в сопле сверхзвуковой аэродинамической трубы изоэнтропическим, для определения параметров газа в потоке при известном значении числа Маха использовались формулы:

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1}, \quad \frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Математическая модель (1)–(5) численно реализована методом С. К. Годунова [2] на преобразованной к форме контура модели сетке. На границе ячеек решалась задача о распаде произвольного разрыва в параметрах газа. Потоки массы, импульса и энергии на границе между ячейками определялись с учетом положения границы ячейки по отношению к осям цилиндрических координат. Решение проводилось до установления стационарного течения в проточном тракте модели и в обтекающей модели потоке.

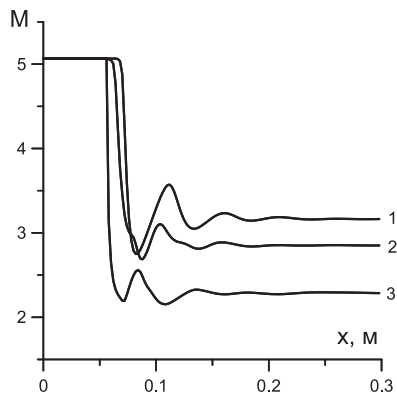


Рис. 1. Распределения числа Маха по длине канала, $M_{in} = 5$: 1 — вдоль оси канала; 2 — на удалении $1/6D$ от оси канала; 3 — на удалении $2/6D$ от оси канала (D — расстояние между стенками канала)

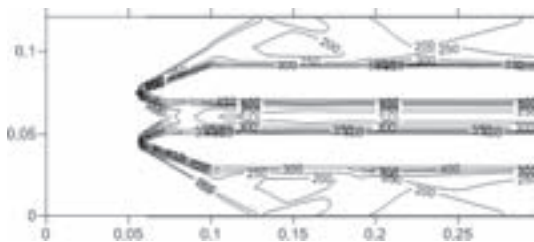


Рис. 2. Поле температур в проточном тракте модели ПВРД, $M_{in} = 5$

На основании разработанной математической модели проведено численное моделирование газодинамических процессов течения воздуха в модельной аэродинамической установке при обтекании моделей ПВРД. Получены поля распределений газодинамических параметров воздуха, обтекающего плоскую модель, и в ее проточном тракте. На рис. 1, 2 приведены распределения числа Маха по длине канала плоской модели ПВРД, поле температур в проточном тракте, полученные при значении числа Маха набегающего потока $M_{in} = 5$.

1. Орлов Б. В., Мазинг Г. Ю., Рейдель А. Л. и др. Основы проектирования ракетно-прямоточных двигателей для беспилотных летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1967. — 424 с.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976. — 400 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОТИВОТОЧНОЙ СТРУИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ФАЗОВЫМ СОСТАВОМ ЧАСТИЦ ДИОКСИДА ТИТАНА, СИНТЕЗИРУЕМЫХ В ПРОТОЧНОМ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

С. М. Аульченко^{1,2}, Е. В. Картаев¹

¹ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГАСУ (Сибстрин), Новосибирск, Россия

В различных технологических процессах, в частности, при плазмохимическом способе получения порошка диоксида титана течение в реакторе формируется при взаимодействии центральной (плазмообразующей) струи и радиальных струй, посредством которых в поток подаются реагенты и закалочный газ [1–4].

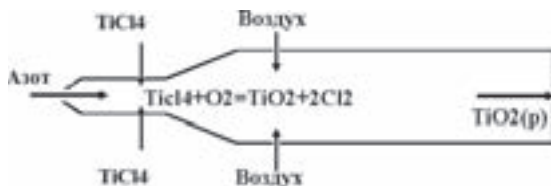


Рис. 1. Схема рабочей зоны проточного реактора

В данной работе представлены результаты расчетных и экспериментальных исследований формирования и особенностей течения предельно развитой встречной струи, возникшей в результате столкновения закалочных струй, инжектируемых радиально через круглые отверстия в сносящий поток горячего газа в цилиндрическом канале. Исследование газодинамики нереагирующих течений в данной постановке задачи необходимо, в частности, с целью повышения управляемости основными характеристиками порошка (фракционный и фазовый состав, морфология поверхности) при наиболее быстрой закалке конечного продукта — встречной. Для конкретной геометрии канала, рис. 1, получены экспериментальная и расчетная зависимости приведенной к диаметру канала высоты h_v/D поднятия встречной струи по оси канала от отношения гидродинамических напоров I закалочных струй и сносящего потока.



Рис. 2. Поле температуры и линии тока течения (а), область формирования частиц анатазной модификации (б). Темный цвет соответствует более низкой температуре и более низкой концентрации возникающих частиц

Величина h_v/D определяет глубину зоны встречной закалки как области быстрого смешения (рециркуляции). Полученные результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом. В заданной геометрии канала пороговое значение I , при котором начинает формироваться встречный сносящему поток, находится в пределах 5–9, а максимальная величина h_v/D , не превышающая 2,3–2,5, достигается при значениях $I > 2500$. Область линейного роста h_v/D до значения примерно 1,25

приходится на диапазон $J \leq 400$. Расчеты проводились как на основе 3D realizable $k-\epsilon$ -модели, так и в рамках 2D КГД-модели, разработанной и используемой авторами для моделирования процесса образования и роста частиц диоксида титана в рабочей зоне плазмохимического реактора. Полученные результаты хорошо согласуются между собой. На рис. 2 приведены поле температуры и линии тока течения (а) и область формирования частиц анатазной модификации (б). Видно, что сформировавшаяся встречная струя закалочного газа обеспечивает большой градиент температуры ($\sim 10^5$), при котором формируется этот вариант кристаллической решетки.

1. Аульченко С. М. Моделирование процесса образования газофазной компоненты TiO_2 в рабочей зоне плазмохимического реактора // ИФЖ. — 2011. — Т. 84, №3. — С. 610–614.
2. Аульченко С. М. Моделирование процесса образования и роста частиц диоксида титана в рабочей зоне плазмохимического реактора // ИФЖ. — 2012. — Т. 85, №1. — С. 34–37.
3. Аульченко С. М. Управление процессом роста наночастиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // ИФЖ. — 2013. — Т. 86, №5. — С. 967–973.
4. Kartaev E. V., Lukashov V. P., Vashenko S. P., Aulchenko S. M., Kovalev O. B., Sergechev D. V. Experimental Study of the Synthesis of the Ultrafine Titania Powder in Plasmachemical Flow-type Reactor // Int. J. Chem. React. Eng. 12(1) (2014). doi: 10.1515/ijcre-2014-0001.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ГЕНЕРИРУЕМОГО СВЕРХЗВУКОВОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕЙ*

В.А. Банах, Д.А. Маракасов, А.Н. Шестернин, В.М. Сазанович, Р.Ш. Цвык

ИОА СО РАН, Томск, Россия

Аннотация. В докладе представлены результаты экспериментов по исследованию акустического поля, генерируемого сверхзвуковой затопленной струей на аэродинамической трубе ВСУ ИТПМ СО РАН. Затопленная струя выходила вертикально вверх в достаточно большое помещение. Измерения выполнены 9 микрофонами, которые размещены на кольце радиусом 265 мм, которое перемещалось по вертикали. Микрофоны установлены на радиусе 235 мм (через 36°) симметрично относительно оси струи. Рассматриваются временные спектры акустического поля, форма фазового фронта при различных скоростях струи $npr = 1,7; 2; 3; 5$ и 7 и на 4-х высотах. Струйное число Маха в выходном сечении было равным $M_a = 1$.

Введение. Развитие экспериментальной аэрогазодинамики требует усовершенствования как систем контроля за осредненными параметрами сверхзвукового потока, так и измерений в реальном времени уровня и спектрального состава пульсационных характеристик потока в сверхзвуковых аэродинамических трубах (АТ).

Для исследования структуры турбулентности в таких потоках привлекаются оптические и акустические методы, которые широко применяются в турбулентной атмосфере. В отличие от датчиков прямого измерения, они малоинерционные, не нарушают структуру течения, обладают высокой чувствительностью. Исследование акустических волн, генерируемых сжимаемыми потоками газа, имеет большое значение и привлекает внимание специалистов [1–5]. С одной стороны это необходимо для изучения возможностей снижения уровня шумов реактивных летательных ап-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №15-08-06549).

паратов, с другой — важно для диагностики самих потоков, поскольку уровень шумов зависит от свойств потока.

Результаты анализа акустического поля, генерируемого сверхзвуковой затопленной воздушной струи, представлены в данной работе.

Техника эксперимента и методика обработки. Эксперименты выполнены на аэродинамической трубе ВСУ Института теоретической и прикладной механики СО РАН. Сверхзвуковая затопленная струя формировалась конвергентным соплом Витошинского диаметром 30 мм при отношениях давления на выходе сопла к давлению в окружающем пространстве $n_{pr} = 1,7; 2; 3; 5$ и 7 и на высотах от 45 до 355 мм от сопла. Струйное число Маха в выходном сечении было равным $M_a = 1$. Истечение струи происходило вертикально вверх в помещении размером $5 \times 5 \times 3$ м.

Измерения проводились в частотном диапазоне 30 Гц — 16 кГц (с уменьшением чувствительности от 1 Гц) с использованием 9 микрофонов (5 пар стереофонических микрофонов с усилителями), которые размещены на кольце радиусом 265 мм, перемещаемом по вертикали. Микрофоны установлены на радиусе 235 мм (через 36°) симметрично относительно оси струи. Информация с микрофонов регистрировалась в компьютере с частотой 250 кГц с каждого микрофона.

На рис. 1 представлена фотография экспериментального стенда с соплом диаметром 15 мм, которое применялось для проверки методики измерения фазовых задержек в каждом измерительном канале. В этих измерениях на пути струи установлен металлический стакан диаметром 15 мм высотой 40 мм, который перемещался по высоте. На определенной высоте генерировалась одна частота 1725 Гц [5]. При обработке определена ошибка измерения фазового фронта акустического поля по отклонению измеренного фазового фронта от сферической волны. Отклонение составило от минус 3,2 до +2,4 мм.

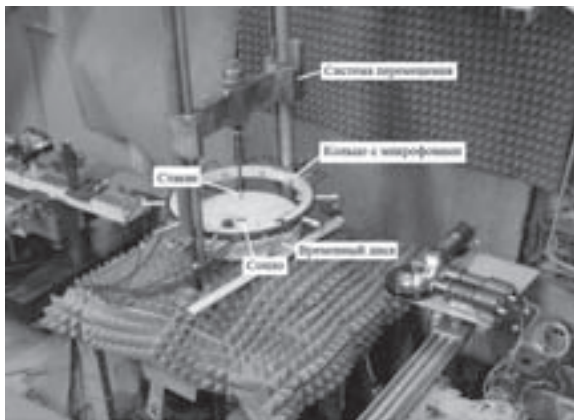


Рис. 1. Фотография стенда при измерениях фазовых задержек в каналах микрофонов

По результатам измерений рассчитывались временные частотные спектры и взаимные корреляционные функции (ВКФ) флуктуаций амплитуды звуковой волны между первым микрофоном (угол 0 градусов) и всеми остальными.

Результаты измерений. На рис. 2 приведены примеры результата обработки данных по определению фазового фронта (рис. 2, а), спектральные плотности звуковой волны при $n_{pr} = 3$ на высоте 245 мм (рис. 2, б), при $n_{pr} = 5$; на высоте 45–335 мм (рис. 2, в–д) и при $n_{pr} = 7$ на высоте 245 мм (рис. 2, е).

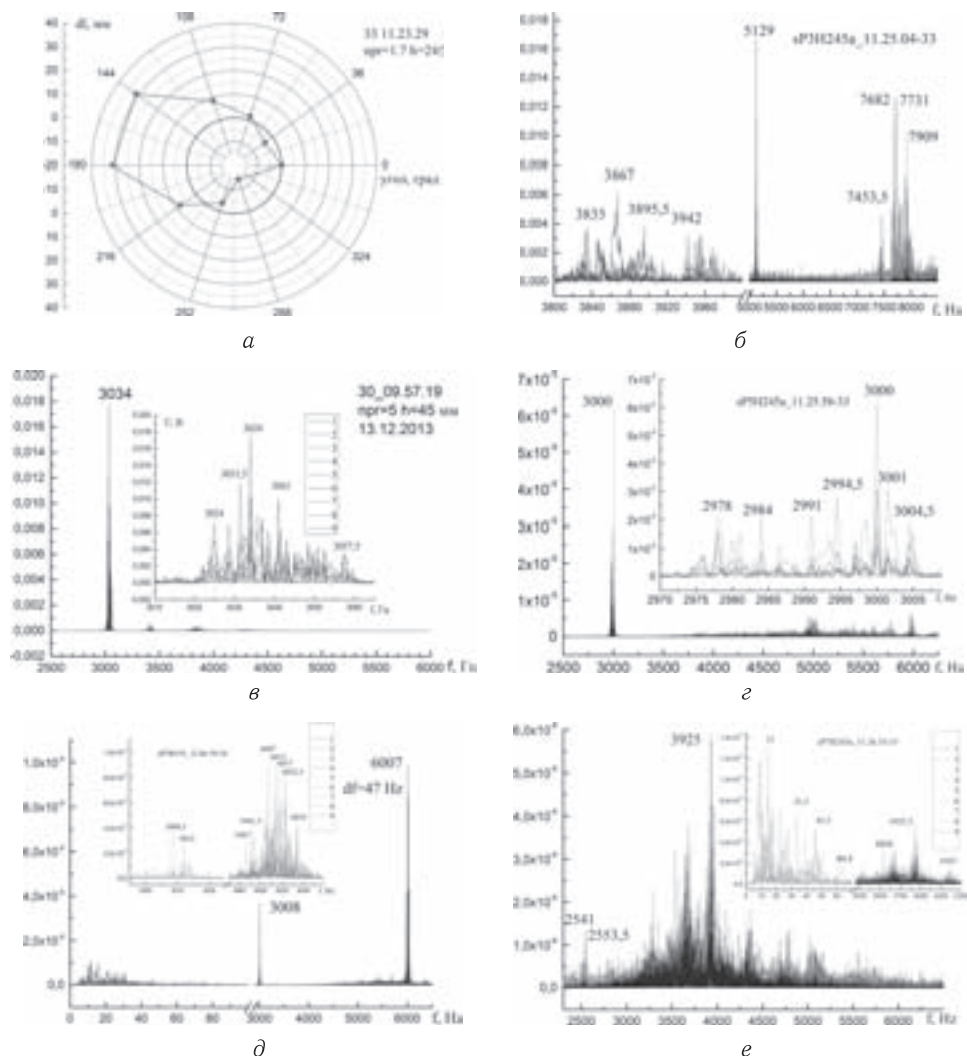


Рис. 2. Примеры отклонения фазового фронта от сферической волны (а), спектральной плотности, при сопле диаметром 30 мм в различных режимах измерения (б–е)

При $npr = 1,7, 2$ на всех высотах генерируется широкополосный шум от 1–12000 Гц, с максимумами в области 10–80 Гц и 2–10 кГц. Спектры при $npr = 5$ (основной режим работы стенда) генерируется одна полоса 3 кГц, шириной порядка 30 Гц на высоте до 45 мм, а на высоте 355 мм — основная частота 6 кГц. При $npr = 7$ основная частота 3925 Гц сильно зашумлена на высотах выше 245 мм.

В докладе обсуждаются результаты измерений.

1. Банах В. А., Запругаев В. И., Кавун И. Н., Сухарев А. А., Цвык Р. Ш. Экспериментальные исследования акустических волн, возбуждаемых сверхзвуковой струей // Оптика атмосф. и океана. — 2008. — Т. 21, №12. — С. 1050–1055.
2. Сипатов А. М., Усанин М. В., Чухланцева Н. О. О численном моделировании шума струи // Ученые записки ЦАГИ. — 2012. — Т. XLIII, №4. — С. 69–82.
3. Bodony D. L. The prediction of jet noise // Center for turbulence research. 2005. P. 367–377.

4. Банах В. А., Маракасов Д. А., Мельников Н. Г., Сазанович В. М., Цвык Р. Ш. Экспериментальные исследования акустического поля, возбуждаемого сверхзвуковой затопленной струей // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 495–497.
5. Банах В. А., Маракасов Д. А., Сазанович В. М., Цвык Р. Ш., Шестернин А. Н. Экспериментальные исследования акустического поля, возбуждаемого сверхзвуковой струей // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 172–175.

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС ПРИ ПОЛУЧЕНИИ СИЛИКАТНЫХ РАСПЛАВОВ В ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

О. Г. Волокитин¹, М. А. Шеремет², В. В. Шеховцов¹

¹ТГАСУ, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

В данной статье приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований принципиально новой установки для получения высокотемпературных силикатных расплавов с использованием энергии низкотемпературной плазмы. Разработана и численно реализована математическая модель нестационарных режимов конвективного теплопереноса в предположении неньютоновского характера движения среды в объеме плавильной печи при плазмохимическом синтезе высокотемпературных силикатных расплавов.

Для получения высокотемпературного силикатного расплава использовалась электроплазменная установка [1, 2]. Для математического описания процесса про-

ходящего в электроплазменной установке рассматривается двумерная краевая задача нестационарного конвективного теплопереноса в объеме плавильной печи с входным и выходным отверстиями в прямоугольной декартовой системе координат (рис. 1).

При численном анализе нестационарных режимов конвективного теплопереноса предполагается, что течение расплава в полости печи является ламинарным и двумерным. Расплав считается теплопроводной, неньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска, т. е. $\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$. Предполагается также, что члены в уравнении энергии, характеризующие вязкую диссипацию и работу сил давления, пренебрежимо малы. В начальный момент времени расплав занимает весь объем плавильной печи и характеризуется определенной температурой. Далее открываются заслонки входного и выходного отверстий. На входе подается материал с теплофизическими характеристиками, совпадающими с параметрами силикатного расплава, но со своей температурой.

Численный анализ проведен при следующих значениях входных параметров, характеризующих реальные условия работы плавильной печи: $h_1 = 0,15$ м, $h_2 = 0,1$ м, $h_3 = 0,25$ м, $h_4 = 0,05$ м, $l_1 = 0,25$ м, $l_2 = 0,15$ м, $\rho = 3000$ кг/м³, $\beta = 0,00051$ К⁻¹, $T_{in} = 1200$ К, $T_0 = 1600$ К, $u_{in} = 0,019$ м/с, $\lambda = 1,3$ Вт/(м · К), $\sigma = 10$ (Ом · м)⁻¹,

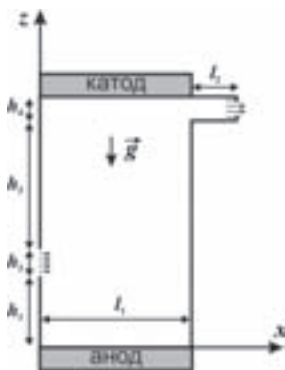


Рис. 1. Область решения задачи

$0 \leq t \leq 50$ с, $0,5 \leq n \leq 1,0$, $J = 42,5, 7349$ А/м². При численном анализе основное внимание уделялось изучению влияния фактора нестационарности, плотности электрического тока и показателя поведения расплава.

На рис. 2 представлена динамика развития термогидродинамических структур внутри плавильной печи при различных значениях показателя поведения расплава.

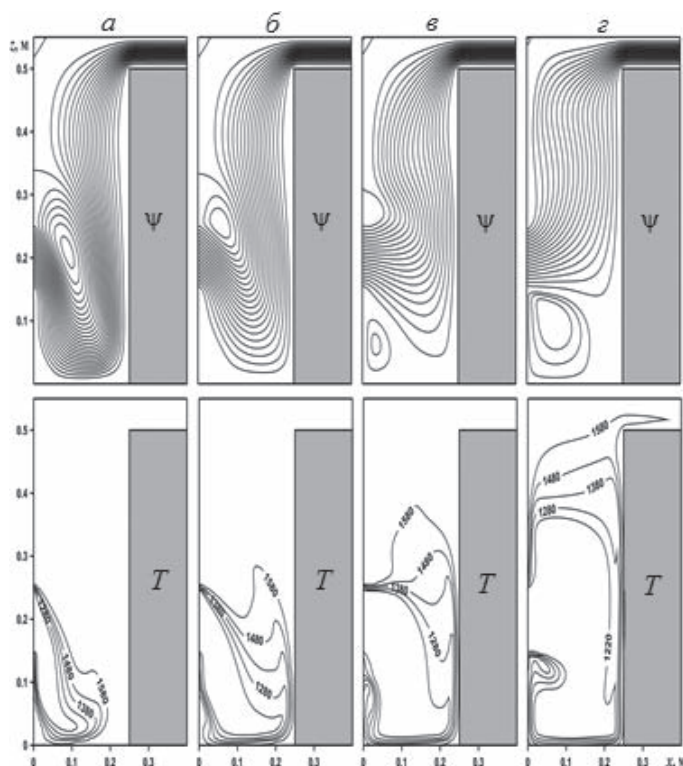


Рис. 2. Изолинии функции тока ψ и температуры T при $J = 42,5$ А/м², $n = 1,0$: а — $t = 10$ с, б — $t = 20$ с, в — $t = 30$ с, г — $t = 50$ с

Независимо от значения n в начальный момент времени ($t = 10$ с) внутри полости формируется вихревое течение вблизи входного отверстия, которое отражается в изменении направления движения расплава. Сначала расплав поступает к основанию полости, далее поток разворачивается и направляется к выходному отверстию. Такая гидродинамическая картина позволяет естественным способом повысить время нахождения расплава в печи и тем самым интенсифицировать процесс плавления поступающего материала. С ростом времени ($t = 20$ с) при $n = 0,7$ и $n = 1,0$ в зоне левого нижнего угла полости появляется рециркуляционное течение, обусловленное влиянием геометрии анализируемого объекта.

Дальнейшее увеличение t проявляется в росте масштабов этого углового вихря, что приводит при $t = 50$ с к диссипации рециркуляции, расположенной у входного отверстия, и изменению первоначального направления движения среды. Аналогичная картина наблюдается и при $n = 0,5$ только с момента времени $t = 50$ с. Отмеченные изменения характеризуют формирование застойной зоны внутри полости плавильной печи, температура которой полностью определяется энергией поступающего в печь материала. Следует также отметить, что при малых значениях

показателя поведения расплава ($n \leq 0,5$) с одной стороны наблюдается затягивание формирования такой застойной зоны, а с другой стороны временной промежуток образования такой зоны значительно меньше по сравнению со случаями $n > 0,5$.

Динамика развития течения и поля температуры при $n = 0,7$ (псевдопластическая жидкость) незначительно отличается от эволюции термогидродинамических структур при $n = 1,0$ (ньютоновская жидкость). Основные отличия заключается в темпах развития отмеченного выше углового рециркуляционного течения, которое, например, при $t = 50$ с отражается в конфигурации температурного факела вблизи нижней границы входного отверстия.

Закключение. Проведено математическое моделирование нестационарных режимов конвективного теплопереноса высокотемпературных силикатных расплавов в предположении их неньютоновского характера течения в объеме плавильной печи с использованием энергии низкотемпературной плазмы. На основании результатов численного анализа и экспериментальных данных можно сделать вывод о том, что температурное поле, формирующееся внутри полости печи вследствие работы генератора низкотемпературной плазмы, удовлетворяет условиям производства высокотемпературных силикатных расплавов из отходов энергетических производств.

1. Пат. 2503628 Российская Федерация. Плазменная установка для получения тугоплавкого силикатного расплава. Волокитин О.Г., Тимонов Е.В., Волокитин Г.Г., Никифоров А.А., Чибирков В.К.
2. Бондарева Н.С. Нестационарные режимы гидродинамики и теплопереноса при получении высокотемпературных силикатных расплавов / Н.С. Бондарева, О.Г. Волокитин, О.О. Морозова, М.А. Шеремет // Теплофизика и аэромеханика. — 2013. — Т. 20, №5. — С. 633–641.

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ГИБРИДНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ*

Е. Ю. Карцева, А. В. Панасенко

ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия

Приведены результаты расчетов струйных течений методом прямого численного решения уравнений Навье–Стокса с вычислением конвективных членов с помощью WENO-схемы сквозного счета Шу и Ошера пятого порядка точности с расщеплением Лакса–Фридрихса, аппроксимации диффузионных членов центральными разностями второго порядка точности и явным интегрированием по времени с помощью четырехстадийной TVD схемы Рунге–Кутты–Гилла четвертого порядка точности [1, 2], а также на основе пакета ЛОГОС при использовании модели турбулентности SST [3].

В настоящее время расчет струйных течений проводится с использованием решений уравнений Рейнольдса и моделей турбулентности. Представляет интерес провести расчет струйных течений прямым численным решением полных нестационарных уравнений Навье–Стокса (DNS) с использованием программы, разработанной в ИТПМ СО РАН [2]. В расчетах использовалась структурированная

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №14-08-00294-а.

гексаэдральная расчетная сетка. Начальными условиями являлись невозмущенные параметры воздуха при давлении $P_e = 1$ атм и температуре $T_e = 300$ К. На внешней границе сопла задавались параметры струйного течения с наложенными на него возмущениями поперечной скорости, зависящими от времени. На остальных границах расчетной области ставились условия сноса потока.

Расчеты проводились на гибридной вычислительной системе с графическими ускорителями (GPU). Для вычислений на нескольких GPU вся расчетная область разделялась на число подобластей, равное числу GPU, и каждый GPU производил вычисления в своей подобласти и периодически обменивается данными с другими GPU. Для управления несколькими GPU, установленными на одном узле, использовалась технология OpenMP, а обмен данными на этом узле осуществлялся через память GPU. Для обмена данными между узлами использовался протокол MPI.

На рис. 1, 2 представлены результаты расчета неизобарической холодной струи при числе Маха на срезе сопла $M = 3,3$ с перепадом давления на срезе сопла по отношению к невозмущенному потоку $P/P_e = 1,5$ и температурой $T = 94,4$ К. Число Рейнольдса, определяемое по диаметру сопла и параметрам потока на срезе сопла, равнялось $4,32 \cdot 10^5$. Линейные размеры отнесены к радиусу сопла R .

На рис. 1 показаны мгновенные и усредненные изоповерхности давления, полученные в расчете прямым численным моделированием.

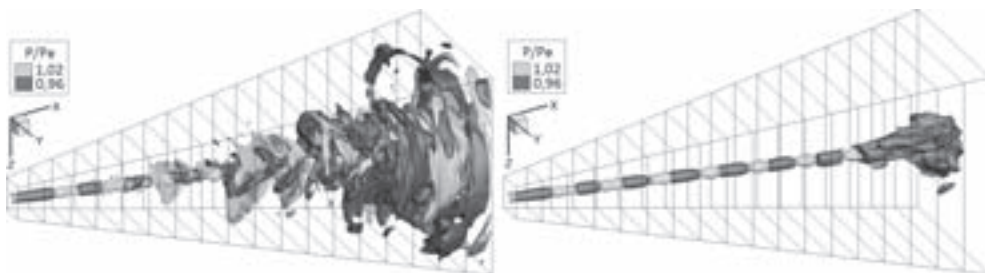


Рис. 1. Изоповерхности давления (слева — мгновенные, справа — усредненные)

На рис. 2 показано усредненное по времени давление в сечении расчетной области. Видно хорошее разрешение усредненной по времени картины давления с наличием бочкообразной структуры течения. При этом структура давления в разных расчетах до $X/R = 40$ хорошо согласуется между собой.

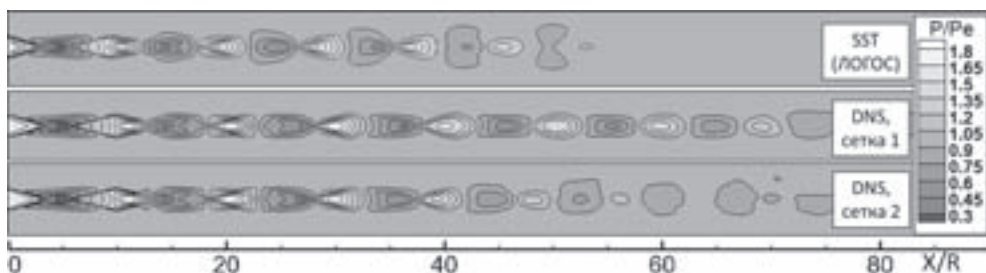


Рис. 2. Усредненное по времени давление в сечении расчетной области

На рис. 3 приведены распределения давления на оси струи, полученные в эксперименте, приведенном в [4], в расчете по пакету ЛОГОС и при двух расчетных сетках при прямом численном моделировании турбулентности с построением усредненных по времени значений давления.

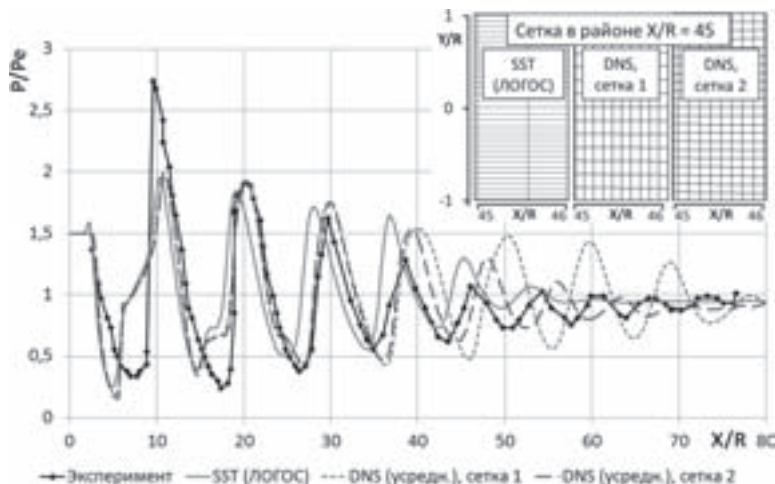


Рис. 3. Давление на оси струи

Видно, что расчет прямым численным моделированием дает лучшее соответствие экспериментальным данным. Результаты расчета подтверждают, что метод прямого численного моделирования позволяет без предварительной настройки моделировать эффекты сжимаемости в турбулентном струйном течении.

1. Jiang G. -S., Shu C. -W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comp. Phys. — 1996. — V. 126. — P. 202–228.
2. Карцева Е. Ю., Каишковский А. В., Лацис А. О., Панасенко А. В., Смольянов Ю. П., Чернов В. В., Шершнев А. А. Применение гибридной вычислительной системы к решению прикладных задач аэрогазодинамики // Вестник Южноуральского государственного университета. — 2014. — Т. 3, №2. — С. 20–29.
3. Дерюгин Ю. Н., Жучков Р. Н., Зеленский Д. К., Козелков А. С., Саразов А. В., Кудимов Н. Ф., Липницкий Ю. М., Панасенко А. В., Сафронов А. В. Результаты валидации многофункционального пакета программ ЛОГОС при решении задач аэрогазодинамики старта и полета ракет носителей // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, №9. — С. 83–95.
4. Кудимов Н. Ф., Панасенко А. В., Сафронов А. В., Третьякова О. Н. Расчет сверхзвуковых турбулентных струй на режимах, характерных для старта ракет носителей // Вестник Московского авиационного института. — 2013. — Т. 20, №1. — С. 88–94.

ИМИТАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ ГУАТ

М. А. Котов, Л. Б. Рулева, С. И. Солодовников, С. Т. Суржигов

ИПМех РАН, Москва, Россия

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований ударно-волновых конфигураций, возникающих при гиперзвуковом обтекании элементов конструкции гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА). В качестве имитационных аэродинамических моделей исследованы: модель спускаемого летательного аппарата и модель части воздухозаборника гиперзвукового прямоточного воздушно — реактивного двигателя (ГПВРД) ГЛА в виде двух полуклиньев разной толщины.

Экспериментальная установка ИПМех РАН для исследований — гиперзвуковая ударная аэродинамическая труба (ГУАТ). Фото аэродинамической части ГУАТ изображено на рис. 1.

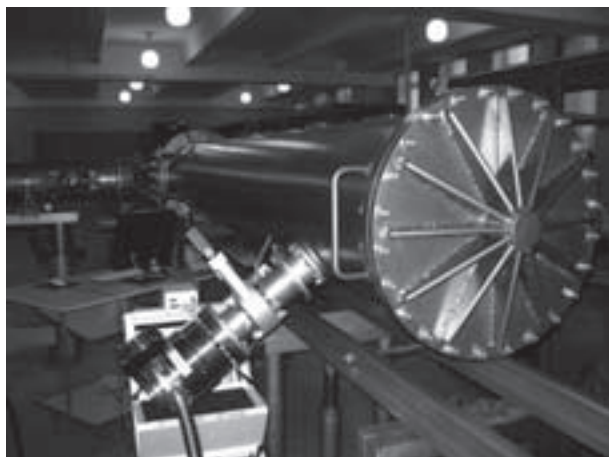


Рис. 1. Аэродинамическая часть ГУАТ

Единый тракт ГУАТ имеет длину 15 м [1, 2], диаметр ударной части $d = 0,08$ м, аэродинамической части (вакуумная камера с исследуемыми моделями) $d = 0,5$ м, длиной 4 м. На переднем плане, рис. 1, показан высоковакуумный безмасляный откачной пост. На заднем плане, поперек вакуумного блока, расположен теневой шлирен — прибор, который, в совокупности с высокоскоростной видеокамерой, составляет систему регистрации процессов обтекания моделей гиперзвуковым потоком.

На рис. 2 представлены фотография модели в виде двух полуклиньев разной толщины.



Рис. 2. Модель в виде двух полуклиньев

Нижний полуклин в эксперименте смещался относительно верхнего полуклина вдоль оси потока для достижения эффекта отражения ударной волны от верхнего полуклина на переднюю кромку нижнего полуклина [3]. На рис. 3 и 4 показаны фрагменты теневых картин при положении нижнего полуклина без смещения и со смещением.

Другой тип имитационной модели: спускаемый летательный аппарат, представлен видеофрагментами теневой картины при симметричном воздействии потока на модель и под углом атаки 20° .

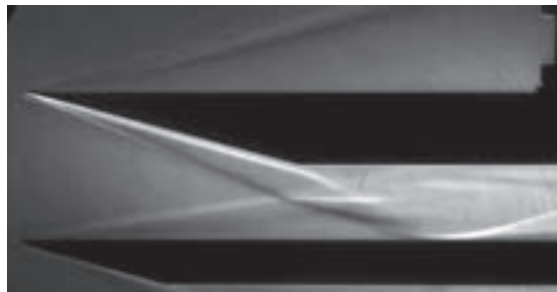


Рис. 3. Обтекание полуклиньев без смещения



Рис. 4. Обтекание полуклиньев со смещением

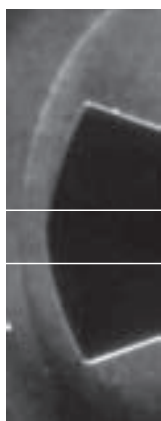
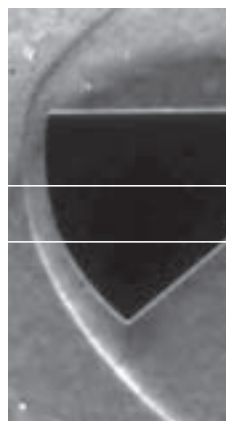


Рис. 5. Обтекание модели

Рис. 6. Обтекание модели по оси потока под углом атаки 20°

Зарегистрированные картины обтекания приведенных выше имитационных моделей, а также моделей других форм [4, 5] могут быть использованы для прогнозирования влияния реальных возмущений на элементы летательных аппаратов.

Эксперименты рассмотренных и более простых геометрических форм [5] служат также для оперативной валидации разрабатываемых расчетных кодов.

1. Рулева Л. Б., Котов М. А., Солодовников С. И. Патент на полезную модель №152348. Гиперзвуковая ударная аэродинамическая труба.
2. Рулева Л. Б., Котов М. А., Солодовников С. И. Патент на полезную модель №153905. Импульсная аэродинамическая установка.
3. Котов М. А., Рулева Л. Б., Солодовников С. И., Суржиков С. Т. Экспериментальные исследования обтекания моделей в виде двух плоских полуклиньев // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2015. — Т. 16. — Вып. 4. — ISSN 1991-6396. <http://chemphys.edu.ru>.
4. Котов М. А., Крюков И. А., Рулева Л. Б., Солодовников С. И., Суржиков С. Т. Обтекание цилиндра с клином в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2014. — Т. 15. — Вып. 3. — ISSN 1991-6396. <http://chemphys.edu.ru>.
5. Котов М. А., Рулева Л. Б., Солодовников С. И., Суржиков С. Т. Обтекание конфигураций геометрических примитивов сверхзвуковыми воздушными потоками // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.

ПУЛЬСИРУЮЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ***Я. И. Кравцов, Е. А. Марфин, А. А. Абдрашитов***КазНЦ РАН, Казань, Россия*

В настоящее время актуальными являются исследования, направленные на интенсификацию процессов добычи нефти вибрационным воздействием [1–5]. Важным остается вопрос создания устройств генерации упругих колебаний в потоке агента воздействия, нагнетаемого в пласт. Большие перспективы имеют проточные устройства, в которых происходит трансформация части энергии потока, протекающей жидкости или газа, в акустическую энергию, а также усиление генерируемых колебаний в акустическом резонаторе — составной части устройства [6]. Результаты исследования течения газа в проточном резонаторе, представленные в работе [7], показали возможности численных методов для изучения собственных колебаний подобных устройств. Аналитические зависимости, позволяющие определить оптимальные геометрические характеристики устройства, и математические модели, описывающие процесс генерации гармонических колебаний, представлены в работах [8, 9]. Расчетный метод, позволяющий определить частоты собственных колебаний проточного резонатора, описан в работе [10].

Настоящая работа посвящена изучению пульсирующего течения газа в проточном акустическом резонаторе. Пульсирующее течение представляет собой наложенные на стационарный поток высокочастотные амплитудно-модулированные колебания.

Объектом исследования является проточный акустический резонатор с выходным отверстием и кольцевыми соплами, расположенными на противоположных сторонах цилиндрической камеры. Для расчетов использовалась модель течения сжимаемого газа, включающая: уравнения Навье–Стокса, уравнение неразрывности, закон сохранения энергии, k - ε -модель турбулентности. Решение осуществлялось с использованием программного пакета FlowVision, основанного на конечно-объемном методе решения. Общее число расчетных ячеек составляло порядка 150000. Численный расчет проводится на различных частотах. При этом анализировались давление и скорость в выходном отверстии. Граничное условие для нормальной скорости на входе задавалось выражением:

$$U_{\text{вх}} = U_0 + A(1 + B \cos(2\pi f_{\text{оп}} t)) \sin(2\pi f_{\text{нес}} t), \quad (1)$$

где U_0 — средняя скорость потока, м/с; A — амплитуда колебаний скорости, м/с; B — амплитуда модуляции, ед.; $f_{\text{оп}}$ — частота модуляции, Гц; $f_{\text{нес}}$ — несущая частота, Гц, t — время, с.

Результатом расчетов были картины распределения скорости и давления в проточной части резонатора, а также изменение этих параметров во времени. Численные расчеты проводились при различных значениях параметров, входящих в уравнение (1). В отсутствии модуляции ($B = 0$) изменение амплитуды колебаний давления и скорости потока в выходном отверстии — горле резонатора от несущей частоты свидетельствует о резонансе на частоте ~ 400 Гц. Следующая серия численных экспериментов проводилась при различных несущих частотах, амплитуда которых модулировалась частотой собственных колебаний резонатора 400 Гц. В выражении (1) коэффициент $B = 0,3$, $f_{\text{оп}} = 400$ Гц, $A = 1$ м/с, а частота $f_{\text{нес}}$ задавалась в диапазоне от 3000 Гц и 9000 Гц.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ и правительства Республики Татарстан №15-48-02212.

На рис. 1 представлены результаты численного эксперимента с изменением несущей частоты вынужденного сигнала. Видно, что при одной и той же амплитуде колебаний амплитуда модулированного сигнала на выходе резонатора практически линейно зависит от несущей частоты. Ее значение при несущей частоте равной 9000 Гц почти в 17 раз больше, немодулированного сигнала на частоте 400 Гц.

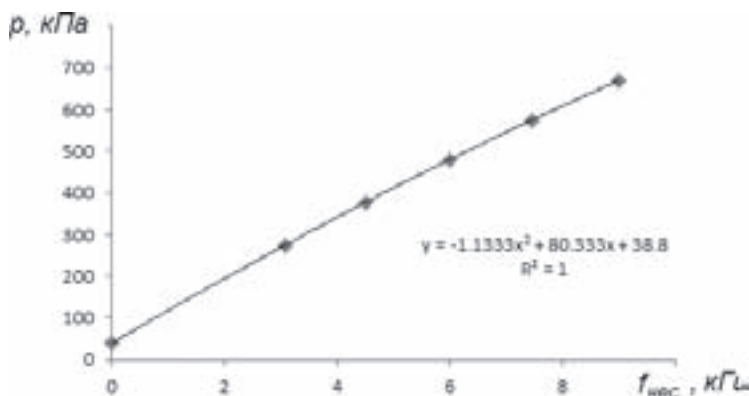


Рис. 1. Изменение амплитуды модуляции от несущей частоты

Заключение. Результаты численных экспериментов гидродинамики потока в проточной части акустического резонатора показали, что модулированный сигнал дает большую амплитуду низкочастотной упругой волны, чем не модулированный. Амплитуда модуляции колебаний давления в выходном отверстии резонатора зависит от несущей частоты — чем больше частота, тем больше амплитуда.

1. Beresnev I. A., Johnson P. A. Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results // *Geophysics*. — 1994. — V. 59, No. 6. — P. 1000–1017.
2. Marfin E. A., Kravtsov Y. I., Abdrashitov A. A., Gataullin R. N., Galimzyanova A. R. Elastic-wave effect on oil production by in situ combustion: field results // *Petroleum Science and Technology*. — 2015. — V. 33, No. 15–16. — P. 1526–1532.
3. Гатауллин Р. Н., Кравцов Я. И., Марфин Е. А. Интенсификация добычи трудноизвлекаемых углеводородов за счет интегрированного тепловолнового воздействия на пласт // *Нефтяное хозяйство*. — 2013. — №1. — С. 90–93.
4. Marfin E. A., Abdrashitov A. A. Extraction of heavy oil at thermal-wave impact on the producing formation // 6th Saint Petersburg International Conference and Exhibition on Geosciences 2014: Investing in the Future 2014. — P. 607–611.
5. Марфин Е. А., Кравцов Я. И., Абдрашитов А. А., Гатауллин Р. Н. Промысловые испытания волнового воздействия на процесс добычи нефти на Первомайском месторождении // *Георесурсы*. — 2014. — №2(57). — С. 14–16.
6. Абдрашитов А. А., Коханова С. Я., Кравцов Я. И., Марфин Е. А. Экспериментальное исследование влияния акустического резонанса на интенсивность псевдозвука в коммутационном пространстве струйного генератора // *Труды Академэнерго*. — 2012. — №4. — С. 73–87.
7. Марфин Е. А., Абдрашитов А. А. Собственные колебания газа в проточном резонаторе // *Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015)*, 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 490–492.
8. Марфин Е. А., Кравцов Я. И. Выбор оптимальных геометрических параметров излучателя на основе резонатора Гельмгольца // *Изв. РАН. Энергетика*. — 2005. — №6. — С. 108–113.

9. Кравцов Я. И., Буторин Э. А., Марфин Е. А. Математическая модель процесса излучения упругих волн, возбуждаемых устройством на базе резонатора Гельмгольца // Изв. РАН. Энергетика. — 2008. — №5. — С. 92–98.
10. Абдрашитов А. А., Бородин В. М., Марфин Е. А. О методе расчета частоты собственных колебаний акустического резонатора, заимствованном из механики твердого тела // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов. — 2015. — С. 24–27.

О ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗЫ ГАРМОНИЧНОСТИ

Ю. М. Липницкий, В. В. Еремин, В. А. Михалин

ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия

При определении демпфирующих характеристик летательных аппаратов (ЛА) считается, что скорость линейных перемещений точек поверхности аппарата за счет колебаний значительно меньше скорости полета. Время протекания нестационарных процессов значительно больше времени распространения возмущений в ударном слое, и для определения изменения суммарных характеристик во времени необходимы большие вычислительные ресурсы. В связи с этим, при решении задач определения нестационарных характеристик ЛА, обусловленных возмущенным движением, до недавних пор чаще всего использовался метод малого параметра в рамках которого нестационарные возмущения представлялись в виде разложения по кинематическим параметрам движения. В силу малости параметров возмущения С.М.Белоцерковским (1959 г.) была введена гипотеза гармоничности, в соответствии с которой нестационарное движение тела полностью определяется значениями кинематических параметров в рассматриваемый момент времени и не зависит от предыстории движения [1].

Прогресс в развитии вычислительной техники позволил перейти к прямому численному моделированию обтекания движущихся тел, в частности, совершающих гармонические колебания. В разработанной с участием авторов доклада программе для численного моделирования обтекания тела, совершающего гармонические колебания используется программа, основанная на модификации метода С. К. Годунова интегрирования нестационарных уравнений Эйлера, предложенная А. В. Родионовым.

Разработанный математический аппарат позволил проверить гипотезу гармоничности в рамках уравнений Эйлера. Для этого было проведено численное моделирование обтекания нескольких тел разной формы, совершающих гармонические колебания.

В качестве первого исследуемого тела был взят острый конус с углом полураствора 10° , длиной 1 м при положении центра колебаний $\bar{x}_c = x_c/L = 0,6$ от носка. Расчеты были проведены для числа Маха набегающего потока $M_\infty = 1,5$, углов атаки $\alpha = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ и частоты колебаний 2 Гц. В качестве второго — цилиндрико-коническое тело большого удлинения (рис. 1), совершающее гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5$ Гц при $M = 0,9$, $\alpha = 0, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$. В качестве третьего — сегментально-коническое тело (рис. 2), совершающее гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5$ Гц, $M = 0,9$, $\alpha = 11^\circ, 13^\circ, 15^\circ, 17^\circ, 19^\circ$. Амплитуда колебаний бралась равной 5° .

В результате были получены гистерезисные кривые — зависимости коэффициента момента тангажа $m_z(\delta)$ от угла отклонения конуса от первоначального положения, приведенные соответственно на рис. 3–5.

Значение коэффициента демпфирования при заданном значении угла атаки определяется по ширине гистерезисной кривой $m_z(\delta)$ — зависимости коэффициента момента тангажа m_z от угла отклонения от начального положения δ по формуле:

$$m_z^{\bar{\alpha}} = -\frac{\Delta m_z V_\infty}{4\pi\nu AL},$$

где Δm_z — ширина гистерезисной петли в точке нулевого отклонения тела от начального положения, V_∞ — модуль скорости набегающего потока в м/с, A — амплитуда колебаний (в радианах), ν — частота колебаний в Гц, $\nu = 2$ Гц, L — длина тела в м.

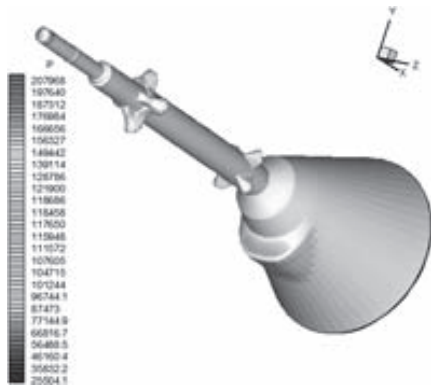


Рис. 1

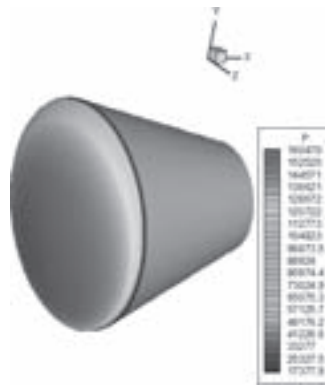


Рис. 2

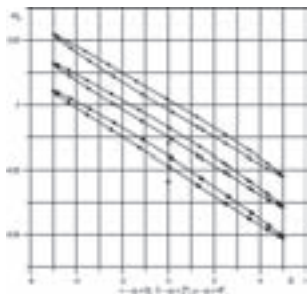


Рис. 3

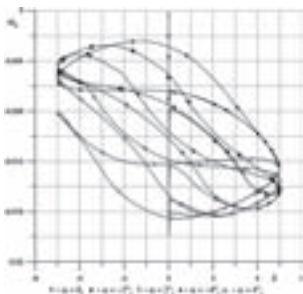


Рис. 4

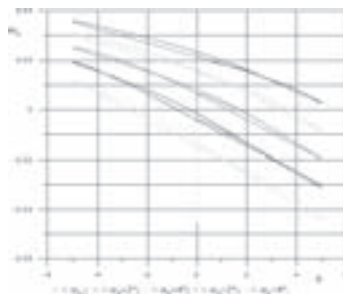


Рис. 5

С другой стороны можно определить коэффициент демпфирования, используя гистерезисную кривую $m_z(\delta)$, полученную при $\alpha = 0$ для углов отклонения δ , не превышающих по модулю A . В этом случае необходимо использовать ширину гистерезисной кривой при рассматриваемом значении δ — Δm_{zm} и значение скорости изменения угла. Для этого случая формула приобретает вид:

$$m_z^{\bar{\alpha}} = -\frac{\Delta m_{zm} V_\infty}{4\pi\nu AL \cos(\arcsin(\delta/A))}.$$

В выяснении справедливости этого утверждения и состоит проверка гипотезы гармоничности.

В принципе, это равносильно утверждению, что справедливо равенство:

$$\Delta m_z = \frac{\Delta m_{zm}}{\cos(\arcsin(\delta/A))}.$$

Обработка полученных гистерезисных кривых, позволила составить следующие таблицы в соответствии для каждого из рассматриваемых тел.

Таблица 1

Острый конус

Угол атаки или угол отклонения	1°	2°	3°	4°
$\Delta m_z(\delta = 0)$	0,00308	0,00304	0,00306	0,00304
Δm_{zm}	0,00305	0,00279	0,00242	0,00183
$\frac{\Delta m_{zm}}{\cos(\arcsin(\delta/A))}$	0,00311	0,00304	0,00303	0,00304

Таблица 2

Цилиндро-коническое тело большой длины

Угол атаки	$\alpha = 0$			
Угол отклонения δ	−4°	−2°	2°	4°
$\Delta m_z(\delta)$	0,00216	0,00223	0,00258	0,00260
$\frac{\Delta m_z}{\cos(\arcsin(\delta/A))}$	0,00360	0,00243	0,00282	0,00432
Угол атаки α , $\delta = 0$	−4°	−2°	2°	4°
$\Delta m_z(\delta = 0)$	0,00354	0,00241	0,00283	0,00426

Таблица 3

Сегментально-коническое тело

Угол атаки	$\alpha = 15^\circ$			
Угол отклонения δ	−4°	−2°	2°	4°
$\Delta m_z(\delta)$	0,00117	0,00044	−0,00252	−0,00091
$\frac{\Delta m_z}{\cos(\arcsin(\delta/A))}$	0,00195	0,00050	−0,00277	−0,00151
Угол атаки α , $\delta = 0$	11°	13°	17°	19°
$\Delta m_z(\delta = 0)$	0,00193	0,005	−0,00260	−0,00132

Эти таблицы, в целом, подтверждают правильность высказанного выше предположения.

1. Липницкий Ю. М., Красильников А. В., Покровский А. Н., Шманенков В. Н. Нестационарная аэродинамика баллистического полета. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ФОРМИРОВАНИЯ СВОБОДНОВИСЯЩИХ ЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ЗОН В СВЕРХЗВУКОВЫХ НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЯХ

А. В. Савин¹, Е. И. Соколов²

¹АО «Концерн «Струйные технологии», Санкт-Петербург, Россия;

²СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В докладе представлены результаты, полученные в продолжение исследований механизма формирования стационарных свободновисящих циркуляционных зон (СЦЗ) — газодинамических структур с возвратными течениями, не имеющими

контакта с твердой поверхностью, возникающих за диском Маха (ДМ) первой бочки осесимметричной сверхзвуковой струи.

Известное авторам первое упоминание о формировании СЦЗ в вязкой недорасширенной струе воздуха ($\gamma = 1,4$, $Re_0 = 4000$) с числом Маха на срезе сопла $M_a = 3$, углом полураствора $\theta_a = 0$, нерасчетностью $n = p_a/p_\infty = 9,25$, приведено в [1]. Моделирование невязких струй, истекающих в атмосферу [2], показало формирование СЦЗ при $M_a > 3$ в широком диапазоне нерасчетностей. Результаты [3, 4] показали, что для формирования ЦЗ в струях с $M_a \sim 1$ необходимо создание в струе перед ДМ возмущений определенного вида — так называемого сдвигового слоя. В качестве генератора сдвигового слоя в [3] рассматривалась вторичная сверхзвуковая струя, истекающая из сопла на порядок меньшего диаметра, чем основное, в [4] — центральное тело с плоским донным срезом. В этих случаях ЦЗ не являются свободновисящими. С другой стороны, в [5] приведены результаты расчета вязкой струи воздуха ($M_a = 1$, $n = 211,2$, $Re_0 = 1500$), где наблюдается формирование СЦЗ без сдвигового слоя. Поскольку до настоящего времени не существует достоверных экспериментальных данных, подтверждающих существование СЦЗ, распространенным является мнение об их чисто вычислительной природе (см, напр., [6]).

В [7] на основе модели невязкого течения с постоянной плотностью в ударном слое перед безграничной преградой, ортогональной оси недорасширенной струи [8], сформулированы критерии, которым должны удовлетворять параметры неравномерности потока в струе и форма ДМ, необходимые для формирования СЦЗ за ним. Распределение скорости на оси за ДМ описывается формулой:

$$-\frac{U}{U_s} = \omega X^2 + 2\zeta X - 1, \quad \text{где} \quad \omega = \frac{(1-\varepsilon)^2}{M_\infty} \frac{d^2(M_\infty \sin \sigma)}{dy^2} - \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\partial^2 P_0}{\partial y^2}, \quad \zeta = \gamma_r - \theta_r.$$

Здесь ω — завихренность потока за ДМ (в изэнтропическом потоке перед ДМ $P_0 = \text{const}$), ζ — эффективная кривизна ДМ. Все параметры определяются в точке S на оси за ДМ. Две точки торможения при $x > 0$ существуют, если $-\zeta^2 < \omega < 0$; $\zeta > 0$. Таким образом, необходимым условием формирования СЦЗ в невязком гиперзвуковом неравномерном потоке является отрицательная завихренность, т.е. убывание полного давления за ДМ с удалением от оси, и положительная эффективная кривизна, т.е. отклонение линий тока от оси.

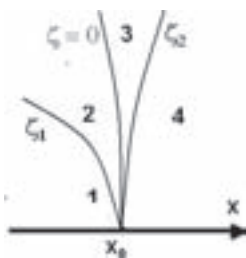
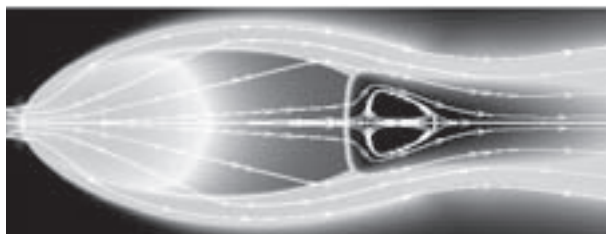


Рис. 1



$$M_a = 2, \theta_a = 10^\circ, \gamma = 1,4, n = 21$$

Рис. 2

В докладе рассматривается возможность реализации этого условия в дальнем поле свободно расширяющейся струи. Пусть расстояние от центра среза сопла $x_0 \gg r_a$. Используются следующие соотношения для параметров дальнего поля [9]:

$$\frac{M_x}{M_0} = \frac{\gamma - 1}{x_0}, \quad \frac{M_{rr}}{M_0} = 2 \frac{\gamma - 1}{x_0^2}, \quad \frac{M_{nn}}{M_0} = \frac{\gamma - 1}{x_0^2}, \quad \theta_r = \frac{1}{x_0}.$$

Приравняв нулю коэффициент при X^2 , можно определить кривизну ДМ, соответствующую безвихревому течению за ним:

$$\zeta_{1,2} = 0,5x_0^{-1} [1 - \gamma \pm \sqrt{(\gamma + 3)}\sqrt{(\gamma - 1)}].$$

Соответствующие кривые для $\gamma = 1,4$ приведены на рис. 1. В области 1 $\omega < 0$, $\zeta < 0$; в области 2 $\omega > 0$, $\zeta < 0$; в области 3 $\omega > 0$, $\zeta > 0$; в области 4 $\omega < 0$, $\zeta > 0$. Таким образом, условиям возможности формирования СЦЗ удовлетворяет течение в области 4, и ДМ должен находиться правее линии $\zeta_2 = \text{const}$.

В докладе проводится анализ соответствия результатов проведенных авторами численных расчетов недорасширенных струй при наличии и отсутствии СЦЗ (рис. 2) приведенным выше условиям. Большое внимание уделено влиянию на возникновение СЦЗ поля завихренности в области свободного расширения струи ($P_0 \neq \text{const}$), сформированного специальной системой сопловых скачков.

1. Gribben B. J., Badcock K. J., Richards B. E. Numerical study of shock-reflection hysteresis in an underexpanded jet // AIAA Journal. — 2000. — V. 38, No. 2. — P. 275–283.
2. Горайнов В. А. О возможности реверса течения в свободных сверхзвуковых струях // Мат. моделирование. — 2003. — Т. 15, №7. — С. 86–92.
3. Глотов Г. Ф. Локальные дозвуковые зоны в сверхзвуковых струйных течениях // Изв. РАН. МЖГ. — 1998. — №1. — С. 143–150.
4. Савин А. В., Соколов Е. И., Федосенко Н. Б. Циркуляционные зоны в сверхзвуковой недорасширенной струе, истекающей из сопла с цилиндрическим центральным телом конечной длины // Изв. РАН. МЖГ. — 2015. — №1. — С. 41–48.
5. Сковородко П. А. Два подхода к моделированию течения в затопленной струе // Мат. Моделирование. — 2003. — Т. 5, №6. — С. 95–100.
6. Исаев С. А., Липницкий Ю. М. и др. Моделирование турбулентной сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей в затопленное пространство, с помощью модели переноса сдвиговых напряжений // ИФЖ. — 2012. — Т. 85, №6. — С. 40–74.
7. Савин А. В., Смирнов П. Г., Соколов Е. И. Формирование свободновисящей циркуляционной зоны в сверхзвуковой недорасширенной струе // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (Казань, 20–24 августа 2015 г.). — Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. — С. 3283–3286.
8. Соколов Е. И. Течение в ударном слое перед преградой, перпендикулярной оси сверхзвуковой недорасширенной струи // Изв. АН. СССР. МЖГ. — 1977. — №4. — С. 51–58.
9. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй / Авдеевский В. С., Ашратов Э. А., и др. — М.: Машиностроение, 1989. — 320 с.

СОВМЕСТНОЕ ДВИЖЕНИЕ БИНАРНОЙ СМЕСИ И ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Н. Л. Собачкина

СФУ, Красноярск, Россия

Данная работа посвящена изучению сопряженной начально-краевой задачи, возникающей при однонаправленном движении бинарной смеси и вязкой теплопроводной жидкости с общей поверхностью раздела в теплоизолированной цилиндрической трубе под действием градиента давления в смеси. Цель заключается в исследовании инвариантного решения поставленной задачи, построении точных решений, а также численном решении задачи.

1. Постановка задачи. Уравнения термодиффузионного движения в отсутствие массовых сил в цилиндрической системе координат r, φ, z имеют вид

$$u_t + uu_r + \frac{v}{r}u_\varphi + wu_z - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho}p_r + \nu\left(\Delta u - \frac{2}{r^2}v_\varphi - \frac{u}{r^2}\right), \quad (1)$$

$$v_t + uv_r + \frac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r}p_\varphi + \nu\left(\Delta v + \frac{2}{r^2}u_\varphi - \frac{v}{r^2}\right), \quad (2)$$

$$w_t + uw_r + \frac{v}{r}w_\varphi + ww_z = -\frac{1}{\rho}p_z + \nu\Delta w, \quad (3)$$

$$u_r + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}v_\varphi + w_z = 0, \quad (4)$$

$$\theta_t + u\theta_r + \frac{v}{r}\theta_\varphi + w\theta_z = \chi\Delta\theta, \quad (5)$$

$$c_t + uc_r + \frac{v}{r}c_\varphi + wc_z = d\Delta c + \alpha d\Delta\theta, \quad (6)$$

где u, v, w — проекции вектора скорости на оси r, φ, z соответственно; p — давление; θ, c — отклонения температуры и концентрации от их равновесных значений θ_0, c_0 ; ρ — плотность; ν — кинематическая вязкость; χ — температуропроводность; d — коэффициент диффузии; α — параметр термодиффузии (нормальной термодиффузии соответствуют значения $\alpha < 0$, а для аномальной $\alpha > 0$); $\Delta = \partial^2/\partial r^2 + r^{-1}\partial/\partial r + r^{-2}\partial/\partial\varphi^2 + \partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа.

Эта система допускает двухпараметрическую подгруппу непрерывных преобразований, порождаемую операторами

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}, \quad \frac{\partial}{\partial z} + A\frac{\partial}{\partial\theta} + B\frac{\partial}{\partial c} - \rho f(t)\frac{\partial}{\partial p},$$

A, B — постоянные, $f(t) \in C^\infty$ — произвольная функция. Инвариантное решение следует искать в виде

$$\begin{aligned} u &= u(r, t), & v &= v(r, t), & w &= w(r, t), & p &= -\rho f(t)z + \mathcal{D}(r, t), \\ \theta &= Az + T(r, t), & c &= Bz + K(r, t). \end{aligned}$$

Применим инвариантное решение для описания однонаправленного движения бинарной смеси и вязкой теплопроводной жидкости в круглой цилиндрической трубе радиуса b . Пусть смесь занимает область $0 \leq r \leq a$, $|z| < \infty$, а вязкая жидкость — цилиндрический слой $a \leq r \leq b$, $|z| < \infty$, так что $w_j(r, t)$ — осевая скорость ($j = 1, 2$), $p_j = -\rho_j f_j(t)z + \mathcal{D}_j(t)$ — давление, $\theta_j = A_j z + T_j(r, t)$ — распределение температуры, $c_1 = B_1 z + K(r, t)$ — распределение концентрации в смеси. Здесь $j = 1$ соответствует слою смеси, а $j = 2$ — слою вязкой жидкости. Предположим, что коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела $r = a$ линейно зависит от температуры и концентрации

$$\sigma(\theta, c) = \sigma_0 - \sigma_\theta(\theta - \theta_0) - \sigma_c(c - c_0), \quad (7)$$

где $\sigma_\theta > 0$ — температурный коэффициент, σ_c — концентрационный коэффициент (обычно $\sigma_c < 0$, поскольку поверхностное натяжение увеличивается с ростом концентрации),

На поверхности раздела при $r = a$ выполнены условия равенства скоростей, температур и концентраций, динамическое условие, а также отсутствие потоков тепла и вещества.

На твердой стенке при $r = b$ ставятся условия прилипания для скоростей; кроме того, твердая стенка является теплоизолированной.

На оси симметрии ставятся условия ограниченности.

В начальный момент времени $t = 0$ в жидкости и смеси внезапно возникают распределения температур $\theta_j = A_j z$ и концентрации $c_1 = B_1 z$. Таким образом, начальные условия имеют вид

$$\omega_j(r, 0) = 0, \quad T_j(r, 0) = 0, \quad K(r, 0) = 0. \quad (8)$$

2. Стационарное решение. Приведем вид стационарного решения при $h = 0$, $f_2^0 = \rho f_1^0$:

$$\begin{aligned} \omega_1^0 &= \frac{f_1^0}{4\nu_1} \left[(b^2 - a^2)\mu + a^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \right], \\ \omega_2^0 &= \frac{f_1^0 b^2 \mu}{4\nu_1} \left(1 - \frac{r^2}{b^2} \right), \quad \mu = \mu_1 / \mu_2, \\ T_1^0 &= \frac{Ar^2 f_1^0}{16\chi_1 \nu_1} \left[a^2 + \mu(b^2 - a^2) - \frac{r^2}{4} \right] + C_2, \\ T_2^0 &= \frac{Ar^2 \rho f_1^0}{16\chi_2 \nu_2} \left(b^2 - \frac{r^2}{4} \right) + C_6 \ln r + C_7, \\ K^0 &= -\frac{\alpha_1 Ar^2 f_1^0}{16\chi_1 \nu_1} \left[a^2 + \mu(b^2 - a^2) - \frac{r^2}{4} \right] + C_3. \end{aligned} \quad (9)$$

3. Решение нестационарной задачи. Для решения нестационарной задачи применяется метод преобразования Лапласа. С помощью полученных формул для изображений показывается, что если градиент давления имеет ненулевой предел при $t \rightarrow \infty$, то выполняется

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_j(r, t) = \omega_j^0(r), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} T_j(r, t) = T_j^0(r), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} K(r, t) = K^0(r),$$

где $\omega_j^0(r)$, $T_j^0(r)$, $K^0(r)$ — суть стационарное решение рассматриваемой задачи. Именно, поля скоростей в пределе будут такими же, как у течения Пуайзеля, а температура и концентрация являются полиномами четвертого порядка по радиальной координате. Последний предел имеет место только при $B_1 = 0$.

Полученные формулы в изображениях по Лапласу были использованы для численного нахождения полей скоростей, температур и концентрации при заданном перепаде давления в смеси. Численное обращение преобразование Лапласа подтверждает выход решения рассматриваемой задачи на стационарный режим.

РАСЧЕТ ИМИТАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ МОНТЕ-КАРЛО ИЗЛУЧЕНИЯ СТРУИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АВТОМОДЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Д. А. Сторожев¹, С. Т. Суржиков², И. А. Крюков², С. Е. Куратов¹

¹ВНИИА им. Н. Л. Духова, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

Развитие методов численного моделирования спектрального направленного излучения струй продуктов сгорания (используется также термин сила излучения или сигнатура) жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) и ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ) представляет собой одну из актуальных проблем спектральной диагностики работы двигателей, а также раннего обнаружения старта ракет и оптических методов сопровождения их полета по траектории.

Наиболее трудоемкой задачей, требующей десятки и сотни часов компьютерного времени, является расчет направленной излучательной способности с высоким спектральным разрешением струй продуктов сгорания. Наиболее универсальными способами для решения указанной задачи являются имитационные методы Монте-Карло [1–3].

Целью данной работы является расчет имитационным методом Монте-Карло направленной спектральной излучательной способности (сигнатуры) струи РН Atlas II с использованием автомоделного решения для распределения мольных долей химических компонентов в струе ракетного двигателя.

При относительно низкой температуре среды ($T < 2000\text{--}3000\text{ K}$), когда еще существуют твердые и жидкие частицы, процессы взаимодействия излучения с веществом являются низкоэнергетичными и не оказывают влияния на газодинамическую структуру потока. Решение задач радиационной газовой динамики при этом существенно упрощается. Сначала решается газодинамическая часть задачи. По найденным полям температуры и концентраций газа и частиц производится однократный расчет переноса излучения.

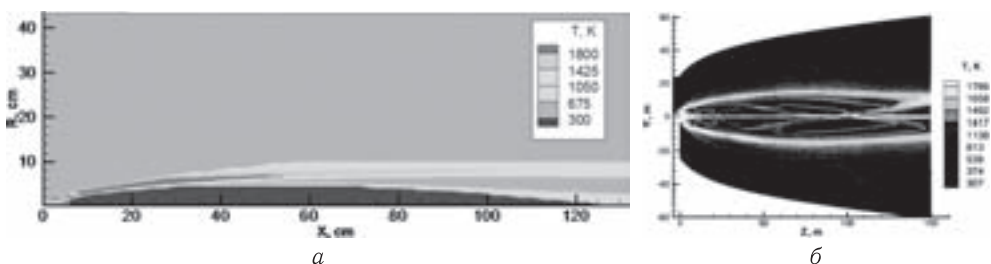


Рис. 1. Скорректированное распределение температуры (а) и результаты авторов [8] (б)

Численный расчет стационарных распределений газодинамических параметров в струе проводился на основе решения системы уравнений Эйлера в осесимметричной геометрии [4, 5]. Граничные условия, задаваемые на срезе сопла и в спутном потоке, приведены в табл. 1 [6].

Таблица 1

Значения параметров спутного потока и параметров на срезе сопла

	V , м/с	ρ , кг/м ³	p , Па	T , К	M
Срез сопла	2800	$5,23 \cdot 10^{-5}$	3,19	212	9,57
Спутный поток	2031	$9,42 \cdot 10^{-1}$	$1,94 \cdot 10^6$	3151	1,32

Для лучшего соответствия распределения температуры и давления в струе данным [8], была сделана коррекция значений T и P следующим образом:

$$T(x, r) = 2 \cdot T(10x, 32r), \quad P(x, r) = 100 \cdot P(10x, 32r).$$

Сравнение распределения температуры в струе с данными [8] дано на рис. 1. Для выполнения расчета излучения струи помимо данных о концентрации и температуре продуктов сгорания топлива РН необходимо знать распределение мольных долей концентраций излучающих компонентов газа. В данной работе эти данные рассчитывались на основе автомоделного решения для осесимметричной струи [7]:

$$\frac{Y(r, x) - Y_\infty}{Y_a - Y_\infty} = \frac{\chi B_0^2}{R^2(x)} e^{-\frac{r^2}{R^2(x)}}, \quad R(x) = \left(\frac{6\chi x B_0^2}{\text{Re}_\infty} \right)^{1/3}, \quad \chi = \frac{\rho_a u_a}{\rho_\infty u_\infty},$$

где Y — массовая концентрация химически нейтрального компонента, $R(x)$ — характерная полуширина струи, B_0 — радиус среза сопла, Re_∞ — турбулентное число Рейнольдса. Нижним индексом «а» обозначены начальные параметры на срезе выхлопного сопла двигателя. Эти данные были позаимствованы из работы [8].

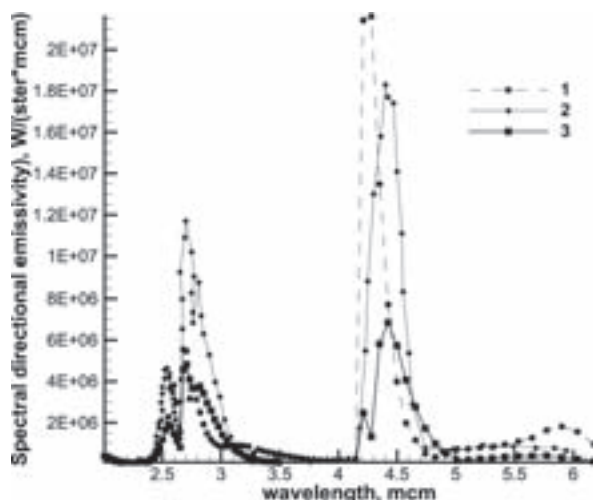


Рис. 2. Направленная спектральная излучательная способность: 1 — расчет с исходными данными T и P ; 2 — данные [8]; 3 — результаты расчета после корректирования T и P

На основе рассчитанных полей концентрации и температуры газа, а также данных по мольным долям продуктов сгорания проводился расчет направленной спектральной излучательной способности струи. РН Atlas II. Полученные в работе результаты расчета сигнатуры (рис. 2) продуктов сгорания в струе демонстрируют удовлетворительное согласие с данными [8].

1. Суржиков С. Т. Тепловое излучение газов и плазмы. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 544 с.
2. Суржиков С. Т. Методы Монте-Карло в задачах расчета направленной излучательной способности струи продуктов сгорания // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2008. — Т. 7.
3. Суржиков С. Т. Расчет имитационными методами Монте-Карло излучения струй продуктов сгорания с учетом вращательной структуры спектра // Теплофизика высоких температур. — 2003. — Т. 41, № 5. — С. 785–799.
4. Авдеевский В. С., Ашратов Э. А., Иванов А. В., Пирумов У. Г. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. — М.: Машиностроение, 1989. — 320 с.
5. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. Особенности расчета сверхзвуковых течений, препринт № 882 ИПМех РАН, 2008.
6. Беспалов В. А. Расчет лучистого теплового потока на донную часть второй ступени РН.
7. Кашеваров А. В., Кучеров А. Н. Сильное влияние формы распределений параметров на срезе сопла на характеристики конденсационного следа // Ученые записки ЦАГИ. — 2002. — Т. 33, № 1–2.
8. Alexeenko A. A. et al. Modeling of flow and radiation in the Atlas plume // Journal of Thermophysics and heat Transfer. — 2002. — V. 16, No. 1. — P. 50–57.

ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ВОДЯНОЙ СТРУИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Я. Н. Ширшов, Д. А. Нерсисян, Н. Н. Сысоев, И. Э. Иванов, И. А. Знаменская

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В работе представлены результаты исследований оптическими методами высокоскоростных струй жидкости, истекающих из сопла, создающего струю высокого давления. Целью работы является получение новой информации о течении двухфазной среды при экстремальных условиях а так же оптимизации конструкции устройства [1, 2]. Рассматривается процесс выхода высокоскоростной струи жидкости из фокусирующей трубки станка гидроабразивной резки Flow WaterJet Mach3 и скоростью превышающей скорость звука до трех раз [3, 4]. Теневым методом исследовались начальная стадия выхода головной части струи; динамика движения лидера в течение 0,2–0,4 миллисекунд при рабочем давлении 400 МПа. Для изучения процесса формирования струи проведена съемка высокоскоростной камерой Photron FASTCAM SA5 со скоростью съемки до 100000 кадров в секунду с экспозицией 1 мкс. Измерены пространственно-временные характеристики струи, выходящей из фокусирующей трубки. В результате цифровой обработки серий изображений струи измерена скорость и ускорение головной части струи в стартовом процессе.

Схема установки показана на рис. 1. Расстояние от объектива камеры до объекта составляло 440 мм. Поскольку область съемки струи с необходимым разрешением не охватывала ее полностью по высоте (~ 130 мм), были выбраны два варианта расположения камеры по высоте относительно нижней границы сопла: верхняя и нижняя области (рис. 1).



Рис. 1. Слева показана схема эксперимента. Обозначения: 1 — установка Flow WaterJet Mach3; 2 — струя; 3 — высокоскоростная камера; 4 — зондирующая лампа 500 Вт; 5 — ПК 1, отвечающий за управление камерой; 6 — ПК 2, отвечающий за управление установкой. На рисунке справа показана верхняя и нижняя области съемки

Были получены видофильмы процесса развития струи. Общая длительность процесса инициирования и развития струи составило около 1 мс. Для верхней области время ее прохождения лидером составляло 0,35 мс, что включает около 100 последовательных кадров процесса. Ввиду высокой оптической плотности объекта изображения струи получены преимущественно за счет поглощения зондирующего света. В двухфазной оболочке центральной зоны струи зарегистрированы зоны рассеяния света, визуализирующие высокоскоростные спутные структуры. В установившемся стационарном режиме центральная часть

струи движется со сверхзвуковой скоростью [4] и имеет диаметр около 1 мм [5]; однако сверхзвуковых возмущений, генерируемых спутным течением, не было зарегистрировано.

На рис. 2 показан каждый десятый кадр выхода лидера струи из сопла и ее развития.

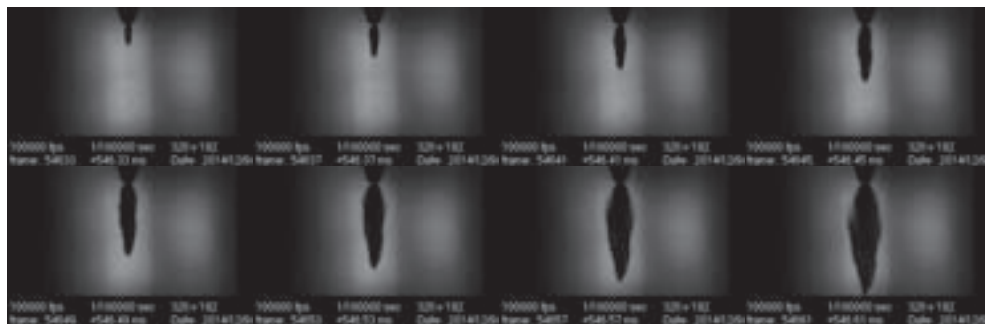


Рис. 2. Снимки выхода лидера и развития струи при съемке 100000 кадров в секунду

Для обработки были выбраны кадры от момента появления струи в области обзора до выхода лидера из данной области. Визуально конфигурация струи в верхней области съемки весьма различна. Для каждой фотографии определялось положение лидера струи по вертикали в пикселях, которое с помощью реперного кадра пересчитывалось в миллиметры. Под лидером струи следует понимать визуально определяемую крайнюю граничную точку сплошной области изучаемого объекта в направлении скорости потока. Погрешность в нахождении положения лидера составляла 1 мм.

Пример развития струи в нижней области приведен на рис. 3.

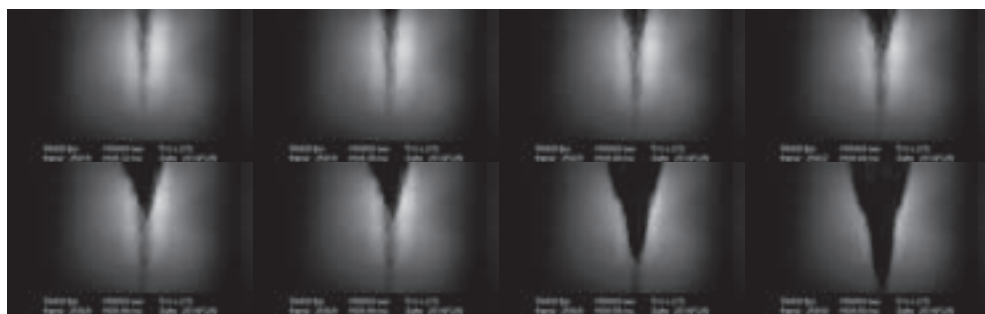


Рис. 3. Снимки развития струи при съемке со скоростью 50000 кадров в секунду

Построены графики зависимости координаты лидера струи от времени. По полученным зависимостям построены графики зависимости скорости лидера струи от его координаты. Оценены усредненные скорости лидера струи и их эволюция.

На рис. 4 представлены графики зависимости координаты лидера струи x от времени для съемки в верхней области. Скорость изменяется в диапазоне от 50 м/с до 80 м/с. График зависимости положения лидера струи для нижней области съемки приведен на рис. 4. Для одного эксперимента было измерено положение бокового фронта от времени (см. рис. 3).

Из рис. 4 видно, что лидер ускоряется на участке 60–77 мм; его скорость достигает 270 м/с к нижней границе второй области съемки (вблизи амортизирующей подложки). Погрешность определения скорости составила 20 м/с.

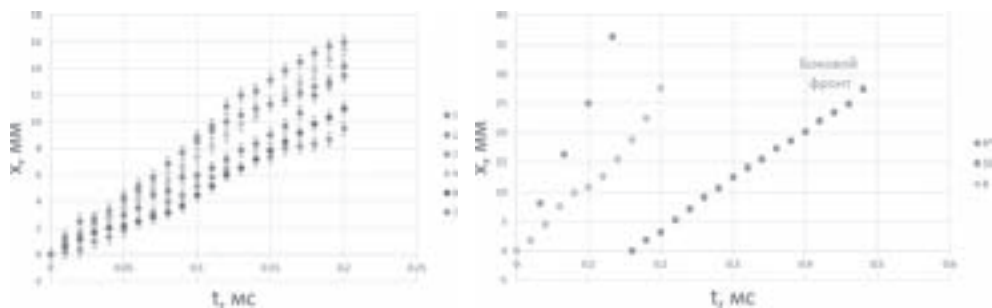


Рис. 4. Слева зависимость координаты лидера струи от времени. Справа график зависимости положения лидера струи и бокового фронта от времени. Полевая точка по оси ординат соответствует верхней границе нижней области съемки 48 мм (см. рис. 1)

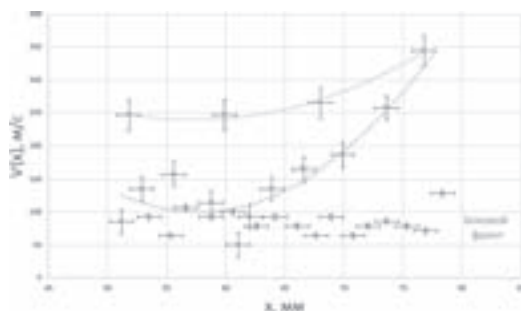


Рис. 5. Графики зависимости скорости лидера струи от координаты во второй области съемки. Полевая точка по оси абсцисс соответствует 0 мм (см. рис. 1)

Графики зависимости скорости лидера струи от координаты представлены на рис. 5.

1. Kyriaki Maniadaki, Thomas Kestis, Nicholas Bilalis. Aristomenis Antoniadis. A finite element-based model for pure waterjet process Simulation // Int. J. Adv. Manuf. Technol. — 2007. — V. 31. — P. 933–940.
2. Guha A., Barrona R.M., Balachandar R. An experimental and numerical study of water jet cleaning process // Journal of Materials Processing Technology. — 2011. — V. 211. — P. 610–618.
3. Латыпов Р. Р., Терегулов Н. Г., Харлов А. И. Некоторые сведения о гидрорезании материалов. — Уфа: Уфимский государственный авиационный технический университет, 1999.
4. Тихомиров Р. А., Бабанин В. Ф., Петухов Е. Н. и др. Гидрорезание судостроительных материалов. — Л.: Судостроение, 1987. — 164 с.
5. Ширишов Я. Н., Нерсисян Д. А., Сыроев Н. Н., Иванов И. Э. Исследование процесса формирования струи воды, истекающей из сопла установки гидроабразивной резки // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 23–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 59–62.

ОБЛАСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИОНАЛОВ

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

1. Полет в плотных слоях атмосферы на гиперзвуковых скоростях сопровождается большими аэродинамическими и термохимическими нагрузками на поверхность летательного аппарата, существенно ухудшающими его маневренность, устойчивость, управляемость и предъявляющими более высокие требования к выбору системы *теплозащиты* (ТЗ). Одним из наиболее эффективных и распространенных способов активной ТЗ является тепломассообменный путем вдува газа-охладителя в *пограничный слой* (ПС) с поверхности *гиперзвукового летательного аппарата* (ГЛА).

Основная задача проектирования ГЛА заключается в минимизации негативных воздействий, препятствующих эффективному выполнению поставленных целей. Эту задачу целесообразно решать в рамках теории оптимального управления ПС, при этом важно оценить диапазон изменения параметров, подлежащих оптимизации: локального теплового потока и касательного напряжения трения.

Обычно рассматриваются задачи минимизации функционала, отслеживающего влияние лишь одного из них. В данной работе представлен метод изучения с целью оптимизации комбинации указанных параметров.

2. **Однокритериальные задачи тепломассообмена.** В прямой задаче тепломассообмена по заданному управлению $m(x)$ — вдуву в ламинарный ПС, где $x \in [0; 1]$, требуется рассчитать параметры ПС и определить: интегральный тепловой поток $Q(m)$, суммарную силу трения $F(m)$ и мощность $N(m)$ системы, обеспечивающей вдув, т. е.

$$m \rightarrow (Q(m), F(m), N(m)). \quad (1)$$

В работах [1–3] было построено оптимальное управление $m(x)$, как решение одной из экстремальных задач: *либо*

$$Q(m) \rightarrow \inf_m, \quad (2)$$

либо

$$F(m) \rightarrow \inf_m, \quad (3)$$

при выполнении ограничения

$$N(m) \leq N_{\max}. \quad (4)$$

В работах [4, 5] предложены специальные виды $m(x)$, реализующие достаточно хорошие приближения к экстремальным значениям Q .

3. **Области экстремальных значений.** Пусть для $x \in [0; 1]$ заданы $b(x)$ и $t(x)$. Пусть m такие, что

$$b(x) \leq m(x) \leq t(x). \quad (5)$$

Обозначим $\underline{N} = N(b)$ и $\overline{N} = N(t)$. Для $N_c \in [\underline{N}; \overline{N}]$ обозначим $D(N_c)$ — множество значений $(Q(m), F(m), N_c)$ для m таких, что $N(m) = N_c$. Обозначим $E(N_c)$ — множество значений (Q, F, N_c) — решений экстремальных задач

$$\Psi(m; \varphi) = \cos(\varphi) \cdot Q(m) + \sin(\varphi) \cdot F(m) \rightarrow \inf_{m: N(m)=N_c}, \quad (6)$$

где $\varphi \in [0; 2\pi]$. Область экстремальных значений

$$S = \bigcup_{N_c \in [\underline{N}; \overline{N}]} E(N_c) \quad (7)$$

является боковой поверхностью множества $T = \bigcup_{N_c \in [\underline{N}; \overline{N}]} D(N_c)$ — всевозможных значений (1) для допустимых (5) управлений.

Замечание. Здесь учтено, что задачи [2, 3] были приведены к безразмерным постановкам. Это позволяет собрать изначально *различные в физическом смысле* функционалы в линейную комбинацию. Метод может быть применен в других задачах, если отнести исследуемые величины к их максимальным значениям. С математической точки зрения важно, чтобы параметр был ограниченным. В этом случае его легко привести к диапазону $[0; 1]$.

Для непрерывных m графики зависимостей Q от $N_{\max}$, как решений задачи (2), (4), в случаях цилиндрического и сферического тел (температурный фактор $\tau_w = T_w/T_{e0} = 0,25$, скорость набегающего потока $M_\infty = 10$, высота $H = 10$ [км], равновесно диссоциирующий газ, параметры стандартной атмосферы Земли), приведены в работах [4, 5]. Они (графики) являются частями проекций поверхностей (7) на плоскость (Q, N) .

4. Программная реализация и анализ вычислительных экспериментов.

Разработаны алгоритмы приближенного построения и уточнения формы поверхности (7), ее сечений и проекций. Это позволяет для разнообразных ограничений на вдув и его производные [6–8] эффективно исследовать разнообразные экстремальные задачи (6). В частности, удалось проследить за изменениями в оптимальных управлениях m при переходе ($\varphi \in [0; \pi/2]$) от задачи (2), (4) к задаче (3), (4).

Изучено влияние различных параметров: скорости M_∞ , температурного фактора τ_w , высоты H , магнитного поля σB_0^2 .

1. Гараев К. Г., Овчинников В. А., Бильченко Н. Г. Инвариантные вариационные задачи ламинарного пограничного слоя при различных режимах течения: Монография. — Казань: Изд-во КГТУ, 2003. — 123 с.
2. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 83–94.
3. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Системный анализ и информ. технологии. — 2015. — № 1. — С. 5–8.
4. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета: сравнительный анализ применения «простых» законов вдува // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 95–102.
5. Bilchenko N. G. Permeable Surfaces Hypersonic Aircraft Optimal Heat Protection Mathematical Modeling // «Stability and Control Processes» in Memory of V. I. Zubov (SCP) SCP-BDO-2015, International Conference, Proceedings. IEEE, 2015. — P. 310–313.

6. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Сравнительный анализ применения некоторых специальных законов вдува в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых пористых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сборник трудов Международной научно-технической конференции. — Воронеж: Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2015. — С. 137–139.
7. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Сравнительный анализ применения некоторых специальных законов вдува в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых перфорированных поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сборник трудов Международной научно-технической конференции. — Воронеж: Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2015. — С. 134–136.
8. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Классы решений задач оптимального управления пограничным слоем на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна–2016»: Материалы междунар. конф. Воронеж, 25–31 января 2016 г. — Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2016. — С. 82–86.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССООБМЕНА

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

1. В практике создания *гиперзвуковых летательных аппаратов* (ГЛА) применяют различные способы пассивной и активной *тепловой защиты* (ТЗ) их поверхностей, обусловленные разнообразием их конструкций и специфическими условиями полета в плотных слоях атмосферы (диссоциацией и ионизацией). Выбор оптимального типа системы ТЗ ГЛА определяется возможностью получить максимальную эффективность работы при выполнении им поставленной задачи (траектория полета и параметры надежности и безопасности заранее заданы) при минимальной массе системы. Одним из наиболее эффективных и распространенных способов активной ТЗ является тепломассообменный путем вдува газа-охлаждителя в *пограничный слой* (ПС) с поверхности ГЛА.

Задача оптимального теплового проектирования может рассматриваться как обратная задача тепломассообмена в экстремальной постановке, т. е. по известным условиям, определяющим тепловое состояние системы, необходимо найти параметры, удовлетворяющие этому состоянию и выбранному критерию оптимальности.

2. Прямые задачи. В [1–4] по заданному управлению $m(x)$ (вдува в ламинарный ПС), где $x \in [0; 1]$, определяли:

- 1) локальный тепловой поток $q(x; m)$;
- 2) локальное напряжение трения $f(x; m)$;
- 3) интегральный тепловой поток $Q(m)$;
- 4) суммарную силу трения $F(m)$;
- 5) мощность $N(m)$ системы, обеспечивающей вдув, т. е.

$$m \rightarrow (q, f; Q, F, N). \quad (1)$$

Оптимальное $m(x)$ строилось, как решение экстремальной задачи

$$Q(m) \rightarrow \inf_m \quad (2)$$

(для непрерывных m), при условии

$$N(m) \leq N_{\max}. \quad (3)$$

3. Обратные задачи. Пусть заданы сетки $X_1 = (x_j^\wedge)_{j=0, \dots, n_1}$ и $X_2 = (x_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$ вида

$$X = (x_j)_{j=0, \dots, n}, \quad x_0 = 0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = 1.$$

Пусть на X_1 заданы функции $b(x)$ и $t(x)$, а на X_2 — «контрольные» значения $(q_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$. Требуется найти задаваемые значениями $(m_j^\sim)_{j=0, \dots, n_1}$, удовлетворяющими условию

$$b_{j,0} = b(x_j^\wedge) \leq m_j^\sim \leq t(x_j^\wedge) = t_{j,0} \quad \text{для } j = 0, \dots, n_1, \quad (4)$$

кусочно-линейное на X_1 управление $m^\sim(x)$ такое, что вычисленные по нему на X_2 значения $(q_j^\sim)_{j=0, \dots, n_2}$ будут близкими к $(q_j^\vee)$:

$$q^\vee \rightarrow m^\sim \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim; Q^\sim, F^\sim, N^\sim). \quad (5)$$

1) Случай $X_1 = X_2$. Близость $q^\sim$ к $q^\vee$ — *интерполяционная*: на X_2 значения $q^\sim$ с точностью $\varepsilon > 0$ должны совпадать с $q^\vee$:

$$\|q^\sim - q^\vee\|_\infty = \max_{j=0, \dots, n_2} |q_j^\sim - q_j^\vee| \leq \varepsilon_{int}. \quad (6)$$

Пусть $(m^\sim; q^\sim)$ и $(m^\approx; q^\approx)$ — два решения, т.е. выполнено (6) и $\|q^\approx - q^\vee\|_\infty \leq \varepsilon_{int}$. Если они удовлетворяют условию

$$\|q^\sim - q^\approx\|_\infty \leq \varepsilon_{eq}, \quad (7)$$

то с точностью $\varepsilon_{eq} > 0$ на X_2 они не различимы.

Утверждение. Если решение, удовлетворяющее (4), существует, то оно может быть восстановлено **единственным** (в смысле (7)) образом.

2) Случай $X_1 \subsetneq X_2$. Задача является переопределенной. Близость $q^\sim$ и $q^\vee$ — *аппроксимационная*: $q^\sim$ — решение экстремальной задачи

$$R(q^\sim; q^\vee) = \|q^\sim - q^\vee\|_{p, \omega} = \left(\sum_{j=0}^{n_2} \omega_j \cdot |q_j^\sim - q_j^\vee|^p \right)^{1/p} \rightarrow \inf_{q^\sim}, \quad (8)$$

где $p \in [1; +\infty)$ и $\omega = (\omega_j)_{j=0, \dots, n_2}$, $\omega_j > 0$.

3) Случай $X_1 \supsetneq X_2$. Если решение $(m^\sim; q^\sim)$, удовлетворяющее (4), интерполяционное на X_2 , существует, то оно уже не обязано быть единственным. Для сведения к случаю «1)» можно *либо* дополнить таблицу значений $(q_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$ их линейными аппроксимациями по точкам $X_1 \setminus X_2$, *либо* искать $m^\sim$ кусочно-линейным на X_2 . Возможен другой вариант — для сужения пространства решений можно на класс $m(x)$ наложить дополнительные ограничения и/или поставить дополнительное экстремальное условие.

Замечания. 1. Для физической реализуемости вводим ограничения [5] на разнесенные разности 1-го и 2-го порядков искомой $m^\sim$:

$$b_{j,1} \leq \frac{m_j^\sim - m_{j-1}^\sim}{x_j^\wedge - x_{j-1}^\wedge} \leq t_{j,1}, \quad j = 1, \dots, n_1, \quad (9)$$

$$b_{j,2} \leq \frac{\frac{m_{j+1}^\sim - m_j^\sim}{x_{j+1}^\wedge - x_j^\wedge} - \frac{m_j^\sim - m_{j-1}^\sim}{x_j^\wedge - x_{j-1}^\wedge}}{x_{j+1}^\wedge - x_{j-1}^\wedge} \leq t_{j,2}, \quad j = 1, \dots, n_1 - 1. \quad (10)$$

2. Процесс (5) с (6) или (8), при условиях (4), (9), (10) является в некотором смысле *обратным* к (1) с (2) при условии (3).

3. Обратную задачу (5) можно поставить для «контрольных» значений f (вместо q). Требуется лишь заменить условия близости (6)–(8).

4. Если известно, что «контрольные» значения q (или f) заданы с погрешностями, то даже при $X_1 \supseteq X_2$ стоит рассматривать обратную задачу в аппроксимационной постановке (8).

4. Программная реализация алгоритма. Для заданных $X_1, X_2, (q_j^v)$ (либо (f_j^v)), $\varepsilon > 0$ и $(b_{i,k}), (t_{j,k})$, где $k = 0, \dots, 2$, алгоритм, реализующий (5), либо строит кусочно-линейный на X_1 вдув $m^{\sim}(x)$, удовлетворяющий (4), (9), (10) и (6), либо при невозможности интерполяции переходит к аппроксимации, для которой (при заданных $p, \omega, \varepsilon_a > 0$) либо строит решение, удовлетворяющее (4), (9), (10) и (8) с $R \leq \varepsilon_a$, либо сообщает о неудаче.

1. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 83–94.
2. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Системный анализ и информ. технологии. — 2015. — № 1. — С. 5–8.
3. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета: сравнительный анализ применения «простых» законов вдува // Вестник Воронеж. Гос. Ун-та. Серия: Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 95–102.
4. Bilchenko N. G. Permeable Surfaces Hypersonic Aircraft Optimal Heat Protection Mathematical Modeling // «Stability and Control Processes» in Memory of V.I. Zubov (SCP) SCP–BDO–2015, International Conference, Proceedings. IEEE, 2015. — P. 310–313.
5. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Классы решений задач оптимального управления пограничным слоем на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна–2016»: Материалы междунар. конф. Воронеж, 25–31 января 2016г. — Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2016. — С. 82–86.

УВЕЛИЧЕНИЕ ТЯГИ СИНТЕТИЧЕСКОЙ СТРУИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЕННОГО АКТУАТОРА*

В. М. Бочарников, В. В. Володин, В. В. Голуб

ОИВТ РАН, Москва, Россия

При помощи плазменных актуаторов можно управлять потоком вокруг крыльев летательного аппарата. Но скорость и удельный импульс набегающего потока значительно превосходят величины, которые достижимы в синтетической струе, создаваемой плазменным актуатором. Увеличить тягу синтетической струи можно за счет повышения амплитуды питающего напряжения, но и здесь есть определенные пределы. Например пробой диэлектрика или эффект насыщения. Есть и другой способ: необходимо найти режим, при котором электрическая энергия диэлектрического барьерного разряда (ДБР) наиболее эффективно преобразуется в кинетическую энергию, создаваемой им струи.

*Работа выполнена при поддержке Российской академии наук.

В данной работе эффективность разряда оценивается с позиции величины, называемой удельная тяга по мощности, но в специфике синтетической струи:

$$\dot{f}_p = \frac{\dot{f}}{P_{dbd}},$$

где $\dot{f}$ — величина тяги синтетической струи, P_{dbd} — электрическая мощность ДБР. Диапазон частот: 3–9 кГц, форма сигнала — синусоидальный.

Получены вольт-амперные характеристики диэлектрического барьерного разряда при различных значениях балластного сопротивления. Экспериментально определена зависимость удельной тяги по мощности от частоты питающего напряжения. Обнаружен эффект изменения удельной тяги по мощности при использовании различных поверхностей (стеклотекстолит, гетинакс), на которые установлен актуатор при заданных значениях амплитуды и частоты питающего напряжения, а также вложенной мощности.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ СИЛЬНО ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ПЛАЗМЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

В. М. Градов, И. А. Желаяев, С. С. Коробков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работах [1, 2] построены и исследованы математические модели квазистационарной плазмы мощных импульсных разрядов в инертных газах, описывающие с приемлемой точностью теплофизические процессы в диапазоне длительностей импульса тока, начиная от 250–300 мкс. Реалистичность описания неравновесного излучения обеспечивалась базой данных по оптическим свойствам плазмы, рассчитанным в [3]. Широкое применение высокоинтенсивного импульсного излучения в светотехнике, а также в современных технологиях, основанных на бактерицидных, фотохимических и иных свойствах света, делают актуальной задачу построения и эмпирического обоснования моделей плазменных излучателей, работающих при более коротких длительностях импульса (до 80–90 мкс).

В настоящей работе представлена нестационарная модель ксенонового разряда высокого давления, стабилизированного полупрозрачными оболочками (из кварца, сапфира, поликора), в составе внешнего электрического контура. Учтены газодинамика при формировании канала разряда и радиационный перенос в плазме и стенках в условиях естественного охлаждения на воздухе. Перенос излучения в оптически плотных резонансных линиях XeI 146,96, 129,56, 125,02, 119,20 нм рассчитывается в рамках модели радиационного переноса возбуждения с учетом радиальной неоднородности плазмы.

В ходе экспериментальной проверки модели проводилось измерение временных зависимостей тока разряда, напряжения на конденсаторе и на разрядном промежутке (рис. 1), спектров излучения в диапазоне 250–1025 нм, температуры стенок и энергетических потерь на оболочках. Тщательным формированием информационного оснащения моделей (коэффициенты электро- и теплопроводности плазмы, коэффициент оптического поглощения и т. д.), что обсуждается отдельно, а также отработкой всех численных аспектов реализации моделей удалось достигнуть важного для решения различных проектных и оптимизационных задач совпадения с экспериментом по перечисленным характеристикам в пределах 5–15%.

В спектре излучения учитываются непрерывная и дискретная компоненты. В непрерывном спектре принят во внимание вклад в коэффициент поглощения фотоионизации атомов и первых ионов и обратных тормозных процессов на первых и вторых ионах. Рассматриваются все основные факторы уширения спектральных линий, включая штарковское уширение электронами и ионами, квазистатистический, резонансный, доплеровский и вандерваальсовский механизмы.

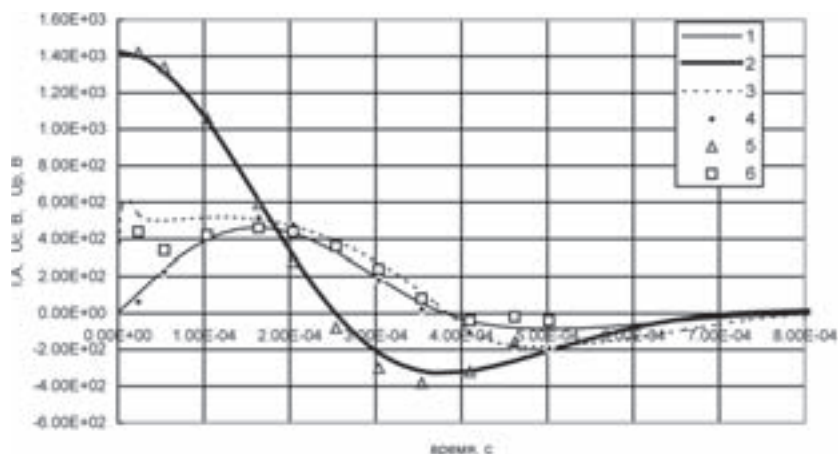


Рис. 1. Зависимость электрического тока I (1, 4), напряжения на конденсаторе U_c (2, 5) и напряжения на разрядном промежутке U_p (3, 6) от времени в течение импульса. Начальное напряжение на конденсаторе $U_0 = 1420$ В, емкость $C = 61$ мкФ, индуктивность контура $L_k = 187$ мкГн, внутренний радиус разрядной трубки $R = 0,35$ см, межэлектродное расстояние $l = 12$ см, активное сопротивление контура $R_k = 0,26$ Ом, давление наполнения ксенона $p_0 = 0,036$ МПа

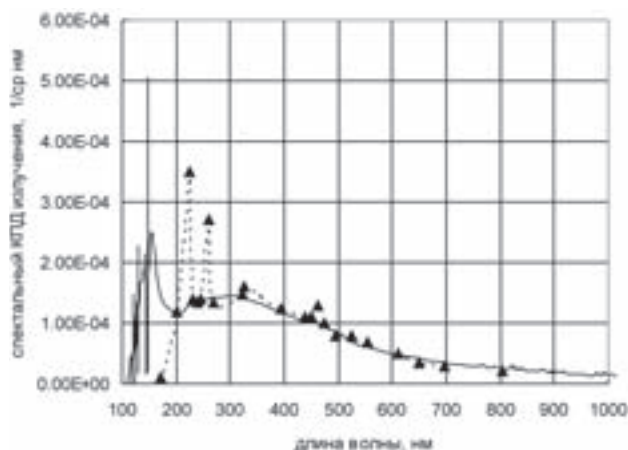


Рис. 2. Спектральное распределение КПД излучения разряда в ксеноне. Сплошная линия — расчет, точки — эксперимент [4]. $U_0 = 2400$ В, $C = 300$ мкФ, $L_k = 30$ мкГн (длительность импульса 270 мкс), $R = 0,35$ см, $l = 12$ см, $R_k = 0,05$ Ом, $p_0 = 0,036$ МПа

На рис. 2 дана важнейшая эксплуатационная характеристика разрядов, комплексно определяющая их функциональное назначение — спектральный КПД излучения (удельная электрическая мощность разряда $\langle w \rangle = 780$ кВт/см³). Спектр

в целом хорошо отражает данные с эксперимента. Два полученных в измерениях выброса в УФ-части связаны, по видимому, с излучением в линиях продуктов разложения кварца (Si), этот процесс в данной работе не рассматривался. В УФ-области четко проявляются упомянутые резонансные линии, для которых ярко выражен эффект самопоглощения. Область спектра вблизи линий лежит за коротковолновой границей пропускания кварца и сапфира (около 180–220 нм), полностью поглощаются тонкими поверхностными слоями стабилизирующих разряд оболочек и в экспериментах не видна. Этот диапазон вносит решающий вклад в энергетические потери на стенке.

В реальных условиях плазма находится в поле собственной радиации, формируемом в результате отражения излучения от поверхностей осветителя. При этом степень изменения характеристик разрядов сильно зависит от оптической плотности плазмы. В варианте оптически прозрачной среды (пониженное давление, слабые электрические режимы) плазма мало чувствительна к возврату излучения даже при значениях коэффициентов отражения на уровне 0,98–0,99. В работе показано, что можно оптимизировать давление, режимы и диаметр разрядного промежутка, обеспечивая существенный рост КПД излучения в заданных диапазонах спектра за счет возврата излучения из непроизводительных спектральных областей.

1. Градов В. М., Щербаков А. А. Расчет излучательных характеристик дуговых криптоновых и ксеноновых разрядов // Оптика и спектроскопия. — 1979. — Т. 47, № 4. — С. 635–642.
2. Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А. Метод самосогласованного расчета систем накачки лазеров: Характеристики систем накачки с неоднородным распределением температуры в разряде ламп // Оптика и спектроскопия. — 1984. — Т. 57, № 1. — С. 105–109.
3. Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А. Расчет оптических характеристик ксеноновой плазмы с учетом влияния продуктов эрозии оболочки // Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43, № 2. — С. 207–217.
4. Импульсные источники света / Маршак И. С., Дойников А. С., Жильцов В. П. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.

АНАЛИЗ ЛЕТНЫХ ДАННЫХ ПО ИОНИЗАЦИИ СЖАТОГО СЛОЯ ПРИ СКОРОСТИ ПОЛЕТА $M \sim 17$ – 19 В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ*

С. Т. Суржиков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Кинетическая модель процессов неравновесной диссоциации и ионизации, разработанная в [1, 2], была валидирована [3] сравнением с данными летного эксперимента РАМ-С-II [4, 5]. Важно, что скорость экспериментального гиперзвукового летательного аппарата (ГЛА) в [4] была 7,5 км/с, т. е. в зависимости от высоты, числа Маха полета указанного ГЛА изменялись в диапазоне $M \sim 24$ – 27 . Характерные числа Рейнольдса составляли $1,6 \cdot 10^3$ – $2,0 \cdot 10^4$, так что обтекание можно считать ламинарным.

В работе [6] приведены данные другого летного эксперимента по ионизации воздуха в сжатом слое у поверхности затупленного по сфере конуса, выполняющего полет на высоте 82–48 км со скоростью 5,34 км/с, т. е. при числах Маха $M \sim 17$ – 19 .

*Работа выполнена в рамках гранта РФФИ №16-01-00379 и в рамках Программы фундаментальных исследований РАН.

Указанный летный эксперимент был реализован при несколько идеализированных для реального гиперзвукового полета условиях. Применялась достаточно простая геометрия и наиболее теплонпряженная область охлаждалась. Это обеспечило наличие достаточно чистой плазмы у поверхности. Было реализовано три летных эксперимента.

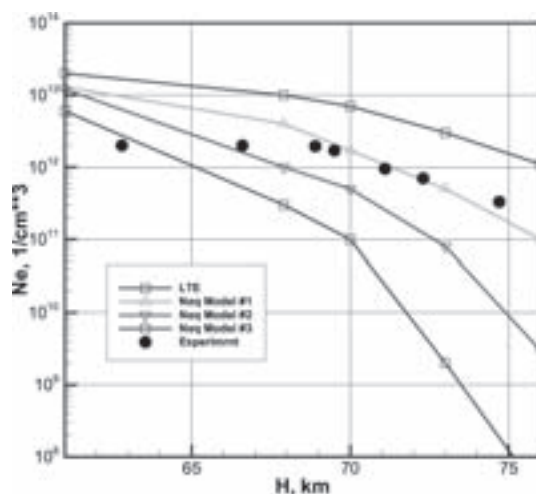


Рис. 1. Сравнение расчетных электронных концентраций с летными данными [6]. Показаны результаты расчетов с использованием модели локального термодинамического равновесия (ЛТР) и моделей неравновесной диссоциации Парка (#1), Тринара-Мэрроуна (#2) и Мэрроуна-Тринара (#3)

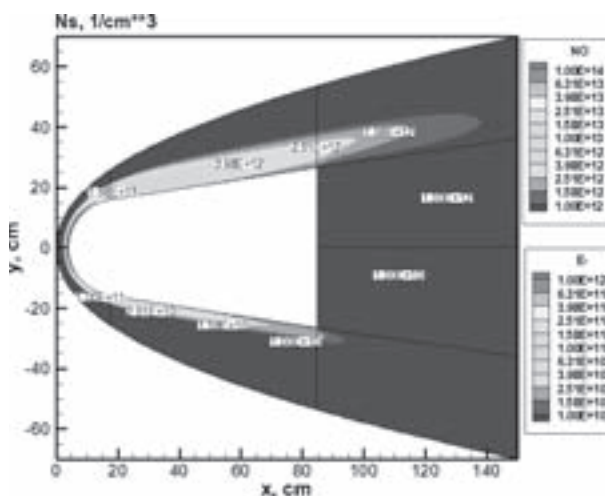


Рис. 2. Концентрация оксида азота и электронов на высоте $H = 76$ км

Гиперзвуковой летательный аппарат (ГЛА) в экспериментах [6] представлял собой конус, затупленный по сфере радиусом 16,1 см. Обтекаемое тело было изготовлено из алюминия. Возвращаемый экспериментальный аппарат поднимался при помощи ракеты Trailblazer-II на высоту около 320 км, откуда он ускорялся вниз по вертикальной траектории до скорости входа в плотные слои атмосферы 5,34 км/с.

Гиперзвуковой аппарат был оснащен серией датчиков, позволяющих получать представление об электронной концентрации частично ионизованного слоя. В критической точке и на некотором удалении вдоль образующей (при 1,81, где — продольная координата вдоль образующей конуса) располагались передающая и принимающая на частоте 28,30 МГц радиоантенны. Вдоль образующей располагались также электростатические датчики с автоматической регулировкой. В работе [6] показано, что электростатические зонды позволяют определять локальные характеристики плазмы вблизи поверхности, а радиоантенны позволяют получить представление о распределении электронов в пространстве. Однако при использовании фиксированной частоты зондирующего сигнала удастся определить электронную концентрацию лишь в определенной области плазменного объема (в области достижения критической электронной концентрации). Указанные факты необходимо учитывать при попытке сравнения измеренных в летном эксперименте концентраций электронов и рассчитанных с использованием аэрофизических моделей.

Для численной интерпретации результатов летного эксперимента [6] в данной работе использовался авторский компьютерный код NERAT [1–3]. Данный код был разработан с целью проведения расчетных исследований неравновесной аэротермодинамики спускаемых космических аппаратов.

На рис. 1 показаны максимальные температуры в сжатом слое, рассчитанные на разных высотах полета ГЛА с использованием различных моделей неравновесной диссоциации. Кружками показаны летные данные из работы [6].

На рис. 2 показаны числовые концентрации окиси азота и электронов в одной из траекторных точек. Хорошо видна значительная неоднородность поля концентраций в продольном и поперечном к поверхности направлении, что объясняет некоторые закономерности поведения измеренной концентрации электронов (рис. 1), обсуждаемые в докладе.

1. Суржиков С. Т. Ионизация сжатого слоя в летном эксперименте RAM-C-II // ДАН. — 2014. — Т. 456, №1. — С. 42–48.
2. Суржиков С. Т. Пространственные эффекты ионизации сжатого слоя в летном эксперименте RAM-C-II // ДАН. — 2015. — Т. 460, №6. — С. 660–665.
3. Суржиков С. Т. Двумерный численный анализ ионизации потока в летном эксперименте RAM-C-II // Химическая физика. — 2015. — Т. 34, №2. — С. 24–42.
4. Jones W. L. Jr., Cross A. E. Electrostatic Probe Measurements of Plasma Parameters for Two Reentry Flight Experiments at 25000 Feet per Second. NASA TN D-6617. February, 1972.
5. Candler G. V., MacCormack R. W. Computation of Weakly Ionized Hypersonic Flows in Thermochemical Nonequilibrium // J. of Thermophysics. — 1991. — V. 5, No. 3. — P. 266–273.
6. Hayes D., Rotman W. Microwave and Electrostatic Probe Measurements on a Blunt Body Re-Entry Vehicle // AIAA J. — 1973. — V. 11, No. 5. — P. 675.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СПД С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

М. В. Абгарян, А. М. Бишаев

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

В предполагаемом докладе будет отражено и объяснено сравнение результатов, которые были получены при численном моделировании кинетических уравнений, описывающих движение струи плазмы, возникающей при работе СПД, а также экспериментальных данных, собранных при тестовых испытаниях двигателей СПД-100 и СПД-140.

Математическая постановка задачи численного моделирования и методы ее решения были обсуждены на предыдущей конференции (ВМСППС'2015) и в литературе: в [1–3] были представлены методы моделирования стационарного струйного движения разреженной плазмы, выбрасываемой в окружающее пространство при работе стационарного плазменного двигателя (СПД); впоследствии, в [4] было отражено построение нестационарной системы кинетических уравнений, на основе которой осуществлялось моделирование рассматриваемого движения, и был предложен численный метод для решения задачи о струе в нестационарной трехмерной постановке. Далее для изучения взаимодействия двух струй разреженной плазмы, исходящих из СПД, и расположенных на заданном расстоянии и с заданными азимутальным и полярным углами поворота двигателей, было проведено одновременное моделирование обоих потоков.

Для более наглядного отображения полученных результатов моделирования была разработана система графической интерполяции линий уровня трехмерных массивов. Ее исходный код представлен ниже на рис. 1.

```

 $\Delta x = 1 \quad \Delta y = 1$ 
 $k = 1, 2, 29$ 
 $u_k = k \cdot \Delta x \quad y_k = k \cdot \Delta y \quad XY^{(1)} = u \quad XY^{(2)} = y$ 
 $III = \text{cplene}(XY, M)$ 
 $u = 1, 2, 29 \quad y = 1, 2, 29$ 
 $TTIII(x, y) = \text{interp} \left( III, XY, M, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right)$ 
 $uu = 100 \quad yy = 100 \quad ulow = 1 \quad uhigh = 29 \quad ylow = 1 \quad yhigh = 29$ 
 $TTIII = \text{CreateMesh}(TTIII, ulow, uhigh, ylow, yhigh, uu, yy)$ 

```

```

 $\Delta u = 1 \quad \Delta y = 1$ 
 $uk = 1, 2, 29$ 
 $u_k^{(1)} = k \cdot \Delta u \quad y_k^{(1)} = k \cdot \Delta y \quad XXY^{(1)} = u \quad XXY^{(2)} = y$ 
 $III = \text{cplene}(XXY, M)$ 
 $u = 1, 2, 11 \quad yy = 1, 2, 11$ 
 $TTIII(u, yy) = \text{interp} \left( III, XXY, M, \begin{pmatrix} u \\ yy \end{pmatrix} \right)$ 
 $uu = 100 \quad yyu = 100 \quad ulow = 1 \quad uhigh = 29 \quad yylow = 1 \quad yyhigh = 29$ 
 $TTIII = \text{CreateMesh}(TTIII, ulow, uhigh, yylow, yyhigh, uu, yyu)$ 

```

Рис. 1

Таким образом, была получена возможность более гибко настраивать точность отображения данных для большего удобства сравнения и обработки получаемых данных.

На графиках, представленных на рис. 2, видно, что имеется возможность настраивать как количество отображаемых линий уровня (для большей гладкости и точности картинки), так и выводить на экран точные значения плотностей ионов на протяжении каждой из линий.

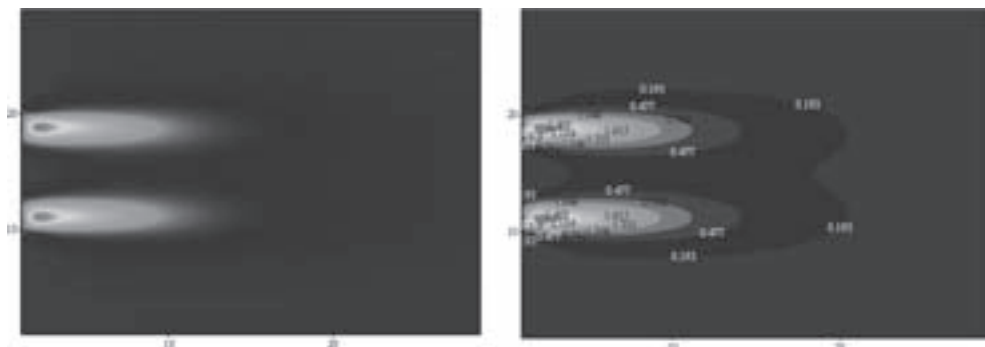


Рис. 2

Кроме того, производимые вычисления были автоматизированы при помощи использования Batch-файлов, что позволило подряд производить расчеты нескольких итераций подряд с автоматической передачей посчитанных данных в архив (для уменьшения требуемого свободного места на жестком диске) и одновременным построением линий уровня массива значений плотностей ионов, а также векторных полей ионных токов. На рис. 3 представлен исходный код Bat-файла и сама исполняемая программа.

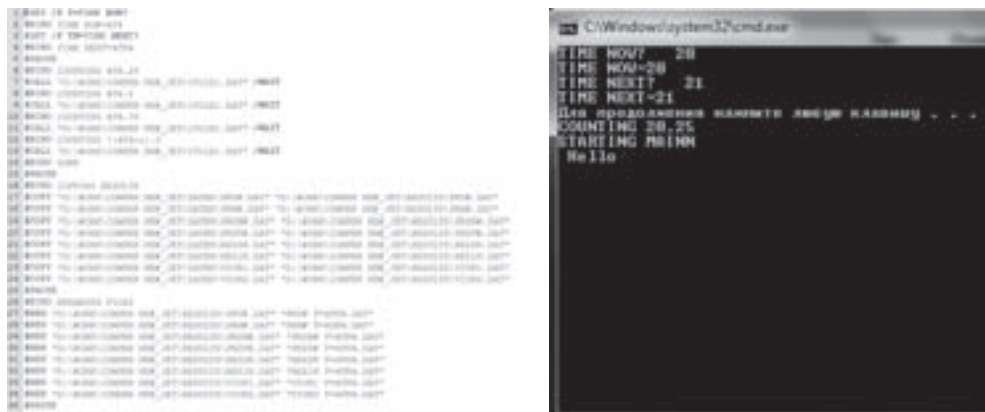


Рис. 3

В докладе предполагается обсудить особенности разработки графической интерполяции, оптимизации производимых вычислений и дальнейшие планы автоматизации сравнений моделируемых и экспериментальных данных.

1. Бишаев А. М. Численное моделирование струи разреженного слабо ионизованного газа, выходящего из кольцевого отверстия // ЖВМиМФ. — 1993. — Т. 33, № 7. — С. 1109–1118.
2. Бишаев А. М., Калашников В. К., Ким В. Численное исследование струи разреженной плазмы стационарного ускорителя с замкнутым дрейфом электронов (УЗДП) // Физ. плазмы. — 1992. — Т. 18, вып. 6. — С. 698–708.

3. Бишаев А. М., Калашников В. К., Ким В., Шавыкина А. В. Численное моделирование плазменной струи стационарного плазменного двигателя, распространяющейся в среде низкого давления // Физ. плазмы. — 1998. — Т. 24, №11. — С. 989–995.
4. Архипов А. С., Бишаев А. М. Применение метода расщепления по физическим процессам для построения численного метода решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение струи разреженной плазмы, возникающей от работы электрического реактивного двигателя // ЖВМиМФ. — 2012. — Т. 52, №10. — С. 1904–1926.
5. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ СТРУИ ПЛАЗМЫ, ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ ПРИ РАБОТЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ (СПД)

М. В. Абгарян¹, А. М. Бишаев², В. Ким¹

¹НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия; ²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

В предполагаемом докладе будут представлены и обсуждены результаты, которые были получены при численном решении кинетических уравнений, описывающих движение струи плазмы, возникающей при работе СПД.

Математическая постановка этой задачи и методы ее численного решения неоднократно обсуждались на предыдущих конференциях и в литературе [1].



Рис. 1

На рис. 1 приведены результаты одного из расчетов, когда полностью решалась исходная система кинетических уравнений. Левый рисунок — это линии уровня плотности ионов в момент времени $t = t_0$ (t_0 — масштабное значение времени), а на правом рисунке изображено поле ионного тока. Этот рисунок стало возможно получить при учете эффекта перезарядки ионов на нейтралах. Нужно отметить, что в ходе работы над проблемой учета перезарядки был обнаружен эффект, который необходимо учитывать при выводе самих кинетических уравнений. Суть этого эффекта наиболее рельефно проявляется в случае резонансной перезарядке.

Как известно, вывод любого кинетического уравнения основан, на том, что нужно определить правую часть соотношений

$$\frac{D^i f}{Dt} d\vec{x} d\vec{\xi} \Delta t = N^+ - N^- \frac{D^n g}{Dt} d\vec{x} d\vec{\omega} = M^+ - M^-. \quad (1)$$

В (1) $f = f(t, \vec{x}, \vec{\xi})$, $g = g(t, \vec{x}, \vec{\omega})$ суть функции распределения ионов и нейтралов соответственно; $\frac{D^i}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x^k} + E_k \frac{\partial}{\partial \xi^k}$, $\frac{D^n}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \omega^k \frac{\partial}{\partial x^k}$, $\vec{\xi} = \{\xi^k\}$, $k = 1, 2, 3$ — скорость ионов, $\vec{\omega} = \{\omega^k\}$ — скорость нейтралов, а $\vec{E} = \{E^k\}$ — электрическое поле. Левые части (1) суть изменение числа ионов (нейтралов) за время Δt в элементе объема фазового пространства $d\vec{x} d\vec{\xi} (d\vec{x} d\vec{\omega})$.

N^+ есть число ионов, родившихся в $d\vec{x} d\vec{\xi}$ за время Δt , чьи скорости будут лежать в промежутке $[\vec{\xi}, \vec{\xi} + d\vec{\xi}]$. Известно, что в процессе резонансной перезарядки и он отбирает электрон у нейтрала, становясь при этом атомом, а нейтрал превращается в ион. Так как масса электрона много меньше массы атома (в нашем случае более, чем 10^5 раз), то в результате такого взаимодействия не меняется ни скорость иона, ни скорость нейтрала. Поэтому $N^+ = \nu_{in} g(t, \vec{x}, \vec{\xi}) d\vec{x} d\vec{\omega} \Delta t$, где ν_{in} — частота столкновений нейтрала, движущегося в поле ионов. Соответственно, N^- есть число ионов, из $d\vec{x} d\vec{\xi}$, ставших за время Δt нейтралами.

Отсюда, $N^- = \nu_{ii} f(t, \vec{x}, \vec{\xi}) d\vec{x} d\vec{\xi} \Delta t$, где ν_{ii} — частота столкновений иона, движущегося в поле нейтралов. Рассуждая аналогично, получим, что $M^+ = \nu_{ni} f(t, \vec{x}, \vec{\omega}) d\vec{x} d\vec{\xi} \Delta t$, а $M^- = \nu_{nn} g(t, \vec{x}, \vec{\xi}) d\vec{x} d\vec{\omega} \Delta t$, ν_{ni}, ν_{nn} — соответствующие частоты столкновений.

Известно [2], что сечение столкновения резонансной перезарядки в достаточно широком диапазоне энергий взаимодействующих частиц слабо зависят от скорости этих частиц, поэтому все расчеты приводились с частотами, которые определялись следующим образом: $\nu_{in} = Z/n^n$, $\nu_{ii} = Z/n^i$, $\nu_{ni} = Z/n^i$, $\nu_{nn} = Z/n^n$, где n^i, n^n — плотности ионов и нейтралов соответственно, а $Z = (d^2/2) \iiint f g |\vec{\xi} - \vec{\omega}| d\vec{\xi} d\vec{\omega} d\vec{k}$, $d\vec{k} = \sin \theta d\theta d\omega$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \omega \leq 2\pi$ есть полное число столкновений в единице объема в единицу времени ионов с нейтралами (предполагалось, что частицы взаимодействуют как твердые сферы. диаметров d). В расчетах Z полагалась вычисленной по функциям

$$f = n^i \left(\frac{m}{2\pi k T^i} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2k T^i} (\vec{\xi} - \vec{u}^i)^2 \right\}, \quad g = n^n \left(\frac{m}{2\pi k T^n} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2k T^n} (\vec{\omega} - \vec{u}^n)^2 \right\},$$

где T^i, T^n суть кинетические температуры ионов и нейтралов, $\vec{u}^i, \vec{u}^n$ их макроскопические скорости. Тогда

$$Z = n^i n^n \theta,$$

$$\text{где } \theta = \pi d^2 \left(\frac{1}{\alpha U} + U \right) \text{Erfi}(\sqrt{\alpha} U) + \frac{\text{Exp}(-\alpha U^2)}{\sqrt{\pi \alpha}}, \quad \alpha = \frac{m}{k(T^i + T^n)}, \quad U = |\vec{u}^i - \vec{u}^n|.$$

Суммируя эти результаты с (1), получим следующую систему уравнений для определения $f(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ и $g(t, \vec{x}, \vec{\omega})$

$$\frac{Df}{Dt} = n^i \theta g(t, \vec{x}, \vec{\xi}) \frac{d\vec{\omega}}{d\vec{\xi}} - n^n \theta f(t, \vec{x}, \vec{\xi}), \quad \frac{Dg}{Dt} = n^n \theta f(t, \vec{x}, \vec{\omega}) \frac{d\vec{\xi}}{d\vec{\omega}} - n^i \theta g(t, \vec{x}, \vec{\omega}) \quad (2)$$

В выше приведенном тексте приведены основные первоначальные положения, которые делаются при феноменологическом выводе любых кинетических уравнений, включая уравнение Больцмана. Наличие в (2) членов типа $d\vec{\omega}/d\vec{\xi}$, которых нет в кинетическом уравнении Больцмана для смеси газов, связано с тем, что обычно масштабы скоростных пространств взаимодействующих частиц одни и те же. В нашем же случае

$$\frac{d\vec{\omega}}{d\vec{\xi}} = \frac{1}{B_2^{3/2}}, \quad B_2 = \frac{eU_0}{kT_0^n} \approx 1000.$$

Данное замечание нужно принимать во внимание при выводе кинетических уравнений, описывающих эволюцию различных компонент в плазме, ибо очень часто масштабы скоростных пространств различных компонент плазмы могут отливаться н апорядки.

В докладе также предполагается обсудить некоторые детали численного метода, который был построен для решения системы (2) и достаточно полно показать результаты полученных решений.

1. *Архипов А. С., Бишаев А. М.* Применение метода расщепления по физическим процессам для построения численного метода решения системы кинетических уравнений, описывающих поведение струи разреженной плазмы, возникающей от работы электрического реактивного двигателя // ЖВМиМФ. — 2012. — Т. 52, № 10. — С. 1904–1926.
2. *Райзер Ю. П.* Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ВЛИЯНИЕ СЛАБОЙ ПОЛИГАУССОВСКОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ СТенок НА ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В КАНАЛАХ И СОПЛАХ

О. А. Аксенова¹, И. А. Халидов²

¹*СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА, Санкт-Петербург, Россия;*

²*СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия*

Параметры внутренних течений разреженного газа зависят от шероховатости поверхности сильнее, чем аэродинамические характеристики обтекания движущихся в газе объектов. При математическом описании шероховатости главную роль играет модель шероховатости, как правило, предполагающая случайный характер неровности, т. е. основанная на аппроксимации шероховатости случайным полем. Полигауссовская модель, использованная нами в [1–4] для исследования зависимости аэродинамических величин от шероховатости, служит обобщением исследованной в наших предшествующих работах [5–8] модели гауссовского однородного изотропного случайного поля. При этом большинство авторов, опираясь на законы теории вероятностей, предпочитает гауссовскую статистику для описания поверхностей, подвергшихся износу и приработке в процессе эксплуатации. Однако для многих распространенных на практике способов обработки поверхностей моделирование негауссовскими профилями гораздо лучше отвечает реальности [9]. Это подтверждается экспериментальными измерениями статистических параметров и сопоставлением с результатами численных расчетов, которые демонстрируют преимущество полигауссовской модели не только перед гауссовским полем, но и перед иными негауссовскими формами, включая и изученный нами ранее фрактальный профиль поверхности [6].

В настоящей работе результаты, полученные нами в [1–4] как обобщение на более общий случай полигауссовских процессов прежних выводов для гауссовских процессов и полей, распространяются на ряд новых задач о движении газа в каналах и соплах. Наиболее существенное отличие от большинства общепринятых технических приложений (например, от задач трения, разрушения, обработки материалов и т. п.) состоит в изменении ключевого параметра шероховатости: вместо дисперсии отклонений шероховатости от среднего уровня берется дисперсия тангенса угла наклона относительно этого уровня [7].

Полигауссовская модель характеризуется совместной плотностью распределения значений в n точках $x_1, \dots, x_n$, отвечающих моментам времени $t_1, \dots, t_n$, вида

$$p_{t_1, t_2, \dots, t_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{R_n(v)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \sigma(v))R_n^{-1}(v)(x - \sigma(v))^T\right) dF(v),$$

где $\sigma(v)$ и $R_n(v)$ — векторное математическое ожидание и корреляционная матрица значений процесса в заданных точках, $|R_n(v)|$ — определитель корреляционной матрицы, $F(v)$ — неубывающая на $[0; \infty)$ весовая функция, от которой требуется лишь сходимость интеграла. Среди смесей вероятностных распределений полигауссовская модель выделяется тем, что позволяет сколь угодно точно приближать почти любой случайный процесс [2]. В частности, возможность достаточно точной аппроксимации реальных микрорельефов, полученных в ряде технологических процессов, показана в работе [9], ориентированной на приложения в таких областях, как рассеяние света на шероховатой поверхности, выращивание тонких пленок в микроэлектронике, диагностика поверхности методами электронной спектроскопии и контактные явления, включая трение и износ изделий в машиностроении. Там же описан алгоритм численного моделирования реализаций полигауссовских процессов, базирующийся на преобразовании гауссовских распределений. Поэтому, с учетом того, что аналогичные технологии применяются и при обработке стенок каналов и сопел, мы уделяем основное внимание свойствам полигауссовских процессов, влияющим на моделирование рассеяния атомов разреженного газа на шероховатой поверхности.

Аэродинамические свойства шероховатой поверхности обтекаемых разреженным газом стенок каналов и сопел определяются через величины, с большим трудом поддающиеся численному нахождению путем аппроксимации интегралами высокой (стремящейся к бесконечности) кратности. К подобным величинам относятся вероятность отсутствия выбросов за уровень u или же через факториальные моменты $N_k(T, u)$ числа выходов процесса за этот уровень на отрезке $[0; T]$ [6]. Для полигауссовских полей они выражаются через факториальные моменты $N_k(T, u) = \int_0^\infty N_k^r(T, u/v) dF(v)$ гауссовского случайного процесса с корреляционной функцией $r(t)$ за уровень u/v .

При этом сложного вида интегралы по вероятностным мерам входят уже в первые члены асимптотических разложений, отвечающих стремлению к нулю параметра шероховатости. Найденная асимптотика моментов числа выбросов за высокий уровень подтверждает, что вклад шероховатости в аэродинамические величины для полигауссовской модели может существенно вырасти по сравнению с гауссовской моделью, поскольку влияние параметра шероховатости на представляющие наибольший интерес вероятностные характеристики увеличивается.

1. Aksenova O. A., Khalidov I. A. Simulation of Rarefied Gas Flow Interaction with Rough Surface on the Base of Poly-Gaussian Model // VI European Conference for Aerospace Sciences. Proceedings. Krakow, 2015. No. 355.

2. Аксенова О. А., Халидов И. А. Особенности взаимодействия разреженного газа с шероховатой поверхностью с позиций полигауссовской математической модели // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — 2014. — №4. — С. 129–138.
3. Akse nova O. A., Khalidov I. A. Poly-Gaussian Model of Randomly Rough Surface in Rarefied Gas Flow // Rarefied Gas Dynamics. American Institute of Physics. AIP Conf. Proc. V. 1628. — New York: Melville, 2014. — P. 388–398.
4. Халидов И. А. Применение полигауссовских случайных процессов к моделированию обтекания шероховатой поверхности потоком разреженного газа // Вестник Санкт-Петербургского государственного Университета. Сер. 1. №3. 2014. С. 428–436.
5. Мирошин Р. Н., Халидов И. А. Локальные методы в механике сплошных сред. — СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2002. — 304 с.
6. Аксенова О. А., Халидов И. А. Шероховатость поверхности в аэродинамике разреженного газа: фрактальные и статистические модели. — СПб.: Изд-во ВВМ С.-Петербургского ун-та, 2004. — 120 с.
7. Akse nova O. A., Khalidov I. A. Molecular Dynamics Simulation of Gas Molecules Reflected from Rough Surface // Rarefied Gas Dynamics. American Institute of Physics / Ed. by D. A. Levin, I. J. Wysong, A. L. Garcia. — New York: Melville, 2011. — P. 441–446.
8. Akse nova O. A., Khalidov I. A. Application of Gaussian Random Field Theory to Direct Simulation of Rarefied Gas Flow near Rough Surface // Rarefied Gas Dynamics. American Institute of Physics. AIP Conf. Proc. 1501. — New York: Melville, 2012. — P. 1160–1167; doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4769642>.
9. Литвак М. Я., Малюгин М. И. Полигауссовские модели негауссовской случайно-шероховатой поверхности // Журнал технической физики. — 2012. — Т. 82, №4. — С. 99–107.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ СЕЧЕНИЙ СТОЛКНОВЕНИЙ МОЛЕКУЛ С УЧЕТОМ РЕАЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

**А. В. Басалаев^{1,2}, А. П. Потапов³, Е. П. Дербаква^{1,2},
З. П. Осипова², Д. О. Михайлов²**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;

³ООО «Параллелз Рисерч», Москва, Россия

Для решения задач физической кинетики применяется уравнение Больцмана, где в правой части стоит интеграл столкновений, который необходимо учитывать и численно моделировать. В частности, необходимо численно рассчитывать дифференциальное сечение рассеяния в зависимости от различных входных параметров (потенциала взаимодействия, относительной скорости столкновения частиц). Для решения данной задачи используется так называемый «бросковый метод». Целью данной работы является вычисление при помощи компьютерного моделирования дифференциального сечения рассеяния молекул сильно разреженного одноатомного газа Ne при столкновениях при комнатной температуре. Задача предполагается трехмерной.

При моделировании столкновения предполагается, что частицы налетают друг на друга с одной и той же относительной скоростью, много меньше релятивистской. Выборка составляет 700 тыс. частиц. Число узлов вокруг углов, в которые рассеиваются частицы — 500 (один угол рассеивания — один узел). Задача моделируется в безразмерных величинах. Итоговая блок-схема программы представлена на рис. 1. Программа реализована на C++.

Начальные координаты частиц задаются случайно. Частицы распределяются равномерно по осям X и Y при кол-ве частиц более 1000. Расчет траектории

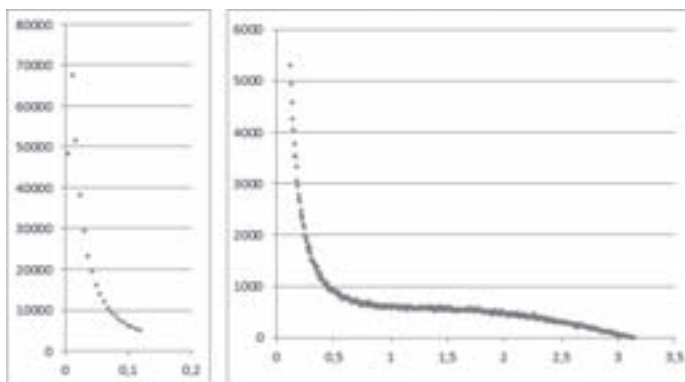


Рис. 3. Распределение частиц по углам

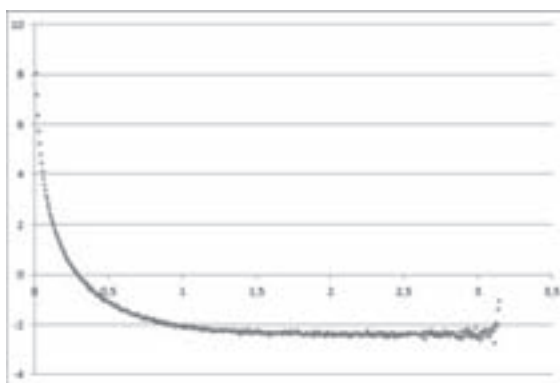


Рис. 4. Итоговые результаты

Итоговые результаты зависимости логарифма дифференциального сечения рассеяния от угла представлены ниже ($N = 700000$, потенциал Леннарда-Джонса) представлены на рис. 4. В дальнейшем планируются следующие шаги развития программы:

- расчет зависимости логарифма сечения рассеяния от угла рассеяния для двухатомного газа, молекулы которого представляются жестким ротатором;
- автоматизация (увеличение или уменьшение) шага по времени при расчете траектории в зависимости от угла отклонения частицы при двух последовательных итерациях расчета;
- построение зависимости логарифма сечения рассеяния частиц от угла рассеяния и относительной скорости частиц (трехмерный график).

1. *Felix Sharipov, Guilherme Bertoldo*. Numerical solution of the linearized Boltzmann equation for an arbitrary intermolecular potential // *Journal of Computational Physics* 228 (2009) 3345–3357.
2. *Buckingham R. A.* The Classical Equation of State of Gaseous Helium, Neon and Argon // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 168 (1938).
3. *Петров И. Б., Лобанов А. И.* Лекции по вычислительной математике. — М.: Интернет-Университет Информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 523 с. — С. 186.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОТРУБЧНОГО НАСОСА КНУДСЕНА ПУТЕМ ПРИЗМАТИЧЕСКО-ТЕТРАЭДРИЧЕСКОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВА

М. М. Гаспарян^{1,2}, Ф. Г. Черемисин^{1,3}, Ю. Ю. Клосс^{1,2}, А. А. Захаров^{1,2}

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;

³ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

В работе изучается протекание разреженного газа через многотрубчатый насос Кнудсена [1]. Насос состоит из 18 тонких трубок диаметра 1 дл. св. пр. и длиной 10 дл. св. пр., входящих в широкую трубку диаметра 6,5 дл. св. пр. и длиной 5 дл. св. пр. (дл. св. пр. — длина свободного пробега). На поверхности узких трубок температура возрастает от T_1 до $T_2 > T_1$, а вдоль широкой трубки падает до T_1 . Эффект теплового скольжения в узких трубках приводит к откачке или разделению смеси газов. Схема установки представлена на рис. 1–3. Практически, установка может быть создана из нескольких слоев диэлектрика с вытравленными каналами, между которыми вставляются металлические пластины для создания требуемых градиентов температуры. Расчет течения ведется на основе решения кинетического уравнения Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} = \int \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (f'f'_1 - ff_1) g \sigma \sin \chi d\chi d\varepsilon d\vec{p}.$$

Интеграл столкновений вычисляется консервативным проекционным методом [2].

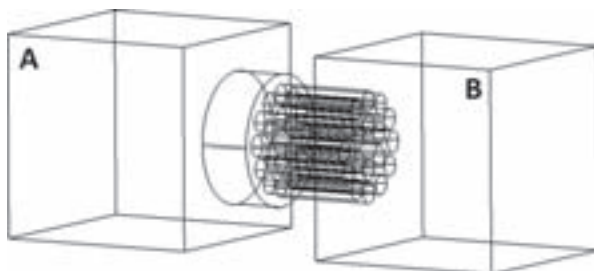


Рис. 1. Пространственная геометрия многотрубчатого насоса

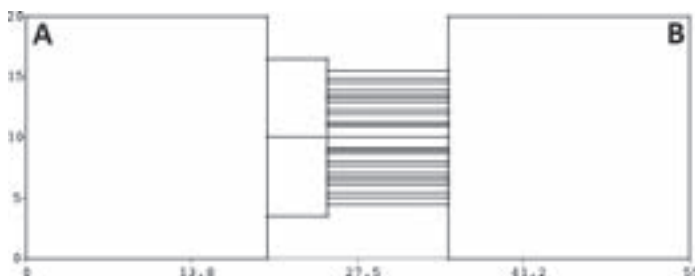


Рис. 2. Размеры насоса (в длинах свободного пробега)

Для описания пространственной геометрии используются комбинированные призматические и тетраэдрические сетки, позволяющие ускорить численные расчеты минимизацией взаимодействия пространственных блоков, вычисляющихся на одном процессорном узле [3].

Температура на всех стенках резервуаров А и В постоянна и равна T_1 . Концентрации газов в левом и правом резервуаре в начальный момент времени равны n_1 и n_2 соответственно. Целью работы является количественная оценка возможностей данного насоса по откачке и разделению газов и сравнение его с однотрубными каскадами.



Рис. 3. Распределение температуры в установке

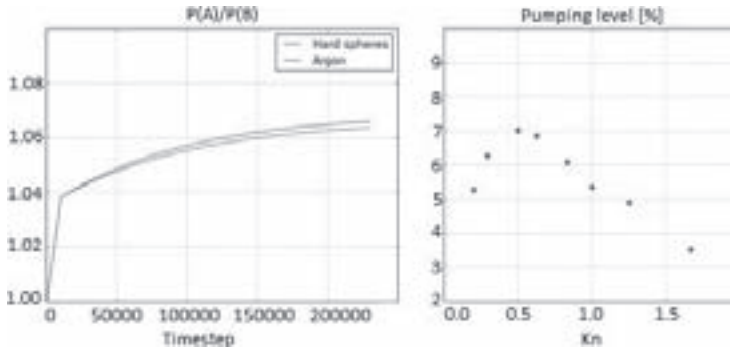


Рис. 4. Результаты расчета

Данные по откачке газа представлены на рис. 4. Левый график показывает отношение средних давлений в резервуарах для газа из твердых сфер, и аргона с реальным потенциалом Леннарда–Джонса (нижняя кривая) в зависимости от числа шагов по времени. Правый график представляет степень откачки для газа твердых сфер в зависимости от числа Кнудсена узких трубок. Максимальная откачка достигается при $Kn = 0,5$.

1. Takata S., Umetsu H. Numerical study on effective configurations of the knudsen pump for separation and compression // AIP Conference Proceedings. — 2011. — V. 1333, No. 1. — P. 998–1003.
2. Черемисин Ф. Г. Решение кинетического уравнения Больцмана для высокоскоростных течений // ЖВМ и МФ. — 2006. — Т. 46, №2. — С. 329–343.
3. Дербакоева Е. П., Клосс Ю. Ю., Хохлов Н. И., Федотов В. Ю., Шурыгин Б. А. Параллельные алгоритмы численных схем решения уравнения Больцмана на основе технологии MPI // ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ. — 2007. — С. 581–588.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗДЕЛЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОЙ СМЕСИ ИЗОТОПОВ КНУДСЕНОВСКОЙ МЕМБРАНОЙ

**Н. С. Жирнов^{1,2}, А. Хмелев¹, А. С. Самонов²,
А. В. Лисенко³, А. А. Бабайлов²**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия; ³ООО «ЛОКиП», Москва, Россия

В работе моделируется протекание разреженной смеси изотопов в газовой фазе через мембрану, состоящую из насосов Кнудсена [1]. Мембрана является периодической системой насосов, элемент которой представлен на рисунках 1 и 2. Она

может быть создана из слоистого диэлектрика с протравленными каналами, между которыми вставляются пластинки из металла для поддержания необходимого температурного профиля, показанного на рис. 3. Температура на стенках резервуаров А и В одинакова и равна T_1 . При нагревании стыка между узкой и широкой цилиндрическими трубками до температуры T_2 происходит термотранспирация компонент газовой смеси, которая сопровождается изменением их относительной концентрации.

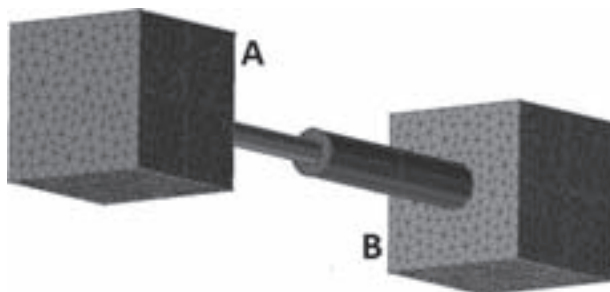


Рис. 1. Пространственная геометрия насоса Кнудсена

Моделирование течения ведется на основе решения кинетического уравнения Больцмана для смеси газов

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\vec{p}_i}{m_i} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{x}} = \sum_j \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\Omega} (f'_i f'_{1,j} - f_i f_{1,j}) g \sigma \sin \chi d\chi d\varepsilon d\vec{p}_j.$$

Интеграл столкновений вычисляется консервативным проекционным методом [2]. Небольшая разница молекулярных масс газовой смеси позволяет использовать двухточечный проекционный метод, что ускоряет вычисления.



Рис. 2. Размеры насоса (в длинах свободного пробега)

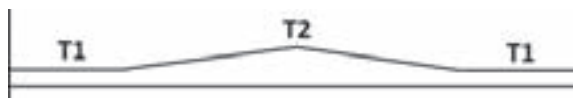


Рис. 3. Изменение температуры вдоль элемента мембраны

Для описания пространственной геометрии исследуемой установки используются комбинированные призматические и тетраэдрические сетки, позволяющие ускорить численные расчеты минимизацией взаимодействия пространственных блоков, вычисляющихся на одном процессорном узле [3]. В трубках используется призматическая сетка со сгущением к краям, в резервуарах вычисления ведутся на тетраэдрической сетке.

Целью моделирования является количественная оценка достигаемой степени разделения компонент смеси при различной разреженности газа и разном отношении их молекулярных масс.

Тестирование методики проводилось для отношения молекулярных масс 1:2 и показало достижимость разделения порядка 1% на одном слое мембраны. Более высокой степени разделения можно достичь, используя многослойную мембрану. В дальнейшем будут проведены расчеты для более близких масс компонент, что требует повышения точности вычислений.

1. Han Y. L., Muntz E. P., Alexeenko A., and Young M. Experimental and computational studies of temperature gradient driven molecular transport in gas flows through nano/micro-scale channels // *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*. — 2007. — V. 11, No. 1. — P. 151–175.
2. Черемисин Ф. Г. Решение кинетического уравнения Больцмана для высокоскоростных течений // *ЖВМ и МФ*. — 2006. — Т. 46, №2. — С. 329–343.
3. Дербакова Е. П., Клосс Ю. Ю., Хохлов Н. И., Федотов В. Ю., Шурьгин Б. А. Параллельные алгоритмы численных схем решения уравнения Больцмана на основе технологии MPI // *ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ*. — 2007. — С. 581–588.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФУЗИИ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ В ВАКУУМНОЕ ПРОСТРАНСТВО

М. В. Котельников, А. М. Аверина, А. А. Скоблова

МАИ, Москва, Россия

Исследована эффузия бесстолкновительной плазмы в вакуумное пространство методами компьютерного моделирования. При этом была выбрана геометрия отверстия в виде удлиненного прямоугольника, что позволило существенно снизить размерность задачи.

Полная система уравнений в данном случае включает уравнения Власова для ионной и электронной компоненты плазмы и уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля [1]. В области отверстия функция распределения ионов и электронов предполагалась максвелловской, потенциал предполагался равным нулю. На других границах расчетной области ставились «мягкие» граничные условия.

Система уравнений решалась методом последовательных итераций по времени. На каждом шаге по времени уравнение Пуассона решалось с использованием спектральных методов, а для решений уравнений Власова использовался метод крупных частиц [1]. Расчет продолжался до совпадения тока, истекающего из отверстия, с током через внешнюю границу расчетной области.

Были проведены серии расчетов, в которых предметом исследования была эволюция функций распределения компонент плазмы, полей концентраций и скоростей ионов и электронов, а также потенциалов самосогласованного электрического поля.

Полученные результаты могут быть полезны для специалистов, занимающихся лабораторными исследованиями ионного состава паров вещества [2]. Разработанная методика исследования эффузии бесстолкновительной плазмы в вакуумное пространство представляет общефизический интерес и может успешно применяться в других задачах.

1. Котельников М. В., Гидаспов В. Ю., Котельников В. А. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.
2. Абрамов С. В. Экспериментальное определение давлений положительных и отрицательных ионов в насыщенных парах неорганических фторидов. Дис. ... канд. хим. наук. — М.: МГУ, 2006. — 127 с.

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ПРИСТЕНОЧНЫХ СЛОЯХ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

М. В. Котельников, А. М. Аверина, А. А. Скоблова

МАИ, Москва, Россия

Численный метод характеристик [1] разработан для решения уравнений в частных производных первого порядка с нулевой правой частью, как линейных, так и квазилинейных. Одним из примеров такого уравнения в локальной физике является уравнение Власова [2].

Рассматриваются особенности использования метода характеристик на примере расчетов процессов переноса при обтекании тел потоками бесстолкновительной плазмы, т. е. для решения уравнения Власова.

В отличие от алгоритма классического метода характеристик, при решении уравнения Власова предлагается проинтегрировать систему уравнений характеристик один раз и сместиться вдоль характеристик на предыдущий временной слой. Далее путем интерполяции предлагается определить значение функции распределения в полученной не узловой точке фазового пространства по значениям функций распределения, полученным на предыдущем временном слое в узлах расчетной сетки. Этим действием мы сразу получаем искомое значение функции распределения для рассматриваемого узла расчетной сетки.

Предложенный численный метод показал хорошую сходимость, которая контролировалась путем сравнений результатов расчетов с результатами, полученными с помощью классического метода характеристик и с данными независимых авторов. Устойчивость метода была обеспечена подбором оптимальных шагов по координатам и времени в процессе вычислительного эксперимента. Показано, что машинное время расчета до установления стационарного решения задачи уменьшается в несколько раз, а иногда на порядок и более по сравнению с классическим методом характеристик.

1. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1984. — 355 с.
2. Котельников М. В., Гидаспов В. Ю., Котельников В. А. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ ГАЗОФАЗНОМ ОСАЖДЕНИИ КАРБИДА КРЕМНИЯ В ПОРИСТЫЙ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫЙ КОМПОЗИЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ

К. В. Михайловский, С. В. Резник

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Для перспективных аэрокосмических ЛА актуально создание теплозащитных материалов, стойких к действию знакопеременных силовых нагрузок, высокоскоростных, химически активных высокотемпературных потоков газа и эрозионных частиц. В этом плане интерес представляют углерод-керамические композиционные материалы (УККМ), способные работать при температурах превышающих

2000 К, при высоких темпах нагрева [1, 2]. Для управления качеством конструкций из УККМ необходимо анализировать технологические особенности их производства, прогнозировать закономерности формирования матричного материала в поровом пространстве углерод-углеродных заготовок. Из-за сложности и длительности технологического процесса изготовления конструкций из УККМ необходимо применять математическое моделирование для снижения временных и финансовых затрат на стадии выбора технологических параметров.

На основе вышесказанного цель настоящей работы заключается в моделировании процессов тепломассобмена на стадии газофазного осаждения карбидокремниевой матрицы на разных масштабных уровнях при изготовлении пористого УККМ для обеспечения массовой эффективности и работоспособности тепловой защиты аэрокосмических летательных аппаратов.

Математическая модель процесса включает в себя уравнения течения многокомпонентной газовой смеси с описанием протекания гетерогенных химических реакций на макро и микроуровне и уравнения сопряженного теплообмена в системе со сложной геометрией, а также в поровом пространстве. Математический аппарат базируется на уравнениях Навье–Стокса для многокомпонентной реагирующей газовой смеси, а также на уравнениях химической кинетики (в частности, учитывает уравнение Аррениуса на реакционных поверхностях).

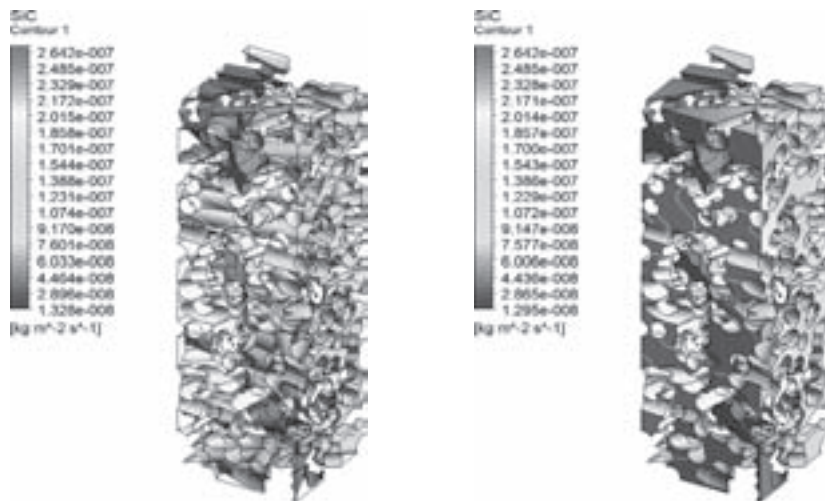


Рис. 1. Результаты расчета скорости осаждения карбидокремниевой матрицы на реакционных поверхностях в УККМ с остаточной пористостью 25% при температуре в реакционной зоне газофазного реактора 780 К, кг/(м² · с)

Решение сформулированной выше задачи разбивалось на три этапа. На первом — решалась задача сопряженного теплообмена в газофазном реакторе с заготовкой из пористого углерод-углеродного композиционного материала (УККМ) при осаждении карбидокремниевой матрицы из монометилсилана (ММС), на втором — задача массообмена в реакционном пространстве газофазного реактора, на третьем — задача тепломассообмена на микроуровне в поровом пространстве пористого УККМ.

В настоящей работе представлены результаты математического моделирования теплофизических и химических процессов на микроуровне в поровом про-

странстве материала. На данном этапе формируется представительный микрообъем, корректно отображающий реальную микроструктуру материала. Построение такого микрообъема опирается на структурные и порометрические исследования.

Граничные условия по концентрационным полям реагента, по давлению, скорости обновления и температурному состоянию в приповерхностном слое материала были получены на втором этапе для численного моделирования тепломассообмена в поровом пространстве материала. В силу особенностей химической кинетики и процесса газофазного осаждения решалась задача рационального выбора технологических параметров процесса, которые позволяют обеспечить приемлемые скорости осаждения и, как следствие, заполнения пористого пространства карбидокремниевой матрицей. Варьируемым технологическим параметром процесса являлась температура внутри технологического реактора.

Ниже представлены отдельные результаты расчета скоростей роста карбидокремниевой матрицы в поровом пространстве УУКМ с остаточной пористостью 25% при газофазном уплотнении с температурой в реакционной зоне 780 К (рис. 1).

Заключение. На основе результатов математического моделирования технологии получения УККМ с целью повышения их эксплуатационных характеристик установлено, что при более высоких температурах (1080 К) скорость химической реакции значительно превышает скорость массопереноса. В результате ММС не успевает проникнуть во внутренние области каркаса, практически полностью взаимодействует и распадается во внешних слоях. При понижении температуры скорости распада ММС и его перенос становятся соразмерными. Определено, что при температуре 780 К процесс тепломассообмена протекает нестабильно в порах разного масштабного уровня и скорость осаждения различается более, чем в 12 раз в связи с чем для обеспечения равномерного уплотнения каркаса и уровня остаточной пористости в изготавливаемом пористом УУКМ необходимо процесс осаждения карбидокремниевой осуществлять при температуре до 900 К.

Путем сопоставления данных расчета по заполнению порового пространства материала с результатами экспериментальных исследований пористой структуры УККМ показано, что разработанные математические модели позволяют с необходимой точностью рассчитывать тепломассообмен в газофазных реакторах и, как следствие, обосновывать технологические параметры производства деталей из пористого УККМ в обеспечение массовой эффективности и работоспособности тепловой защиты аэрокосмических летательных аппаратов.

Отдельные результаты настоящей работы получены при финансовой поддержке по соглашению № 14.577.21.0099 (уникальный идентификатор прикладных научных исследований (проекта) RFMEFI57714X0008) в рамках приоритетного направления «Транспортные и космические системы» федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы».

1. Гофин М. Я. Жаростойкие и теплозащитные конструкции многоразовых аэрокосмических аппаратов. — С-Пб: ЗАО ТФ МИР, 2003. — 671 с.
2. Резник С. В., Михайловский К. В., Юрченко С. О. Термостойкие композиционные материалы и их применение в многоразовых объектах ракетно-космической техники. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. — 58 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ СОБСТВЕННОЙ ВНЕШНЕЙ АТМОСФЕРЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

А. Б. Надирадзе

МАИ, Москва, Россия

Ранее сообщалось [1], что расчеты параметров собственной внешней атмосферы (СВА) космических аппаратов (КА) [2] методом трассировки лучей Монте-Карло (ТЛМК) для полноразмерных расчетных моделей, содержащих более 2–3 млн. треугольников, 20–30 тысяч распределенных источников массы и 50–100 контрольных площадок могут продолжаться десятки и сотни часов даже на мощных высокопроизводительных компьютерах, оснащенных графическими процессорами. Такое время счета является неприемлемым для решения инженерных задач, поэтому возникает необходимость многократного увеличения производительности программного обеспечения при сохранении требуемой точности.

Одним из наиболее эффективных методов сокращения времени вычислений является применение выборок по значимости. Такие выборки строятся исходя из вклада каждого источника массы (в данном случае — элемента поверхности КА) в значения определяемых параметров СВА. Количество пробных частиц, стартующих с k -го источника массы определяется при этом как $N_k = \mu_k N_0$, где N_0 — общее количество пробных частиц; μ_k — весовой коэффициент. Весовые коэффициенты μ_k оцениваются по результатам предварительных расчетов при относительно небольших значениях N_0 и равномерном распределении N_k .

В общем случае $\mu_k = x_k / x_{sum}$, где x_k — значение параметра, вычисленное для k -го источника массы, x_{sum} — суммарное значение параметра (от всех источников).

Как оказалось, только небольшая часть источников массы (менее 1%) дает основной (до 90%) вклад в значения искомых параметров. Благодаря этому свойству реальных КА, удастся исключить источники массы, не оказывающие существенного влияния на искомые параметры СВА, и существенно сократить требуемый объем вычислений. Применительно к расчету возвратных потоков массы (потоки, образующиеся за счет рассеяния частиц), такой подход позволил сократить время счета в 10–20 раз без потерь точности [1].

В данном докладе рассматриваются алгоритм построения и результаты применения выборок по значимости для расчета концентрации частиц в окрестности КА.

Значения концентрации частиц СВА вычисляются в ячейках трехмерной картезианской сетки. С поверхности каждого источника массы выпускается N_k пробных частиц и отслеживаются их траектории до выхода из системы. При обнаружении пересечения траектории частицы с i -й ячейкой сетки, значение концентрации частиц в этой ячейке увеличивается на величину:

$$\Delta n_{i,k} = \frac{I_k}{F_i N_k V_k},$$

где F_i — мидель i -й ячейки в направлении движения пробной частицы; I_k , V_k — интенсивность источника и скорость частиц, соответственно.

После проведения N_k испытаний в каждой i -й ячейке сетки будет определена концентрация частиц $n_{i,k}$ от данного источника. Проведя подобные расчеты для всех источников получают значения суммарной концентрации частиц в i -й ячейке $n_i = \sum_k (n_{i,k})$.

Для оценки весовых коэффициентов проводятся предварительные расчеты концентрации при равных значениях N_k для всех источников массы. Для уменьшения

времени вычислений и занимаемой оперативной памяти расчеты проводятся на редкой сетке, содержащей 500–1000 ячеек, при $N_0 = 10^5$ – 10^6 .

Весовой коэффициент k -го источника массы (не нормированный) оценивается путем усреднения вклада данного источника в суммарную концентрацию частиц по всем ячейкам сетки:

$$\mu_k = \frac{1}{N_c} \sum_i (n_{i,k}/n_i),$$

где N_c — количество ячеек сетки.

После определения весовых коэффициентов проводятся основные расчеты на мелкой сетке (около 10^6 ячеек), но теперь количество пробных частиц для каждого источника задается в соответствии с нормированными значениями весовых коэффициентов $N_k = \mu_k^* N_0$, где $\mu_k^* = \mu_k / \sum_k \mu_k$.

В качестве примера на рис. 1 приведены результаты расчета весовых коэффициентов для типичного КА, содержащего около 2 млн. треугольников и 40 тыс. источников массы (граней поверхности).

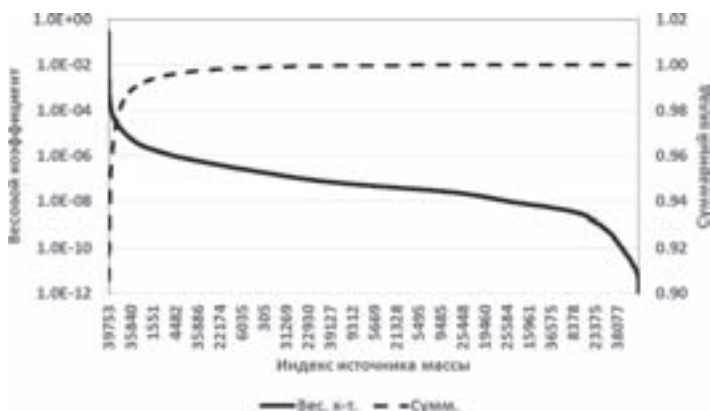


Рис. 1. Весовые коэффициенты источников массы и их суммарный вклад в концентрацию частиц СВА

Как видно из рисунка, 99% вклад в концентрацию частиц СВА дают около 5% источников массы, а 90% — менее 0,1%. При столь сильной дифференциации источников массы применение выборок по значимости является чрезвычайно эффективным. Так, применительно к данному примеру, при использовании выборок по значимости удовлетворительный результат был получен уже при $N_0 = 10^7$, в то время как при равномерном распределении даже при $N_0 = 10^8$ точность расчета была недостаточной.

Таким образом, применение выборок по значимости позволяет значительно (более чем в 10–20 раз) сократить время вычислений и повысить точность расчета концентрации частиц СВА в окрестности КА.

1. Надирадзе А. Б. Моделирование методом Монте-Карло процессов формирования собственной внешней атмосферы космических аппаратов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 498–500.
2. Рыжов Ю. А. Внешняя атмосфера летательных аппаратов и ее взаимодействие с элементами конструкции // Динамика разреженных газов и молекулярная газовая динамика. Тем. сб. науч. тр. МАИ. — М.: Изд-во МАИ, 1988. — С. 3–27.

МНОГОМАСШТАБНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В МИКРОКАНАЛАХ*

В. О. Подрыга, С. В. Поляков

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Данная работа представляет многомасштабный подход для моделирования течений газовой смеси в микроканалах технической системы. Эволюция течений газа в микрообъемах описывается обычно целой иерархией математических моделей, спускающейся вплоть до атомарного уровня. В результате такой детализации появляется возможность точного предсказания свойств моделируемых процессов. Однако при этом существенно повышается уровень вычислительной сложности конкретных задач, что становится преодолимым лишь при совершенствовании методов моделирования и использовании высокопроизводительных систем.

Целью моделирования в указанных задачах является определение оптимального режима течения. Основная проблема такого моделирования состоит в необходимости расчетов параметров течения газа во всех частях технической системы. Подобные расчеты проводить технически сложно, поскольку их приходится согласовывать с особенностями конструкций технических установок. В этом случае необходимо учитывать, что моделируемая среда вблизи твердых поверхностей не является сплошной, а уравнение состояния газовой смеси неизвестно. В итоге, решение транспортной задачи в полном объеме с учетом реальной геометрии установки и всех протекающих в ней разномасштабных по времени и пространству физических процессов требует пока слишком больших вычислительных затрат.

В рамках данной работы предлагается комбинированный подход, который сочетает расчеты среднего течения газовой среды в системе микроканалов и расчеты взаимодействия газов со стенками этих микроканалов. При этом моделирование проводится на двух масштабных уровнях — основном, имеющем характерные размеры от нескольких десятков микрон до десятков миллиметров и сантиметров, и дополнительном, имеющем характерные размеры порядка микрона и менее. На основном уровне (в макромасштабах) рассчитывается течение газа во всех частях установки, а также учитываются внешние факторы, связанные с управлением процессом течений. На дополнительном уровне (в микромасштабах) рассчитываются взаимодействия: 1) молекул газа между собой (формирующие уравнение состояния смеси и реализующие перемешивание компонент), 2) молекул газа и атомов твердых поверхностей (описывающие явления в погранслоях).

Указанные выше физические процессы являются сложными, многостадийными и многофакторными. Поэтому на данном этапе исследований используется упрощенное описание общей задачи. Оно предполагает расширение по физическим процессам. Основной цикл моделирования представляет собой чередование во времени расчетов на макро- и микроуровнях. В представляемом варианте рассматривается расчет течения газа после выхода из сопла в полуоткрытый микроканал и далее в свободное пространство.

Часть исследования была проделана в работах [1–7]. В частности, в [1–5] развивались методы расчета термодинамического равновесия в системах металл–металл, газ–газ и газ–металл. В работах [6, 7] было предложено и частично апробировано объединение микро- и макромоделей газовой среды в единый объект исследования.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 16-37-00417-мол-а, 16-07-00206-а).

Основной задачей в данном исследовании была разработка полного трехмерного варианта расчета течения газовой смеси в микроканале с учетом граничных эффектов, разрешаемых методами молекулярной динамики (МД) [8]. В качестве примера рассмотрена задача о течении азота в никелевом микроканале. Различие в масштабах расчетной области (длина канала, поперечное сечение канала, длина свободного пробега молекул, толщина пограничного слоя) и приповерхностное взаимодействие газа с металлом приводят к необходимости учитывать рельеф и свойства микроканала на молекулярном уровне.

Для поставленной трехмерной начально-краевой задачи предложен многомасштабный подход, сочетающий решение уравнений квазигазодинамики (КГД) [9] и коррекцию газодинамических параметров методом МД. КГД-система уравнений решается методом конечных объемов. Система уравнений МД используется в качестве подсеточного алгоритма, применяющегося внутри каждого контрольного объема, и решается с помощью схемы Верле. В МД-вычислениях взаимодействие частиц описывается с помощью потенциалов, определяющих основные свойства компонент газовой смеси.

Параллельная реализация подхода основана на методах расщепления по физическим процессам и разделению областей. В результате разработан комплекс параллельных программ, ориентированных на использование вычислительных систем с центральной и гибридной архитектурами. При создании комплекса использовались такие технологии параллельного программирования как MPI, OpenMP и CUDA.

Тестирование разработанного программного комплекса проводилось на суперкомпьютерах K-100 (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН), МВС-10П (МСЦ РАН), кластере с сетью Ангара-K1 (ОАО «НИЦЭВТ») и кластере IBM Power8 (ЛИТ ОИЯИ). Предварительные расчеты показали, что предложенный численный подход и разработанный на его основе параллельный алгоритм являются достаточно эффективными. Общая численная процедура оказалась устойчивой к использованию в ней корректирующих течение данных, полученных в результате МД-вычислений. В том числе, она корректно осуществляет переход от макроуровня к микроуровню и обратно. Также с помощью разработанной параллельной программы оказалось удобно рассчитывать методами МД зависимости кинетических коэффициентов КГД-системы от температуры и других параметров. Перспектива применения разработанной методики связана с массовыми расчетами трехмерных течений газа в установках газодинамического напыления наночастиц на подложки с целью создания новых наноматериалов и покрытий с заданными свойствами.

1. Подрыга В. О. Моделирование процесса установления термодинамического равновесия методом молекулярной динамики // Математическое моделирование. — 2010. — Т. 22, №11. — С. 39–48.
2. Подрыга В. О. Определение макропараметров реального газа методами молекулярной динамики // Математическое моделирование. — 2015. — Т. 27, №7. — С. 80–90.
3. Подрыга В. О., Поляков С. В., Пузырьков Д. В. Суперкомпьютерное молекулярное моделирование термодинамического равновесия в микросистемах газ–металл // Вычислительные методы и программирование. — 2015. — Т. 16, №1. — С. 123–138.
4. Кудряшова Т. А., Подрыга В. О., Поляков С. В. Моделирование течений газовых смесей в микроканалах // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. — 2014. — №3. — С. 154–163.
5. Карамзин Ю. Н., Кудряшова Т. А., Подрыга В. О., Поляков С. В. Многомасштабное моделирование нелинейных процессов в технических микросистемах // Математическое моделирование. — 2015. — Т. 27, №7. — С. 65–74.
6. Frenkel D., Smit B. Understanding Molecular Simulation. From Algorithm to Applications. — New-York: Academic Press, 2002. — 638 p.
7. Elizarova T. G. Quasi-gas dynamic equations. — Springer, 2009. — 286 p.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕЖЭЛЕКТРОДНОМ ЗАЗОРЕ МНОГОЭЛЕМЕНТНОГО ТЕРМОЭМИССИОННОГО ЭЛЕКТРОГЕНЕРИРУЮЩЕГО КАНАЛА ЯЭУ

**Д. В. Щербаков^{1,2}, Д. Ю. Любимов^{1,3}, В. Г. Гришина¹,
П. В. Шувалов², Д. В. Мартынов⁴**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИИ «Курчатовский институт», Москва, Россия;

³НИИ НПО «Луч», Подольск, Московская обл., Россия; ⁴ООО «ЛОКиП», Москва, Россия

Среди возможных типов космических ЯЭУ (ядерная энергетическая установка) в проектных разработках в России наибольшее развитие получили ЯЭУ на основе ядерных реакторов со встроенными в активную зону ТРП (термоэмиссионными преобразователями). Одним из элементов ТРП является ЭГК (электрогенерирующий канал), содержащий вентилируемый твэл с ядерным топливом на основе диоксида урана или других перспективных топливных материалов, в частности, нитрида и карбонитрида урана [1]. Для отработки и обоснования конструкции ЭГК проводятся его испытания в петлевом канале ядерного реактора [2].

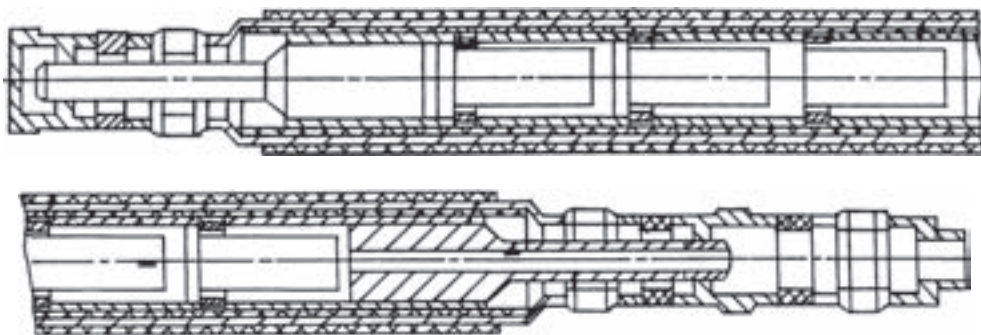


Рис. 1. Схема многоэлементного ЭГК

Проблемной задачей является оценка давлений и потоков ГПД (газообразных продуктов деления), попадающих в МЭЗ (межэлектродный зазор) через систему газоотвода. Из-за простоты конструкции МЭЗ возможно провести расчеты с помощью одномерного уравнения диффузии, результаты расчетов приведены в работе [3]. Согласно результатам работы давление основных компонентов смеси (Xe, Kr) составило 10^{-3} – 10^{-4} Па, а рабочее тело (Cs) находится в МЭЗ при давлении 150 Па, размеры МЭЗ 500 мм × 0,4 мм. Таким образом, для смеси характерны числа Кнудсена в диапазоне 0,2–100 ед. Для таких параметров газа возможно использования моделирование методом решения уравнения Больцмана (1) [4]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_x}{m} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{p_y}{m} \frac{\partial f}{\partial y} = \int (f' f'_1 - f f_1) g b db d\varepsilon dp_1 \quad (1)$$

ГПД попадают в МЭЗ через щели между эмиттерами, а выводятся через концы зазора. Рассматривались две конструктивных схемы МЭЗ: с двумя и с одним открытыми концами. Всего рассматривалось 7 газов: Cs, Kr, Xe и продукты их β -распада Rb, Sr и Cs, Ba. Расчет проводился на двумерной сетке из-за симметрии конструкции, учет столкновений проводился для Cs–Cs, Cs–Xe, Cs–Kr.

Полученные результаты согласуются с ранее проведенными расчетами. Была обнаружена линейная зависимость увеличения давления компонентов в области

коллектора при увеличении потока ГПД в МЭЗ. С увеличением степени прокачки цезия в схеме с двумя открытыми концами падает давление ГПД в области коллектора, а ГПД выносятся потоком через правый конец МЭЗ. Было обнаружено, что в схеме с двумя открытыми концами давление ГПД в области коллектора ниже, чем в схеме с одним открытым концом.

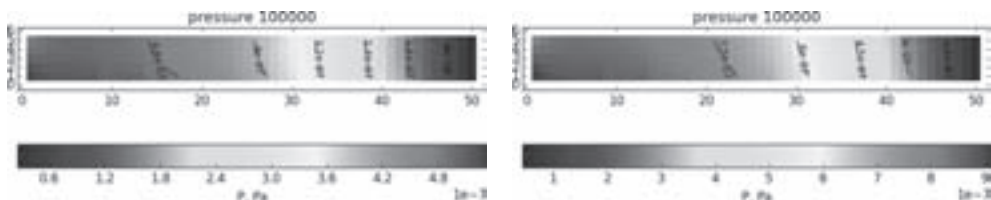


Рис. 2. Давление Кг, Хе для схемы с одним открытым концом МЭЗ

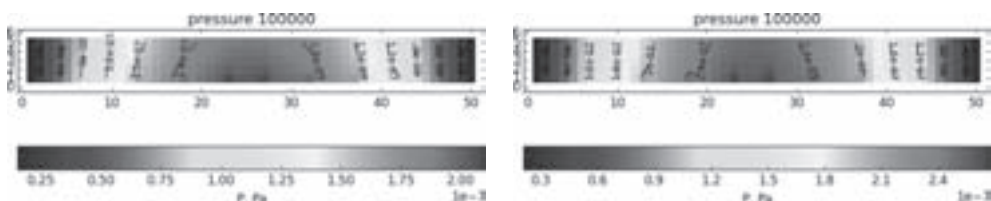


Рис. 3. Давление Кг, Хе для схемы с двумя открытыми концами МЭЗ

Таким образом метод численного решения уравнения Больцмана применим к моделированию газодинамики в полости МЭЗ. В дальнейшем планируется разработка газодинамической модели поведения ГПД и решение обратной задачи восстановления потоков (плотности источников) радионуклидов из топлива в МЭЗ для двумерного уравнения диффузии-конвекции по измерениям γ -спектрометрической системы в процессе петлевых испытаний ЭГК.

1. Алексеев С. В., Выбыванец В. И., Гонтарь А. С. и др. Перспективные топливные материалы для термоэмиссионных ЯЭУ // Атомная энергия. — 2013. — Т. 115, вып. 6. — С. 322–331.
2. Синявский В. В. Методы и средства экспериментальных исследований и реакторных испытаний термоэмиссионных электрогенерирующих сборок. — М.: Энергоатомиздат, 2000. — 375 с.
3. Любимов Д. Ю., Федик И. И., Шумилов А. А. Влияние продуктов деления на выходную мощность термоэмиссионных ЭГК с сообщающимися и разделенными полостями твэла и межэлектродного зазора // Атомная энергия. — 2011. — Т. 110, вып. 6. — С. 321–327.
4. Черемисин Ф. Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // Докл. РАН. — 1997. — Т. 357, №1. — С. 53–56.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА В
НЕСТАЦИОНАРНОМ ПРИСТЕННОМ ТЕЧЕНИИ С ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ***

В. А. Алексин

ИПМех РАН, Москва, Россия

В условиях высокой интенсивности турбулентности набегающего потока и воздействия продольного градиента давления на основе двухпараметрических моделей турбулентности исследованы динамические и тепловые характеристики стационарных и нестационарных пристенных течений. Изучено влияние параметров набегающего потока на развитие динамических и тепловых процессов в стационарном развитом турбулентном пограничном слое с положительным градиентом давления и исследована его структура. Дается анализ совместного воздействия гармонических колебаний во времени скорости внешнего невязкого потока и его турбулентности, а так же положительного градиента давления на развитие нестационарных характеристик течения и теплопереноса.

Высокая интенсивность турбулентности набегающего потока может в значительной мере воздействовать на величину теплопередачи к обтекаемому телу в областях не только с турбулентным режимом, но с ламинарным и переходным. Для расчетов переходной структуры течения и теплообмена в пограничном слое с высокой интенсивностью турбулентности введение дополнительных эмпирических функций в коэффициенты модели позволило получить численные результаты, согласующиеся с экспериментальными данными. Возможность применения квазистационарной модели для моделирования нестационарных характеристик течения и теплопереноса в условиях нулевого и отрицательного градиентов давления и гармонических колебаниях внешней скорости во времени показана в [1, 2].

Торможение потока под воздействием положительного градиента давления перестраивает структуру развитого турбулентного пограничного слоя, качественно меняя профили скорости, трения и энергии турбулентности [3].

Система уравнений для осредненных характеристик нестационарного двумерного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом однородном потоке совершенного газа совместно с начальными и граничными условиями дана в [1]. Для ее замыкания применяется K - ε -модель [4] для низких чисел Рейнольдса. Модифицированный вариант модели позволяет непрерывно рассчитывать всю область течения от ламинарного до турбулентного режима при гармоническом распределении во времени внешней скорости $u_e(t, \xi) = u_0(\xi)(1 + A_0 \cos \omega t)$.

Результаты расчетов. Предварительно численно решается стационарная задача о течении и теплообмене на поверхности с участками нулевого и положительных значений градиента давления. На начальном участке с почти нулевым градиентом давления режим полагается ламинарным с переходом к турбулентному, вниз по

*Исследование выполнено при поддержке РФФИ №14-08-00664.

течению для локального числа Рейнольдса $Re_{\xi 0} > 10^6$ в области развитого турбулентного режима градиент давления переменный в соответствии с экспериментальными данными [5, 6].

Для параметров турбулентности набегающего потока: интенсивности турбулентности $Tu_{\infty} = 2-9\%$ и скорости ее диссипации $\varepsilon'_{\infty} = 0,184 \cdot 10^{-2}$ расчетные значения числа Стантона $St(Re_{\xi 0})$ и температурного фактора $i_w(Re_{\xi 0})$ получены для условия постоянного теплового потока $q_w = \text{const}$ на стенке. Переменность $St(Re_{\xi 0})$ вдоль поверхности при $q_w = q_0$ с возрастанием $Re_{\xi 0}$ определяется изменением температурного фактора i_w . В расчетах установлено влияние обоих параметров: в набегающем потоке Tu_{∞} и на стенке q_0 , на положение перехода.

При наличии гармонических колебаний скорости набегающего потока во времени уровень интенсивности турбулентности в нем оказывает доминирующее влияние на развитие теплового перехода в нестационарном пограничном слое. Для умеренных значений амплитуды A_0 и частоты f колебаний зависимости $St(\tau, Re_{\xi 0})$ и температурного фактора $i_w(\tau, Re_{\xi 0})$ ($\tau = \omega t$) (рис. 1) быстро перестраиваются во всех областях течения, сохраняя при этом гармонический характер изменения по τ .

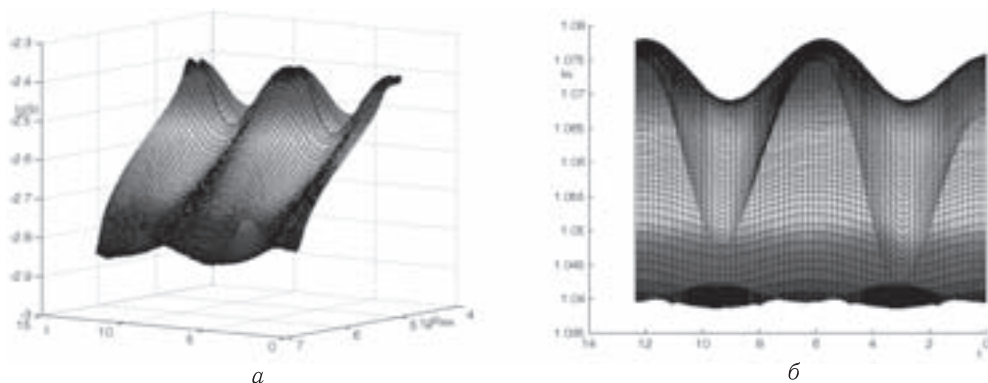


Рис. 1. Распределения $St(\tau, Re_{\xi 0})$ (а) и $i_w(\tau, Re_{\xi 0})$ (б) для $Tu_{\infty} = 4,86\%$, $A_0 = 0,147$

С ростом τ начальное распределение $St(0, Re_{\xi 0})$ видоизменяется. В каждом сечении $Re_{\xi 0} = \text{const}$ кривые $St(\tau, Re_{\xi 0})$ близки к гармоническим распределениям со сдвигом фазы относительно внешней скорости. При этом увеличение амплитуды A_0 внешней скорости приводит к росту амплитуды колебаний $St(\tau)$, наиболее заметное в конце области торможения потока.

Температурный фактор i_w увеличивается вниз по потоку за исключением небольшой области перехода, где его изменения по продольной координате немонотонны, как и в области интенсивного торможения потока, в конце которой его значения падают. При ламинарном режиме степень роста i_w превышает его величину при развитом турбулентном течении.

Закключение. Рассчитанные характеристики пограничного слоя в области воздействия положительного градиента давления отражают закономерности, установленные в экспериментах. В области, близкой к отрыву, динамика изменений профилей скорости и кинетической энергии турбулентности соответствуют экспериментальным данным.

Анализ совместного влияния параметров набегающего потока и гармонических колебаний во времени внешней скорости на нестационарные характеристики течения и теплопереноса в пограничных слоях показал определяющую роль интенсив-

ности турбулентности. Увеличение амплитуды колебаний внешней скорости привело к количественному росту амплитуд колебаний всех расчетных интегральных характеристик. При этом сохраняется гармонический характер колебаний во времени коэффициентов трения и теплопередачи с их уменьшением вниз по потоку. Вблизи области отрыва температурный фактор в отличие от числа St более чувствителен к временным колебаниям внешней скорости.

1. *Алексин В. А.* Моделирование влияния параметров турбулентности набегающего потока на теплообмен нестационарного пограничного слоя // Изв. РАН. МЖГ. — 2003. — №2. — С. 82–96.
2. *Алексин В. А.* Моделирование влияния параметров потока с высокой интенсивностью турбулентности на нестационарные пограничные слои с продольными градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. — 2008. — №2. — С. 122–136.
3. *Алексин В. А.* Моделирование влияния параметров набегающего потока на нестационарные пограничные слои с положительными градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. — 2012. — №1. — С. 80–95.
4. *Chien K.-Y.* Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model // AIAA Journal. — 1982. — V. 20, No. 1. — P. 33–38.
5. *Samuel A. E., Joubert P. N.* A boundary layer developing in increasingly adverse pressure gradient // J. Fluid Mech. — 1974. — V. 66. — Pt. 3. — P. 481–505.
6. Computation of turbulent boundary layer — 1968 // Proc. AFOSR-IFR-Stanford Conference / Ed. by D. E. Coles, E. A. Hirst. V. 2. — Stanford Univ., 1969. — 519 p.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОПАСНЫХ ВИХРЕВЫХ СЛЕДОВ ЗА САМОЛЕТАМИ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСНЫМ ЛИДАРОМ*

Н. А. Баранов, Л. И. Турчак

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Проблема обеспечения вихревой безопасности полетов на взлетно-посадочных режимах является одним из интенсивно развивающихся направлений исследований [1, 2]. Одним из путей ее решения является использование средств дистанционного зондирования для обнаружения вихревых следов за самолетами и мониторинга их динамики для оперативной оценки степени риска вихревой безопасности для последующих воздушных судов.

В рамках проводимого цикла работ авторами проведено исследование возможности обнаружения вихревых следов с помощью импульсных когерентных доплеровских лидаров [3] с низким пространственным разрешением.

Авторами была разработана модель измерения распределения поля возмущенных вихревым следом импульсным доплеровским лидаром. Используемая модель динамики вихревого следа, основанная на методе дискретных вихрей [4], учитывает распределение циркуляции внутри вихревого ядра и обеспечивает расчет изменения положения вихревого следа и его интенсивности в турбулентной атмосфере. Модель позволяет варьировать параметры режима сканирования (скорость сканирования, время накопления) и характеристики лидара.

Результаты проведенного авторами численного моделирования показывают, что распределение радиальных скоростей, измеренных доплеровским лидаром, имеет

*Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-07-01072).

явно выраженную область отрицательных скоростей, соответствующих зоне нисходящего потока между двумя вихревыми жгутами. Однако несмотря на значительную величину модуля вектора скорости возмущенных вихревым следом скоростей значения измеренных радиальных скоростей не превышают 4 м/с, что обусловлено пространственным осреднением в процессе измерения возмущенных вихревым следом скоростей как вдоль направления сканирования, так и по углу места за счет углового перемещения лазерного луча.

При низком пространственном разрешении сканера вихревых следов по дальности область интенсивных возмущений оказывается в пределах одного-двух окон, в которых осуществляется измерение радиальной составляющей вектора скорости. Наличие вихревого следа может быть идентифицировано только за счет совместного анализа результатов измерений вдоль нескольких направлений сканирования: локальное по дальности возмущение измеренной радиальной скорости должно наблюдаться при нескольких соседних угловых положениях луча сканирования.

Результаты моделирования показывают, что сканирование вихревого следа можно проводить с более высокой угловой скоростью, выбирая ее таким образом, чтобы соотношение угловой скорости сканирования и времени накопления обеспечивало угловое разрешение 1–2°. При этом выбор более высокой скорости сканирования обеспечивает повышение темпа обновления информации о динамике вихревого следа.

Оценка циркуляции вихревого следа представляется соотношением вида

$$\Gamma = \frac{\sum_{j: \varepsilon_j \in [\varepsilon_l^{(-)}, \varepsilon_r^{(-)}]} Q_j V_{rl}(\varepsilon_j)}{\sum_{j: \varepsilon_j \in [\varepsilon_l^{(-)}, \varepsilon_r^{(-)}]} Q_j^2},$$

где

$$Q_j = \frac{1}{h} \frac{1}{2\pi} \left\{ \arctg \frac{\beta h - z_r \operatorname{ctg} \varepsilon_{\text{scan}}}{z_j - z_r} + \arctg \frac{(1 - \beta)h + z_r \operatorname{ctg} \varepsilon_{\text{scan}}}{z_j - z_r} - \right. \\ \left. - \arctg \frac{\beta h - z_l \operatorname{ctg} \varepsilon_{\text{scan}}}{z_j - z_l} - \arctg \frac{(1 - \beta)h + z_l \operatorname{ctg} \varepsilon_{\text{scan}}}{z_j - z_l} \right\},$$

$\varepsilon_l^{(-)}, \varepsilon_r^{(-)}$ — направления сканирования; соответствующие точкам локального минимума измеренной радиальной скорости; h — ширина окна сканирования; $\varepsilon_{\text{scan}} = 0,5(\varepsilon_l^{(-)} + \varepsilon_r^{(-)})$; z_l, z_r — абсциссы левого и правого вихревых жгутов в локальной системе координат $OZ_{\text{scan}}Y_{\text{scan}}$, направление оси OY_{scan} которой совпадает с направлением $\varepsilon_{\text{scan}}$, z_j — абсциссы точек, через которые проходят направления сканирования ε_j , лежащие в секторе $[\varepsilon_l^{(-)}, \varepsilon_r^{(-)}]$, $\beta \in [0, 1]$ — некоторый параметр.

Представленные результаты показывают, что в целом предложенный алгоритм позволяет достаточно эффективно восстанавливать параметры вихревого следа. Погрешность определения циркуляции и расстояния между вихревыми жгутами не превышает 10% при рациональном выборе параметров алгоритма (параметра β). При этом точность определения циркуляции самолета тяжелой весовой категории несколько выше, чем для самолета средней весовой категории, и составляет 3–5%.

Рациональный выбор параметра β зависит от идентифицированного расположения точек экстремума в окнах дальности. Если точки экстремума расположены в одном окне дальности, величину параметра β , как показывают результаты

моделирования, целесообразно выбирать равной 0,5, что соответствует ситуации расположении вихревого следа примерно в центре окна сканирования.

В случае расположения точек экстремума двух соседних окнам по дальности параметр β лучше принимать равным 0 или 1 в зависимости от того, на основании данных в каком окне по дальности проводится расчет циркуляции вихревого следа. В случае ближнего окна параметр $\beta = 1$, в случае дальнего — $\beta = 0$.

Проведенное численное моделирование процесса дистанционного мониторинга с помощью импульсного лидара показывает потенциальную возможность детектирования в автоматическом режиме вихревых следов за самолетами тяжелой весовой на основе анализа коррелированности выбросов отрицательных значений радиальной скорости по дальности в соседних направлениях сканирования и оценку параметров вихревого следа, что в свою очередь обеспечивает возможность прогнозирования степени его опасности для последующих летательных аппаратов.

1. Российско-европейский семинар ASTEC'07 «Концепции и технологии ОрВД». — М.: ЦАГИ, 2007.
2. Баранов Н. А., Белоцерковский А. С., Каневский М. И., Турчак Л. И. Моделирование вихревой безопасности полетов. — М.: Наука, 2013.
3. Андреев М., Васильев Д., Пенкин М., Смоленцев С., Борейшо А., Клочков Д., Коняев М., Орлов А., Чугреев А. Когерентные доплеровские лидары для мониторинга ветровой обстановки // Фотоника. — 2014. — № 6/48. — С. 20–28.
4. Turchak L. I., Baranov N. A. Modeling of Aircraft Vortex Wake Structure // Fifth International Conference on Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, 24–29 June 2013, Albena, Bulgaria. Book of Abstracts. — P. 69–73.

К УСТОЙЧИВОСТИ ТРАНСЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С САМОИНДУЦИРОВАННЫМ ДАВЛЕНИЕМ. НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА КЛАССИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

А. Н. Богданов

НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Качественное развитие классической теории пограничного слоя привело к созданию новых моделей — неклассических пограничных слоев, в первую очередь в этой связи укажем трехпалубную модель В. Я. Нейланда нестационарного свободного вязко-невязкого взаимодействия [1], обобщенную на трансзвуковой режим О. С. Рыжовым [2].

Трехпалубная модель показала себя весьма эффективным инструментом для исследования новых задач теории пограничного слоя. Вместе с тем, к настоящему времени выяснился сингулярный характер этой модели. Именно, при исследовании нестационарного трансзвукового взаимодействия для моделирования течения в области невязкого течения (верхней «палубе») традиционно использовалось уравнение Линя–Рейсснера–Цян (ЛРЦ). Это уравнение, обладающее несомненными достоинствами (описывает и сверхзвуковую, и дозвуковую область трансзвукового течения, его неоднородный, нестационарный и нелинейный характер), однако, имеет недостатки, не позволяющие правильно описать распространение в потоке именно нестационарных возмущений: это уравнение является вырожденным гиперболическим уравнением и описывает распространение нестационарных возмущений в поле течения лишь отчасти (только вверх по течению) [3]. В этой связи для исследования задач теории пограничного слоя с взаимодействием на трансзвуковых

скоростях была предложена модифицированная модель [4]. Модификация модели заключается в сохранении (т.о. возникающего естественным образом) в уравнении ЛРЦ при его выводе из полных уравнений для потенциала сингулярного (содержащего малый параметр) члена трансзвукового разложения со второй производной по времени. Полученное таким способом уравнение является невырожденным гиперболическим и его включение в математическую модель течения дает регулярную физическую картину поля течения и позволяет рассматривать возмущения, распространяющиеся во всех направлениях.

В докладе проводится сравнительный анализ результатов рассмотрения классических задач теории пограничного слоя на модифицированной модели.

1. *Нейланд В. Я.* Сверхзвуковое течение вязкого газа вблизи точки отрыва // III Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. 25.01 — 01.02.1968 г. Сб. аннотаций докладов. — М.: Наука, 1968. — С. 224.
2. *Рыжов О. С.* О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением при околозвуковых скоростях внешнего потока // Докл. АН СССР. — 1977. — Т. 236, № 5. — С. 1091–1094.
3. *Богданов А. Н.* Высшие приближения трансзвукового разложения в задачах нестационарных трансзвуковых течений // ПММ. — 1997. — Т. 61. — Вып. 5. — С. 798–811.
4. *Богданов А. Н., Диеперов В. Н.* Моделирование нестационарного трансзвукового течения и устойчивость трансзвукового пограничного слоя // ПММ. — 2005. — Т. 69. — Вып. 3. — С. 394–403.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА ПРИ РАСПРЕДЕЛЕННОМ ВДУВЕ И ТЕПЛООБМЕНЕ С ПОВЕРХНОСТЬЮ*

С. А. Гапонов, Н. М. Терехова

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

При численных исследованиях методов управления режимами обтекания на сверхзвуковых скоростях авторами значительное внимание было уделено влиянию распределенного массообмена. В данной работе моделируется влияние распределенного вдува. Вдув газа приводит к росту толщины пограничного слоя, уменьшению наполненности средних U с тенденцией к появлению на них локальных перегибов, что ускоряет рост возмущений, уменьшает запас устойчивости и приближает переход. Тем не менее, вдувание газа через проницаемую стенку находит широкое применение в практике и используется для тепловой защиты элементов технических аппаратов. С этой же целью используется вдув тяжелого или легкого инородного газа. При этом направление вдува газа относительно обтекаемой поверхности может быть различным — от нормального до тангенциального (газовые завесы). В [1] показано, что вдув охлажденного однородного газа влияет на сопротивление и тепловые потоки аналогично вдуву тяжелого инородного газа.

В работе исследуется совместное влияние распределенного вдува газа (обтекание проницаемой пористой поверхности, на которой радиусы пор много меньше масштабов толщины слоя) и температурного фактора на поведение возмущений при умеренном сверхзвуковом числе Маха $M = 2$. Моделируется как нормальный вдув, так и вдув других направлений, включая тангенциальный [2]. Постановка близка к проблеме изучения влияния газовой завесы на характер развития малых колебаний.

*Работа поддержана РФФИ (№15-01-00866а).

Цель работы формулируется как изучение влияния вдува и теплообмена на средние параметры (скорость и плотность), значения критических чисел Рейнольдса вихревых возмущений и на зависимости их от частот [3–5].

Для определения характеристик малых колебаний используется классический метод возмущений (система Дана–Линя). В безразмерном виде F — параметр частоты волны ($F = \omega/\text{Re}$), $b = \beta \cdot 10^3/\text{Re}$ — азимутальный волновой параметр. Рассмотрены как 2D- и 3D-волны с $\beta \neq 0$.

Схема вдува показана на рис. 1. Компоненты скорости на стенке определяются как: $V(0) = G \sin \varphi$, $U(0) = -G \cos \varphi$, где G — абсолютное значение скорости вдуваемого газа. Вводится параметр $C_q = -G\text{Re}/T_w$, характеризующий интенсивность вдува.

Установлено, что при нормальном вдуве все возмущения становятся нарастающими. При этом формируются профили средней скорости с перегибом. На рис. 1 показаны изменения инкрементов при разных φ : угол $\varphi = \pi/2$ соответствует нормальному вдуву, диапазон $0 \leq \varphi < \pi/2$ — вдуву против потока, а диапазон $\pi/2 < \varphi \leq \pi$ — классическому вдуву по потоку. Предельные положения $\varphi = 0$ и π названы «завесами», соответственно против и по потоку. Отчетливо видно, что сильное уменьшение коэффициентов усиления происходит только в областях этих предельных значений. С увеличением значения $|C_q|$ растет разница между инкрементами разных завес, завеса по потоку способствует стабилизации вихревых возмущений.

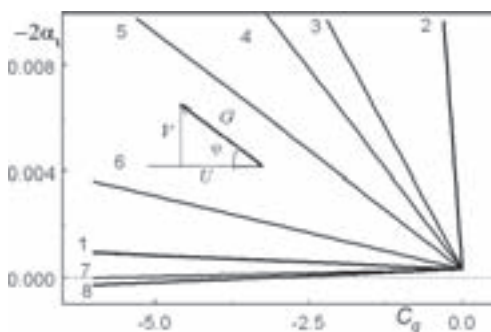


Рис. 1. Влияние угла наклона вектора вдуваемого газа на инкременты 3D-волн при $\text{Re} = 600$, $2b = 0,225$, $F = 0,192 \cdot 10^{-4}$, $\varphi = 0$; 1,57; 3,0; 3,04; 3,08; 3,12; 3,14; 3,14159 (1–8)

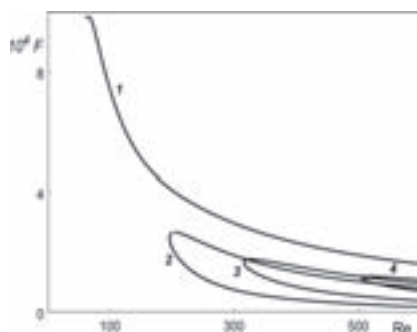


Рис. 2. Нейтральные кривые вихревой моды на теплоизолированных поверхностях при разных C_q для нормального вдува $\varphi = \pi/2$; $C_q = -0,3$ (кривая 1) и завесе по потоку $\varphi = \pi$; $C_q = -0,3$; -50 ; -100 (2–4)

Влияние режимов нормального вдува и завес иллюстрирует рис. 2 для нейтральных кривых на теплоизолированной поверхности. Критическое число Рейнольдса Re_c при нормальном вдуве очень мало ($\text{Re}_c \sim 80$) и значительно меньше Re_c тангенциальных вдувов ($\text{Re}_c = 190$ для непроницаемой стенки). С ростом $|C_q|$ происходит значительная стабилизация возмущений при завесе по потоку, растет Re_c и резко сокращается область опасных частот. При нормальном вдуве растущие колебания существуют в чрезвычайно широкой полосе частот 0–90 кГц с очень высокими инкрементами, при завесе по потоку с тем же C_q этот диапазон сокращается до 10–40 кГц, а максимальные инкременты уменьшаются в 3 раза.

Для температурного фактора ранее установлено, что толщины и динамического и теплового увеличиваются слоев при нагреве и уменьшаются при охлаждении.

Когда температура становится достаточно низкой, она как бы запирает вдув, при этом $U(0) = 0$. Этот интересный эффект влияния температуры стенки подтверждается рис. 3. Для $T_w < 1$ происходит вырождение зависимостей инкрементов от вида завес и от значений C_q .

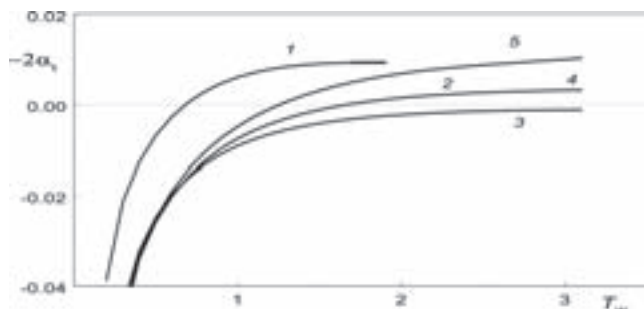


Рис. 3. Зависимость инкрементов 3D-волн от T_w при нормальном вдуве ($C_q = -0.3$, $\varphi = \pi/2$, кривая 1) и $C_q = -0.3$; -50 ; для завес по потоку (2, 3) и противотока (4, 5)

Общий вывод: на сверхзвуковых скоростях с помощью распределенного тангенциального вдува можно осуществлять тепловую защиту поверхности при сохранении ламинарного режима обтекания.

1. Albacete L. M., Glowacki W. J. Skin friction and heat transfer characteristics of the compressible laminar boundary layer with injection of a light, medium, and heavy gas. NOLTR 66-215, 1967.
2. Протасов М. В., Иванов Т. Ф., Поляков А. Ф. Влияние распределенного вдува на обтекание затупленного тела с проникаемой входной кромкой // 11 н.-т. Конф. «Оптические методы исследования потоков». — М., 2011.
3. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Влияние тепло-массообмена и направления вдува газа на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии = Modern Science: researches, ideas, results, technologies. — 2015. — №1(16). — С. 8–13.
4. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Совместное влияние тепломассообмена на устойчивость пограничного слоя сжимаемого газа // Вестник НГУ. Сер. Физика. — 2015. — Т. 10, вып. 3. — С. 31–40.
5. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Совместное влияние тепломассообмена через пористую стенку на устойчивость пограничного слоя сжимаемого газа при высоком числе Маха // Изв. РАН. МЖГ. — 2016. — №1. — С. 33–42.

О ГИСТЕРЕЗИСЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ КРУГЛЫХ СТЕРЖНЕЙ ПОД УГЛОМ АТАКИ*

С.В. Гувернюк¹, Ф.А. Максимов^{1,2}

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

Рассматривается задача о сверхзвуковом обтекании системы параллельных цилиндрических стержней, образующих регулярную плоскую решетку. Предполагается, что расстояние между элементами решетки достаточно велико, чтобы обте-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-99623). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

кание происходило на режиме локального взаимодействия без образования глобального отошедшего скачка уплотнения [1, 2] как в примере на рис. 1, а (фронт ударной волны перед решеткой теряет гладкость и трансформируется в систему локальных скачков уплотнения непосредственно перед каждым элементом решетки). При таком режиме обтекание решетки теряет глобальный характер и для его изучения достаточно перейти к упрощенной постановке расчета [2], выделяя лишь один период в виде плоско-параллельного канала (рис. 1, б) с расположенным в середине одиночным цилиндром (ширина канала $h > 1$ измеряется в калибрах диаметра цилиндра, на стенках ставятся условия периодичности течения).

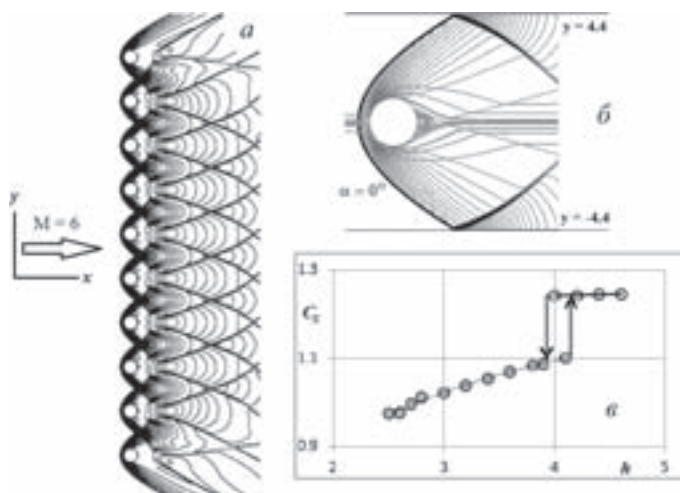


Рис. 1. Сверхзвуковое обтекание решетки на режиме локального взаимодействия [2]

При этом количество элементов в решетке не имеет значения, и она может рассматриваться как бесконечная. Вопрос о структуре и границах существования режимов сверхзвукового обтекания бесконечной решетки под нулевым углом атаки рассматривался в [2]. Установлено, что при $h > h^*$ коэффициент сопротивления C_x цилиндрического элемента решетки не зависит от h и равен коэффициенту сопротивления C_{x0} одиночного цилиндра в неограниченном потоке, при этом возмущения от соседних элементов решетки взаимодействуют только со сверхзвуковой частью локальных аэродинамических следов и не могут влиять на донное давление. При последующем уменьшении периода решетки до значений $h < h^{**}$ происходит перестройка ближнего следа за цилиндрами, сопровождающаяся скачкообразным уменьшением C_x . А при обратном ходе, с ростом периода до значений $h > h^*$, наблюдается скачкообразное увеличение коэффициента сопротивления элемента решетки до $C_x = C_{x0}$. Поскольку $h^{**} < h^*$, то зависимость $C_x = f(h)$ оказывается неоднозначной и содержит петлю гистерезиса (рис. 1, в). Очевидно, подобное гистерезисное поведение C_x может происходить не только при изменении h , но и за счет изменения угла атаки решетки при $h = \text{const}$. Этот вопрос исследуется в настоящей работе. Ключевым методическим моментом является то, что принятая в [2] постановка задачи с периодическими граничными условиями на границах полосы периодичности допускает обобщение на случай ненулевого угла атаки. Для этого достаточно на входной границе в расчетный канал периодичности (рис. 1, б) задать течение с ненулевой поперечной компонентой скорости (с соблюдением условия, что продольная компонента остается сверхзвуковой).

Расчеты выполнены в рамках многоблочной вычислительной технологии [3] при числе Маха $M = 6$ и числе Рейнольдса $Re = 10^5$ (– по параметрам набегающего воздушного потока и диаметру цилиндрического элемента решетки).

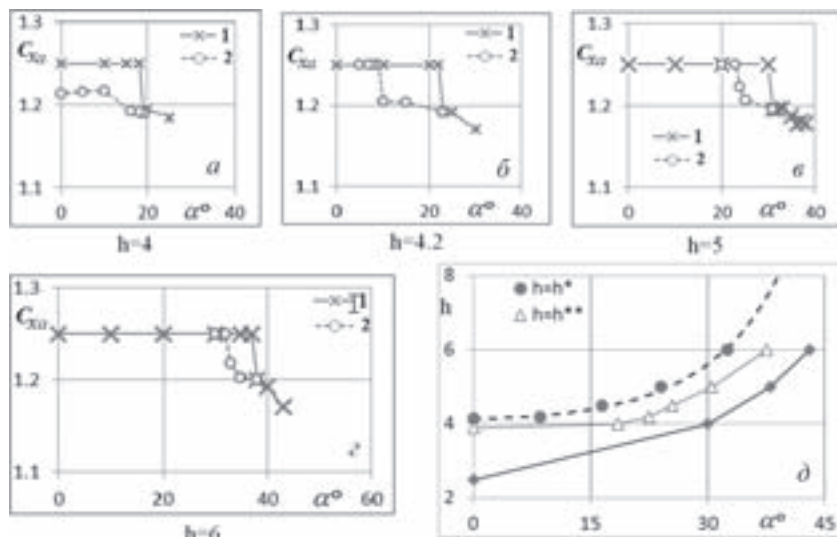


Рис. 2. Гистерезисные зависимости $C_{xa} = f(\alpha)$ и классификация границ режимов течения

По результатам серии расчетов с варьированием периода решетки h и угла атаки α определялись коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы C_{xa} , C_{ya} цилиндрических элементов относительно скоростной системы координат (примеры на рис. 2, а–с). При $h > h^*(\alpha)$ аэродинамические характеристики элементов решетки такие же, как для уединенного цилиндра в неограниченном потоке: $C_{xa} = C_{x0}$, $C_{ya} = 0$.

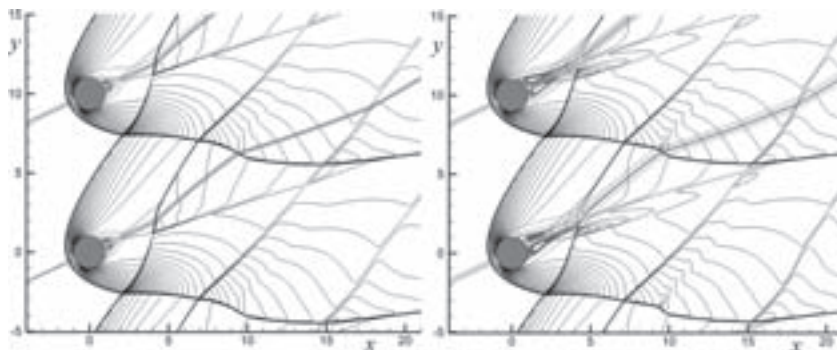


Рис. 3. Пример неоднозначности структуры обтекания решетки при $h = 5$ и $\alpha = 25^\circ$

При $h < h^{**}(\alpha)$ коэффициент лобового сопротивления скачкообразно уменьшается и появляется незначительная подъемная сила. Область $h^{**}(\alpha) < h < h^*(\alpha)$ в параметрической плоскости α, h (рис. 2, д) — зона гистерезиса, в ней аэродинамические коэффициенты и схема обтекания элементов решетки зависят от предыстории установления параметров (рис. 3). Нижняя кривая на рис. 2, д — предельная граница существования локального обтекания, штрихами показана кривая

$h = h^*(0) + \sec^{6,25}(\alpha) - 1$, хорошо аппроксимирующая расчетные данные $h^* = f(\alpha)$ во всем диапазоне допустимых изменений угла атаки.

Полученные результаты важны, в частности, для усовершенствования теории проницаемой поверхности [4].

1. Гувернюк С. В. О гиперзвуковом обтекании тел с сетчатыми экранами // Газовая и волновая динамика. Вып. 4. — М.: Айрис-пресс, 2005. — С. 236–242.
2. Гувернюк С. В., Максимов Ф. А. Сверхзвуковая аэродинамика решетки цилиндров // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 426–428.
3. Максимов Ф. А. Сверхзвуковое обтекание системы тел // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, №6. — С. 969–980.
4. Гувернюк С. В. Сверхзвуковое обтекание проницаемых экранов // В кн. «XI Всероссийский съезд по фундам. пробл. теор. и прикл. механики. Сборник докладов». — Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2015. — С. 1092–1094.

ЭНЕРГООБМЕН ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЧАСТИЦЫ С ПОДЛОЖКОЙ ПРИ НАТЕКАНИИ СВЕРХЗВУКОВОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА НА ПЛОСКУЮ ТВЕРДУЮ СТЕНКУ

С. В. Добровольский, П. В. Никитин, С. А. Борисов, Ю. И. Глуховская

МАИ, Москва, Россия

Под термином «гетерогенный поток» понимается двухфазная газопорошковая смесь, состоящая из газа-носителя и частиц. В такой смеси соотношение массовых концентраций фаз изменяется в пределах до 10% для массовой концентрации частиц и более 90% для массовой концентрации газовой фазы. При этом предполагается, что полидисперсность частиц порошка может варьироваться в пределах от 2 до 20 мкм в зависимости от плотности материала частиц.

В символах *уравнение баланса энергии в зоне удара частицы о подложку* можно представить в виде:

$$E_{kin.p} = E_{def.p} + E_{def.wall} + E_{heat.p} + E_{heat.wall}. \quad (1.1)$$

Здесь в явном виде не учтены энергии нагрева частиц в потоке газа-носителя и нагрева подложки газовым потоком, так как они учитываются в уравнении баланса с помощью параметров механических свойств материалов частиц и подложки (см. ниже).

Кинетическая энергия частицы в момент удара определяется массой m_p и скоростью частицы V_p и представляется в виде:

$$E_{kin.p} = \frac{m_p V_p^2}{2}. \quad (1.2)$$

Энергия деформации частицы — это энергия, затраченная на изменение формы частицы от сферической до близкой к эллипсоидной (сфероидной), которую принимает частица в момент удара о подложку. При визуальном изучении шлифов покрытий металлов с многократным увеличением установлено, что форма деформированных частиц, образующих покрытие, в большинстве случаев близка к эллипсоидной, и только при скоростях частиц ~ 1000 м/с близка к дисковой.

Так как при ударе частица проникает в подложку на незначительную глубину, то предполагаем, что процесс деформации частицы, в основном, сопровождается ее сжатием и растеканием по поверхности, и правомерно считать, что растекание происходит свободно, без сопротивления внешней среды. Таким образом, определяющим механическим процессом в этом случае является растекание, а не сжатие, и энергия деформации частицы затрачивается на преодоление сил сопротивления текучести при деформации ее поверхности от исходной сферической формы (диаметра) d_p до сфероида (высота $2b$):

$$E_{def.p} = \sigma_T \Delta F_p (d_p - 2b_p), \quad (1.3)$$

где σ_T — предел текучести материала частицы, ΔF_p — изменение площади боковой поверхности частицы за счет деформации при ударе о подложку: $\Delta F_p = F_{el} - F_{sf}$. Боковая поверхность сферической частицы равна $F_{sf} = \pi d_{sf}^2$, а эллипсоидной:

$$F_{el} = 2\pi a^2 + \frac{b^2}{\alpha} \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha}, \quad \text{где} \quad \alpha = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

Преобразовав, получим:

$$\Delta F_p = \pi \left[2a^2 + \frac{b^2}{\alpha} \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} - d_{sf}^2 \right]. \quad (1.4)$$

Подставив (1.4) в (1.3), получим:

$$E_{def.p} = \pi d_p \sigma_T \left[2a^2 + \frac{b^2}{\alpha} \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} - d_{sf}^2 \right] (1 - \varepsilon), \quad (1.5)$$

где $\varepsilon = 2b/d_p$ — степень деформации частицы при ударе, $2a$ и $2b$ — большая и малая оси сфероида соответственно.

Физическим процессом, на который затрачивается энергия деформации подложки, является пластическое сжатие материала подложки, величина которой определяется глубиной проникновения частицы в тело подложки h_{seg} и силой сопротивления сжатию материала подложки

$$\bar{P}_{res} : E_{def.wall} = \bar{P}_{res} \cdot h_{seg}. \quad (1.6)$$

Для приближенной оценки величины h_{seg} обратимся к задаче определения твердости материалов по Бринеллю методом сферы, в которой применяется сфера из материала высокой твердости, чтобы исключить ее деформацию при ударе о подложку.

Метод сферы Бринелля можно применить к формированию покрытий по НТГДМ технологии, поскольку проникновение частицы в тело подложки в этом процессе реализуется, в основном, на начальной стадии взаимодействия частицы с подложкой, когда деформация падающей частицы еще незначительная. При последующем развитии удара, частица сильно деформируется, вызывая резкое увеличение площади контакта частицы с подложкой, т. е. резкое увеличение сопротивления проникновению деформированной частицы в тело подложки, приводящее к мгновенному торможению частицы. Поэтому можно с высокой достоверностью считать, что глубина проникновения h_{seg} частицы в тело подложки реализуется на начальной стадии удара. Тогда согласно Бринеллю имеем:

$$H_\beta = \frac{\bar{P}_{res}}{\pi d_p \left(d_p - \sqrt{d_p^2 - d_{seg}^2} \right)}, \quad (1.7)$$

где $\bar{P}_{res}$ — усредненная сила сопротивления, приложенная к частице со стороны подложки; d_p — диаметр частицы; d_{seg} — диаметр сегмента (углубления).

Тогда:

$$\bar{P}_{res} = \pi d_p \left(d_p - \sqrt{d_p^2 - d_{seg}^2} \right) H_\beta. \quad (1.8)$$

Для оценки глубины проникания частицы используется геометрическая модель ее взаимодействия с подложкой. В начальный момент удара можно записать:

$$h_{seg} = \frac{d_{sf} - \sqrt{d_{sf}^2 - d_{seg}^2}}{2}, \quad (1.9)$$

где $d_{sf} = d_p$ — диаметр частицы.

Используя (1.9), преобразуем (1.8) к виду:

$$\bar{P}_{res} = 2\pi h_{seg} d_p H_\beta. \quad (1.10)$$

Подставив (1.10) в (1.6), окончательно получим:

$$E_{def.wall} = 2\pi h_{seg}^2 d_p H_\beta. \quad (1.11)$$

Энергии нагрева частицы $E_{heat.p}$ и подложки $E_{heat.wall}$ можно записать в виде:

$$E_{heat.p} = m_{\tau,p} c_p (\bar{T}_{\tau,p} - T_{st,p}), \quad (1.12)$$

где $m_{\tau,p}$ — прогретая масса частицы за время удара τ ; $\bar{T}_{\tau,p}$ — среднемассовая температура прогретого участка частицы; c_p — удельная теплоемкость материала частицы при температуре $\bar{T}_{\tau,p}$; $T_{st,p}$ — средняя температура частицы перед ударом.

$$E_{heat.wall} = m_{\tau,wall} c_{wall} (\bar{T}_{\tau,wall} - T_{st,wall}), \quad (1.13)$$

где $m_{\tau,wall}$ — прогретая масса подложки за время удара τ ; $\bar{T}_{\tau,wall}$ — среднемассовая температура прогретого участка подложки; c_{wall} — удельная теплоемкость материала подложки при температуре $\bar{T}_{\tau,wall}$; $T_{st,wall}$ — температура подложки перед ударом.

Подставив зависимости (1.2), (1.5) и (1.11), (1.12), (1.13) в выражение (1.1), получим окончательное уравнение баланса энергии в зоне удара:

$$\begin{aligned} \frac{m_p \times V_p^2}{2} = \pi d_p \sigma_T \left[2a^2 + \frac{b^2}{\alpha} \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} - d_p^2 \right] (1 - \varepsilon_p) + 2\pi h_{seg}^2 d_p H_\beta + \\ + m_{\tau,p} c_p (\bar{T}_{\tau,p} - T_{st,p}) + m_{\tau,wall} c_{wall} (\bar{T}_{\tau,wall} - T_{st,wall}). \end{aligned} \quad (1.14)$$

1. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. С. Моделирование процесса теплоэрозионного воздействия двухфазных сред // МЖГ. Изд. АН СССР. — 1989. — №4. — С. 92–98.
2. Семилетенко Б. Г., Усков В. П. Экспериментальные зависимости, определяющие положение ударных волн в струе, натекающей на преграду, перпендикулярно ее оси // ИЖФ. — 1972. — Т. XXIII, №3. — С. 453–458.
3. Никитин П. В., Степаненко С. А., Пророков С. М., Смолин А. Г. Газодинамика и тепломассообмен при формировании разнофункциональных покрытий низкотемпературным гетерогенным сверхзвуковым потоком // Электронный научный журнал «Современные проблемы науки и образования». — 2007. — С. 95–102.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКРАННОЙ АЭРОДИНАМИКИ АМФИБИЙНОГО СУДНА НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ С АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗГРУЗКОЙ

В. О. Еремеев¹, П. С. Кальясов², А. В. Февральских³, В. В. Шабаров¹

¹ООО СК «Аэроход», Нижний Новгород, Россия; ²ННГУ, Нижний Новгород, Россия;

³НГТУ, Нижний Новгород, Россия

Изучены возможности применения современных суперкомпьютерных технологий для определения аэродинамических характеристик аппаратов, использующих экранный эффект. Изложена методика вычислительного эксперимента, основанная на прямом решении осредненных уравнений Навье–Стокса турбулентного движения несжимаемой жидкости. Проведены расчеты обтекания модели амфибийного судна на воздушной подушке на режиме экранного полета, как в аэродинамической трубе, так и в условиях полуограниченного экраном пространства. Результаты математического моделирования сопоставлены с результатами продувок модели в аэродинамической трубе А-6. Выявлены причины рассогласования результатов расчетов в аэродинамической трубе и в полуограниченном пространстве.

В качестве объекта вычислительных экспериментов выбрана аэрогидродинамическая компоновка амфибийного судна на воздушной подушке с аэродинамической разгрузкой (АСВП с АР). Характерной особенностью АСВП с АР является возможность его движения на двух крейсерских режимах: режиме хода на статической воздушной подушке с относительно малыми скоростями (до 90–100 км/ч) и режиме экранного полета со скоростями до 200–250 км/ч.

Модель АСВП с АР продувалась в аэродинамической трубе А-6 ФГУП «Крыловский государственный научный центр» в 2014 г. Проведено сопоставление результатов вычислительных и физических экспериментов. Вычислительные эксперименты выполнены с использованием программного комплекса ANSYS CFX.

Физическая постановка задачи. Рассматривается установившийся полет АСВП с АР на экранном режиме. Влиянием струй двигателей на структуру движения воздуха пренебрегается. Режим течения воздуха всюду считается турбулентным, числа Маха таковы, что влиянием сжимаемости воздуха можно пренебречь. Справедлив принцип обращения движения. Необходимо определить АДХ модели АСВП с АР при различных ее положениях относительно экрана и различных углах атаки как при моделировании обтекания АСВП с АР в реальных условиях эксплуатации, так и с имитацией условий продувок модели АСВП с АР в аэродинамической трубе (АДТ) А-6.

Исследуемые АДХ: безразмерные коэффициенты сопротивления, подъемной силы, а также безразмерный коэффициент момента по углу тангажа.

Математическая постановка задачи. Задача ставится в следующих допущениях:

- воздух считается несжимаемой жидкостью;
- режим течения воздуха турбулентный, для описания турбулентного характера воздуха справедливы осредненные уравнения сжимаемой вязкой жидкости и гипотеза вихревой вязкости;
- массовыми силами пренебрегается.

Математическая модель течения включает в себя осредненные уравнения Навье–Стокса и уравнения неразрывности. Для замыкания системы уравнений привлечена одна из моделей турбулентности, базирующаяся на гипотезе вихревой вязкости.

Обсуждение результатов физического и математического моделирования.

Результаты продувок и вычислительных экспериментов с имитацией условий продувок в аэродинамической трубе вполне согласуются между собой. В то же время, результаты математического моделирования обтекания АСВП с АР без стеснения потока аэродинамической трубой заметно отличаются от этих результатов.

С целью выявления различий, в первую очередь, в коэффициентах подъемной силы C_y , были проведены вычислительные эксперименты с одинаковыми числами Рейнольдса, включающие:

- уменьшение масштаба модели в два раза;
- уменьшение масштаба модели и размеров экрана в четыре раза;
- увеличение размеров экрана по ширине и длине на всю расчетную область задачи обтекания модели АСВП с АР в аэродинамической трубе А-6.

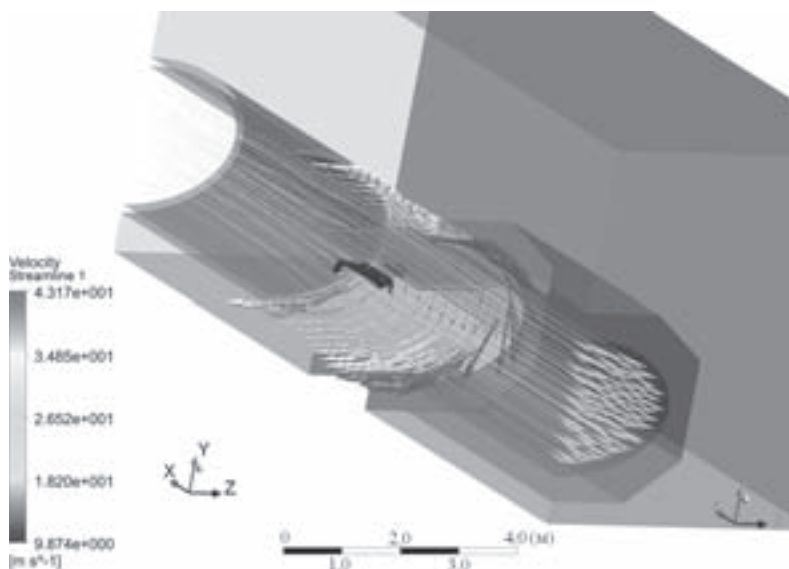


Рис. 1. Результаты математического моделирования по обтеканию модели АСВП с АР в аэродинамической трубе А-6 (линии тока и поле векторов скорости вихря на цилиндрической поверхности в открытой рабочей части аэродинамической трубы)

Однако согласование результатов моделирования было выявлено в процессе решения задачи с обтеканием модели АСВП в аэродинамической трубе с перекрытой рабочей частью. Графическое представление результатов моделирования с открытой рабочей частью трубы демонстрирует наличие системы кольцевых вихрей, формирующихся при взаимодействии вытекающего из трубы аэродинамического потока с находящимся вне струи воздухом (рис. 1).

Закключение. Выполнено математическое моделирование движения АСВП с АР в условиях полуограниченного экраном пространства и продувок в аэродинамической трубе А-6. Результаты математического моделирования продувок согласуются с результатами натурного эксперимента, в то время как результаты моделирования обтекания АСВП с АР без трубы значительно отличаются от этих данных. Выявлены причины, связывающие различие результатов моделирования с образованием системы кольцевых вихрей, формирующихся при взаимодействии вытекающего из трубы аэродинамического потока с воздухом в открытой части аэродинамической трубы.

О ВОЗДЕЙСТВИИ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТА ПОВЕРХНОСТИ ПРОФИЛЯ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

В. П. Замураев^{1,2}, А. П. Калинина^{1,2}

¹ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГУ, Новосибирск, Россия

Исследование колебаний элемента поверхности крылового профиля при трансзвуковом обтекании представляет интерес с различных точек зрения. В первую очередь это необходимо для изучения бафтинга летательных аппаратов [1]. С другой стороны, интерес могут представлять вынужденные колебания как средство управления обтеканием. Первые исследования [2] позволяют сделать вывод о возможности достижения с помощью колебаний эффектов, аналогичных влиянию импульсно — периодического подвода энергии на аэродинамические характеристики, в частности, на уменьшение волнового сопротивления [3]. Прямое численное моделирование колебаний на основе уравнений Навье–Стокса содержит в себе определенные проблемы, связанные с возникающими численными осцилляциями, которые полностью невозможно подавить даже неотражающими граничными условиями [1], в результате чего поиск режимов авторами [1] выполнялся с использованием SST-модели турбулентности в рамках ANSYS CFX. Целью данной работы является оценка максимального эффекта вибрации малого участка на одной из сторон поверхности симметричного профиля на аэродинамические характеристики

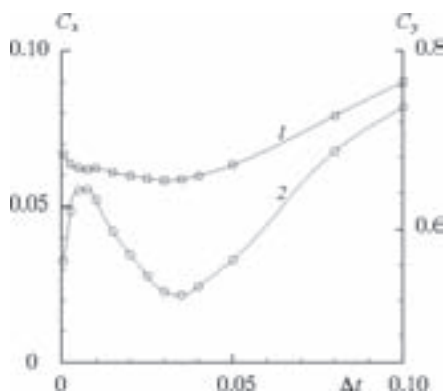


Рис. 1. Коэффициенты волнового сопротивления C_x и подъемной силы C_y в зависимости от периода Δt при $A/\Delta t = 0,2$

для широкого диапазона частот. Поэтому решаются двумерные нестационарные уравнения Эйлера, поскольку учет диссипативных явлений приводит к уменьшению воздействия колебаний на поток. Рассматривается обтекание профиля NACA 0012 под нулевым углом атаки при числе Маха набегающего потока $M = 0,85$ (это безотрывной режим обтекания). При численном моделировании на участке контура с границами x_1 и x_2 задается изменение его начальной геометрии $f_0(x)$ по закону:

$$f(x, t) = f_0(x) + A \sin(2\pi t/\Delta t) \sin \frac{\pi(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}.$$

Здесь все размеры отнесены к длине хорды профиля b ; координата x направлена вдоль хорды; профиль располагается при $0 \leq x \leq 1$. Варьировались период Δt и амплитуда A колебаний для заданных положения подвижного элемента и его размера $x_1 = 0,600$, $\Delta x = 0,096$ соответственно. На рис. 1 для отношения $A/\Delta t = 0,2$ приведена зависимость коэффициентов волнового сопротивления C_x (кривая 1) и подъемной силы C_y (кривая 2) от периода.

Заданному значению отношения $A/\Delta t = 0,2$ отвечает максимальная амплитуда скорости колебаний, равная примерно 1,26 от скорости звука набегающего потока. Это отношение одинаково для всех точек на рис. 1. При увеличении периода колебаний в соответствии с условием $A/\Delta t = \text{const}$ увеличивается амплитуда смещения

Заданному значению отношения $A/\Delta t = 0,2$ отвечает максимальная амплитуда скорости колебаний, равная примерно 1,26 от скорости звука набегающего потока. Это отношение одинаково для всех точек на рис. 1. При увеличении периода колебаний в соответствии с условием $A/\Delta t = \text{const}$ увеличивается амплитуда смещения

поверхности. С ее ростом уменьшается абсолютная величина пространственного затухания, но одновременно уменьшается энергия, полученная порцией газа при прохождении зоны колебаний. Благодаря этим двум конкурирующим процессам возникает немонотонный характер зависимости на рис. 1.

На стороне профиля с невозмущенной поверхностью замыкающий скачок уплотнения уходит на заднюю кромку. На противоположной стороне (с возмущенной поверхностью) он смещается вверх по потоку. Сдвиг замыкающих скачков качественно подобен случаю одностороннего подвода энергии [2]. На рис. 2, *а* показано распределения коэффициента давления C_p по профилю в разные фазы колебания при $\Delta t = 0,0075$. Для сравнения штриховой линией показано распределение C_p при отсутствии колебаний. Вертикальные штриховые линии возле оси абсцисс указывают участок на профиле, совершающий колебание. Обращает на себя внимание гладкий характер распределения после указанного участка, что свидетельствует о квазистационарном режиме. При $\Delta t > 0,01$ режим обтекания профиля изменяется. От колеблющегося участка распространяется бегущая волна. На рис. 2, *б* эта волна показана через полпериода.

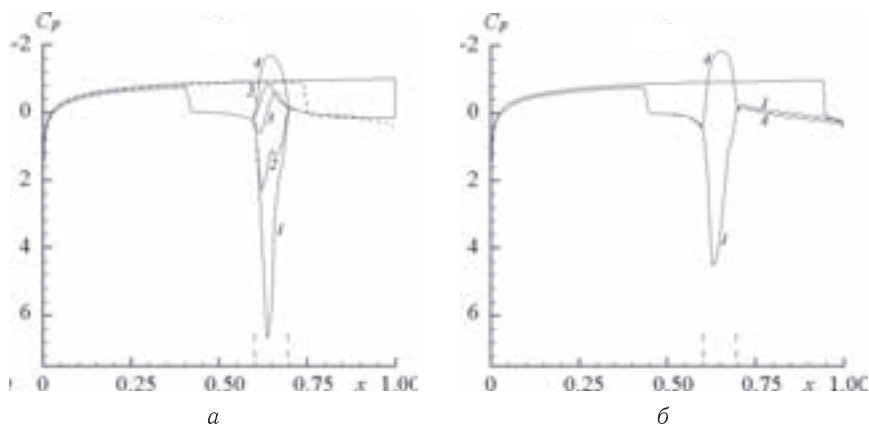


Рис. 2. Распределение коэффициента давления по профилю при $\Delta t = 0,0075$ (*а*), $0,035$ (*б*):
1 — фаза 0, 2 — фаза $\pi/4$, 3 — $\pi/2$, 4 — π , 5 — $3\pi/2$

Таким образом, установлено, что при одностороннем силовом воздействии на трансзвуковой профиль (вынужденных колебаниях элемента поверхности) его аэродинамические характеристики имеют резкую зависимость от частоты колебаний. Обнаружено возникновение дополнительной подъемной силы. Данные эффекты могут быть использованы для управления обтеканием крыловых профилей на соответствующих режимах.

1. Липатов И. И., Винь Ф. Т. Численное моделирование процессов возникновения баффинга для крыла ONERA M6 // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. — 2014. — №200. — С. 133–140.
2. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Численно-аналитическое исследование нелинейных эффектов трансзвукового обтекания крылового профиля при колебании элемента его поверхности // ИФЖ. — 2014. — Т. 87, №3. — С. 616–627.
3. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Управление трансзвуковым потоком с помощью энергетического локального воздействия // ЖТФ. — 2011. — Т. 81. — В. 11. — С. 13–22.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОНВЕКТИВНОГО ПОТОКА ТЕПЛА НА ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛ ПРОСТЫХ ФОРМ*

В. В. Кузенов^{1,2}, Р. К. Селезнев^{1,2}

¹ВНИИА им. Н. Л. Духова, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

Разработка новых летательных аппаратов аэрокосмического назначения требует экспериментальных и расчетно-теоретических исследований аэродинамических характеристик и процессов теплообмена. Целью представленной работы является разработка упрощенного метода оценки конвективных тепловых потоков для тел простых пространственных форм. Для этой цели в работе используется метод эффективной длины, разработанный В. С. Авдуевским [1–3]. Следует отметить, что данный метод применим только в областях течения с малыми градиентами давления вдоль линии тока и при отсутствии зон отрыва.

В работе приводятся основные положения приближенного метода расчета конвективного потока на стенку летательного аппарата. Расчету тепловых потоков предшествует расчет внешнего невязкого течения вблизи поверхности обтекаемого тела, который основан на многокомпонентных уравнениях Эйлера. Численное решение газодинамической модели базируется на методе расщепления по физическим процессам и пространственным направлениям. Для конвективной части уравнений Эйлера использована нелинейная квазимоноотонная компактная-полиномиальная разностная схема повышенного порядка точности.

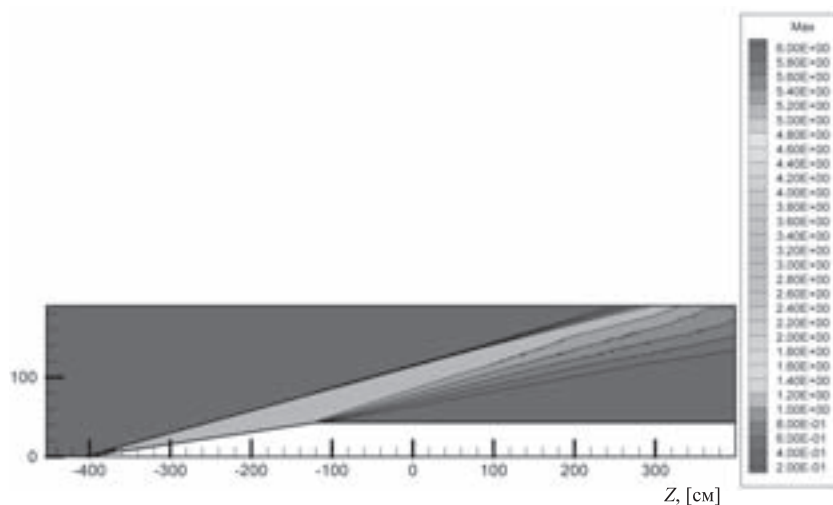


Рис. 1. Пространственное распределение числа Маха (клин, сопряженный с пластиной)

На основе модели, разработанной в данной работе, выполнены расчеты газодинамических параметров и эффективной длины для тел наиболее простых форм: пластины, конуса, цилиндра. В качестве параметров, натекающего на тело газового потока (окружающей средой являлся воздух), выбирались следующие значения величин: число Маха $M = 6$, скорость $V = 1860$ м/с; давление $P = 2060$ Па; температура $T = 223$ К.

*Работа выполнена в рамках программ фундаментальных исследований РАН.

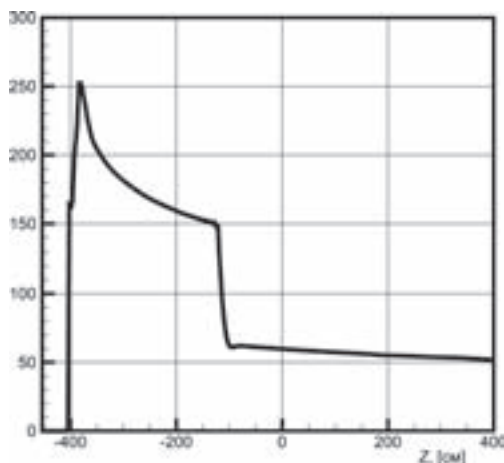


Рис. 2. Зависимость конвективного потока $q_{w,L}$ [кВт/м²] от продольной координаты Z (клин, сопряженный с пластиной)

Отдельные результаты двумерных расчетов с использованием метода эффективной длины показаны на рис. 1 и 2. На этих рисунках приведено пространственное распределение числа Маха, а также зависимость конвективного потока $q_{w,L}$ от продольной координаты Z вдоль образующей тела.

1. Авдеевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. — 1962. — №4. — С. 3–13.
2. Авдеевский В. С. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетной технике / Под ред. проф. В. К. Кошкина. — М.: Оборонгиз, 1960. — 390 с.
3. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В. С. Авдеевский, В. С. Галицкий, Г. А. Глебов [и др.]. — М.: Машиностроение, 1975. — 624 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ И ТРАНСФОРМАЦИИ ЖИДКОСТНЫХ СНАРЯДОВ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ*

Г. В. Кузнецов, А. К. Ребров, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

При сбросе воды с воздушных судов во время тушения крупных пожаров ее масса может составлять более 50 тонн на один вылет [1]. Анализ [2, 3] показывает, что эффективность использования таких объемов воды составляет не более 10%. Эффективность использования огнетушащей жидкости можно повысить, увеличив интенсивность испарения за счет дробления жидкости до мелкодисперсного состояния [4]. В работах [5, 6] представлены закономерности разрушения водяных «ядер» объемом до 1 л при свободном падении с высоты 1–3 м. Кроме воды в качестве

*Исследование выполнено за счет средств Российского научного фонда (проект №14-39-00003).

тушащей жидкости могут применяться водные солевые растворы, а также суспензии на основе воды и частиц углерода. Наличие указанных примесей приводит к изменению результирующих теплофизических свойств жидкости и увеличивает интенсивность ее прогрева и испарения [5, 6]. Представляется целесообразным проведение экспериментальных исследований трансформации и распада аналогичных массивов жидкости при движении через высокотемпературные (около 1000 K) продукты сгорания модельного очага.

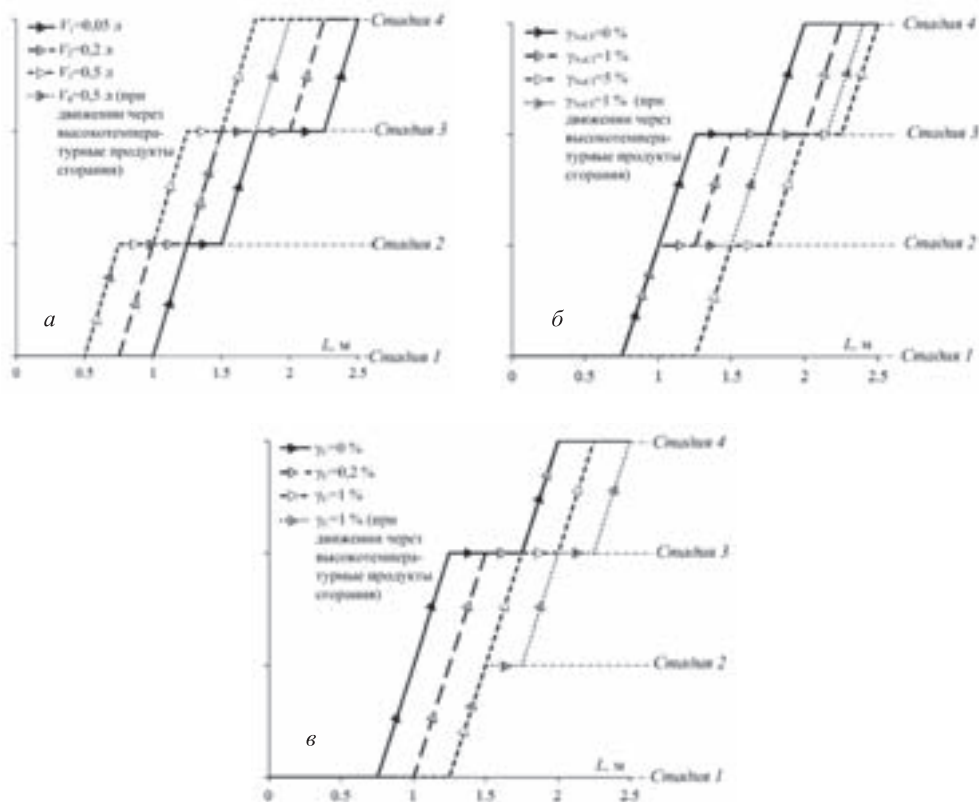


Рис. 1. Диаграмма переходов между стадиями трансформации жидкостных массивов при их движении в воздушной ($T_g \approx 300$ K) среде [5] и через высокотемпературные ($T_g \approx 1100$ K) газы [6] при проведении опытов с водой (а), водным раствором хлорида натрия (б) и суспензией на основе воды с частицами углерода (в): стадия 1 — «сплющивание» жидкостного снаряда; стадия 2 — образование пузырей; стадия 3 — разрушение пузырей и образование водяных «цепочек»; стадия 4 — образование облака мелких капель

Методика проведения исследований аналогична [5, 6]. Основными элементами экспериментального стенда являлись две высокоскоростные видеокамеры (частота съемки до $6 \cdot 10^5$ кадров в секунду). Анализ данных видеорегистрации проводили с использованием программного обеспечения «Тема Automotive» [7], которое позволяло выполнять непрерывное слежение за перемещающимся водяным снарядом и его фрагментами. Вода, солевой раствор или суспензия на основе воды с частицами углерода заливали в сферическую резиновую оболочку и закрепляли на высоте 3 м

относительно основания стенда. Затем резиновую оболочку прокалывали с помощью стальной иглы, закрепленной на держателе, перемещаемом автоматическим координатным устройством. Видеорегистрация движения и трансформации жидкостного снаряда инициировалась синхронизатором одновременно с прокалыванием оболочки.

При проведении экспериментов выявлены характерные расстояния, при прохождении которых происходят смены стадий трансформации жидкостных снарядов (рис. 1). В опытах с водой, водным раствором хлорида натрия и суспензией на основе воды с частицами углерода были определены масштабы влияния на движение и трансформацию снарядов объема жидкости, концентрации соли и частиц углерода соответственно.

При анализе видеogramм экспериментов были выделены четыре стадии трансформации жидкостных массивов: «сплющивание» жидкостного снаряда, образование пузырей, разрушение пузырей и образование водяных «цепочек», образование облака мелких капель. В экспериментах с водой без примесей установлено, что с ростом исходного объема снаряда процесс его разрушения интенсифицируется (переходы между выделенными стадиями реализуются по истечении меньших времен перемещения в воздухе). Результаты опытов по исследованию трансформации массивов раствора хлорида натрия и суспензии с примесью углерода показали, что при увеличении концентрации указанных примесей приводит к увеличению времен смены стадий трансформации. Установлено, что при прохождении жидкостными снарядами высокотемпературной пламенной зоны горения происходит их «сжатие» (уменьшение линейных размеров массива в сравнении с размерами массива, движущегося через воздушную среду), а также замедление процессов деформации и разрушения.

1. Копылов Н. П., Хасанов И. Р., Кузнецов А. Е., Федоткин Д. В., Москвиллин Е. А., Стрижак П. А., Карпов В. Н. Параметры сброса воды авиационными средствами при тушении лесных пожаров // Пожарная безопасность. — 2015. — № 2. — С. 149–155.
2. Стрижак П. А. Влияние распределения капель в «водяном снаряде» на температуру и концентрацию продуктов сгорания в его следе // ИФЖ. — 2013. — Т. 86, № 4. — С. 839–848.
3. Glushkov D. O., Kuznetsov G. V., Strizhak P. A. Numerical Investigation of Water Droplets Shape Influence on Mathematical Modeling Results of Its Evaporation in Motion through a High-Temperature Gas // Mathem. Problems in Eng. — 2014. — V. 2014, 920480.
4. Volkov R. S., Kuznetsov G. V., Strizhak P. A. The influence of initial sizes and velocities of water droplets on transfer characteristics at high-temperature gas flow // Int. J. Heat and Mass Transf. — 2014. — V. 79. — P. 838–845.
5. Волков Р. С., Кузнецов Г. В., Куйбин П. А., Стрижак П. А. Числа Вебера для стадий трансформации водяных снарядов при их свободном падении в воздухе // Письма в ЖТФ. — 2015. — Т. 41, № 20. — С. 103–110.
6. Волков Р. С., Забелин М. В., Кузнецов Г. В., Стрижак П. А. Особенности трансформации водяных снарядов при движении через высокотемпературные продукты сгорания // Письма в ЖТФ. — 2016. — Т. 42, № 5. — С. 65–73.
7. Janiszewski J. Measurement procedure of ring motion with the use of high speed camera during electromagnetic expansion // Metrol. Measur. Sys. — 2012. — V. 19, No. 2. — P. 797–804.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ V-ОБРАЗНЫХ КРЫЛЬЕВ С КОНИЧЕСКИМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ ТЕЛОМ*

Ф. А. Максимов^{1,2}, Н. А. Остапенко¹

¹НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

В [1] приведены метод моделирования и результаты расчетов обтекания V-образных крыльев. Показано, что с увеличением угла атаки образуются схемы течения с вихревыми структурами. Здесь предложен способ построения сетки около V-образного крыла с центральным конусом и получены картины течения с образованием вихревых структур.

Рассматривается невязкое течение около V-образного крыла с конусом (рис. 1). Решение при сверхзвуковых скоростях может быть построено в рамках конического приближения. Рассматривается крыло, около передних кромок которого реализуется присоединенная ударная волна или волна разрежения. Сетка строится на единичном расстоянии от вершины конфигурации и имеет приведенный на рис. 1 вид. На границе FG , соответствующей поверхности крыла и конуса, ставится условие непротекания; на границе $ABCD$ — условия в набегающем потоке; на боковых границах FA и GD — условие коничности течения относительно соответствующих кромок крыла E_1 и E_2 [1]. Сетка строится алгебраически. В некоторой области около тела, размер которой подбирается под режим обтекания, сетка состоит из окружностей и лучей, а начиная с некоторого расстояния от конуса часть координатных линий направляется в соответствующие кромки крыльев (с помощью полинома Безье). Метод моделирования течения в рамках уравнений Эйлера описан в [1].

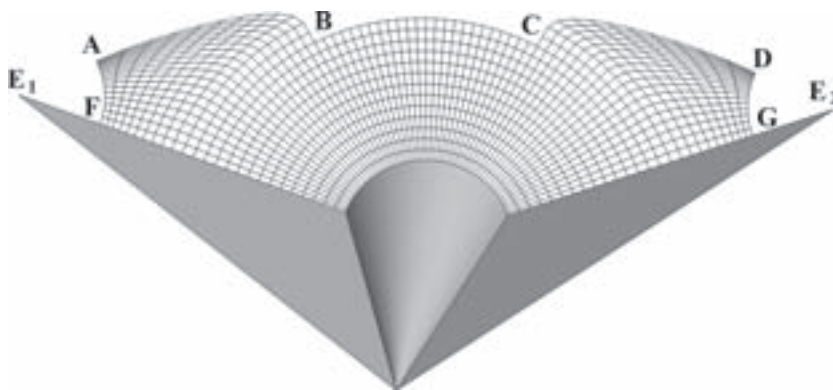


Рис. 1. V-образное крыло с конусом и расчетная сетка

При обтекании сверхзвуковым потоком центрального конуса образуется ударная волна и область повышенной плотности между консолями крыла. При угле атаки около кромок образуются присоединенные ударные волны, которые должны взаимодействовать с ударной волной около конуса. В итоге реализуются конфигурации с пересечением ударных волн и образованием контактных разрывов, что может привести, при их достаточной интенсивности, к образованию вихревых структур [1–3].

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-02361).

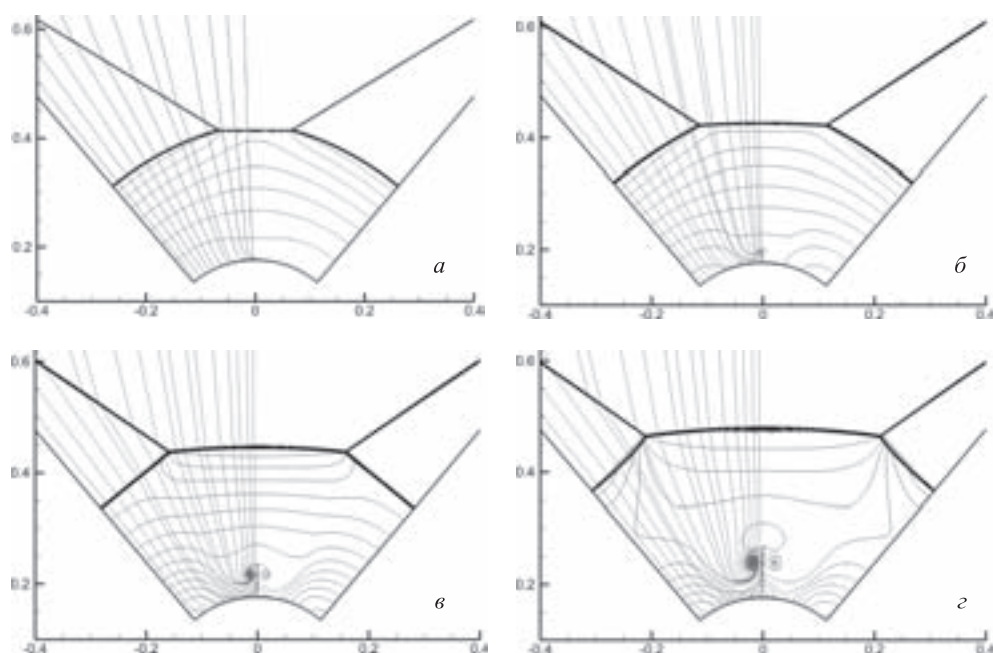


Рис. 2. Изобары и линии тока поперечного течения: $\alpha = 5, 10, 15$ и 20° (*a*, *б*, *в* и *г*)

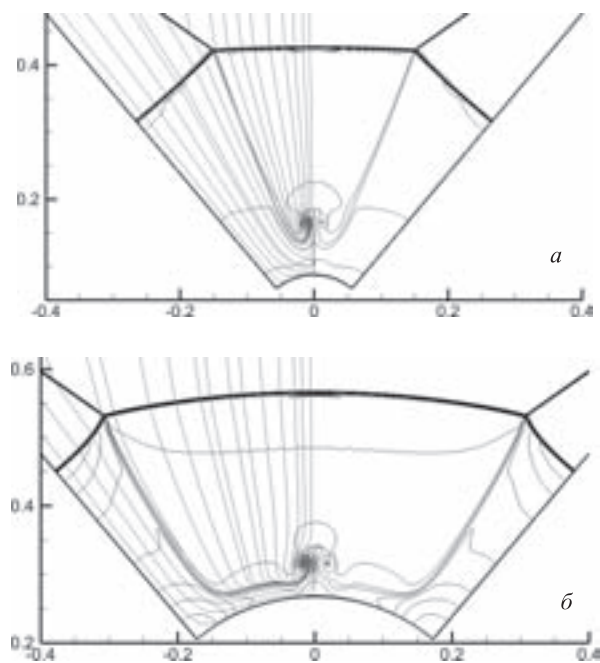


Рис. 3. Изолинии плотности и линии тока поперечного течения: *a* — $\beta = 5^\circ$; *б* — $\beta = 15^\circ$

Расчеты выполнены при $M = 3$ для V-образного крыла с углом между консолями 80° и стреловидностью передних кромок 45° . Результаты расчета обтекания такого крыла без конуса приведены в [1]. В качестве центрального тела рассмотрены конуса с углом полураствора $\beta = 5, 10$ и 15° . На рис. 2 приведены изолинии давления и линии тока поперечного течения для конуса $\beta = 10^\circ$. При $\alpha = 5^\circ$ наблюдается классическая картина линий тока, приходящих в точку симметрии на поверхности конуса. При больших углах атаки картина течения перестраивается качественно. В плоскости симметрии критическая точка подымается вверх и исходящие от нее в обе стороны от плоскости симметрии два контактных разрыва, сворачивающихся вместе с другими линиями тока, входящими до этого в узел, образуют две вихревые особенности Ферри.

На рис. 3 представлены изолинии плотности при $\alpha = 20^\circ$ для вариантов конуса $\beta = 5$ и 15° . Хорошо выделяются контактные разрывы, исходящие из точек ветвления маховской конфигурации ударных волн. На рис. 4 приведено положение критических точек в плоскости симметрии в зависимости от α для $\beta = 5, 10$ и 15° . Пунктирными линиями показано положение поверхности соответствующих конусов. Там же приведены данные [1] о положении критических точек при обтекании рассматриваемого V-образного крыла без центрального тела (обозначены $\beta = 0$).

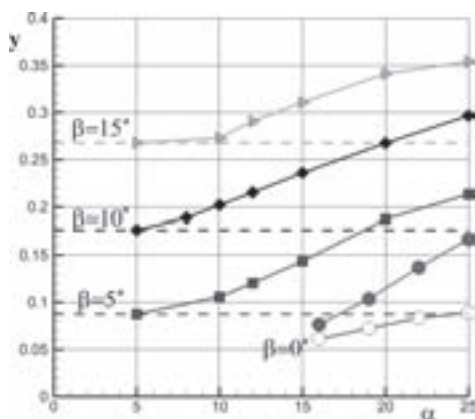


Рис. 4. Положение критических точек в плоскости симметрии

При наличии центрального тела образование рассматриваемых вихревых структур реализуется при меньших углах атаки. Это объясняется тем, что ударная волна около конуса более интенсивная, чем мостообразный скачок уплотнения при маховском взаимодействии ударных волн при обтекании V-образного крыла без центрального тела. Как следствие образуется более интенсивный контактный разрыв, величина интенсивности которого определяет возможность образования вихревых особенностей.

1. Зубин М. А., Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. О некоторых особенностях структуры течения в ударных слоях конических течений газа // Изв. РАН. МЖГ. — 2014. — №6. — С. 118–134.
2. Зубин М. А., Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. Критерии существования невязких вихревых структур в ударных слоях конических течений газа // Доклады РАН. — 2014. — Т. 454, №3. — С. 282–288.
3. Зубин М. А., Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. Об условиях существования вихревых особенностей Ферри в сверхзвуковых конических течениях // Изв. РАН. МЖГ. — 2015. — №1. — С. 113–134.

СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ С КОНИЧЕСКИМ УГЛУБЛЕНИЕМ*

Ф. А. Максимов^{1,2}, Н. А. Остапенко¹

¹НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

Углубление на поверхности треугольного крыла в виде полуконуса может быть частью воздухозаборного устройства или устройством для влияния на параметры течения в донной области. В работе приведены результаты численного моделирования течения в коническом углублении, получена оценка величины потока в углубление и давления в нем в зависимости от угла полураствора конуса и числа Маха.

Рассматривается невязкое течение около треугольного крыла с коническим углублением (рис. 1). При расположении вершин крыла и полуконуса в одной точке, решение при сверхзвуковых скоростях может быть построено в рамках конического приближения. Кроме того рассматривается крыло, около кромок которого реализуется присоединенная ударная волна или волна разрежения. Сетка строится на единичном расстоянии от вершины и имеет приведенный на рис. 1 вид. На нижней границе, расположенной на поверхности крыла с впадиной, ставится условие непротекания; на верхней границе — условия в набегающем потоке; на боковых границах — условие коничности течения относительно соответствующих кромок крыла [1]. Сетка строится с помощью конформного отображения верхней полуплоскости на внешность прямолинейной границы с впадиной в виде части окружности [2]. Метод моделирования течения на основе уравнений Эйлера описан в [1].

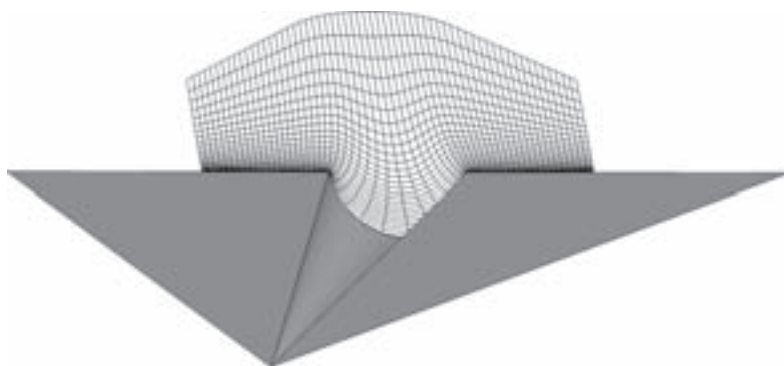


Рис. 1. Крыло с коническим углублением и расчетная сетка

При угле атаки $\alpha = 0$ течение определяется углом полураствора конуса β и числом Маха M набегающего потока. Аналогично, как и для кромок треугольного крыла при внешнем обтекании, при анализе течения в углублении можно выделить дозвуковую кромку углубления, когда нормальная составляющая скорости к кромке углубления меньше скорости звука $M \sin \beta < 1$, и сверхзвуковую кромку углубления — $M \sin \beta > 1$.

На рис. 2 приведены примеры течения с дозвуковой и сверхзвуковой кромкой углубления. Течение представлено изобарами (с шагом 0,05) и линиями тока

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-02361).

поперечного течения. В случае дозвуковой кромки (a , $M \sin \beta \approx 0,52$) за ней в углублении образуется вихревая структура, в случае сверхзвуковой кромки (b , $M \sin \beta \approx 1,55$) около нее образуется волна разрежения.

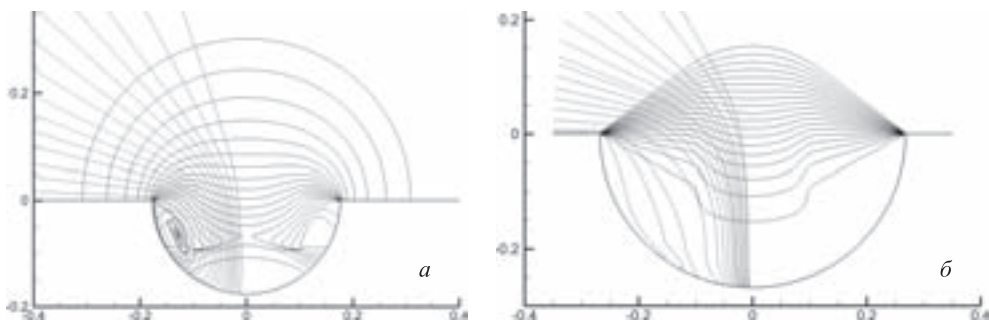


Рис. 2. Изобары и линии тока поперечного течения: a — $M = 3$, $\beta = 10^\circ$; b — $M = 6$, $\beta = 15^\circ$

Поперечный поток над вихревыми структурами и в плоскости симметрии разгоняется до сверхзвуковой скорости. Зоны сверхзвукового течения замыкаются ударными волнами. При образовании сверхзвукового поперечного течения в плоскости симметрии над дном углубления образуется ударная волна «параллельная» поверхности дна. На рис. 3 приведены изолинии поперечного числа Маха с выделением цветом зон сверхзвукового поперечного течения.

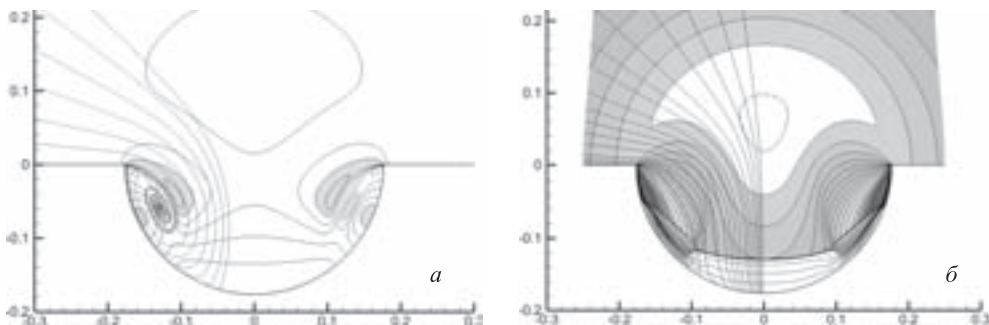


Рис. 3. Изолинии поперечного числа Маха: a — $M = 2$, $\beta = 10^\circ$; b — $M = 6$, $\beta = 10^\circ$

Для определения эффективности рассматриваемого устройства получена оценка величины потока втекающего в углубление через сечение S , кромки углубления являются границами сечения. По результатам определяется величина $k = \int_S \rho V_y ds / \rho_0 V_0 S$, где V_y — проекция скорости на нормаль к поверхности S , ρ — плотность, индекс «0» соответствует параметрам в набегающем потоке. На рис. 4 представлены коэффициенты k (рис. 4, a) и давления C_p (рис. 4, b , средний по поверхности углубления) при $M = 2, 3$ и 6 в зависимости от β . При малых β коэффициент k растет, но при достаточно больших β величина k практически не изменяется. Максимальное значение k определяется числом Маха M .

Проекция сечения S на плоскость перпендикулярную вектору скорости равна $S \sin \alpha$. Если предположить отсутствие влияния крыла на втекающий в углубление поток, $k = \sin \alpha$. На рис. 5, a приведен пример расчета течения при $M = 3$ около стреловидного крыла ($\chi = 45^\circ$) с углублением ($\beta = 10^\circ$) в виде изобар и линий тока при $\alpha = 5^\circ$ (направление поперечного течения сверху вниз). На рис. 5, b в

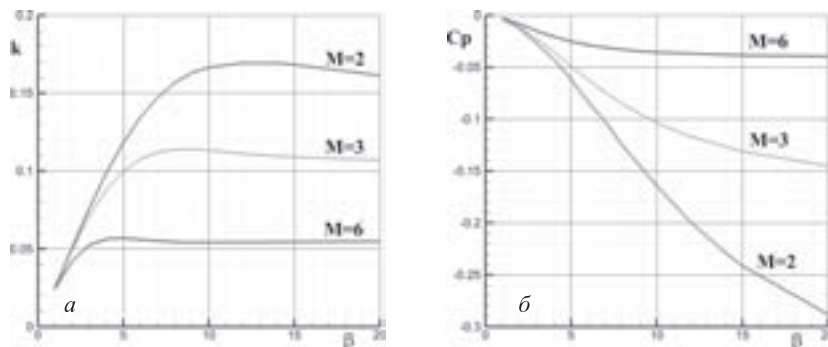


Рис. 4. Коэффициенты k (а) и C_p (б) в зависимости от угла полураствора конуса β

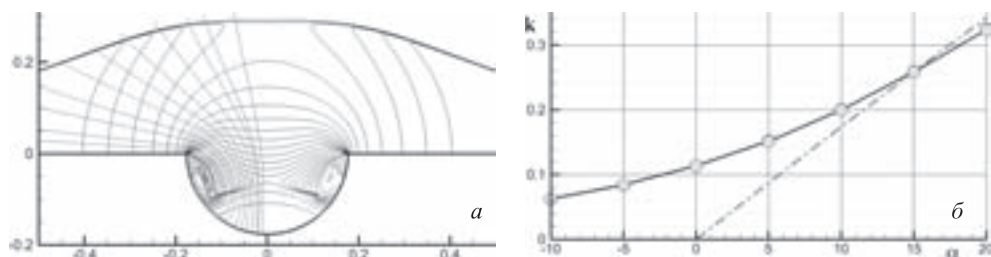


Рис. 5. Влияние угла атаки

зависимости от α сплошной линией с маркерами приведен k . Пунктирной линией — функция $k = \sin \alpha$.

1. Зубин М. А., Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. О некоторых особенностях структуры течения в ударных слоях конических течений газа // Изв. РАН. МЖГ. — 2014. — №6. — С. 118–134.
2. Иванов В. И., Попов В. Ю. Конформные отображения и их приложения. — М.: Эдиториал УРСС, 2002. — 324 с.

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА ПЛАСТИНЕ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

А. М. Молчанов, Д. С. Янышев, Л. В. Быков

МАИ, Москва, Россия

Модели ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) можно условно разделить на три класса: модели, основанные на теории устойчивости; модели с заданной точкой перехода начала и модели с возможностью расчета точки перехода.

К первому классу можно отнести так называемый метод e^n , описанный в работах Ван Ингена, Смиса и Гамберони. При использовании этого метода вначале вычисляются ламинарные профили скорости и температуры в различных местах данного потока, затем для каждого профиля с помощью метода e^n -скорости распространения самых неустойчивых волн, и после этого значения этих скоростей используются для вычисления местоположения ЛТП. Основные недостатки такого подхода: метод основан на предположении о параллельности потока, величина n не является универсальной.

Второй класс моделей с заданной точкой перехода не в состоянии предсказать место его локализации. В этом случае место перехода определяется из эмпирических данных или результатов расчетов с помощью e^n -метода. Переходная область моделируется путем модификации существующих моделей турбулентности. В этом классе можно отметить модели Варена и др., Вилкокса, Шмидта и Патанкара, Нарасимбы и др.

К третьему классу моделей ЛТП относятся модели с возможностью расчета точки перехода, которые позволяют не только моделировать параметры переходной области, но и определять место начала перехода. Это модели Ксяо и др., Паппа, Кензаковски и Даша, Сузена и Хуанга, Лэгтри и Менстера, Wang и Fu.

В данной работе представлена модификация модели Wang и Fu [1, 2]. Для расчета течений используется осредненная по Рейнольдсу система уравнений Навье-Стокса (RANS) с эффективным коэффициентом вязкости. Потоки и напряжения выражены через $\mu + \mu_{eff}$, $\mu / \text{Pr} + \mu_{eff} / \text{Pr}_T$. Для μ_{eff} используется формула:

$$\mu_{eff} = (1 - \gamma)\mu_{nt} + \gamma\mu_T, \quad (1)$$

где индекс nt относится к нетурбулентной части потока, γ — коэффициент перемежаемости. Для определения турбулентной вязкости μ_T используется стандартная модель SST [3], а для μ_{nt} формула:

$$\mu_{nt} = C_\mu \rho K \tau_{nt}, \quad (2)$$

где $C_\mu = 0,09$ — константа, K — кинетическая энергия турбулентности.

Характерное время τ_{nt} складывается из двух частей:

$$\tau_{nt} = \tau_{nt1} + \tau_{nt2}, \quad (3)$$

где τ_{nt1} , τ_{nt2} — характерные времена первой и второй моды возмущений соответственно:

$$\tau_{nt1} = \frac{C_2 \varsigma_{eff}^{1,5}}{[(2E_u)^{0,5} \nu]^{0,5}}, \quad \tau_{nt2} = \frac{C_3 \cdot 2\varsigma_{eff}}{U_P}. \quad (4)$$

Здесь ς_{eff} — эффективный масштаб турбулентности [1, 2], ν — коэффициент кинематической вязкости, $E_u = 0,5|U_e|^2$ — кинетическая энергия внешнего потока, U_P — фазовая скорость для второй моды. Для нее используется формула [4, 5]:

$$U_P = 0,94 U_e, \quad (5)$$

где U_e — скорость внешнего потока.

Для определения коэффициента перемежаемости используется уравнение переноса [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\gamma) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \gamma) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_k} \right] + P_\gamma(F_{onset}) - \varepsilon_\gamma, \quad (6)$$

где

$$P_\gamma(F_{onset}) = P_\gamma = C_4 \rho F_{onset} [-\ln(1 - \gamma)]^{0,5} \left(1 + C_5 \sqrt{\frac{K}{2E_u}} \right) \frac{d}{\nu} |\nabla \tilde{E}_u|, \quad \varepsilon_\gamma = \gamma P_\gamma, \quad (7)$$

$$F = 1 - \exp \left(-C_6 \frac{\varsigma_{eff} K^{0,5} |\nabla K|}{\nu |\nabla E_u|} \right), \quad (8)$$

d — расстояние от стенки.

Значения числовых констант, входящих в модель [1, 2] представлены в табл. 1.

Таблица 1

Значения числовых констант

C_μ	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	σ_γ
0,09	0,7	0,35	0,005	0,00008	0,07	1,2	1,0

Тестирования модели проведено сопоставлением результатов моделирования с экспериментальными данными работы [6], в которой исследовался гиперзвуковой ламинарно-турбулентный переход на пластине.

Исходные условия экспериментальных исследований ламинарно-турбулентного перехода на пластине в гиперзвуковом потоке представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры экспериментальных исследований

№ теста	6911	6909, 6910	6912, 6913	6926
Число Маха	6,3	6,2	6,1	5,5
Скорость потока (м/с)	2980	3210	3370	4330
Статическое давление (кПа)	2,8	5,4	12,1	9,4
Статическая температура (К)	570	690	800	1560
Единичное число Re (m^{-1})	$1,7 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^6$	$4,9 \cdot 10^6$	$1,6 \cdot 10^6$

Некоторые результаты расчетов числа Стантона St представлены на рис. 1 и 2.

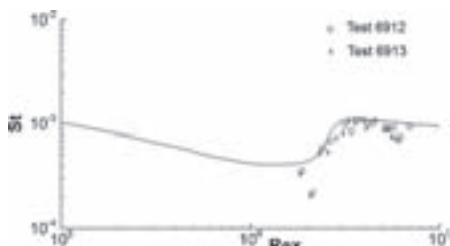


Рис. 1. Распределение числа Стантона вдоль пластины для режима 6912. Значки — эксперимент [18]; сплошная линия — результаты расчета

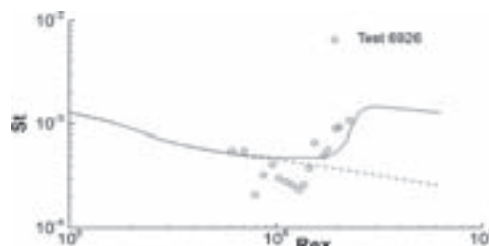


Рис. 2. Распределение числа Стантона вдоль пластины для режима 6926. Значки — эксперимент [18]; сплошная линия — результаты расчета; пунктир — расчет ламинарного течения (без учета ЛТП)

В целом, полученные результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и подтверждают адекватность предложенной модели, а, следовательно могут быть рекомендованы для моделирования ЛТП.

1. L. Wang, Song Fu. Modelling flow transition in a hypersonic boundary layer with Reynolds-averaged Navier–Stokes approach // Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy, May 2009, V. 52, Issue 5. — P. 768–774.
2. L. Wang, Song Fu. Development of an Intermittency Equation for the Modeling of the Supersonic/Hypersonic Boundary Layer Flow Transition // Flow Turbulence Combust. — 2011. — V. 87. — P. 165–187.
3. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. — 1994. — V. 32. — P. 1598–1605.

4. Papp J. L., Kenzakowski D. C., and Dash S. M. Extensions Of A Rapid Engineering Approach To Modeling Hypersonic Laminar To Turbulent Transitional Flows // AIAA 2005-892. — 2005 — 17 p.
5. Papp J. L., and Dash S. M. A Rapid Engineering Approach to Modeling Hypersonic Laminar to Turbulent Transitional Flows for 2D and 3D Geometries // 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems, AIAA Paper No. AIAA-2008-2600, Dayton, OH, 28 Apr — 1 May, 2008. — 18 p.
6. Mee D. J. Boundary Layer Transition Measurements in Hypervelocity Flows in a Shock Tunnel // AIAA Paper No. 2001-0208, 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, January 8-11, 2001. — 11 p.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ОКОЛО ГАРМОНИЧЕСКИ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ЦИЛИНДРА В ДИАПАЗОНЕ УМЕРЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА*

А. Н. Нуриев

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Структура, возникающих около осциллирующего цилиндра, гидродинамических течений и их интегральные характеристики являются предметом разносторонних исследований последние несколько десятилетий. Подобный интерес к этой гидромеханической задаче обусловлен целым рядом факторов, важнейшим из которых является практическая востребованность. Так модель осциллирующего круглого цилиндра часто применяют для изучения волнового воздействия на простые элементы конструкций при проектировании морских сооружений. Результаты исследований задачи используются так же и в микро-флюидной инженерии, робототехнике и аэрокосмическом проектировании.

Течение около осциллирующего круглого цилиндра управляется двумя безразмерными параметрами. При моделировании обычно используется безразмерный комплекс (Re_{osc} , KC). Первый параметр — колебательное число Рейнольдса (Re_{osc}) — характеризует безразмерную частоту колебаний, второй — число Кулегана–Карпентера (KC) — характеризует безразмерную амплитуду колебаний цилиндра.

Несмотря на продолжительную историю исследований достаточно хорошо изученными можно считать только области высокочастотных малоамплитудных колебаний, где хорошо работают асимптотические модели [1, 2], и область низкочастотных колебаний, где течение поддается численному моделированию с помощью широкого спектра плоских ламинарных моделей [3–5]. Изучение области умеренных и высоких частот колебания при ненулевых значениях амплитуды являются на сегодняшний день актуальной задачей исследования.

В данной работе рассматривается вопрос применимости плоской ламинарной модели для описания течения и гидродинамических сил, действующих на осциллирующий цилиндр, в области умеренных частот колебания. Численная модель конструируется на базе пакета OpenFOAM, основанного на методе конечных объемов. В основе применяемого численного подхода лежит гибридная нелинейная схема Спалдинга [6], используемая для аппроксимации конвективных слагаемых.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-19-10039.

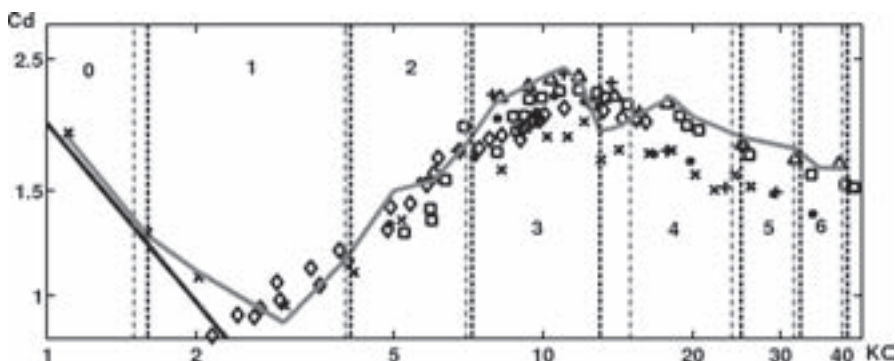


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления от безразмерной амплитуды колебания. Черная сплошная линия — аналитическая аппроксимация Стокса [1], серая сплошная линия — результаты настоящей работы. Маркерами отмечены данные, полученные в предыдущих численных и экспериментальных исследованиях. Черные пунктирные линии — границы раздела режимов, найденные в настоящей работе, серые штрихпунктирные линии — границы режимов, определенные экспериментально [8]

Результаты исследования показывают, что используемая численная модель позволяет корректно описывать структуру и интегральные характеристики течений в широком спектре амплитуд колебания $1 < KC < 40$. Удастся смоделировать все экспериментально наблюдаемые в этом диапазоне режимы течения, при этом достаточно точно удастся локализовать границы переходов между режимами (рис. 1). Полученные оценки сил гидродинамического сопротивления так же хорошо совпадают с экспериментальными данными, представленными в работах [7, 8] (рис. 1).

1. Stokes G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Camb. Phil. Soc. — 1851. — V. 9. — P. 8–106.
2. Нуриев А. Н., Егоров А. Г. Применение методов бифуркационного анализа для решения задач гидромеханики // Вестник Казанского технологического университета. — 2013. — Т. 16, №4. — С. 104–109.
3. Justesen P. A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder // J. Fluid Mech. — 1991. — V. 222. — P. 157–196.
4. Нуриев А. Н. Течение вязкой жидкости вокруг осциллирующего цилиндра: численный эксперимент, асимптотический и бифуркационный анализ, автореферат дис. кандидата физико-математических наук: 01.02.05 / Нуриев Артем Наилевич; Место защиты: Казанский (Приволжский) федеральный университет. — Казань, 2013.
5. Нуриев А. Н., Зайцева О. Н. Численное исследование течения вокруг осциллирующего круглого цилиндра // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 504–506.
6. Spalding D. B. A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives // International Journal for Numerical Methods in Engineering. — 1972. — V. 4, No. 4. — P. 551–559.
7. Obasaju E. D., Bearman P. W., Graham J. M. R. A study of forces, circulation and vortex patterns around a circular cylinder in oscillating flow // J. Fluid Mech. — 1988. — V. 196. — P. 467–494.
8. Williamson H. K. Sinusoidal flow relative to circular cylinders // J. Fluid Mech. — 1985. — V. 155. — P. 141–174.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДОННЫХ ВОЛН*

А. Г. Петров¹, И. И. Потапов²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия

Разработана математическая модель обтекания периодической поверхности двумерным турбулентным потоком. Получено асимптотическое решение позволяющее определить поле скорости и касательное напряжение при заданной периодической форме поверхности и высоты выступов шероховатости. Решение позволяет определять точки отрыва потока, линии тока и максимальное касательное напряжение на поверхности. Выполнено сравнение полученного асимптотического решения с экспериментальными данными и результатами численного моделирования других авторов. Сравнительный анализ полученной зависимости для касательного придонного напряжения показал хорошее согласие ее с экспериментальными данными на напорных участках донных волн.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ФУНКЦИИ СДВИГА ДЛЯ ЗАДАЧ РУСЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ*

А. Г. Петров¹, И. И. Потапов²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия

Критический пункт всей проблемы линейной теории устойчивости для подвижного дна заключается в следующем [1]. Полагая крутизну донных волн малой, мы принимаем, что расход наносов на волнообразном дне определяется той же однозначной связью со скоростью потока, как и на ровном дне, например, зависимостью типа Шези, получаем, что экстремумы расхода наносов совпадают по оси течения потока с экстремумами донных волн. Следовательно, донные волны всегда нейтральные — они могут перемещаться только вдоль потока, но не могут расти или затухать. Один из путей преодоления данного противоречия, предложил Кеннеди [1], он предположил, что эволюция донных волн связана с эффектом запаздывания изменений придонных касательных напряжений относительно средней скорости потока.

В данной работе предложен подход, позволяющий аналитически определить зависимость запаздывания максимального значения придонных касательных напряжений относительно средней скорости потока, движущегося над периодическим дном произвольной формы, имеющим малую крутизну.

1. Гришанин К. В. Устойчивость русел рек и каналов. — Л.: Гидрометеиздат, 1974. — 143 с.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (14-19-01633).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА С УПРУГИМ СТЕРЖНЕМ КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ, ЗАКРЕПЛЕННОГО НА ПОДЛОЖКЕ*

С. В. Погудалина^{1,3}, Н. Н. Федорова^{1,2,3}, С. А. Вальгер²

¹ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГАСУ (Сибстрин), Новосибирск, Россия;

³НГТУ, Новосибирск, Россия

Исследование ветровых воздействий на строительные конструкции является одним из важнейших этапов проектирования, поскольку они могут предотвратить нежелательные колебания упругих конструкций и их разрушение. Сопряженные физические процессы, в которых движение воздушной среды оказывает влияние на поведение деформируемых объектов (FSI) являются ключевым элементом во многих инженерных задачах авиации и строительства.

В работе представлены результаты численного моделирования колебаний упругого стержня квадратного сечения, установленного по нормали к внешнему потоку и жестко закрепленного на подложке. Моделирование выполнено в расчетном комплексе ANSYS с использованием технологии двунаправленного сопряжения (2FSI).

С целью отработки методики решена 2D-задача, в которой пластина в начальный момент времени деформировалась под действием приложенного давления [1]. Методика использована для моделирования колебания пластины под действием периодического внешнего потока [2].

В данной работе решается 3D-задача о колебании стержня квадратного сечения под воздействием внешнего потока воздуха. Исходная геометрия представляет собой пространственный канал $3,34 \times 2,83 \times 0,8$ м, внутри которого на подложке $1,2 \times 0,8$ м на расстоянии 0,6 м от входа жестко закреплен стержень сечением $0,03 \times 0,03$ м и высотой $h = 0,28$ м. Расчеты выполнены для воздуха при нормальных условиях ($\rho = 1,225$ кг/м³ и $\mu = 1,789 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м²) при скорости набегающего потока $U = 5$ м/с.

Моделирование течения воздуха проводилось на основе трехмерных нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, дополненных $k-\omega-SST$ -моделью турбулентности. Процессы в твердом теле описываются нестационарными уравнениями теории упругости, условиями совместности деформаций и законом Гука. В качестве материала стержня использован модельный изотропный материал с плотностью $\rho = 40$ кг/м³, модулем упругости $E = 12,7 \cdot 10^6$ Па и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,35$. На стенках стержня и на подложке принято условие прилипания. На верхней и боковых границах расчетной области выполняется условие симметрии, обеспечивающее отсутствие потока через эти границы.

Для связывания гидродинамического и прочностного расчетов использован итерационный алгоритм сопряжения. На каждом шаге по времени отдельно решаются уравнения гидродинамики и прочности, затем через интерфейс между воздушной средой и упругой конструкцией происходит обмен данными. При решении гидродинамической задачи на стенках стержня задаются кинематические граничные условия, обеспечивающие равенство скоростей внешней среды и подвижной стенки. Движение границы определяется перемещениями стержня, передаваемыми из

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №15-07-06581-а) и Минобрнауки РФ (проект №211, задание №2014/140 на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках базовой части государственного задания).

прочностного решателя. Для уравнений прочности в качестве граничных условий на стенках стержня задается полученное в гидродинамическом расчете распределение давления.

Расчет проводился в несколько этапов. Сначала проведено моделирование течения вокруг абсолютно жесткой модели. Течение воздуха на момент $t = 2,3$ с в окрестности стержня имеет пространственную вихревую структуру (рис. 1). Линии тока представлены на виде сбоку (а) и в плане (б). Структура течения совпадает с описанной в [3].

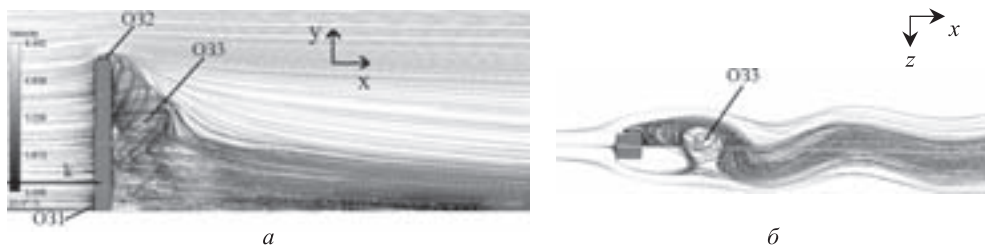


Рис. 1. Линии тока в окрестности стержня на момент времени $t = 2,3$ с. Вид сбоку (а) и в плане (б)

В центре фронтальной поверхности стержня существует вертикальная линия растекания, вблизи которой набегающий поток разделяется и срывается с боковых кромок модели, образуя нестационарные отрывные зоны. Кроме того происходит растекание потока вверх и вниз от точки, показанной линией (к) на рис. 1. При разделении основная часть потока уходит вверх и срывается с верхней передней грани модели, обтекая отрывную зону ОЗ2 на его крышке. Оставшаяся часть потока попадает в отрывную зону ОЗ1 перед моделью и уходит по краям в подветренную область. Позади стержня формируется дорожка Кармана (ОЗ3).

Проведенный модальный расчет позволил получить собственные частоты и формы колебаний стержня при различных высотах стержня и характеристиках материала. С ростом высоты первая собственная частота конструкции уменьшается. С увеличением модуля упругости материала частота возрастает, и снижается при увеличении плотности материала стержня.

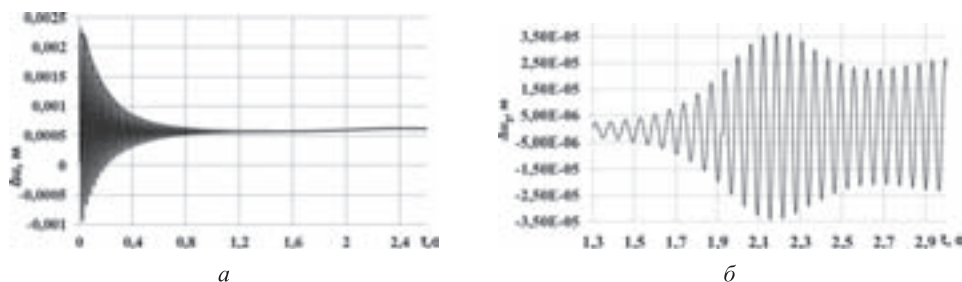


Рис. 2. Максимальные продольные (а) и поперечные (б) перемещения стержня

Далее с использованием технологии двунаправленного сопряжения (2FSI) выполнен связанный расчет. Численно исследован процесс колебания упругого стержня, в каждый момент времени определено его напряженно-деформированное состояние. На рис. 2 представлен график зависимости от времени максимальных продольных (а) и поперечных (б) перемещений стержня.

Графики показывают, что при $t < 1$ с стержень совершает продольные колебания, амплитуда которых быстро затухает. Частота колебаний совпадает с первой собственной частотой конструкции $f_x = 34,5$ Гц. В следующий временной период возбуждаются поперечные колебания с частотой $f_z = 14,1$ Гц, вызванные срывом вихрей в дорожке Кармана.

1. Погудалина С. В., Вальгер С. А., Федорова Н. Н. Математическое моделирование колебания пластины в воздушной среде // Материалы VIII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства», посвященной 85-летию со дня образования НГАСУ (Сибстрин). — Новосибирск: НГАСУ(Сибстрин), 2015. — С. 268–272.
2. Федорова Н. Н., Вальгер С. А. Моделирование взаимодействия потока воздуха с гибкой пластиной // Известия высших учебных заведений // Строительство. — 2015. — №4 (676). — С. 118–129.
3. Вальгер С. А., Федорова Н. Н., Федоров А. В. Структура турбулентного отрывного течения в окрестности установленной на пластине призмы с квадратным сечением // Теплофизика и аэромеханика. — 2015. — Т. 22, №1. — С. 29–42.

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ЕГО ДВИЖЕНИЯ*

А. Д. Савельев

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Активный полет высокоскоростного аппарата на большой высоте сопровождается сильным расширением струи маршевого двигателя. Ее взаимодействие с набегающим потоком приводит к повышению давления и отрыву пограничного слоя на боковой поверхности аппарата, что, в свою очередь, может сказываться на устойчивости полета, управляемости, нагреве элементов конструкции и т. д.

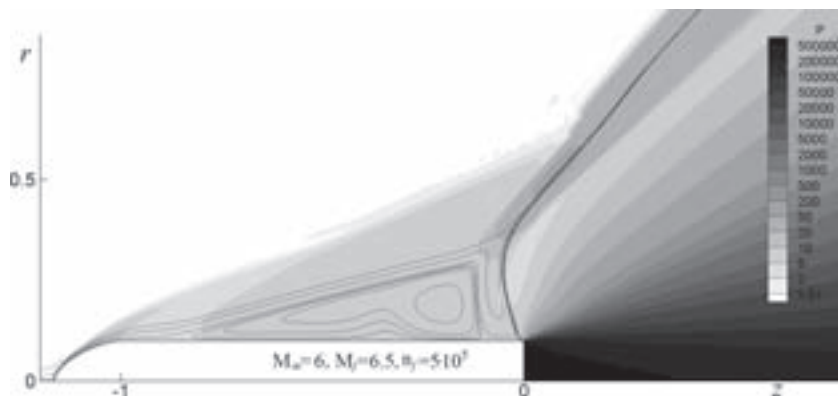


Рис. 1. Изолинии давления и линии тока возвратного течения

Из-за высоких значений нерасчетности вытекающей струи задача плохо поддается решению экспериментальными методами, а из-за необходимости знания параметров течения на боковой поверхности перед струями — теоретическими. В данном

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (№14-11-00775).

случае задача решается численно с использованием гибридной схемы [1]. Для нескольких характерных точек траектории полета рассматриваются изменение давления, протяженность и конфигурация отрывной зоны, потери полного давления в потоке, а также особенности течения в случае замены струи жестким имитатором тех же размеров. Уровни давления в точке отрыва и зоне плато сравниваются с имеющимися эмпирическими зависимостями. Характерное поле течения около аппарата в случае сильно недорасширенной струи представлено на рис. 1.

1. Савельев А. Д. Использование составных компактных схем высокого порядка при решении задачи взаимодействия сверхзвуковой струи с поверхностью // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2013. — Т. 53, №10. — С. 1746–1759.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ТАНДЕМА ТЕЛ С ИНТЕРЦЕПТОРОМ*

А. Ю. Чулюнин^{1,2}

¹НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Введение. Вопросам исследования внешней аэродинамики автомобиля посвящено множество научных работ. Первоначально основное внимание уделялось экспериментальным исследованиям в аэродинамических трубах различных масштабных макетов автомобилей вплоть до натурных размеров. В последние полтора десятилетия акцент явно сместился в пользу численного моделирования. Однако роль физического эксперимента не уменьшилась, так как любая современная вычислительная технология не является самодостаточной и нуждается в дополнительных настройках на специальных тестовых примерах, учитывающих специфику класса изучаемых течений.

Одним из наиболее распространенных в мире тестовых примеров, используемых для верификации компьютерных технологий при численном решении задач внешней аэродинамики автомобилей, является, так называемое, тело Ахмеда [1, 2]. Однако в нем не содержится ряд важных особенностей, присущих обтеканию большегрузных автомобилей. В частности, модель «тело Ахмеда» не учитывает наличие значительного воздушного зазора между кабиной и кузовом грузовика, а также не предусматривается возможность управления обтеканием с помощью щитовых элементов, способных, в некоторых случаях, обеспечить достижение эффекта «уловленный вихрь» [3].

В работе, в качестве альтернативной телу Ахмеда модели, позволяющей использовать идею «уловленного вихря», рассмотрена конструкция [4], представляющая собой последовательный тандем двух параллелепипедов с шарнирно установленным щитовым экраном-интерцептором на переднем теле.

Физическая и численная модель. Экспериментальная модель представляет собой последовательный тандем параллелепипедов, установленных один в следе другого. Нижние грани обоих параллелепипедов лежат в одной плоскости. Прямоугольный интерцептор установлен шарнирно на переднем теле так, что может отклоняться на угол $\alpha = 0-40^\circ$ от плоскости верхней грани переднего тела вокруг оси, совпадающей с передней кромкой этой грани (рис. 1). Эксперименты по об-

*Работа выполнена при государственной поддержке научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах (ведущий ученый — С. Исаев, КНИТУ–КАИ, г. Казань) по гранту Правительства России №14.Z50.31.0003.

течению данной модели выполнены в аэродинамической трубе А6 НИИ механики МГУ [4]. Скорость потока составила $V_\infty = 30$ м/с.

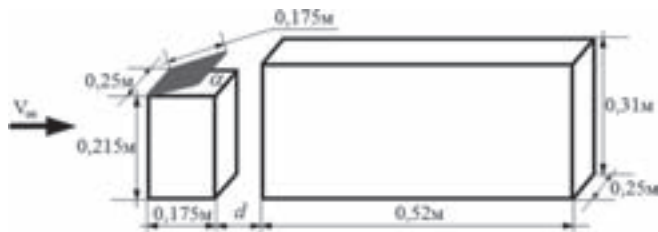


Рис. 1. Схема тандема параллелепипедов с интерцептором

Описанная выше экспериментальная модель использована для сравнительного анализа и валидации различных вычислительных технологий, используемых в известных пакетах инженерного анализа. Основные расчеты были проведены в пакете STAR-CCM+. Для разбиения тела на контрольные объемы применялась неструктурированная сетка многогранного типа со сгущением к обтекаемому телу и призматическим слоем на его поверхности. Величина первой пристеночной ячейки выбиралась таким образом, чтобы безразмерное расстояние до стенки y^+ было меньше 2. Для описания процесса турбулентного обтекания тандема тел, использована технология URANS с моделью турбулентности $k-\omega$ -SST. Скорость набегающего потока на входе в расчетную область, как и в эксперименте, составляла 30 м/с, интенсивность турбулентности задавалась равной $\varepsilon = 0,4\%$.

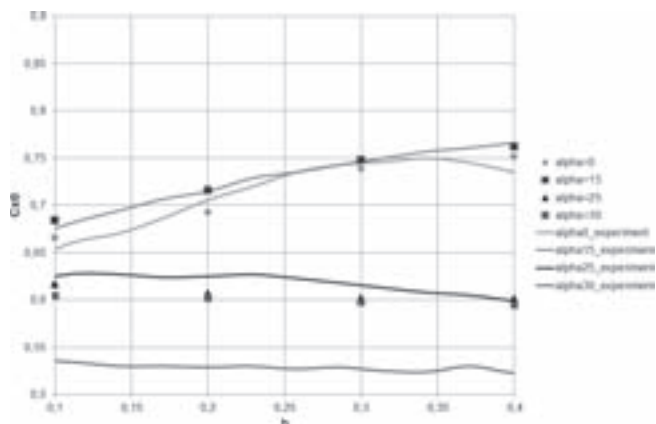


Рис. 2. Сравнение расчетных (STAR-CCM+) и экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления тандема тел для углов $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 30^\circ$

Результаты. Проведенные с помощью созданной модели физические и численные эксперименты показали, что наличие интерцептора позволяет в большинстве случаев снизить коэффициент аэродинамического сопротивления C_{x0} . При этом минимальное значение C_{x0} наблюдается при угле установки интерцептора $\alpha = 30^\circ$. Рисунок 2 показывает, что хорошее согласование расчетных (STAR-CCM+) и экспериментальных результатов наблюдается для малых углов отклонения интерцептора. Однако расчет не воспроизводит резкое падение сопротивления в окрестности угла $\alpha = 30^\circ$, при котором формируется квазистационарный уловленный вихрь. В связи с этим, для данного угла была проведена серия расчетов в других пакетах.

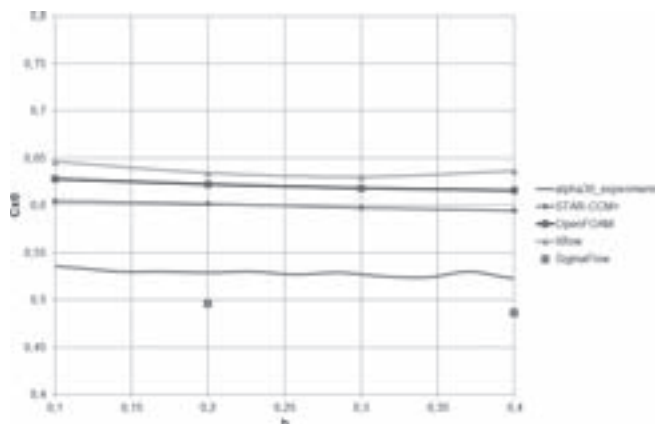


Рис. 3. Сравнение расчетов в различных пакетах с экспериментальными данными по коэффициенту сопротивления C_{x0} для угла $\alpha = 30^\circ$

Из рис. 3 видно, что расчетные результаты заключают экспериментальные данные в своеобразную вилку: пакет SigmaFlow предсказывает заниженные значения C_{x0} , а остальные — завышенные. При этом наибольшее отклонение от экспериментальных результатов (около 20%) показал пакет XFlow, а наименьшее (7%) отечественный программный комплекс SigmaFlow.

1. Ahmed S. R., Ramm G. Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake. SAE Technical Paper 840300, 1984.
2. Lienhart H., Stoots C., Becker S. Flow and Turbulence Structures in the Wake of a Simplified Car Model (Ahmed Modell) // New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics III. — Springer Berlin Heidelberg, 2002. — P. 323–330.
3. Bouferrouk A. On the applicability of trapped vortices to ground vehicles // The International Vehicle Aerodynamics Conference. — Woodhead Publishing, 2014. — P. 101.
4. Специализированный тест для валидации вычислительных технологий моделирования аэродинамики большегрузных автомобилей с элементами управления отрывом. — М.: Отчет НИИ механики МГУ, 2015. — №5298. — 54 с.

О МЕХАНИЗМАХ РАЗРУШЕНИЯ МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ*

В. А. Андрущенко¹, В. А. Головешкин², Н. Г. Сызранова¹

¹ИАП РАН, Москва, Россия; ²ИПриМ РАН, Москва, Россия

Для падающих в атмосфере метеорных тел важнейшим становится вопрос об их разрушении при движении с гиперзвуковой скоростью по причине возможного нанесения их фрагментами катастрофического ущерба населению, инфраструктуре и ландшафту на поверхности Земли. Это наглядно подтвердил факт недавнего падения Челябинского болида и его последствия. Настоящая работа посвящена анализу механизмов разрушения этого болида в атмосфере Земли.

Рассматривается физико-математическая модель движения тела на основе расширенной системы уравнений метеорной физики. Для оценки конвективной и радиационной теплопередачи используются формулы, представленные в [1], которые позволяют определить тепловой поток к поверхности. Как показывают оценки, основным видом теплообмена, влияющим на интенсивное испарение материала Челябинского болида, является радиационный теплообмен.

Процесс фрагментации метеорита рассматривается в рамках модели последовательного дробления с учетом влияния масштабного фактора на предел прочности объекта. Причем, на начальном этапе процесс механического разрушения происходит вследствие воздействия аэродинамических нагрузок, а на завершающем — температурных напряжений. Используется модель дробления тела на основе статистической теории прочности [2], когда фрагментация происходит по дефектам и трещинам, которые присущи таким структурно неоднородным телам как метеороиды. В результате дробление реализуется процесс устранения дефектов при возрастании нагрузки путем разрушения тела по этим дефектам, так что образующиеся фрагменты обладают большей прочностью, чем исходное тело. В связи с этим процесс фрагментации завершается, когда скоростной напор начнет убывать. Тогда прочность фрагмента запишется в виде: $\sigma_f^* = \sigma_e (M_e/M_f)^\alpha$, где σ_e , M_e — предел прочности и масса метеороида до входа в атмосферу, σ_f^* , M_f — те же характеристики для фрагмента; α — показатель степени неоднородности материала (для больших α неоднородность выше).

Условие начала разрушения болида в атмосфере таково: $\rho_* V_*^2 = \sigma^*$, где слева величина скоростного напора, а σ^* — одна из прочностных характеристик материала болида. Высота начала дробления z_* в экспоненциальной атмосфере определяется из формулы $\rho_* = \rho_0 \exp(-z_*/h)$ ($h \approx 7$ км — характерная высота, ρ_0 — плотность воздуха у поверхности Земли). Начиная с этой высоты, вместо единого тела падает уже рой дробящихся осколков со все увеличивающимся их числом N . При предположении, что образовавшиеся фрагменты — сферы с одинаковой массой M_f ($M_f = M/N$), можно получить их количество в зависимости от текущих величин скоростного напора и суммарной массы всех фрагментов. При исследовании баллистики роя фрагментов используются уравнения движения для единого тела, но

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-07444).

с переменной площадью Миделя, определяемой (в предположении, что осколки не перекрываются) по формуле:

$$S_{mid} = S_{mid*} \frac{M}{M_*} \left(\frac{\rho V^2}{\rho_* V_*^2} \right)^{1/3\alpha}.$$

Задача по движению дробящегося метеорного тела решается в три этапа. На первом этапе рассматривается движение единого тела от высоты входа в атмосферу до высоты начала дробления, на втором — движение роя фрагментов от высоты начала дробления до высоты максимального скоростного напора. На третьем этапе, поскольку считается, что фрагменты одинакового размера, отслеживается движение одного фрагмента.

Расчеты движения и разрушения Челябинского болида, влетевшего в атмосферу со скоростью $V_e = 19,2$ км/с, под углом к горизонту $\sim 18^\circ$, проводятся в рамках модели единого тела и с учетом процесса дробления при различных значениях масштабного фактора α . Как показывают расчеты, число образующихся осколков N сильно зависит от величины α (при $\alpha = 0,125, 0,25, 0,5$ $N = 185900, 6072, 233$ соответственно). Следует отметить, что при $\alpha \rightarrow 0$ метеороид разрушается на фрагменты и движется в гидродинамическом режиме, как большая масса раздробленного тела, что описывается моделью [3]. При больших значениях α , в рассматриваемом случае при $\alpha \geq 5$, фрагментации не происходит, и тело будет двигаться как единое целое.

Расчеты проводятся при величине критического прочностного параметра для каменного хондрита $\sigma_* = 10^6$ Н/м². При вариации параметра α изменяется и высота достижения максимального скоростного напора, ниже которой процесс фрагментации прекращается. Как показывают проведенные оценки, при уменьшении α от 0,5 до 0,125 процесс механического дробления под действием силовых нагрузок заканчивается на высотах 21–32 км.

Результаты расчетов показали, что, если бы Челябинский болид не фрагментировал, то на поверхность Земли свалилась глыба массой ~ 1000 т со скоростью ~ 9 км/с, что привело бы к катастрофе колоссального масштаба. При учете же процесса фрагментации происходят интенсивные торможение и суммарный унос массы осколков, значительно превышающие соответствующие величины для случая единого тела.

Если фрагменты болида достаточно велики, термические напряжения не играют большой роли. Когда же размеры обломков уменьшаются до нескольких сантиметров (так в настоящих расчетах при $\alpha = 0,125$ радиус фрагмента ~ 12 см) часть из них температурные градиенты могут разрушить до размеров крупной пыли, которая быстро расплавится и испарится в высокотемпературном воздухе, а другая часть все-таки выпадет на Землю.

О сложном механизме фрагментации Челябинского болида свидетельствует факт выпадения на обширной территории множества мелких осколков (размером не более 2 см), среди которых обнаружены экземпляры, не полностью покрытые коркой плавления, что подтверждает пролонгацию процесса их дробления и после потери скорости. В связи с этим оценивается характер возникающих напряжений из-за неоднородности температурного поля на примере шара (в предположении наличия сферической симметрии). Рассматривается модельная задача: к шару с начальной нулевой температурой мгновенно на границе «подводится» температура, считающаяся в дальнейшем постоянной. Изменение температуры внутри шара описывается уравнением теплопроводности. Как показывают оценки, для тела радиуса 10 см время t^* достижения критических напряжений ~ 4 с, т. е. такое тело может успеть не один раз за время прохождения в атмосфере подвергнуться разруше-

нию из-за возникающих температурных напряжений. Этим можно, по-видимому, объяснить отсутствие следов плавления на отдельных обломках, и такой процесс приведет к дополнительному уносу массы дробящегося метеорита.

Полученные результаты качественно правильно отражают процесс разрушения метеорита в атмосфере, дают возможность провести анализ и сделать заключение о характере разрушения метеорных тел в атмосфере Земли.

1. Андрущенко В. А., Сызранова Н. Г., Шевелев Ю. Д. // Компьютерные исследование и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 6. — С. 927–940.
2. Weibull W. A. // Proc. Roy Swedish Inst. Eng. Res. — 1939. — No. 151. — P. 1–45.
3. Григорян С. С. // Космич. исслед. — 1979. — Т. 17, № 6. — С. 875–893.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОРПУСА ГАЗОГЕНЕРАТОРА ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕВЫХ СИЛ*

В. Н. Бакулин¹, Е. Н. Волков², Е. В. Данилкин², А. Я. Недбай²

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ²АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

Проблема динамической устойчивости возникла в середине прошлого столетия и была связана с развитием авиации и космонавтики. Пути ее решения нашли отражение в ряде работ [1–4]. В настоящее время в связи с широким внедрением в силовую схему летательных аппаратов композиционных материалов и разработкой принципиально новых типов конструкций возник класс нерешенных задач по этой проблеме, обусловленный наличием в оболочках подкрепляющих элементов [5].

Исследуется динамическая устойчивость корпуса газогенератора, подкрепленного кольцевыми ребрами жесткости и скрепленного по внутренней поверхности с кусочно-непрерывным цилиндром, при действии пульсирующих осевых сил и внешнего давления. Движение корпуса, шарнирно опертого по торцам, описывается уравнениями теории ортотропных цилиндрических оболочек. Влияние цилиндра, изготовленного в виде набора отдельных дисков и мембран, учитывается с помощью коэффициентов постели, которые определяются из уравнений трехмерной и плоской теории упругости соответственно.

Между оболочкой и ребрами учитываются только нормальные составляющие контактного взаимодействия. Осевой и тангенциальной составляющими инерционных сил оболочки пренебрегаем в виду малости их влияния.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой линейные размеры отнесены к радиусу срединной поверхности оболочки. Тогда уравнение оболочки можно представить в виде [3]

$$\begin{aligned} & \left\{ a_3 \nabla^8 + a_1 a_4 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \frac{B p_0}{R} \nabla^4 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) + a_5 (T_0 + T_1 \cos \omega t) \nabla^4 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_7 \nabla^4 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right. \\ & \quad \left. + B \nabla^4 \sum_{i=1}^M K_i [\sigma_0 (\alpha - \alpha_{i-1}) - \sigma_0 (\alpha - \alpha_i)] \right\} \omega + \\ & \quad + \frac{B \nabla^4}{R} \sum_{k=1}^N \left[\frac{E_k I_k}{R^4} \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right)^2 + \rho_k F_k \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \omega_k \delta(\alpha - \alpha_i) + \frac{B \chi}{R} \nabla^4 \sum_{j=1}^{M-1} C_j \omega_j \delta(\alpha - \alpha_i) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 14-08-01026-а).

где ∇^8 , ∇^4 — дифференциальные операторы; a_r — коэффициенты характеризующие свойства оболочки; α , β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении; w — нормальное перемещение; R , h — радиус и толщина оболочки; E_k — модуль упругости k -го ребра; I_k , F_k — момент инерции и площадь ребра; ρ_0 , ρ_k — плотность материала оболочки и ребра; χ — толщина мембраны; K_i , C_j — коэффициенты постели i -го диска и j -й мембраны соответственно; p_0 — внешнее давление; T_0 , T_1 — постоянная составляющая и амплитуда переменной составляющей осевой силы; ω — частота пульсаций; M , N — количество дисков и ребер соответственно; $\sigma_0(\alpha)$ — единичная функция равная единице при $\alpha > 0$ и нулю при $\alpha < 0$; $\delta(\alpha)$ — дельта-функция.

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} f_m(t) \sin \gamma\alpha, \quad (2)$$

где $\gamma = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; n — число волн в окружном направлении; $f_m(t)$ — неизвестная функция времени (в дальнейшем аргумент t опускается).

Раскладывая дельта-функцию в ряд Фурье, подставим (2) в (1) и применим процедуру Бубнова-Галеркина. Умножим каждый член уравнения (1) на $\sin \xi\alpha_0$ ($\xi = \pi l/\alpha_0$) и проинтегрируем от 0 до α_0 . В результате получим бесконечную систему неоднородных дифференциальных уравнений типа Матье-Хилла

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f_l}{dt^2} + b_1 \cos \omega t f_l + b_2 f_l + \frac{2B}{\pi a_7} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^M K_{mi} F_{lm}^{(i)} f_m + \frac{2B}{\alpha_0 a_7 R} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^N \left(b_{3k} \frac{d^2 f_m}{dt^2} + b_{4k} f_m \right) \theta_{lm}^{(k)} + \\ + \frac{2B\chi}{\alpha_0 a_7 R} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{M-1} C_j \theta_{lm}^{(j)} f_m = 0 \quad (l = 1, 2, 3 \dots), \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} b_1 = -\frac{a_5 T_1 \xi^2}{a_7}; \quad b_2 = \frac{1}{a_7} \left[\frac{a_3 \nabla_k^8}{\nabla_k^4} + \frac{a_1 a_4 \xi^4}{\nabla_k^4} - a_5 T_0 \xi^2 + \frac{B p_0 (1 - n^2)}{R} \right]; \\ b_{3k} = \rho_k F_k; \quad b_{4k} = \frac{E_k I_k (1 - n^2)^2}{R^4}; \quad F_{lm}^{(i)} = \begin{cases} F_{0j} & \text{при } l = m, \\ F_{1j} & \text{при } l \neq m \end{cases}; \\ F_{0j} = \frac{\pi}{2M} - \frac{1}{2m} \sin\left(\frac{\pi m}{M}\right) \cos\left(\frac{\pi m(2i-1)}{M}\right); \quad \theta_{lm}^{(j,k)} = \sin \gamma \alpha_{j,k} \sin \xi \alpha_{j,k}; \\ F_{1j} = \frac{1}{m-l} \sin\left(\frac{\pi(m-l)}{2M}\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{\pi(m-l)(2i-1)}{2M}\right) - \frac{1}{m+l} \sin\left(\frac{\pi(m+l)}{2M}\right) \cos\left(\frac{\pi(m+l)(2i-1)}{2M}\right). \end{aligned}$$

Для описания упругого основания мембран используется модель Кана [6]

$$C_j = \frac{E_j \eta (1 - z_0^{2\eta})}{(1 - \nu_j^2) R (1 + z_0^{2\eta})}, \quad \text{где } \eta^2 = \frac{(1 - \nu_j)(n^2 - 1)^2}{2n^2 + 1 - \nu_j};$$

E_j , ν_j — модуль упругости и коэффициент Пуассона j -й мембраны.

Решение уравнения (3) будем искать в виде

$$f_l = \sum_{s=1,3,\dots}^{\infty} \left(A_{sl} \sin \frac{s\omega t}{2} + B_{sl} \cos \frac{s\omega t}{2} \right), \quad (4)$$

где A_{sl} , B_{sl} — постоянные коэффициенты.

Подставляя первую сумму из (4) в (3) и приравнявая коэффициенты при одинаковых $\sin(s\omega t/2)$, получим бесконечную систему алгебраических уравнений. Ограничимся первым членом ряда, который определяет главную область неустойчивости, и, согласно [1], его достаточно для практических расчетов.

В результате будем иметь

$$\phi_l A_{1l} + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_{ml} A_{1m} = 0 \quad (l = 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

где

$$\phi_l = \frac{(4b_2 \pm 2b_1 - \omega^2)}{4}; \quad \psi_{ml} = \frac{2B}{a_7} \left[\frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^M K_{mi} F_{lm}^{(i)} + \frac{\chi}{R\alpha_0} \sum_{j=1}^{M-1} C_j \theta_{km}^{(j)} + \frac{1}{R\alpha_0} \sum_{k=1}^N d_{1k} \theta_{lm}^{(k)} \right];$$

$$d_{1k} = \frac{(4b_{4k} - b_{3k}\omega^2)}{4}.$$

Редуцируя систему (5) до количества членов, обеспечивающих необходимую точность и приравнявая нулю определитель усеченной матрицы, получим характеристическое уравнение для определения критических частот.

Подставляя вторую сумму из (4) в (3), получим характеристическое уравнение (5), в котором коэффициенты A_{1l} необходимо заменить на B_{1l} , а при коэффициенте ϕ_l принять знак плюс.

Получены зависимости главной области неустойчивости от модулей упругости дисков, жесткостей мембран и ребер.

1. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 600 с.
2. Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластины. — М.: Изд-во МГУ, 1971. — 696 с.
3. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андрюшин В. А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
4. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действии осевых сил // Инженерно-физический журнал. — 2016.
5. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами // ДАН. — 2015. — Т. 463, №4. — С. 414–417.
6. Кан С. Н. Строительная механика оболочек. — М.: Машиностроение, 1966. — 508 с.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА ВОКРУГ СЖАТОГО СФЕРОИДА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Л. А. Кондратьева

МАИ, Москва, Россия

1. Дифференциальные уравнения движения спутника, который представим как материальная точка, вокруг планеты — сжатого сфероида — и на который действует только гравитационная сила, записываются в сферической системе координат в виде [1] в стандартных переменных r, θ, φ . Введем переменные

$$U = \cos \theta, \quad W = (r \sin \theta)^{-1}$$

(исключая все орбиты, проходящие через полюсы или через центр планеты) и записываем уравнения в виде [1]:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 U}{d\varphi^2} + U &= -2\lambda UW(1 + U^2)^{-5/2}, \\ \frac{d^2 W}{d\varphi^2} + W &= a(1 + U^2)^{-3/2} + \lambda W^2 [5(1 + U^2)^{-7/2} - 4(1 + U^2)^{-5/2}],\end{aligned}\quad (1.1)$$

где $a = \mu/p^2$; $\lambda = I\mu R^2/p^2$; μ — гравитационная постоянная планеты; R — ее экваториальный радиус; I — коэффициент сжатия; p — постоянная интеграла площадей, $r^2 \sin^2 \theta d\varphi/dt = p$.

2. При введении переменных $x_1 = U$, $x_2 = U'_\varphi$, $y_1 = W$, $y_2 = W'_\varphi$ уравнения (1.1) записываются в нормальной форме [1]:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{d\varphi} &= x_2, \quad \frac{dx_2}{d\varphi} = -x_1 - 2\lambda x_1 y_1 [\chi(x_1)]^{-5} \quad (\chi(x_1) = \sqrt{1 + x_1^2}), \\ \frac{dy_1}{d\varphi} &= y_2, \quad \frac{dy_2}{d\varphi} = -y_1 + a[\chi(x_1)]^{-3} + \lambda y_1^2 [5[\chi(x_1)]^{-7} - 4[\chi(x_1)]^{-5}],\end{aligned}\quad (2.1)$$

Все планеты солнечной системы обладают малым сжатием, поэтому величину λ можно считать малым параметром и в дальнейшем исследовании использовать метод Пуанкаре.

Система, полученная из (2.1) при $\lambda = 0$ (в предположении, что планета имеет сферическую форму) называется порождающей. Первые два уравнения этой системы имеют очевидное решение $x_1(\varphi) = \alpha \sin \varphi$, $x_2(\varphi) = \alpha \cos \varphi$ (сдвиг фазы для простоты полагается равным нулю), а два других приводят к уравнению

$$\frac{d^2 y_2}{d\varphi^2} + y_2 = -(3/2)a\alpha^2(1 + \alpha^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2} \sin 2\varphi. \quad (2.2)$$

Перспектива использования в дальнейшем метода малого параметра, который носит асимптотический характер, позволяет и при решении уравнения (2.2) применить метод тригонометрических рядов к нахождению его частного решения [2]. Раскладывая правую часть в ряд Фурье, можно это проделать только для первого функционального сомножителя и воспользоваться далее известными формулами, преобразующими произведения тригонометрических функций в суммы. Заметим при этом, что обе функции в (2.2) имеют период π , и функция $f(\varphi) = (1 + \alpha^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2}$ — четная, поэтому допускает разложение «по косинусам»:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2n\varphi.$$

Согласно [2] частное решение уравнения (2.2) также ищется в виде тригонометрического ряда

$$Y(\varphi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos 2n\varphi + B_n \sin 2n\varphi). \quad (2.3)$$

Нахождение неопределенных величин в (2.3) проводится приравнованием соответствующих коэффициентов. Тогда $A_0 = 0$, и вследствие формул тригонометрии, получаем, что равны нулю и все A_n , а также, что $B_1 = 1/4(a_0 - a_2)a\alpha^2$, $B_2 = 1/20(a_1 - a_3)a\alpha^2$. Таким образом, функция y_2 выбирается в виде $B_1 \sin 2\varphi + B_2 \sin 4\varphi$, а функция y_1 находится интегрированием по φ .

3. Как указывалось выше, величину λ можно рассматривать как малый параметр. Ищем, далее, периодические в соответствующем приближении решения, фазовые траектории которых были бы близки к замкнутым фазовым кривым порождающей системы.

Обозначим: $x_2 = u$, $y_2 = v$. Полученные в п. 2 формулы для них, как для решений порождающей системы, не содержат сдвиги фазы, так как вследствие автономности системы мы можем дать им вполне определенные значения, в частности, положить равными нулю:

$$\begin{aligned} u(\varphi) &= \alpha \cos \varphi, \\ v(\varphi) &= \beta \cos \varphi + A \sin 2\varphi + B \sin 4\varphi, \end{aligned}$$

где коэффициенты A и B найдены выше с использованием тригонометрических рядов, а амплитуда α пока остается неопределенной. Согласно [3] нужно найти, при каких значениях амплитуды существуют такие периодические решения уравнений, которые приближали бы периодические решения порождающей системы. Следуя методике [4], начальное приближение для периода положим равным 2π .

Рассмотрим вначале второе уравнение (2.1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u(\varphi) &= \lambda \alpha \sin \varphi (\beta \sin \varphi + A \cos 2\varphi + B \cos 4\varphi) \times \\ &\times (c_0/2 + c_1 \cos \varphi + d_1 \sin \varphi + c_2 \cos 2\varphi + d_2 \sin 2\varphi), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где в последней скобке содержится последний сомножитель правой части уравнения (2.1), в разложении которого в ряд Фурье сохранены пять первых слагаемых. Теперь согласно методу малого параметра решение этого уравнения запишется в виде

$$u = u_0 + \lambda u_1 + \lambda^2 u_2 + \dots,$$

что предполагает далее подстановку в (3.1) с последующим приравнованием коэффициентов при одинаковых степенях λ .

Потребуем, чтобы функция $u(\varphi)$ удовлетворяла условиям [4]

$$u(\varphi + 2\pi) = u(\varphi), \quad u(0) = \alpha, \quad u'(0) = 0. \quad (3.2)$$

Приравнявая члены нулевой степени относительно λ , имеем $u_0'' + u_0 = 0$, что с учетом (3.2) приводит к формуле $u_0(\varphi) = \alpha \cos \varphi$. При дальнейшем приравновании членов первой степени относительно λ выявляется, что корень характеристического уравнения, равный 1, порождает резонанс. Имея целью найти периодические решения исходных уравнений, мы должны приравнять нулю коэффициент при $\sin \varphi$:

$$1/4\alpha(Aa_0 + Ac_2 + \beta c_1) = 0.$$

Из этого равенства определяется амплитуда $\beta = -Ac_1^{-1}(a_0 + c_2)$.

Далее аналогично рассматривается второе уравнение (2.1), из которого по такой же схеме определяется амплитуда α (при найденной амплитуде β). Так как все решения порождающей системы — периодические, то функции $u(\varphi)$ и $v(\varphi)$ определяют периодические решения для произвольных начальных условий, что соответствует искомым орбитам спутников.

1. Митропольский Ю. А., Лыкова О. Б. Интегральные многообразия в нелинейной механике. — М.: Наука, 1973.
2. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. — М.—Л.: ГИТТЛ, 1950.

3. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959.
4. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1952.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОГРАММЫ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ ПРИ ВЫВЕДЕНИИ ПОЛЕЗНОГО ГРУЗА НА КРУГОВУЮ ОРБИТУ ЗАДАННОЙ ВЫСОТЫ

А. Л. Пантюхов

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

В статье предложен способ формирования программы движения ракеты-носителя (РН), обеспечивающий в момент выведения достижение заданной высоты круговой орбиты и нулевого значения угла наклона траектории без применения итераций.

Способ основан на аппроксимации второй производной текущей высоты полета полиномом второй степени от времени.

Плоское движение РН (или баллистической ракеты), рассматриваемой как материальная точка, в вертикальной плоскости описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$\begin{aligned} V' &= \frac{P \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta, \\ \theta' &= \frac{P \sin \alpha + Y}{mV} - g \frac{\cos \theta}{V}, \\ h' &= V \sin \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $V = V(t)$ — модуль вектора скорости РН относительно Земли; $P = P(t)$ — тяга ДУ; X — аэродинамическая сила лобового сопротивления; Y — подъемная аэродинамическая сила; $m = m(t)$ — масса РН; $h = h(t)$ — высота полета РН; $\alpha = \alpha(t)$ — угол атаки; $\theta = \theta(t)$ — угол наклона вектора скорости к местному горизонту; $g = g(h)$ — ускорение земного притяжения.

Дифференцируя по времени третье уравнение системы (1), получаем

$$h'' = (V \sin \theta)' = V' \sin \theta + V \cos \theta \cdot \theta'. \quad (2)$$

Считаем аэродинамические силы на высоте более 100 км малыми и подставляем в (2) значения V' и θ' из первого и второго уравнений системы (1)

$$h'' = \frac{P \sin(\theta + \alpha)}{m} - g. \quad (3)$$

Уравнение (3) справедливо в любой момент времени движения на участке, где можно пренебречь аэродинамическими силами, тяга ДУ и расход топлива могут быть как постоянными, так и зависимыми от времени.

Считаем, что программа управления движением удовлетворяет стандартным требованиям и ограничениям [2].

Предлагаемый метод построения оптимальной программы выведения полезного груза на низкую круговую орбиту предполагает наличие у РН не менее трех ступеней. Если исследуемая РН имеет одну или две ступени, в математической модели алгоритма участок движения ступени искусственно разбивается на два или несколько участков. Под участком выведения будем понимать участок движения последней n -й ступени ($n \geq 3$) или его часть.

Вторая производная высоты (3) аппроксимируется на участке выведения полиномом второго порядка от времени, коэффициенты которого однозначно определяются по начальным и граничным условиям.

Для решения задачи поиска параметров оптимальной программы выведения полезного груза применен один из методов нелинейного программирования — метод случайного поиска с внутренним штрафом [3].

Поиск параметров траектории на участке выведения осуществляется в каждой попытке оптимизации в следующей последовательности:

- на каждом шаге оптимизации генерируется вектор оптимизируемых параметров, минимальная размерность которого равна 3 — максимальное значение угла дозвукового разворота α_m и скорости разворотов по тангажу ϑ'_{12} и ϑ'_{22} на второй ступени (при разбиении траектории до начала участка выведения на 3 ступени в число оптимальных параметров включаются две скорости разворота по тангажу на третьей ступени, и вектор параметров оптимизации будет иметь размерность 5 и т. д.);

- в каждой попытке оптимизации по известным массовым, геометрическим, энергетическим характеристикам и сгенерированному вектору параметров управления движением интегрируется система уравнений (1) до начала участка выведения, в момент $t_{wyw} = 0$ определяются значения скорости, высоты, углов наклона траектории и атаки V_0 , h_0 , θ_0 , α_0 ;

- на участке выведения в каждом узле интегрирования по известному значению времени определяются высота полета $h(t)$ и ее производные по времени $h'(t)$ и $h''(t)$, рассчитывается $g(h)$, $m(t)$, $P(t)$; из (3) определяется значение $\dot{f}_1(t) = \theta + \alpha$; из третьего уравнения (2) определяется $\theta = \arcsin(h'/V)$;

- определяется $\alpha = \dot{f}_1(t) - \theta$; интегрируется первое уравнение системы (1) для получения значения скорости в следующем узле интегрирования.

Полученное значение скорости в конце участка выведения является критерием оптимизации. Если после окончания заданного числа попыток оптимизации значение критерия получилось больше (меньше) первой космической скорости $V_{кр}(h_{зад})$ для заданной высоты выведения, масса полезного груза увеличивается (уменьшается) и начинается новый цикл оптимизации (время расчета в каждом цикле не превосходит одну минуту). Получение значения $\sin(\theta + \alpha) \geq 1$ считается неудачной попыткой в процессе оптимизации.

В качестве примера приведен расчет оптимальной траектории выведения из [4].

Для выведения полезного груза на круговую орбиту высотой 200 км применяется двухступенчатая РН (типа «Тор-Аджена D») с начальной массой полезного груза $m_{пн0} = 500$ кг. В результате оптимизации найдена оптимальная программа выведения полезного груза массой $m_{пн} = 820$ кг на круговую орбиту высотой 200 км.

Вывод. Предложен новый метод построения оптимальных программ выведения РН полезного груза на низкие круговые орбиты, для удовлетворения краевым условиям в конце участка выведения (конце АУТ) по высоте и углу наклона траектории не требуется применение штрафных функций и подбора коэффициентов штрафов.

1. Николаев Ю. М., Соломонов Ю. С. Инженерное проектирование управляемых баллистических ракет с РДТТ. — М.: Военное изд-во Министерства обороны СССР, 1979.
2. Алифанов О. М., Андреев А. Н., Гуцин В. Н. и др. Баллистические ракеты и ракетно-носители. — М.: Дрофа, 2004.
3. Программная реализация алгоритмов нелинейного программирования на Фортране. Научно-технический отчет № 298/335–1576–938н. Предприятие п/я М–5539, 1976.
4. Толпегин О. А. Оптимизация программы выведения полезного груза на низкую круговую орбиту. Учебное пособие. — СПб.: Балтийский государственный технический университет, 1998.

ЭФФЕКТЫ ДИСПЕРСИИ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Э. В. Прозорова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе приводится анализ положений, лежащих в основе математических моделей механики сплошной среды и кинетической теории. Предлагается включить в модель два типа новых эффектов: нелокальные эффекты и дисперсионные, т. е. рассматривается влияние нелокальности во времени и в пространстве и влияние момента количества движения на процессы, происходящие в газе и жидкости; дается новая трактовка вывода закона сохранения движения, не содержащая произвола в выборе оси вращения элементарного объема. Вычисляется изменение функции Лагранжа, связанное с движением оси вращения.

На основании анализа сформулированы выводы:

- 1) в качестве условий равновесия необходимо брать более общее условие-условие равновесия моментов сил, хотя условие равновесия сил остается, но с учетом несимметричности тензора напряжений;
- 2) должна выполняться замена разложения скоростей деформаций около оси элементарной ячейки разложением около оси инерции;
- 3) в ряде задач необходим учет запаздывания.

Каждый из эффектов рассматривается отдельно. Рассмотрен вопрос о связи дискретности среды с ее описанием с помощью механики сплошной среды. Вопрос важен как при обработке экспериментальных данных, так и при переходе от модели сплошной среды к дискретной в вычислительной механике и физике. Роль момента количества движения проявляется во всех процессах, связанных с неравномерным распределением частиц и других параметров. Представляется, что причиной турбулентности является именно обмен моментом количества движения. Влияние момента должно проявляться при закручивании концов наноматериалов, при росте трещин, в уравнениях состояния структурированных жидкостей (вода) и т. д. Были получены модифицированные уравнения энергии, движения, неразрывности и момента количества движения для бесструктурных частиц, учитывающие эффекты изменения момента количества движения в элементарном объеме. Уравнения следовали из модифицированного уравнения Больцмана. Это уравнение следовало из модифицированного уравнения Лиувилля. Для твердого тела использовалась классическая феноменологическая теория, но изменялась трактовка. Тензор напряжений в предложенной системе уравнений получается несимметричным. Установлена необходимость использования уравнения для момента количества движения в явном виде. Уточняются распределения макропараметров (плотности, скорости и температуры) в классическом методе Чепмена–Энскога. Формальный вид уточненного значения вязкости не меняется. Полевое описание (механика сплошной среды) подразумевает переход от дискретной среды к сплошной с устремлением расстояний между атомами (молекулами) к нулю. В разреженном газе возникает нестандартная ситуация, когда для описания производных (отношений бесконечно малых) мы применяем предел отношения приращения функции к приращению аргумента. Получается, что для записи производной по времени мы в условиях конечной длины свободного пробега (разреженный газ) учитываем только высокоскоростные составляющие, так как медленные столкновения не успевают произойти. Поэтому возникает необходимость использования второго члена ряда Тейлора для включения в работу остальных компонент или использовать среднее значение производной по времени, т. е. мы должны взять средние значения по времени для всех

слагаемых в уравнениях; по пространству в силу вывода определяются средние значения. Для конечной длины пробега молекул, когда число Кнудсена порядка единицы, в интеграле столкновений также необходимо принимать во внимание «запаздывание». Актуальным становится вопрос о влиянии дискретности среды при рассмотрении вопросов релаксации для сложных молекул. Во всех случаях в классической теории рассматривается предельный случай, когда объем — точка, но материальная точка (частица) — простейшая физическая модель в механике — идеальное тело, размерами и вращением которого можно пренебречь. Можно также считать размеры тела бесконечно малыми по сравнению с другими размерами или расстояниями в пределах допущений исследуемой задачи. Вывод законов сохранения в классической механике базируется на интегральных законах сохранения, стягивающихся в точку. Во второй классической теории переход к законам сохранения осуществляется путем использования для плотности суммы дельта функций от разности $(x_i - x)$, аналогично выстраиваются законы сохранения для количества движения и энергии. Элементарный объем может или сам вращаться вокруг оси инерции или быть вовлеченным во вращательное движение. В том и другом случаях поток. плотности через границу меняется на величину $\frac{d(\rho u)}{dr}(r' - r) + \dots$ за счет поворота элементарного объема. Вклад остальных компонент мал, принимая во внимание малость объема и отсутствие вращения на оси. Таким образом, переход от дискретной среды и обратно осуществляется без учета объемного распределения физических величин, точка статическая. Аналогичная ситуация наблюдается в квантовой механике. В неравновесных условиях: образование трещин, возмущения в плазме, и т. д. проявляются коллективные эффекты взаимодействия за счет образования неравномерных распределений физических величин. При механическом воздействии на кристаллические тела (сжатие, растяжение) перестраивается кристаллическая решетка и распределение электронов внутри объема и на поверхности. На наш взгляд неточность возникает при расчете функции Лагранжа частиц как суммы попарно взаимодействующих частиц. Положение оси инерции при равновесных условиях и при неравновесных условиях различно, что и обуславливает наличие коллективных эффектов. Интересно, что эффекты влияния момента количества движения и изменения положения центра инерции могут быть существенны и в квантовой механике при рассмотрении распада частиц на три и более частиц; при написании потенциала в уравнении Шредингера, при рассмотрении структуры ядра. Несимметричность тензора напряжений требует пересмотра некоторых положений теории упругости. Так, например, не удастся найти главных направлений осей для элементарного объема. Они получаются для каждой точки свои. Все сказанное необходимо учитывать при больших градиентах параметров. Безразмерными параметрами уравнений по-прежнему являются числа Рейнольдса и Маха. Анализ дополнен результатами вычислительных экспериментов в пограничном слое, в теории упругости [1–3].

1. *Evelina V. Prozorova*. Influence of the Delay and Dispersion In mechanics // Journal of Modern Physics. — 2014. — V. 5. — P. 1796–1805.
2. *Галаев О. Ю., Кононенко В. А., Прозорова Э. В.* Влияние эффектов дисперсии и запаздывания в механике при больших градиентах параметров // Химическая физика и мезоскопия. — 2015. — Т. 17, № 2. — С. 219–227.
3. *Evelina Prozorova*. The role of dispersion effects and delay for continuum mechanics // Proceeding of 16th International Workshop on New Approaches to High-Tech: Nano-Design, Technology, Computer Simulations. NDTCS-2015, September 22–25, 2015, Grodno, Belarus.

ГИПОТЕЗА ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ

А. В. Семянистый

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Гравитационное притяжение описывается законом всемирного тяготения Ньютона. Сила притяжения между двумя точечными массами пропорциональна произведению масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Существует единственный честный критерий истинности научных теорий — практика. Критерий практики был досконально конкретизирован В. И. Лениным как способ выделения истины [1]. Для признания несостоятельности теории достаточно единственного противоречия между теорией и достоверным опытным фактом.

Согласно работе [2] атмосфера Земли удерживает значительный отрицательный заряд в атмосфере в виде электронов, связанных с дипольными молекулами воды. Ионизирующее излучение Солнца и солнечный ветер уносят с поверхности звезды электроны в космическое пространство. Солнце приобретает положительный заряд, который стабилизируется натеканием электронов со стороны чередующихся полярных областей по причине вращения звезды, что наблюдается как периодическая одиннадцатилетняя солнечная активность. Положительно заряженное Солнце притягивает отрицательно заряженную Землю. Тяготение по Ньютону не учитывает наличие такого притяжения и является ошибочной гипотезой.

Повседневный опыт подтверждает существование гравитационного притяжения. Требуется адекватное понимание природы гравитации. Факты существования гигантских животных свидетельствуют о меньшей земной гравитации в прошлом. Малоубедительные свидетельства ссылаются на возможность управляемой левитации.

Постановка задачи. Необходимо разработать гипотезу гравитации, которая позволяет предсказать технические явления, допускающие проверку опытным путем. Гипотеза должна пояснить физическую причину: а) притяжения и отталкивания объектов, б) медленного роста Земной гравитации.

В основу гипотезы гравитации положим древнее утверждение, что подобное притягивает подобное. Например, наблюдается притяжение и отталкивание вращающихся вихрей в жидкости. Можно предположить две причины гравитации, а именно: а) вращение внутренних электронных оболочек атомов, б) вращение структур атомного ядра. Оба варианта имеют схожее физическое и математическое описание и в силу гидродинамической аналогии предполагают наличие эфира.

Воспользуемся терминологией классической механики. Квантование величин остается за рамками данной работы. Согласно наглядной кольцевой модели атома [3] электроны моделируются кольцевыми объектами, притяжение которых возможно при разнонаправленном вращении примыкающих колец, что соответствует для электронов спинам разного знака. Внешние электроны атомов молекулы соединены в жесткую структуру. Внутренние замкнутые электронные оболочки атомов имеют центрально симметричную структуру и содержат четное число электронов, т.е. не обладают собственным гироскопическим моментом. Внутренние замкнутые электронные оболочки атомов имеют достаточно места для свободного вращения. Так у углерода существует единственная внутренняя замкнутая электронная оболочка из двух электронов, подобная атому гелия. Вектор момента вращения I внутренней замкнутой оболочки атома углерода сохраняет модуль и направление в пространстве, поскольку экранируется в молекуле жестким отрицательно заряженным каркасом внешних электронов. В общем случае у атома существует несколько вложенных замкнутых оболочек.

Подобное притягивает подобное, поэтому для двух атомов углерода с параллельными векторами моментов вращения оболочек ожидается притяжение, а антипараллельными векторами — отталкивание.

Из общих соображений можно предположить, что сила притяжения F_{12} между двумя атомами второго периода таблицы Менделеева пропорциональна скалярному произведению векторов момента вращения $\vec{I}_1$ и $\vec{I}_2$ их внутренних замкнутых электронных оболочек и обратно пропорциональна квадрату расстояния R_{12} . Значение коэффициента пропорциональности G'_{12} должно зависеть от типа атомов $F_{12} = G'_{12}(\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2)R_{12}^{-2}$. Сила притяжения образцов будет определяться суммой парных взаимодействий их атомов.

Поскольку атомы формировались в далеком прошлом в космофизических процессах, испытывая значительные деформации, то изначально следует ожидать нулевое значение для вектора момента вращения внутренней оболочки атома.

Можно предположить эффективные способы возбуждения внутренних моментов, а именно: 1) воздействие вращающихся электромагнитных полей, 2) помещение вращающегося образца в поток космических лучей, 3) столкновение молекул с песчинками в закрученных потоках газа.

Приведем примеры по каждому способу.

1. Можно поместить образец во вращающееся магнитное поле с определенным направлением оси вращения и подобрать частоту вращения так, что будет возбуждаться вращение внутренней замкнутой оболочки, которое будет сохраняться достаточно долго. Заметим, что у атомов окружающего установку воздуха может также возбуждаться вращение внутренних оболочек. Возможно, для возбуждения вращения потребуется применять вращающиеся многополюсные магнитные и электрические поля при воздействии ультразвука. Меняя направление вращения магнитного поля можно менять знак гравитационного взаимодействия образца, что следует использовать для создания летательных аппаратов. Утверждение требует опытного подтверждения.

2. Мантия планеты Земля, подвергаясь воздействию космических лучей, передает внутренним оболочкам атомов направленный момент вращения Земли. Это должно приводить к медленному увеличению суммарного вектора внутреннего момента атомов планеты Земля. Соответственно, происходит возрастание земной гравитации за миллиарды лет. Факт находится в согласии с гипотезой.

3. Пыльные бури передают через столкновения молекул с песчинками направленный момент одного направления на внутренние замкнутые оболочки атомов воздуха. Возросшее притяжение между атомами увеличивает плотность воздуха и после формирования в результате диффузии распределенной оптической системы громадных размеров появляется возможность наблюдать удаленные предметы, что известно как явление миража (Элдридж?). Факт находится в согласии с гипотезой.

Выводы. Тяготение по Ньютону является ошибочной гипотезой. Требуется проверка гипотезы знакопеременной гравитации на практике. В случае подтверждения гипотезы знакопеременной гравитации придется сделать вывод, что существование эфира сознательно фальсифицировалось с целью предотвращения создания полезных летательных аппаратов типа летающей тарелки.

1. Ленин В. И. Материализм и эмпириокритицизм // ПСС. — 5-е изд. — Т. 18. — 526 с.
2. Семянистый А. В. К вопросу о физической природе Всемирного потопа // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 570–571.
3. Кожевников Д. Н. Кольцеобразные модели молекул // Журнал физической химии. — 1996. — Т. 70, № 6. — С. 1134–1137.

КИНЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ*

Л. И. Турчак, Г. А. Цветков, В. И. Шематович

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Одним из эффективных средств математического моделирования неравновесных физико-химических систем химически реагирующего разреженного газа вблизи твердых поверхностей в целях решения задач космической аэродинамики является метод численного статистического моделирования [1].

Взаимодействие газа с твердой поверхностью в условиях малой плотности и высокой температуры обычно сопровождается образованием надтепловых (т.е. с избытком кинетической/внутренней энергии) частиц. При этом физико-химические процессы на границе раздела фаз строго описываются системой кинетических уравнений Больцмана, с учетом внутренних степеней свободы и химических реакций. Для решения этой системы эффективен метод статистического моделирования [2], причем процессы на молекулярном уровне описываются вероятностно. Метод позволяет моделировать течения химически активного газа верхней атмосферы Земли вблизи поверхности тел любого происхождения. Ведь в термодинамическом смысле она является возмущаемой электромагнитным и корпускулярным излучением Солнца открытой системой, в которой при фотолитической или ударной диссоциации и ионизации молекулярных составляющих, а также в ходе экзотермических химических реакций образуются надтепловые и возбужденные частицы. Физико-химия верхних атмосфер планет вообще включает фотолитические, электрон-ударные, химические, ион-молекулярные реакции, а также и реакции рекомбинации. Для ее моделирования чаще используют «тепловые» фотохимические модели, но исследуется и роль нетепловых (энергетически активных) частиц в физико-химии верхней атмосферы [3]. Учет образующиеся в результате воздействия солнечных УФ-фотонов и фотоэлектронов, (а также в экзотермических фотохимических реакциях) частиц важен при анализе процессов в верхней атмосфере. Причем неравновесные коэффициенты скорости реакций (особенно с высокими энергиями активации) между такими частицами и газом атмосферы выше, чем для «тепловых» реакций в силу более высоких концентраций частиц в зоне сверхтепловых энергий, по сравнению со случаем локально равновесных распределений. Экспериментальные исследования атмосфер показали, что физико-химия их верхних слоев сильно зависит от надтепловых частиц, образующиеся из-за потоков УФ-излучения Солнца и заряженных частиц, причем они не термализуются полностью в атмосфере.

Существенным достоинством стохастического подхода является возможность анализа неравновесной химии на микроскопическом уровне. В частности, для таких систем важно рассчитать функции распределения (здесь и ниже ФР) частиц газовой среды по энергиям поступательных и внутренних степеней свободы. В работах [3, 4] было показано, что стационарные распределения надтепловых частиц по кинетической энергии являются неравновесными и характеризуются более высокой заселенностью области сверхтепловых энергий по сравнению с атмосферным газом, так что процессы образования и динамики надтепловых атомов водорода, азота и кислорода и приводят к формированию горячих планетных корон, обнаруженных в верхних атмосферах планет при помощи ИСЗ и КА.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 14-02-00838а и 16-07-01072а).

Стохастический подход был также применен и для построения кинетической модели надтепловых («горячих») атомов кислорода и азота в термосфере Земли. В результате решена одна из важных проблем физики ее верхней атмосферы — построена кинетическая модель процессов с надтепловыми атомами кислорода и азота в термосфере. Показано, что они полностью не термализуются, и что в результате здесь у них формируются неравновесные ФР, что влияет на появление активных примесей в нижней термосфере. Была развита и усовершенствована кинетическая модель горячего кислорода в земной атмосфере. Учтены характерные для термосферных высот фотохимические источники частиц с избытком тепловой энергии. Эти «свежие» надтепловые атомы кислорода с кинетическими энергиями вплоть до нескольких эВ (кинетическая или горячая компонента) теряют свою энергию в упругих и неупругих столкновениях с тепловыми атомами кислорода на высотах > 200 км. Релаксационные же столкновения с окружающим газом приводят к каскадному формированию вторичных горячих атомов кислорода. Строгий расчет неравновесных ФР надтеплового кислорода показал, что горячая кислородная геокорона заселяется и за счет тепловых атомов с кинетическими энергиями из надтепловой области распределения Максвелла, и за счет надтепловых атомов фотохимического происхождения. Выяснено, что горячий кислород является одним из факторов формирования наблюдаемого в экспериментах избытка ультрафиолетовой эмиссии атомарного кислорода. Модель применялась и в анализе кинетики и переноса метастабильного состояния $O(1D)$ в верхней атмосфере. Полученные ФР по тепловым и сверхтепловым энергиям состояния $O(1D)$ позволили рассчитать температуру земной термосферы в ночное и дневное время [4].

В недавних работах было оценено возможное влияние фракции горячего кислорода на торможение ИСЗ в верхней атмосфере на основе теоретической модели горячей кислородной геокороны, рассчитаны функции распределения атомов кислорода по кинетической энергии в диапазоне высот 300–700 км. На рис. 1 представлены результаты расчетов ФР атомов кислорода на высоте 700 км в области полярного каспа (оси абсцисс/ординат — кинетическая энергия атомов кислорода в [эВ] и соответственно плотность атомов O в $[см^{-3} \cdot эВ^{-1}]$). Сплошной и прерывистой линиями показаны вклады в населенность атомов кислорода в горячей геокороне за счет высыпания магнитосферных электронов и протонов, соответственно. Фракция атмосферных атомов кислорода для области надтепловых кинетических энергий выделена штрих-пунктирной линией.

Таким образом, для спутников с орбитами выше 500 км вклад горячего кислорода в торможение ИСЗ заметно превышает десятки процентов и обязательно должен учитываться при интерпретации данных измерений при помощи акселерометров. Для спутников с низкими орбитами вклад короны важен в случае активных высыпаний вследствие геомагнитных бурь.

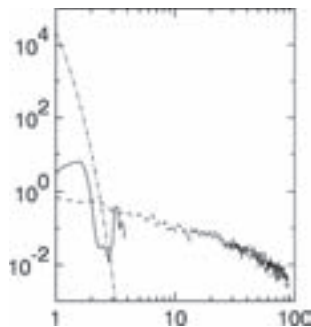


Рис. 1

1. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. — М.: Физматлит, 1994. — 436 с.
2. Pyarnpuu A. A., Tsvetkov G. A., Shematovich V. I. Kinetic simulation of chemical reactions in the rarefied multicomponent gas near solid surface // Rarefied Gas Dynamics (ed. by A. Beylich). — New York: VCH, 1991. — P. 1385–1390.

3. Турчак Л. И., Цветков Г. А., Шематович В. И. Кинетика химических реакций вблизи и на поверхности твердого тела в атмосфере // Материалы XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2011), 25–31 мая 2011 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-Принт, 2011. — С. 627–629.
4. Shematovich V. I., Gerard J.-C., Bisikalo D. V., and Hubert B. Thermalization of O(1D) atoms in the thermosphere // J. Geophys. Res. — 1999. — V. 104. — P. 4287–4295.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕЛ ИЗ НЕСЖИМАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А. И. Абдрахманова, Л. У. Султанов

КФУ, Казань, Россия

Вопросы о моделировании поведения упругих несжимаемых материалов имеют большое значение в современной жизни. Несжимаемые материалы, к которым относятся резины и другие эластомеры, являются наиболее важными объектами исследования нелинейной теории упругости. Это объясняется, прежде всего, их уникальной способностью значительно деформироваться при сравнительно небольших нагрузках, изменять форму при механическом нагружении, практически сохраняя постоянный объем и упругие свойства.

В работе приводится методика исследования конечных упругих деформаций несжимаемых материалов. Кинематика описывается левым тензором Коши–Грина (мера деформации Фингера), тензором пространственного градиента скорости и тензором деформации скорости. Вводится удельная потенциальная энергия деформации, которая зависит от левого тензора Коши–Грина.

Для описания напряженного состояния используется тензор истинных напряжений Коши–Эйлера, который определяется в текущем состоянии. Также приводится процедура получения линеаризованных определяющих соотношений.

Алгоритм исследования основан на методе последовательных нагружений. В качестве базового уравнения принимается вариационное уравнение мощностей в актуальном состоянии. После линеаризации представляется получение разрешающей системы линейных алгебраических уравнений, где неизвестным является приращение перемещений в текущем времени. Для учета несжимаемости применяется метод штрафов.

Таким образом, в работе построена методика численного исследования трехмерных тел, для которых физические соотношения задаются с помощью упругого потенциала. Получены линеаризованные определяющие соотношения и разрешающее уравнение. Численная реализация основана на методе конечных элементов на базе восьмиузлового полилинейного элемента. Был решен ряд задач, демонстрирующих работоспособность полученной методики.

1. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные уравнения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, кн. 1. — С. 29–37.
2. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, кн. 3. — С. 122–132.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №15-01-08733, 15-41-02557.

3. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. III. Постановки задачи и алгоритмы решения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2009. — Т. 151, кн. 3. — С. 108–120.
4. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечнoэлементная реализация. Примеры решения задач // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2010. — Т. 152, кн. 4. — С. 115–126.
5. *Abdrakhmanova A. I., Sultanov L. U., Davydov R. L.* Investigation of strain of solids for incompressible materials // *Applied Mathematical Sciences*. — 2015. — V. 9, No. 118. — P. 5907–5914.
6. *Abdrakhmanova A. I., Sultanov L. U., Fakhrutdinov L. R.* Calculation of Incompressible Hyperelastic Bodies // *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. — 2015. — V. 11, No. 6. — P. 5153–5162.
7. *Bonet J., Wood R. D.* Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. — USA, 1997. — 283 p.
8. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм исследования больших упругопластических деформаций // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, № 5. — С. 1237–1244.
9. *Sultanov L. U.* Mathematical modeling of deformations of hyperelastic solids // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 143. — P. 7117–7124.
10. *Sultanov L. U., Davydov R. L.* Mathematical modeling of large elastic-plastic deformations // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 60. — P. 2991–2996.
11. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Решение задачи о больших упругопластических деформациях методом конечных элементов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2012. — Т. 154, Кн. 4. — С. 17–25.
12. Хасанов Р. Ф., Андреев А. П., Скворцов А. П., Саченков О. А., Яшина И. В. Биомеханическое обоснование хирургического лечения болезни Легг–Кальве–Пертеса // Практическая медицина. — 2015. — № 4-1. — С. 200–203.
13. Андреев П. С., Коноплев Ю. Г., Саченков О. А., Хасанов Р. Ф., Яшина И. В. Математическое моделирование ротационной флекссионной остеотомии // Научно-технический вестник Поволжья. — 2014. — № 5. — С. 18–21.
14. Гайсин Р. Р., Никифорова А. В., Кугуракова В. В., Саченков О. А. Трехмерная платформнезависящая визуализация данных томографии // Научно-технический вестник Поволжья. — 2013. — № 4. — С. 137–139.
15. Гайсин Р. Р., Закиров Р. Х., Зарипов Р. А., Никифорова А. В., Саченков О. А. Трехмерная реконструкция внутренних органов с одним характерным размером на основе компьютерной томографии // Практическая медицина. Актуальные проблемы медицины. — 2013. — Т. 1, № 1–2(69). — С. 22–24.
16. Бережной Д. В., Паймушин В. Н. О двух постановках упругопластических задач и теоретическое определение места образования шейки в образцах при растяжении // ПММ. — 2011. — Т. 75. — Вып. 4. — С. 635–659.
17. Бережной Д. В., Паймушин В. Н. Математическое моделирование этапов строительства сложных сооружений по трансформирующимся расчетным схемам // Научные технологии. — 2005. — Т. 6, № 8–9. — С. 59–64.
18. *Sagdatullin M. K., Berezhnoi D. V.* Statement of the Problem of Numerical Modelling of Finite Deformations // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 35. — P. 1731–1738.
19. *Sagdatullin M. K., Berezhnoi D. V.* Nonlinear Problem on Hyperelastic Deformation of the Shell of Average Thickness FEM // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 60. — P. 2965–2972.
20. *Berezhnoi D. V., Sachenkov A. A., Sagdatullin M. K.* Geometrically nonlinear deformation elastoplastic soil // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 127. — P. 6341–6348.

21. *Berezhnoi D. V., Sachenkov A. A., Sagdatullin M. K.* Research of interaction of the deformable designs located in the soil // *Applied Mathematical Sciences*. — 2014. — V. 8, No. 143. — P. 7107–7115.
22. *Golovanov A. I., Sultanov L. U.* Numerical investigation of large elastoplastic strains of three-dimensional bodies // *International Applied Mechanics*. — 2005. — V. 41, No. 6. — P. 614–620.
23. *Голованов А. И., Султанов Л. У.* Исследование закритического упругопластического состояния трехмерных тел с учетом конечных деформаций // *Известия вузов. Авиационная техника*. — 2008. — №4. — С. 13–16.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ МНОГОКРАТНОМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ*

Н. А. Абросимов, А. В. Елесин

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Цилиндрические оболочки являются основным элементом силовых корпусов взрывозащитных контейнеров и камер, а композитные материалы с успехом заменяют традиционные — благодаря уникальным свойствам, особенно высокой способностью к поглощению энергии. Широкое использование композитных материалов в защитных конструкциях, подверженных действию высокоинтенсивных импульсных нагрузок, делает актуальным исследование динамической реакции и прочности слоистых композитных цилиндрических оболочек.

Цель данной работы — разработка методики численного моделирования процесса прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек при многократном нагружении импульсом внутреннего давления.

Кинематическая модель деформирования слоистого пакета основывается на прикладной геометрически нелинейной теории оболочек [1]. Формулировка геометрических зависимостей базируется на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости. Физические соотношения элементарного слоя формулируются на основе обобщенного закона Гука для ортотропного материала с учетом гипотез прикладной теории оболочек. Процесс прогрессирующего разрушения оболочки описывается в рамках модели деградации жесткостных характеристик элементарных слоев многослойного пакета, которая базируется на критерии ХOFFMана для композитного материала [2] и на критерии максимальных напряжений для волокон. Процесс накопления поврежденности в материале оболочки, обусловленный многократным приложением импульсной нагрузки, учитывается посредством вычислительной схемы, в которой расчет текущего напряженно-деформированного состояния осуществляется с жесткостными характеристиками, полученными в рамках модели их деградации при предыдущем нагружении. Считаем, что исчерпание несущей способности оболочки происходит в момент обнуления в каком-либо поперечном сечении всех жесткостных характеристик. Энергетически согласованная система уравнений движения прикладной теории цилиндрических

*Работа выполнена при частичном финансировании в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки (проект №2014/134 2226) и грантов РФФИ (проекты №15-08-04268 А, №16-08-01124 А).

оболочек выводится из условия минимизации функционала полной энергии оболочки [3]. Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [3].

Рассматривалась оболочка радиусом внутренней поверхности $R = 0,15$ м, толщиной $h = 0,0102$ м и длиной $L = 4R$, выполненная из стеклопластика. Иллюстрация процесса разрушения оболочки со структурой армирования $[\pm 45^\circ, 90^\circ_2]_4$ при многократном нагружении зарядом ВВ массой $m = 0,105$ кг представлена на рис. 1, на котором показана кинетика развития зон разрушения по толщине пакета слоев в центральном сечении оболочки для пяти последовательных нагружений.

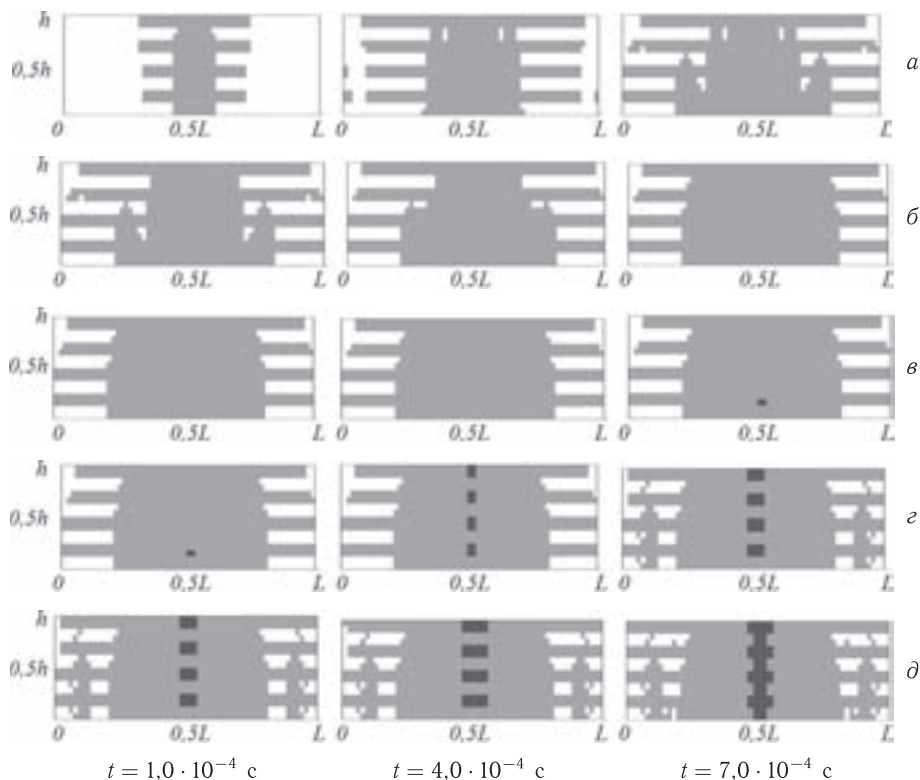


Рис. 1. Кинетика зон разрушения по толщине оболочки: а — первое нагружение, б — второе нагружение, в — третье нагружение, г — четвертое нагружение, д — пятое нагружение

Здесь светлый фон соответствует зонам, в которых разрушения отсутствуют; серый фон — зонам разрушения матрицы; в зонах черного фона происходит разрушение волокон. Процесс разрушения стеклопластиковых оболочек при многократных импульсных воздействиях аналогичен ранее полученным результатам при однократном нагружении [4], что свидетельствует о слабом влиянии скорости деформации на характер возникающих в композите повреждений.

Предложенная расчетная модель позволяет с удовлетворительной точностью описывать процесс послойного прогрессирующего разрушения стеклопластиковых цилиндрических оболочек при многократных импульсных воздействиях. Значения предельных окружных деформаций при многократном импульсном нагружении примерно на порядок меньше по сравнению с соответствующими предельными

значениями при однократном нагружении, что удовлетворительно согласуется с результатами экспериментальных испытаний [5].

1. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.
2. *Браутман Л., Крок Р.* Композиционные материалы. Т. 2. Механика композиционных материалов. — М.: Мир, 1978. — 568 с.
3. *Абросимов Н. А., Баженов В. Г.* Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
4. *Абросимов Н. А., Елесин А. В., Пирогов С. А.* Численный анализ неосесимметричного деформирования и прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. — 2015. — Т. 77, №1. — С. 23–32.
5. *Сырунин М. А., Федоренко А. Г., Иванов А. Г.* Динамическая прочность цилиндрических оболочек из стеклопластика при многократном взрывном нагружении // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, №6. — С. 102–107.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОПЛАСТИКОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ*

Н. А. Абросимов, Н. А. Новосельцева

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Растущее применение композитных материалов при создании конструкций современной техники обуславливает значительный интерес к исследованию характерных особенностей их динамического поведения и прочности. В частности композитные материалы весьма перспективны для защитных силовых оболочек химических и ядерных реакторов, рассчитанных на сохранение своей работоспособности как в номинальных режимах работы, так и при аварийных ситуациях, сопровождающихся резким увеличением нагрузок на несущие элементы. Основным несущим элементом подобных защитных конструкций являются, как правило, композитные цилиндрические оболочки.

Одной из основных задач, возникающих при разработке защитных металлокомпозитных конструкций, является определение рациональной схемы армирования в зависимости от реализуемого нагружения. Для двухслойных конструкций, изготовленных намоткой однонаправленного композитного материала на металлическую оправку, важно знать насколько полно реализуется прочность силовых волокон на уровне композитного слоя и какие предельные характеристики компонентов определяют прочность конструкции.

Цель данного исследования — разработка методики численного анализа предельной деформируемости и прочности двухслойных металлопластиковых цилиндрических оболочек, нагруженных импульсом внутреннего давления от взрыва в центре оболочки сферического заряда взрывчатого вещества.

Полагается, что двухслойная цилиндрическая оболочка образована перекрестной намоткой композитной ленты на технологическую оправку, изготовленную из

*Работа выполнена при частичном финансировании в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки (проект №2014/134 2226) и грантами Российского фонда фундаментальных исследований (№15-08-04268, №16-08-01124).

малоуглеродистой стали. При этом геометрические и физико-механические характеристики оболочки таковы, что для достоверного описания не только мембранного, но и трансверсального напряженного состояния необходимо использовать кинематическую модель деформирования, основанную на неклассической теории оболочек. Для этого компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными рядами по ортонормированным полиномам Лежандра [1].

Построение геометрических зависимостей базируются на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости.

Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитном слое устанавливается на основе закона Гука для ортотропного тела в сочетании с теорией эффективных модулей. При этом допускается локальное разрушение элементарных слоев в пакете многослойного композита. Напряжения в металлическом слое определяются теорией течения с линейным упрочнением.

Таблица 1

Результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных

Толщина композитного слоя, мм	Толщина стального слоя, мм	Наружный радиус оболочки, мм	Масса заряда, г	Максимальная окружная деформация растяжения в центральном сечении, %	Состояние оболочки
					эксперимент расчет
6,70	—	81,70	23,80	2,20	не разрушилась, отслоение на внутренней поверхности
				1,89	не разрушилась, есть трещины в связующем
6,60	1,00	81,60	46,00	2,90	не разрушилась, стальной слой потерял устойчивость
				2,76	не разрушилась, есть разрушение связующего и некоторых волокон
6,79	1,00	81,80	30,10	1,72	не разрушилась
				1,69	есть разрушение связующего

Модель деградации жесткостных характеристик многослойного пакета формулируется на базе критерия Хоффмана [2] для связующего и критерия максимальных напряжений для волокон, вычисленных в осях ортотропии слоя. В процессе деформирования и трещинообразования связующего предполагается жесткое сцепление между соседними слоями. Многослойный пакет находится в условиях объемного напряженного состояния.

Для построения энергетически согласованной разрешающей системы уравнений движения металлокомпозитной цилиндрической оболочки используется принцип возможных перемещений [3].

Численная реализация сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [4], а разработанные алгоритмы ориентированы на использование многопроцессорных вычислительных систем. Расчеты проводились на суперкомпьютере «Лобачевский».

В табл. 1 представлены результаты сравнительного анализа численного и экспериментального исследования [5] предельной деформируемости и прогрессирующего разрушения макрокомпозитного слоя металлопластиковой оболочки. Здесь в числителе приведены экспериментальные данные, а в знаменателе — результаты расчетов.

Предложенная расчетная модель позволяет с удовлетворительной точностью описывать процесс разрушения композитного макрослоя металлопластиковой цилиндрической оболочки.

1. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
2. Браутман Л., Крок Р. Композиционные материалы. Том 2: Механика композиционных материалов. — М.: Мир, 1978. — 568 с.
3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987. — 512 с.
4. Абросимов Н. А., Елесин А. В., Лазарев Л. Н., Новосельцева Н. А. Численный анализ прочности стеклопластиковых цилиндрических оболочек различной структуры при импульсном нагружении // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ. — 2013. — Вып. 75(4). — С. 288–295.
5. Русак В. Н., Федоренко А. Г., Сырунин М. А. и др. Предельная деформируемость и прочность базальтопластиковых оболочек при внутреннем взрывном нагружении // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, №1. — С. 186–195.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ МОДЕЛЕЙ МЕЖФАЗНЫХ ИНТЕРФЕЙСОВ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА*

С. В. Астафуров^{1,2}, Е. В. Шилько^{1,2}, А. С. Григорьев¹, С. Г. Псахье^{1,2}

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Важной задачей при моделировании гетерогенных многофазных материалов и сред, включая металлокерамические композиционные материалы, является задание структуры и свойств границ раздела различных фаз. При этом необходима информация о влиянии прочности и реологии межфазных границ на интегральный отклик и особенности разрушения материала. В настоящее время наиболее широко используются три типа моделей межфазных интерфейсов: модель «узкой» (бесконечно тонкой) границы раздела, модель протяженной интерфейсной зоны, геомет-

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (Идентификатор проекта RFMEFI61315X0049 «Решение задачи наноструктурирования высокотвердой керамической фазы в поверхностных слоях металлокерамических материалов, предназначенных для работы в условиях экстремальных термомеханических нагрузок, на основе компьютерного дизайна»).

рические и механические свойства которой определяются на основе подхода геометрически необходимых дислокаций, и модель протяженной переходной области, характеризующейся градиентом механических свойств. Применение той или иной модели (или их комбинации) определяется условиями получения композиционного материала, соотношением упругих и пластических свойств компонентов и, соответственно, возможностями упрощения описания межфазной границы как отдельного структурного элемента композиции. Для получения адекватных результатов моделирования необходимым этапом построения модели композиционного материала является изучение влияния выбранного приближения к описанию межфазной границы на интегральные механические свойства фрагмента металлокерамического композита, включающего, помимо межфазной границы, и прилегающие области керамического включения и металлического связующего. Поэтому в работе на основе компьютерного моделирования методом подвижных клеточных автоматов проведен анализ влияния различных моделей межфазных границ на механическое поведение микроскопического фрагмента композиционного материала, содержащего участок межфазной границы.

В качестве модельного объекта в работе рассматривалась межфазная граница модельного металлокерамического композиционного материала, состоящего из нихромовой металлической матрицы с керамическими включениями из карбида титана. Анализ полученных результатов моделирования показал, использование модели «узкой» межфазной границы (единственными параметрами которой являются параметры используемого критерия разрушения) не позволяет в полной мере исследовать особенности влияния свойств и строения интерфейсных областей на интегральные свойства композиционных материалов. В частности, при использовании такого подхода разрушение системы в процессе растяжения происходит путем формирования разрушающей макротрещины в менее прочном материале.

Существующие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в зависимости от химического состава, условий производства и последующей обработки композиционного материала в нем могут формироваться межфазные зоны различной ширины. В ряде случаев (например, для включений субмикроскопического и наноскопического масштабов) протяженность этих зон может существенно превышать размеры дисперсных включений и при высоких концентрациях включений достигать величины характерного расстояния между включениями. Свойства таких межфазных переходных зон существенно отличаются от свойств металлического связующего и определяются плотностью геометрически необходимых дислокаций, обусловленных несоответствием коэффициентов температурного расширения и упругих констант материалов включений и матрицы. Поэтому в работе проведен анализ влияния механических и реологических свойств межфазного интерфейса конечной ширины на механический отклик модельного микроскопического фрагмента металлокерамического композита. Моделировалось одноосное растяжение двумерных модельных образцов, включающих смежные области карбида титана и нихромового сплава, разделенных интерфейсной зоной. Анализировалось влияние величины модуля Юнга, предела упругости и величины коэффициента деформационного упрочнения интерфейсной зоны на интегральную величину предельной деформации и прочность моделируемой системы. Результаты компьютерного моделирования, в частности, показали, что увеличение предела упругости и коэффициента деформационного упрочнения межфазной границы по сравнению с соответствующими значениями для нихромового сплава, приводит к существенному увеличению прочности, коэффициента деформационного упрочнения и величины предельной деформации фрагмента «широкой» межфазной границы. Это связано с тем, что

присутствие «широкой» межфазной границы с более высокими по отношению к нихромовому сплаву реологическими характеристиками приводит к значительному усилению степени локализации деформаций в наиболее «мягких» и пластичных областях композита (материале связующего). Это сопровождается увеличением интегральных прочностных и реологических свойств материала.

Зачастую межфазные границы раздела в композиционных металлокерамических материалах характеризуются градиентом элементного состава, дефектности и, как следствие, механических свойств при переходе от керамических включений в объем металлического связующего. Поэтому в работе проанализировано влияние градиента реологических свойств в протяженной интерфейсной зоне на интегральные механические характеристики модельных образцов. Для этого в рассматриваемой интерфейсной зоне задавались градиенты величины предела упругости и коэффициента деформационного упрочнения при переходе от границы интерфейса с карбидом титана к границе интерфейса с нихромовой матрицей. Результаты расчетов показали, что задание градиента реологических свойств внутри интерфейсной зоны приводит к значительному увеличению интегральной «пластичности», прочности и коэффициента деформационного упрочнения рассмотренных модельных образцов. Описанное влияние градиентной структуры протяженных межфазных границ на интегральный отклик микроскопического фрагмента модельного металлокерамического композита определяется тем, что плавное изменение свойств при переходе от пластичного металлического связующего к упруго деформируемому жесткому карбидному включению приводит к еще большей (по сравнению с образцом с однородным интерфейсом) локализации деформаций в нихромовом сплаве. При этом наличие в интерфейсной зоне областей с близкими к нихромовому сплаву реологическими характеристиками позволяет частично перевести процесс локализации деформаций внутрь интерфейсной области.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ХРУПКИХ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ И СРЕД, НАХОДЯЩИХСЯ В СТЕСНЕННЫХ УСЛОВИЯХ*

С. В. Астафуров^{1,2}, Е. В. Шилько^{1,2}, С. Г. Псахье^{1,2}

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Хорошо известно, что массивы горных пород характеризуются сложным и достаточно неоднородно распределенным напряженным состоянием, важной особенностью которого является наличие стесненных условий. При этом хрупкие пористые геологические материалы и среды могут демонстрировать интегральный неупругий отклик в условиях действия высоких сжимающих напряжений. Пластическое поведение таких материалов принято описывать законами течения, особенностью которых является зависимость неупругого отклика материала от давления. Определение механических и реологических характеристик пористых геологических материалов является достаточно сложной задачей, перспективным способом решения которой является использование компьютерного моделирования. При этом необходимо корректно определить набор тестов (компьютерных экспериментов). В частности, проведение компьютерного моделирования тестов на одноосное сжа-

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

тие/растяжение и сдвиг позволяет определить прочностные и упругие характеристики модельных образцов исследуемых материалов. В то же время для корректного определения интегральных реологических характеристик хрупких пористых геоматериалов данные модельные испытания должны быть дополнены аналогичными тестами, реализуемыми в стесненных условиях.

В работе на основе компьютерного моделирования методом подвижных клеточных автоматов проведено численное исследование особенностей механического отклика пористых модельных образцов песчаника при осевом сжатии в условиях действия постоянного бокового давления. Целью этого исследования было определение предела упругости и параметров предельной поверхности материала. Анализ результатов моделирования показал, что начиная с некоторой пороговой величины бокового давления стесненные пористые образцы демонстрируют неупругий отклик. При этом с увеличением бокового давления имеет место увеличение предела упругости и длины необратимого участка кривых нагружения. Необходимо отметить, что одним из наиболее широко используемых в моделях пластичности горных пород условий наступления неупругого отклика является условие Мизеса–Шлейхера:

$$\sigma_{MS} = \beta \sigma_{\text{mean}} + \frac{\sigma_{\text{int}}}{\sqrt{3}} = Y, \quad (1)$$

где β — коэффициент внутреннего трения, Y — напряжение, при котором наступает предельное состояние в условиях чистого сдвига (сцепление), σ_{mean} и σ_{int} — среднее напряжение (давление) и интенсивность напряжений соответственно. В соотношении (1) значения σ_{mean} и σ_{int} определяются условиями нагружения и зависят от граничных условий и текущей деформации образца. Для определения предельной поверхности необходимо из результатов компьютерного моделирования найти два неизвестных (β и Y) в соотношении (1). Это можно сделать, определяя величины предела упругости моделируемого материала на сжатие при разных значениях бокового давления (σ_{lat}) и вычисляя интегральные (для образца) значения параметра $\sigma_{MS}(\sigma_{\text{lat}})$ в точке начала неупругой стадии деформирования. Исходя из требуемого в (1) условия независимости величины сцепления Y от особенностей напряженного состояния, можно определить величину коэффициента внутреннего трения, при которой значения σ_{MS} в точке начала неупругой стадии деформирования будут одинаковы для различных σ_{lat} . Анализ результатов компьютерного моделирования для рассматриваемой модельной системы показал, что такое значение β существует. Например, для песчаника с пористостью 10% оно составляет $\beta \approx 0,514$. Это подтверждает адекватность применения критерия Мизеса–Шлейхера для построения предельной поверхности хрупких пористых материалов. Отметим также, что полученное значение $\beta \approx 0,514$ хорошо согласуется с существующими оценками величины этого параметра для песчаников.

Подставив полученное значение β в (1), можно определить величину сцепления и определить закон течения $Y(\varepsilon_{MS})$, где $\varepsilon_{MS} = \varepsilon_{\text{int}}/\sqrt{3} + K\beta\varepsilon_{\text{mean}}/3G$ (K и G — модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно, ε_{int} и $\varepsilon_{\text{mean}}$ — интенсивность полных деформаций и средняя полная деформация соответственно). Анализ полученных зависимостей $Y(\varepsilon_{MS})$ для различных значений бокового давления σ_{lat} , показал, что они характеризуются двумя основными участками. На первом (до определенной величины ε_{MS}^c) они имеют характер близкий к линейному и практически совпадают. Это свидетельствует о том, что коэффициент внутреннего трения на этом участке является постоянным, а также о том, что предложенная форма записи «единой кривой упрочнения» как зависимости $Y(\varepsilon_{MS})$ является корректной. При больших значениях $\varepsilon_{MS} > \varepsilon_{MS}^c$ кривые $Y(\varepsilon_{MS})$ становятся существенно нели-

нейными и начинают расходиться. Такие особенности поведения кривых $Y(\varepsilon_{MS})$ определяются тем, что начало стадии неупругого деформирования пористого материала связано с формированием отдельных повреждений, которые постепенно объединяются в небольшие трещины. При пороговом значении $\varepsilon_{MS} = \varepsilon_{MS}^c$ сформировавшиеся повреждения и мелкие трещины объединяются в разрушающие образец макротрещины, и материал теряет целостность. Неупругое поведение образца при высоких значениях ε_{MS} связано с локализацией деформаций на макротрещине в виде относительного проскальзывания сформировавшихся блоков. Таким образом, участок расхождения кривых $Y(\varepsilon_{MS})$ соответствует деформированию не целостного образца, а фрагментированной (блочной) системы. Полученные результаты свидетельствуют о необходимости осторожного отношения к интерпретации получаемых экспериментальных кривых нагружения в стесненных условиях. В частности, как свидетельствуют результаты моделирования, предельное условие Мизеса–Шлейхера (1) может корректно применяться только для описания начального участка неупругого деформирования хрупких материалов (до момента его разделения на фрагменты). Для определения границы этого участка необходимо проведение нескольких экспериментов при различных степенях стеснения. На участке, соответствующем деформированию фрагментированного материала, связь пластического поведения с давлением становится нелинейной, и должна описываться более сложными законами течения.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МЕРОМОРФНЫМ СИМВОЛОМ, ВОЗНИКАЮЩИХ В КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧАХ*

В. А. Бабешко¹, А. С. Мухин², В. Л. Шестопалов¹, Ю. Б. Елецкий¹

¹ИОНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия

Интегральный метод факторизации, восходящий к работам Н. Винера [1], позволил численно-аналитически исследовать многочисленные смешанные граничные задачи механики сплошных сред, математической и теоретической физики [2–7]. Всецело связанный с факторизацией функций и матриц-функций одной комплексной переменной, метод удалось приспособить для применения в двумерных областях с гладкой границей. Так, в монографии [2] изложены варианты применения метода факторизации к интегральным уравнениям. Однако в указанной работе этот подход применяется лишь в одномерных интегральных уравнениях, либо в уравнениях, просто сводящихся к одномерным. Обобщение метода на пространственные случаи для областей с гладкой границей изложено в работах [3, 8]. В то же время, к задачам с негладкой границей этот метод не применялся. В настоящей работе, по-видимому, впервые рассматривается этот метод применительно к области типа клина, как для статических, так и для динамических граничных задач. Простейший вариант возникает при рассмотрении клиновидной области с прямым углом, т. е. квадранта декартовой системы координат. К числу важных теоретических приложений факторизационных методов следует отнести их роль в создании метода блочного элемента решения граничных задач для уравнений в частных производных [11]. Имеющий топологическую основу, метод позволяет

*Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (14-08-00404, 15-01-01379, 15-08-01377), Программы Президиума РАН №33.

блоками решать такие граничные задачи, покрывая всю область задания граничной задачи. На примере контактных задач отметим некоторые достоинства метода блочного элемента, применяемого к интегральным уравнениям пространственных смешанных граничных задач. Как правило, на границе области задания интегрального уравнения контактных задач происходит смена граничных условий. Так, в контактных задачах для жесткого штампа — это переход из области задания перемещений под штампом, где ставится интегральное уравнение, в область задания напряжений. В теории трещин — это противоположный переход. Метод блочного элемента, в отличие от других подходов, в том числе численных, позволяет вместе с решением интегрального уравнения одновременно получать данные о значениях физических параметров смешанной задачи также и вне зоны задания интегрального уравнения. В контактных задачах — это поведение перемещений в области вне штампа. Ниже рассматривается интегральное уравнение смешанной граничной задачи в области клина, занимающего в плане первый квадрант декартовой системы координат. Такие интегральные уравнения возникают в задачах о действии клиновидного штампа на многослойную среду, о поведении трещины клиновидной в плане формы в многослойной области, о тонкостенном покрытии указанной формы на многослойном основании, о поведении плавающей льдины клиновидной в плане формы, в смешанных граничных задачах, описывающих поведение холодной плазмы в указанной области, а также в других смешанных задачах.

Ниже блочный метод применяется к ранее не исследовавшемуся типу интегрального уравнения. Указанное интегральное уравнение имеет вид

$$\mathbf{K}q = \int_0^\infty \int_0^\infty k(x - \xi, y - \eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta = f(x, y), \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad 0 \leq y \leq \infty, \quad (1)$$

$$k(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} K(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad Q(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty q(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta.$$

Интегральное уравнение можно представить в форме

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} K(\alpha, \beta) Q(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta = f(x, y),$$

$$F(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta,$$

Функция $K(\alpha, \beta)$ предполагается мероморфной по обоим комплексным переменным, нулевые и полярные множества которой представляют аналитические кривые двух комплексных переменных с поведением на бесконечности вида

$$K(\alpha, \beta) = O(\alpha^{-1}), \quad \beta = \text{const}; \quad K(\alpha, \beta) = O(\beta^{-1}), \quad \alpha = \text{const}, \quad \alpha, \beta \rightarrow \infty,$$

Предполагается, что полярные множества разрешимы относительно параметров и представимы в виде $\alpha_n = \alpha_n(\beta)$, $\beta_n = \beta_n(\alpha)$. В динамических смешанных граничных задачах конечное число полюсов могут быть вещественными [3]. Контур Γ_1 , Γ_2 лежат на вещественной оси комплексных плоскостей α, β всюду, кроме зон появления на вещественных осях вещественных полюсов функции $K(\alpha, \beta)$. В этом случае в достаточно узких зонах вещественных осей они отклоняются в комплексную плоскость, обходя полюса. Контур выбирается таким образом, чтобы в случаях гармонических по времени смешанных граничных задач была бы физически оправданная постановка граничных задач — на бесконечности обязан

правильно выполняться принцип излучения, состоящий в направленности фазовых скоростей на бесконечность для нормальных материалов и из бесконечности — для мезоматериалов электроники [3]. В первом случае в первом квадранте вещественные полюса символа $K(\alpha, \beta)$ обходятся контурами сверху, если при переходе к комплексным амплитудам принята функция $\exp(-i\omega t)$, ω — частота колебаний, t — время. Во втором случае обход в первом квадранте осуществляется снизу. Во втором квадранте положение контуров противоположное. Следует заметить, что исследованию интегрального уравнения указанного типа, посвящен ряд работ, связанных с выделением особенностей решения в угловой точке. Указанное интегральное уравнение в ограниченной области с кусочно-гладкой границей с символом $K(\alpha, \beta)$ изотропной статической смешанной граничной задачи для упругого полупространства численным методом исследовалось в работе. Исследования интегрального уравнения (1) в анизотропном случае авторам не известны. В то же время, решение указанного интегрального уравнения и ему подобных имеет важные применения в фундаментостроении, сейсмологии, в устройствах элементной базы электроники, при изучении смешанных граничных задач о поведении плазмы в разных состояниях и в ряде других важных технических областях. Излагается теория и приложения метода.

1. Wiener N., Hopf E. Über eine Klasse singularer Integralgleichungen, S. B. Preuss. Acad. Wiss. 1932. — P. 696–706.
2. Нобл Б. Метод Винера–Хопфа. — М.: ИЛ., 1962. — 280 с.
3. Ворович И. И., Бабешко В. А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. — М., 1979. — 320 с.
4. Ткачева Л. А. Колебания плавающей упругой пластины, при периодических смещениях участка дна // Прикладная механика и техническая физика. — 2005. — Т. 46, №5(273). — С. 166–179.
5. Ткачева Л. А. Плоская задача о колебаниях плавающей упругой пластины под действием периодической внешней нагрузки // Прикладная механика и техническая физика. — 2004. — Т. 45, №5(273). — С. 136–145.
6. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. — М.: Либроком, 2013. — 256 с.
7. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Об одной смешанной задаче для уравнения теплопроводности в полуограниченной области // Журнал прикладной механики и технической физики. — 2015. — №6. — С. 31–37.
8. Бабешко В. А. Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости. — М.: Наука, 1984. — 256 с.

О СКРЫТЫХ ДЕФЕКТАХ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ ПЛАСТИНАХ НА ДЕФОРМИРУЕМОМ ОСНОВАНИИ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ*

О. М. Бабешко¹, И. Б. Гладской¹, Е. М. Горшкова¹, Г. Н. Уафа²

¹КубГУ, Краснодар, Россия; ²ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия

Блочная структура расположена на поверхности трехмерной линейно деформируемой подложки. Рассматриваемые блочные структуры, находятся под горизон-

*Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (14-08-00404, 15-01-01379, 15-08-01377), Программ Президиума РАН №33.

тальном гармоническим внешним воздействием. Существование скрытых дефектов демонстрируется на примере блочной структуры, состоящей из двух разнотипных контактирующих полуплоскостей на трехмерной деформируемой подложке.

Скрытые дефекты являются предшественниками образования трещин и разломов не только в блочных структурах, которые наиболее наглядно выявили их существование, но и в любых континуальных средах. Это есть то состояние среды, когда в каком-то сечении связи, обуславливающие третий закон Ньютона, уже утрачены для некоторых компонент напряжений, а контакт в сечении сохраняется. Скрытые дефекты объясняют такое явление в сейсмологии, как «тихие землетрясения», когда без сейсмических последствий начинается смещение фрагментов литосферных плит, ранее бывших целыми. Большинство исследований в проблеме прочности материалов с дефектами посвящено изучению разрушения при наличии визуально наблюдаемых или визуализируемых дефектов типа трещин, полостей, разрывов, неоднородностей. Тестирование и влияние на разрушение скрытых дефектов практически не изучено. Настоящий подход обобщает исследования, выполненные в [1–5].

1. Не вдаваясь в детали топологического метода решения граничных задач и факторизационных подходов, приведем определяющие уравнения для блочной структуры, состоящей из двумерных фрагментов покрытия на трехмерной подложке, сохранив обозначения этих работ. Уравнение Кирхгофа для некоторого блока b покрытия, $b = 1, 2, \dots, B$, занимающего область Ω_b с границей $\partial\Omega_b$ при горизонтальных гармонических воздействиях напряжением $\mathbf{t}_b$ имеет вид

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)\mathbf{u}_b - \varepsilon_{5b}\mathbf{g}_b = \varepsilon_{5b}\mathbf{t}_b. \quad (1)$$

Здесь каждая пластина рассматривается как многообразие с краем, где $\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}\}$ — вектор перемещения точек пластин по горизонтальным направлениям срединной поверхности. Имеет место обозначение

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)\mathbf{u}_b = \left\| \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{4b} \\ \varepsilon_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \end{pmatrix} u_{1b} \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{4b} \end{pmatrix} u_{2b} \right\|.$$

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений имеет вид

$$-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b = \left\| \begin{pmatrix} \alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2 - \varepsilon_{4b} \\ \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 \end{pmatrix} U_{1b} \quad \begin{pmatrix} \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 \\ \alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2 - \varepsilon_{4b} \end{pmatrix} U_{2b} \right\|,$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}_2\mathbf{u}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{F}_2\mathbf{g}, \quad b = 1, 2, \dots, B.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1b} &= 0,5(1 - \nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0,5(1 + \nu_b), \quad \varepsilon_{3b} = h_b^2/12, \\ \varepsilon_{4b} &= \omega^2 \rho_b \frac{1 - \nu_b^2}{E_b}, \quad \varepsilon_{5b} = \frac{1 - \nu_b^2}{E_b h_b}, \\ g_{1b} &= \mu_b \left(\frac{du_{1b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_1} \right), \quad g_{2b} = \mu_b \left(\frac{du_{2b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_2} \right), \quad x_3 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ — двумерный оператор преобразования Фурье. Приняты обозначения: ν — коэффициент Пуассона; μ , E — модули сдвига и Юнга; h — толщина; ρ — плотность; ω — частота колебаний; $\mathbf{g}_b = \{g_{1b}, g_{2b}\}$, $\mathbf{t}_b = \{t_{1b}, t_{2b}\}$ — векторы

контактных напряжений и внешних давлений соответственно, действующих по касательной к границе подложки в области Ω_b . В случае горизонтальных воздействий на пластины остаются лишь горизонтальные составляющие внешних напряжений. Граничные условия, которые ставятся на краях пластин, диктуются типом частей границ каждого блока. Так, при принятых обозначениях, в случае жесткого защемления края пластины необходимо потребовать, чтобы смещения в направлении осей локальной системы координат многообразия x_1 и x_2 — по касательной к срединной поверхности и по нормали соответственно, были равны нулю, т. е. $u_1 = 0$, $u_2 = 0$.

Выражения для нормальной N_{x_2} и $T_{x_1x_2}$ касательной составляющих к срединной поверхности на границе пластины даются соответственно соотношениями

$$N_{x_2} = \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right), \quad T_{x_1x_2} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right).$$

Здесь x_1 направлено по касательной к границе области, занятой пластиной, а x_2 — по нормали в построенной локальной системе координат.

В качестве деформируемого основания — подложки, на котором находятся пластины — покрытия, описываемого краевой задачей (1), можно принимать различные модели. Во всех перечисленных случаях соотношения между напряжениями на поверхности слоистой среды g_{kb} , $k = 1, 2, 3$ и перемещениями u_k , $k = 1, 2, 3$, имеют вид (2), со свойствами

$$\mathbf{u}(x_1, x_2, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\langle \alpha, x \rangle} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad (3)$$

$$\langle \alpha, x \rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2, \quad \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \rightarrow \infty.$$

2. Задача сводится к решению векторного псевдодифференциального уравнения вида

$$\begin{aligned} & [\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \omega_\lambda + \varepsilon_{5\lambda} (\mathbf{G}_\lambda + \mathbf{T}_\lambda) \right\rangle + \\ & + [\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle - \int_{\partial\Omega_r} \omega_r + \varepsilon_{5r} (\mathbf{G}_r + \mathbf{T}_r) \right\rangle - \\ & - \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) [\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)] = 0, \\ & \mathbf{T}_\lambda = \mathbf{F}_2 \mathbf{t}_\lambda(x_1, x_2), \quad \mathbf{T}_r = \mathbf{F}_2 \mathbf{t}_r(x_1, x_2). \end{aligned}$$

После его исследования и решения выявлены условия существования скрытых дефектов с плоскостями, перпендикулярными границам пластин, трудно определяемых методами ультразвуковой дефектоскопии и рентгеновскими методами.

1. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Топологический метод решения граничных задач и блочные элементы // ДАН. — 2013. — Т. 449, №6. — С. 657–660.
2. Бабешко В. А., Ритцер Д., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Федоренко А. Г. К теории прогноза сейсмичности на основе механической концепции, топологический подход // ДАН. — 2013. — Т. 450, №2. — С. 166–170.
3. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Федоренко А. Г., Шестопалов В. Л. К проблеме покрытий с трещинами в сейсмологии и наноматериалах // МТТ. — 2013. — №5. — С. 39–45.
4. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О разнотипных покрытиях с трещинами в сейсмологии и наноматериалах // ДАН. — 2013. — Т. 452, №3. — С. 275–278.

**ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ УТОЧНЕННОЙ МОДЕЛИ
СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОБОЛОЧЕК
ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ
С УЧЕТОМ МОМЕНТНОСТИ НЕСУЩИХ СЛОЕВ И ТРЕХМЕРНОСТИ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАПОЛНИТЕЛЯ**

В. Н. Бакулин

ИПрМ РАН, Москва, Россия

Слоисто-неоднородные нерегулярные оболочки двойной кривизны часто применяются в качестве элементов конструкций в ракетной технике [1]. При проектировании головных обтекателей ракетных конструкций широко используются трехслойные оболочки двойной кривизны. Наиболее эффективным при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) слоисто-неоднородных нерегулярных оболочек двойной кривизны является метод конечных элементов. Для применения этого метода требуется построение моделей, позволяющих проводить исследования слоисто-неоднородных нерегулярных оболочечных элементов конструкций с необходимой точностью и степенью детализации. Построение таких моделей для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных оболочек цилиндрической и конической формы представлено в работах [2–8].

В настоящей работе рассматривается построение уточненной конечно-элементной модели слоистых нерегулярных оболочек двойной кривизны при общих условиях нагружения и закрепления слоев, учитывающей локальный характер закрепления и нагружения отдельных элементов структуры и тем самым позволяющей моделировать конструктивные особенности, а также условия эксплуатации конструкции.

Построены аппроксимирующие функции, включающие перемещения как жесткого целого, для конечных элементов несущих слоев слоисто-неоднородных нерегулярных оболочек двойной кривизны. Перемещения конечного элемента как твердого тела определяются интегрированием соотношений Коши при нулевых значениях деформаций.

Сформулированы условия сопряжения конечных элементов (КЭ) моментных несущих слоев и трехмерного слоя заполнителя слоистых нерегулярных оболочек двойной кривизны. Наиболее распространенным является задание обобщенных перемещений на срединной поверхности конечных элементов, в том числе и для слоя заполнителя. В соответствии с предложенным подходом [8], так как аппроксимация перемещений конечных элементов несущих слоев проводилась для случая, когда обобщенные перемещения задавались на срединной поверхности конечных элементов, то при стыковке КЭ несущих слоев и слоев заполнителя, переходим в несущих слоях от срединной поверхности, относительно которой получалась матрица жесткости КЭ этого слоя, к поверхности раздела со слоем заполнителя с помощью матрицы перехода подобно, как это описано в монографии [9].

Аппроксимирующие функции полей перемещений конечных элементов слоя заполнителя слоистых нерегулярных оболочек двойной кривизны строятся на внутренней и внешней криволинейных поверхностях этих конечных элементов. Используя условия сопряжения КЭ моментных несущих слоев и трехмерного слоя заполнителя, на основе аппроксимации полей перемещений для конечных элементов несущих слоев, представляющих собой тонкие оболочки вращения, построены аппроксимирующие функции перемещений в конечных элементах слоя заполнителя слоисто-неоднородных нерегулярных оболочек вращения двоякой кривизны.

Разработаны алгоритмы построения конечно-элементной модели для расчета напряженно-деформированного состояния в несущих слоях и слое заполнителя

слоисто-неоднородных нерегулярных оболочек двойной кривизны с учетом моментности несущих слоев и трехмерности напряженно-деформированного состояния заполнителя при общих условиях нагружения и закрепления слоев.

Проведен анализ сходимости конечно-элементных решений и показана достоверность предложенных моделей.

Тестирование разработанных конечно-элементных уточненных моделей проводилось на конкретных примерах оболочек сферической формы.

Обоснована эффективность рассмотренных моделей. Проведено численное моделирование напряженно-деформированного состояния с помощью разработанных конечно-элементных уточненных моделей на типовых для авиационной и ракетно-космической техники задачах.

1. Бакулин В. Н., Образцов И. Ф., Потопахин В. А. Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосилового нагружения, концентрированных потоков энергии. — М.: Физматлит, 1998. — 464 с.
2. Образцов И. Ф., Бакулин В. Н. Уточненные модели для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек // ДАН. — 2006. — Т. 407, №1. — С. 36–39.
3. Бакулин В. Н. Построение аппроксимаций для моделирования напряженно-деформированного состояния несущих слоев и слоев заполнителя трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Математическое моделирование. — 2006. — Т. 18, №8. — С. 101–110.
4. Бакулин В. Н. Эффективные модели для уточненного анализа деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // ДАН. — 2007. — Т. 414, №5. — С. 613–617.
5. Бакулин В. Н. Построение аппроксимаций и моделей для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Математическое моделирование. — 2007. — Т. 19, №12. — С. 118–128.
6. Бакулин В. Н. Неклассические уточненные модели в механике трехслойных оболочек // Вест. Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. №4. Часть 5. С. 1989–1991.
7. Бакулин В. Н. Уточненная модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конических оболочек вращения // Вест. Московского авиационного института. — 2011. — Т. 18, №2. — С. 211–218.
8. Бакулин В. Н. Уточненная модель послойного анализа трехслойных нерегулярных конических оболочек // ДАН. — 2016. — Т. 414, №5.
9. Бакулин В. Н., Рассоха А. А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. — М.: Машиностроение, 1987. — 312 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ РЕЛАКСАЦИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ НЕУПРУГОСТИ ПО СПЕКТРАМ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ*

И. С. Белашова¹, А. А. Кухтенкова², А. А. Горшков², В. А. Ломовской²

¹МАИ, Москва, Россия; ²МИРЭА, Москва, Россия

Исследование диссипативных явлений по анализу спектров внутреннего трения в различных по химической природе материалах показывает, что на температурной зависимости $\operatorname{tg} \delta = f(T)$ может наблюдаться как монотонно возрастающий

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ №14-08-00806-а).

фон диссипативных потерь (при повышении температуры), так и пики потерь, накладывающийся на возрастающий фон. Для конденсированных систем наиболее интенсивны диссипативные процессы в интервалах температур перехода системы из одного агрегатного состояния в другое. Это области неупругости, в которых одной из основных характеристик (кроме модуля и вязкости) является время. Для релаксационных процессов — это время релаксации, а для ретардационных — время ретардации.

Одной из базовых феноменологических моделей, связывающих степень диссипации или внутреннее трение со всеми перечисленными выше параметрами и характеристиками процессов структурной подвижности, является модель Максвелла. В этой модели время релаксации τ определяется как отношение вязкостного параметра исследуемой системы к модулю упругости.

Экспериментальные данные показывают, что такое диссипативное поведение исследуемых систем характерно только для бездефектных монокристаллических металлов. Для всех других материалов в этих интервалах температур может наблюдаться от 1–2 пиков потерь до 10–12. Из этого следует, что для описания локальных диссипативных процессов, имеющих релаксационную природу и проявляющихся в данных интервалах температур, использование вязкости η и модуля упругости G всей системы (сплошной среды) как параметра для этих процессов не представляется возможным. В то же время, классическая теория распространения упругой волны в сплошных твердых и вязких теплопроводных и сжимаемых средах в первом приближении связывает коэффициент поглощения (т. е. диссипативную характеристику) именно с вязкостными характеристиками (объемной и сдвиговой вязкостью), теплоемкостью (C_V и C_P) и теплопроводностью.

Возникает вопрос о том, какие диссипативные и упругие характеристики необходимо использовать при температурах $T < T_g$ или $T < T_{kp}$, т. е. в области твердого упругого агрегатного состояния, для описания локальных диссипативных процессов, наблюдаемых на спектрах внутреннего трения.

Анализ температурных зависимостей диссипативных потерь в различных материалах (структурных системах и подсистемах) позволяет сделать следующие выводы.

1. Если исследуемый материал представляет собой одну структурную подсистему, то на спектре $\operatorname{tg} \delta = f(T)$ будет наблюдаться возрастающий фон внутреннего трения (при повышении температуры). Этот фон может быть аналитически описан дифференциальным уравнением элементарной модели Максвелла. Данное описание применимо до определенного порога внутреннего трения $\operatorname{tg} \delta = \pi/2$, которому соответствует равенство подведенной и диссипированной в материале энергии внешнего воздействия. После этого в системе наблюдаются остаточные деформации, и происходит смена механизма внутреннего трения системы от релаксационной неупругости к пластической диссипации при любом значении подведенной к системе энергии внешнего воздействия.

2. Физико-механические и физико-химические характеристики (вязкость, упругость, энергия активации, время релаксации и т. д.) всей системы полностью определяются этими же характеристиками единственной структурной подсистемы.

3. Переход системы из одного конденсированного агрегатного состояния в другое полностью определяется кинетической подвижностью структурных элементов данной формообразующей подсистемы, которая называется агрегатной структурной подсистемой.

4. Вязкость η и модуль упругости G системы, рассматриваемой с позиции непрерывного сплошного континуума и состоящей только из одной подсистемы, совпада-

ет, соответственно, с диссипативным коэффициентом R и силовым коэффициентом упругости M агрегатной подсистемы;

5. Для системы, состоящей из i — того числа структурных подсистем, на спектре внутреннего трения $\operatorname{tg} \delta = f(T)$ экспериментально будет наблюдаться $(i - 1)$ пик диссипативных потерь, а для i -й подсистемы, проявляющейся в области глобальной смены агрегатного конденсированного состояния системы, будет наблюдаться возрастающий фон внутреннего трения.

6. Подсистемы, не приводящие к глобальному изменению агрегатного состояния всей системы в целом и характеризующиеся локальными явлениями релаксационной неупругости, называются модифицирующими структурными подсистемами.

7. Для агрегатной структурной подсистемы могут быть экспериментально (в статическом режиме внешнего деформирующего воздействия) определены ее физико-механические характеристики (вязкость и составляющие комплексного модуля упругости), а для модифицирующих подсистем эти характеристики экспериментально не определяются. Это вызвано тем, что физико-механические характеристики агрегатной подсистемы поглощают и нивелируют проявление соответствующих локальных характеристик модифицирующих подсистем. Однако в динамических режимах внешнего воздействия по спектрам внутреннего трения имеется возможность определения релаксационных характеристик модифицирующих подсистем при использовании различных ядер релаксации.

8. Введено положение, что времена релаксации τ_i любого релаксационного процесса в модифицирующих подсистемах может быть представлено в виде отношения локального диссипативного коэффициента r_i к квазиупругому локальному силовому коэффициенту упругости M_i .

Диссипативные пики потерь модифицирующих структурно-кинетических подсистем на спектре внутреннего трения (практически для всех структурных конденсированных систем) разнесены по температурам и характеризуются различной интенсивностью и температурным интервалом их проявления. Практически все эти релаксационные процессы характеризуются не одним дискретным временем релаксации τ_i , а распределенным непрерывным спектром времен релаксации $H(\tau)$. Аналитически непрерывные спектры времен релаксации разных модифицирующих структурно-кинетических подсистем, образующих в совокупности саму исследуемую систему, не могут быть описаны каким-либо ядром релаксации одного типа. Поэтому основным вопросом является вопрос выбора функции или ядра релаксации для того или иного релаксационного процесса, обнаруживаемого на спектре внутреннего трения. Это может быть функция Кольрауша, функция Работного, функция Ржаницына, функция Больцмана–Слонимского, функция Гаврильяка–Негами и др. при анализе предельных свойств скоростей релаксации и ползучести, а также их лапласовских изображений как в размерном, так и в безразмерном виде.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УЧЕТОМ ОДНОСТОРОННИХ ЭФФЕКТОВ НА МИКРОУРОВНЕ

А. А. Бобылев, И. С. Белашова

МАИ, Москва, Россия

Разрушение хрупких тел, как правило, обусловлено зарождением в теле микротрещин, их ростом и слиянием в макроскопические трещины. Распределенные микродефекты не только приводят к возникновению макротрещин и окончатель-

ному разрушению (разделению тела на части), но также вызывают ухудшение физико-механических характеристик материала. Для описания процессов деградации деформационных и прочностных свойств материалов в последнее время интенсивно развивают модели на основе концепций континуальной механики разрушения (механики поврежденной среды).

Основная идея состоит в использовании внутренних переменных состояния — параметров поврежденности, представляющих собой макроскопические величины, характеризующие влияние микроскопических процессов и изменения структуры материала в результате накопления микродефектов на механические свойства материала на макроуровне. Развитие поврежденности определяется эволюционными кинетическими уравнениями, отражающими ее необратимый характер.

Простейшие модели накопления повреждений используют скалярные меры поврежденности. Предполагается, что в хрупком теле микротрещины ориентированы хаотически и на макроуровне материал может считаться изотропным.

Экспериментальные исследования показывают зависимость процесса накопления повреждений и свойств поврежденной хрупкой среды от вида напряженного состояния. Это явление объясняют открытием и закрытием микротрещин соответственно в полях растягивающих и сжимающих напряжений. В литературе этот феномен называют «односторонним эффектом» [1, 2].

В настоящей работе рассмотрена связанная задача о накоплении повреждений при вдавливании жесткого штампа в хрупкое тело конечных размеров с учетом односторонних эффектов на микроуровне. В рамках связанной постановки процесс накопления повреждений оказывает влияние на напряженно-деформированное состояние тела и, в тоже время, напряжения и деформации в зонах локализации поврежденности в значительной мере определяют характер ее распределения и ее уровень.

При постановке задачи задаются нелинейные граничные условия одностороннего контакта упругого тела с жестким штампом, содержащие неравенства. Размеры фактической области контакта тела со штампом заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения задачи.

Для решения задачи использован вариационный подход. Получена формулировка задачи в виде квазивариационного неравенства эволюционного типа. Для дискретизации задачи по параметру нагружения использованы разностные схемы. Разработаны вычислительные алгоритмы на основе явной схемы Эйлера и схемы типа предиктор–корректор. В результате на каждом шаге по параметру нагружения требуется решить эллиптическое вариационное неравенство или эквивалентную ему задачу минимизации функционала потенциальной энергии. Дискретизация задачи по пространственным координатам производилась на основе метода конечных элементов. В результате получена задача квадратичного программирования с ограничениями в виде равенств и неравенств. Для решения этой задачи разработаны варианты методов сопряженных градиентов и последовательной верхней релаксации, учитывающие специфику ограничений.

Разработанные вычислительные алгоритмы реализованы в виде пакета прикладных программ. Проведен сравнительный анализ вычислительной эффективности используемых разностных схем. Сформулированы рекомендации по выбору параметров разработанных вычислительных алгоритмов — шага дискретизации по параметру нагружения и сетки конечных элементов. Даны рекомендации по практическому использованию разработанных вычислительных алгоритмов.

Получены численные решения рассматриваемой контактной задачи для жестких штампов с различным профилем. Для дискретизации задачи использовались

треугольные и четырехугольные конечные элементы первого и второго порядков. Исследовано влияние односторонних эффектов на микроуровне на процессы накопления повреждений и разрушение хрупкого тела конечных размеров при внедрении жесткого штампа.

1. Chaboche J.L. Damage induced anisotropy: On the difficulties associated with the active/passive unilateral condition // Int. J. Damage Mechanics. — 1992. — V. 1, No. 2. — P. 148–171.
2. Murakami S. Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture. — Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer, 2012. — 402 p.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ХОДЬБЫ СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОГО РОБОТА МЕТОДОМ ИДЕАЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

А. П. Борина, В. А. Терешин

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

История создания шагающего аппарата насчитывает несколько столетий. В настоящее время существует много проектов шагающих машин. Всех их объединяет статическая устойчивость и возможность реализации желаемого движения путем его пересчета в координаты приводов. Система управления при этом обеспечивает перемещение приводов около желаемого движения. Для повышения быстродействия и сохранения плавности хода шагающих аппаратов приходится отказываться от развитых ступней и ограничиться двумя ногами, но при этом значительно возрастают требования к системе управления. Во время ходьбы на каждом шаге возникает неуправляемое движение аппарата по трем степеням свободы (два поступательных движения поперек ноги и вращательное вокруг нее). Однако, существует возможность дискретного управления параметрами: куда и когда ставить ногу [3]. Именно задание этих параметров может обеспечить устойчивое движение аппарата около требуемой траектории.

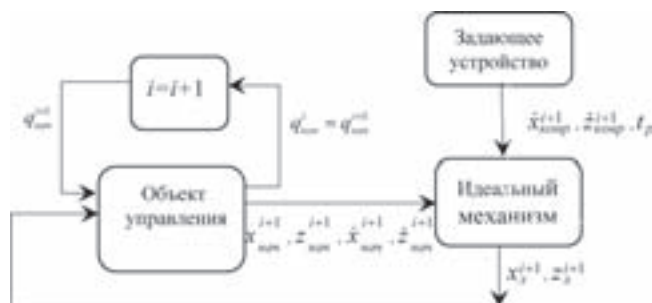


Рис. 1. Система управления шагающим аппаратом

С точки зрения математического моделирования задача сводится к определению параметров системы дифференциальных уравнений, обеспечивающих отыскание частного решения, соответствующего заданным начальным и конечным условиям. Это тяжелая задача, требующая высокого быстродействия системы для работы в реальном времени, а, учитывая неточность математической модели, бессмыслен-

ная. В работе предлагается для расчета параметров использовать грубую математическую модель шагающего аппарата, так называемый идеальный механизм. К идеальному механизму предъявляются два основных требования: механизм должен быть в каком-то смысле близок к объекту управления и уравнения движения такого механизма должны позволять быстро определять искомые параметры.

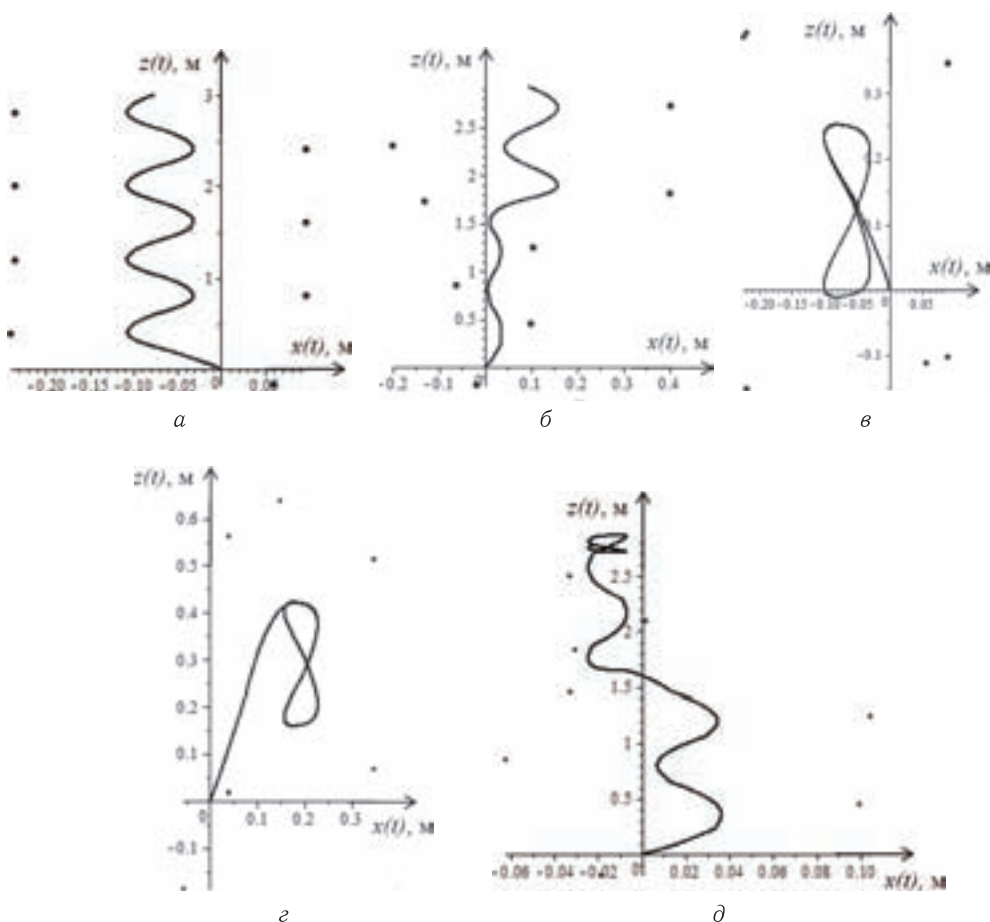


Рис. 2. а) Прямолинейная равномерная ходьба; б) ходьба с поворотом на третьем шаге; в) стояние; г) резкая остановка и стояние; д) прямолинейное движение с промежуточным поворотом на пятом шаге и остановкой

В качестве идеального механизма предлагается использовать перевернутый сферический математический маятник массой m и длиной l . Его линеаризованные уравнения движения, являющиеся передаточной функцией идеального механизма [1], легко интегрируются и заменяются на общее решение в виде элементарных алгебраических функций, допускающих явное представление координат точки постановки ноги (x_n и z_n) по заданным начальным () и конечным () условиям для центра тяжести аппарата. При этом два независимых движения вдоль осей x и z синхронизируются между собой по моменту окончания шага t_p . Структурная схема системы управления показана на рис. 1.

В работе выполнена проверка предложенного метода управления. В качестве модели реального объекта принято абсолютно твердое тело на невесомых ногах. Его уравнения движения были получены на основе общего уравнения динамики

$$\Phi_x \delta x + (\Phi_y - mg) \delta y + \Phi_z \delta z + M_{zk1}^{\Phi} \delta \alpha + M_{zk2}^{\Phi} \delta \beta + M_{zk3}^{\Phi} \delta \gamma + \\ + M_{\theta l} \delta \theta_l + M_{\varphi l} \delta \varphi_l + R_l \delta k_l + F_{xl} \delta x_l + F_{yl} \delta y_l + F_{zl} \delta z_l = 0 \quad (1)$$

в работе [2] в виде системы шести дифференциальных уравнений второго порядка, записанных с точностью до величин второго порядка малости. В (1) θ_l , φ_l — углы поворота шарниров левого тазобедренного сустава; k_l — длина левой ноги; α , β , γ — углы конечных поворотов корпуса аппарата; Φ_x , Φ_y , Φ_z , и F_{xl} , F_{yl} , F_{zl} — проекции главного вектора сил инерции и вектора силы, действующего на стопу со стороны опоры, на оси неподвижной системы координат; M_{zk1}^{Φ} , M_{zk2}^{Φ} , M_{zk3}^{Φ} — проекции главного момента сил инерции на оси промежуточных систем координат; R_l , $M_{\theta l}$, $M_{\varphi l}$ — движущая сила, действующая вдоль ноги, и движущие моменты в приводах. Эти уравнения были дополнены тремя законами управления моментами и силами, обеспечивающими горизонтальное положение тела и постоянство его высоты. В работе исследовались только переходные режимы внутри каждого шага и на малом их количестве. Асимптотические свойства ходьбы, такие как стремление к периодичности или устойчивость по Ляпунову на бесконечном интервале времени не рассматривались.

Результаты математического моделирования различной ходьбы представлены на рис. 2. Точками отмечены места постановки ног.

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы // Изв. АН СССР. МТТ. — 1975. — № 3. — С. 3–14.
2. Борина А. П., Терешин В. А. Прямолинейное равномерное движение антропоморфного робота // Современное машиностроение: Материалы научно-практической конференции с международным участием. Институт металлургии, машиностроения и транспорта СПбГПУ. Ч. 1. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2014. — С. 160–162.
3. Борина А. П., Терешин В. А. Пространственное движение шагающего аппарата под действием управляющих воздействий со стороны ноги // Современное машиностроение. Наука и образование. — 2012. — № 2. — С. 177–188.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПАКЕТОВ ПЛЕТЕННЫХ СЕТОК*

А.М. Брагов, А.Н. Горохов, А.Ю. Константинов, А.В. Кочетков, И.А. Модин

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Пакеты из металлических плетеных сеток являются перспективным демпфирующим элементом защищающим конструкций от ударных и взрывных воздействий. По своему конструктивному строению пакеты сеток представляют собой ортотропный элемент, имеющий различные деформационные свойства в направлениях по нормали к слоям сетки и в плоскости слоев сетки.

Методика динамических испытаний. Экспериментальные исследования динамических свойств проводились на экспериментальной установке с разрезными

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №16-08-00458, №14-08-00197, 15-48-02333 Р_поволжье_а).

стержнями Гопкинсона. Образцы изготавливались из двух типов сеток НУ ГОСТ 3826-82 — $2 \times 2 \times 0,5$ и $3,2 \times 3,2 \times 0,8$. Образец помещался между двумя мерными стержнями. Один из стержней нагружался ударом короткого стержня-ударника, движущегося со скоростью V_0 . При этом в стержне формировался прямоугольный импульс сжатия, который нагружал образец. В процессе эксперимента с помощью тензодатчиков регистрировались деформации в сечениях нагружающего и опорного мерного стержней.

Для испытания пакета сеток в условиях ударного растяжения в плоскости слоев использовался аналог схемы Николаса, представляющей из себя модификацию метода Кольского. Схема эксперимента показана на рис. 1. Плоский образец, предварительно обжатый по нормали к слоям сетки, закрепляется в вилках мерных стержней с помощью болтовой стяжки. Торцы стержней при этом стыкуются. Система нагружается ударником, разогнанным в пневматической пушке. Сформировавшийся при этом сжимающий импульс проходит через стык, не деформируя образец.

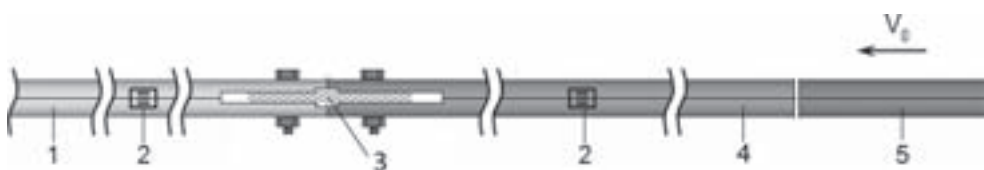


Рис. 1. 1 — опорный стержень, 2 — тензодатчики, 3 — образец, 4 — нагружающий стержень, 5 — ударник

Отражаясь от свободного торца стержня 1, этот импульс меняет знак и превращается в импульс растяжения. Регистрация деформации в тензодатчиках 2 позволяет рассчитать деформацию образца и силу, которая действовала на образец в процессе нагружения. Используемая в экспериментах установка состояла из дюралевых мерных стержней (1, 4) диаметром 30 мм.

Результаты динамических испытаний. Скорость деформации в экспериментах изменялась в пределах $1500\text{--}3500\text{ с}^{-1}$. Нагружение проводилось стальным ударником длиной 300 мм. Начальная скорость ударника для каждого испытания фиксировалась. Деформирование образца проходило в несколько циклов, связанных с распространением волн сжатия и растяжения в стержнях. На рис. 2

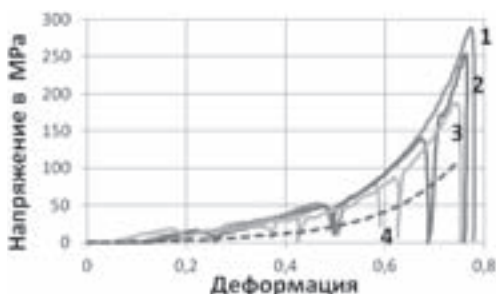


Рис. 2

показаны диаграммы деформирования образцов при сжатии по нормали к слоям сеток, включающие участки активного нагружения и разгрузки 1 — сетка $2 \times 2 \times 0,5$ мм образец из 10 слоев, 2 — сетка $2 \times 2 \times 0,5$ мм образец из 20 слоев, 3 — сетка $3,2 \times 3,2 \times 0,8$ мм образец из 10 слоев, 4 — сетка $3,2 \times 3,2 \times 0,8$ мм образец из 20 слоев. Видно, что деформирование при активном нагружении носит ярко выраженный нелинейный характер, в то время как разгрузочные ветви близки к прямым линиям. Разгрузочный модуль E_r в проведенных испытаниях изменялся от 19 до 26 ГПа. Кривые деформирования слабо зависят от количества слоев и типа рассматриваемых сеток. Полученные при активном нагружении динамические кривые

деформирования располагаются значительно выше статических кривых (обозначены пунктиром), что свидетельствует о ярко выраженной скоростной зависимости деформационных характеристик плетеных сеток.

При испытаниях на растяжение в плоскости слоев сетки, вдоль направления нитей испытывался пакет из 10 слоев сетки $2 \times 2 \times 0,5$ мм, размеры образца 110×20 мм. Толщина образца варьировалась в зависимости от предварительного обжатия. Длина рабочей части образца равна 14 мм. Результаты проведенного исследования не выявили существенного влияния предварительного обжатия в исследуемом диапазоне.

Результаты статических испытаний на растяжение. Статические испытания проводились на пакете состоящем из 10 слоев. Размер образца, шаг ячеи и диаметр сечения проволоки такой же, как и при динамических испытаниях на растяжение. С целью анализа влияния базы (рабочая часть образца) были проведены испытания с длиной базы от 2 до 20 мм. До размера базы 7 мм обнаружилось заметное отличие в кривых деформирования. Поэтому дальнейшие экспериментальные исследования были проведены при длине рабочей части образца 14 мм, что соответствовало условиям проведения динамических испытаний. Образцы, предварительно обжатые до напряжений: 1 — 0 МПа, 2 — 5 МПа, 3 — 25 МПа, 4 — 50 МПа, 5 — 150 МПа, устанавливались в захваты сервогидравлической машины Zwick Z030 и растягивались. Результаты испытаний приведены на рис. 3. Пакеты сеток как и в случае испытаний на сжатие по нормали проявляют при растяжении вдоль нитей нелинейные свойства и испытывают необратимые деформации. По сравнению с динамическими испытаниями квазистатическое деформирование пакетов сеток при растяжении обнаруживает существенную зависимость от степени предварительного обжатия и носит более выраженный нелинейный характер.

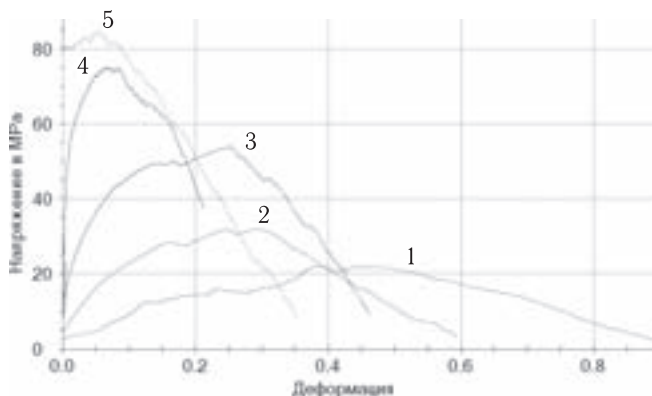


Рис. 3

Закключение. По результатам динамических испытаний образцов многослойных пакетов плетеных металлических сеток на сжатие по нормали к слоям и на растяжение в плоскости слоев вдоль нитей получены кривые деформирования вплоть до разрушения образцов. Кривые на растяжение и на сжатие при всех режимах нагружения носят нелинейный и необратимый характер, при деформации пакетов сеток проявляются пластические свойства. При квазистатическом растяжении пакетов сеток существенное влияние оказывает их предварительное обжатие.

СВЕРХМНОГОЦИКЛОВАЯ УСТАЛОСТЬ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ***Н. Г. Бураго¹, А. Д. Никитин^{2,3}, И. С. Никитин^{2,3}, В. Л. Якушев²**¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

В последнее десятилетие было показано, что преждевременный выход из строя элементов авиационных двигателей, таких как диски и лопатки компрессора, может происходить вследствие незначительных циклических напряжений (малых в сравнении с пределом текучести материала) прикладываемых с высокой частотой (порядка 1 кГц и выше) [1, 2]. Высокочастотное нагружение приводит к значительным наработкам (10^9 – 10^{10} циклов) за время расчетного срока службы изделия. Указанный диапазон долговечностей известен в литературе как сверхмногоцикловая или гигацикловая усталость [3]. Сверхмногоцикловая усталость (СВМУ) характеризуется сменой механизма зарождения усталостной трещины и монотонным снижением усталостной прочности с увеличением количества циклов.

Для количественной оценки величины снижения усталостной прочности в области сверхмногоцикловой усталости используются резонансные пьезоэлектрические испытательные установки [4]. При этом особое внимание уделяется проектированию образцов для усталостного испытания. В данной работе описаны основные принципы работы резонансных испытательных комплексов [5] (рис. 1).

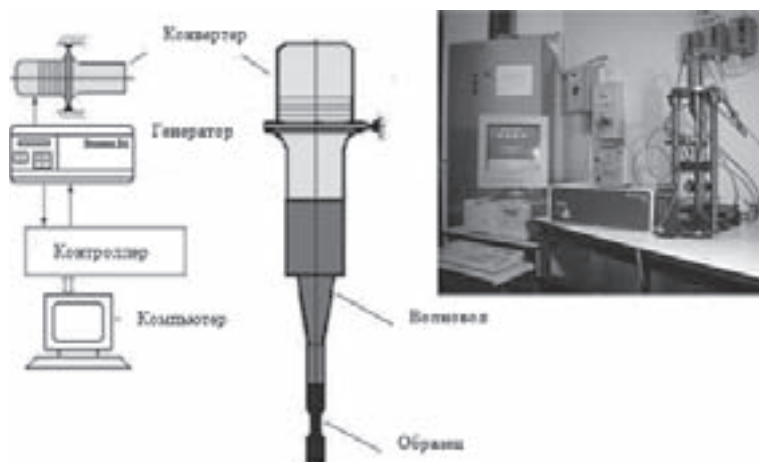


Рис. 1. Схема и вид установки для усталостного тестирования в режиме СВМУ

Приводятся результаты экспериментального исследования авиационного титанового сплава ВТЗ-1 в области сверхмногоцикловой усталости (рис. 2).

Как видно из анализа кривой усталости для титанового сплава ВТЗ-1 усталостная прочность сплава постоянно снижается с увеличением количества циклов нагружения. Анализ поверхностей излома для всех испытанных образцов показал, что при увеличении количества циклов до разрушения очаг зарождения трещины смещается с поверхности в подповерхностные объемы материала. При этом анализ зоны зарождения показывает, что трещиноподобный дефект формируется в отсутствие каких-либо микроструктурных дефектов, таких как неметаллические

*Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ 15-08-02392.

включения. На рис. 3 показана характерная для сплава ВТЗ-1 поверхность излома с подповерхностным зарождением.

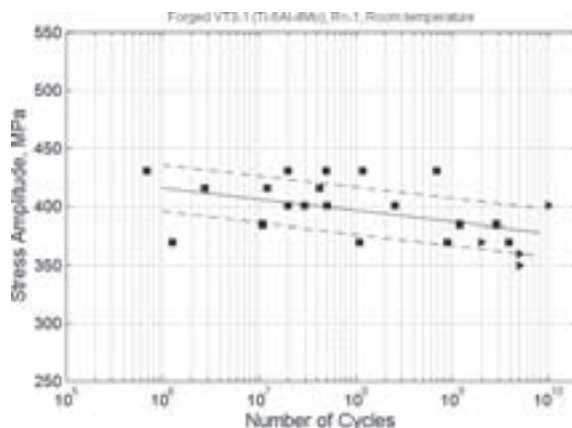


Рис. 2. Экспериментальные данные для сплава ВТЗ-1 в области сверхмногоциклового усталости

На рис. 3, *а* показаны результаты фрактографического исследования поверхности излома. Видно, что зарождение усталостной трещины происходит в самом центре образца и при дальнейшем росте формируется круговая трещина. Анализ области зарождения показывает, что в центре этой круговой трещины находится гладкая фасетка (рис. 3, *б*), соответствующая типичным пластинам альфа фазы. Таким образом, становится очевидно, что зарождение трещины не связано с наличием дефекта (включения). После зарождения трещина развивается в нескольких параллельных плоскостях, что связано со сложной организацией микроструктуры в штампованном титановом сплаве. Оценка, проведенная в [6], показывает, что рост круговой трещины в образце не превышает 10 процентов от общей долговечности. Таким образом, механизм сверхмногоциклового усталости связан с проблемой зарождения подповерхностной трещины.

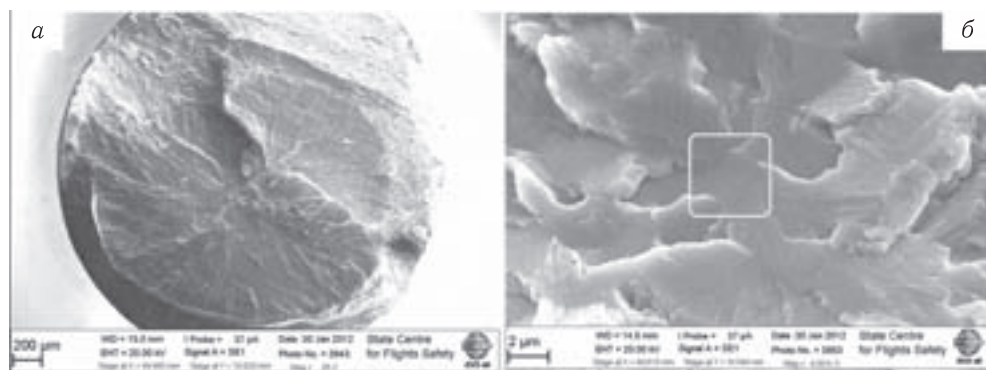


Рис. 3. Характерный вид поверхности излома в сплаве ВТЗ-1 при подповерхностном зарождении

С помощью конечно-элементного пакета проведено математическое моделирование проведенных экспериментов по высокочастотному нагружению образцов из сплава ВТЗ-1, используемого для производства дисков и лопаток компрессоров.

Определены поля напряжений, возникающих в образцах, и на этой основе даются оценки усталостной долговечности в режиме СВМУ по обобщенному критерию многоосного разрушения [6]. Параметры критерия определены с использованием данных усталостных испытаний для различных коэффициентов асимметрии цикла.

1. *Nicholas T.* Critical issues in high cycle fatigue // *Int. J. of Fatigue*. — 1999. — V. 21. — P. 221–231.
2. *Шаняевский А. А.* Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. 2007. — Уфа: Монография, 2007. — 498 с.
3. *Bathias C., Paris P. C.* Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice. — New York: Dekker, 2005.
4. *Bathias C.* Piezoelectric fatigue testing machines and devices // *Int. J. of Fatigue*. — 2006. — V. 28. — P. 1438–1445.
5. *Никитин А. Д., Никитин И. С.* Экспериментальное исследование сверхмногоциклового усталости титановых сплавов // *Научные технологии*. — 2015. — №7. — С. 51–58.
6. *Bathias C., Paris P. C., Huang Z., Wagner D.* Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue // *Acta Materialia*. — 2010. — V. 58. — P. 6046–6054.
7. *Burago N., Nikitin I.* Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in low- and giga- Cycle Fatigue Modes. Heidelberg. Springer. Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. 2016. — P. 117–130.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПРЕДЕЛЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ НА ПРОЧНОСТЬ СФЕРИЧЕСКОГО БАКА*

Ю. И. Виноградов, М. В. Константинов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Производство современных, конкурентоспособных, технически совершенных изделий неразрывно связано с вопросами оптимального проектирования.

Для решения задачи оптимизации осуществляется математическое моделирование изделия с выбором параметров, отражающих качество проекта.

Одним из основных критериев качества является масса изделия. По этой причине широкое распространение получили конструкции из тонкостенных элементов (оболочек, пластин, тонкостенных стержней).

Наиболее ясно это проявляется в космической отрасли, где высока себестоимость вывода единицы массы груза на орбиту и, следовательно, актуальна задача минимизации собственной массы космического аппарата, что обеспечивает максимум выводимой им полезной нагрузки при тех же энергозатратах.

С целью более плотной компоновки в изделиях соприкасаются тонкостенные элементы различной геометрической формы. Особое место среди них занимают сферические оболочки, как части емкостей, баков, баллонов и других конструкций для газов, жидкостей и пр. Это объясняется следующими преимуществами:

- сфера обладает максимальным отношением внутреннего объема к количеству затрачиваемого при производстве материала (массе);
- при равномерном давлении сферическая оболочка находится в наиболее благоприятном, с точки зрения прочности, безмоментном напряженном состоянии;
- ввиду большей постоянной гауссовой кривизны сферическая оболочка лучше воспринимает локальные нагрузки;

*Работа выполняется при поддержке РФФИ (проект №15-08-99591).

— меньшие площади внутренней и наружной поверхностей минимизируют затраты на их обработку и защиту от воздействия среды.

Компоновочное решение во многом определяет массу будущего изделия. Дальнейшая оптимизация возможна путем выбора конструкционных материалов, уточнения условий эксплуатации и напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкции изделия с целью определения их минимально необходимых размеров.

Ввиду высокой стоимости натурных экспериментов целесообразно применение расчетных методов исследования НДС, что предполагает решение соответствующих задач строительной механики. В частности задач на основе линейной теории тонких изотропных оболочек.

При этом могут быть использованы как универсальные методы конечных элементов, конечных разностей и другие численные методы, так и аналитические методы, позволяющие определять НДС элементов с контролируемой погрешностью.

Здесь уместны слова О. М. Белоцерковского [1]: «при постановке больших сложных задач на машинах предварительные аналитические решения проблемы могут оказать большую помощь, а иногда являются просто решающими для успешной реализации численного алгоритма».

На сегодняшний день известно несколько математических моделей механики деформирования изотропной сферической оболочки: простейшая асимптотическая модель А. Л. Гольденвейзера [2]; модель для пологой сферической оболочки В. З. Власова [3]; математическая модель [4, 5] (эталонная), построенная с погрешностью допущений Кирхгофа теории оболочек, в развитие результатов исследований Института механики АН УССР [6].

Указанные математические модели применяются при расчетах на прочность тонкостенных конструкций в различных отраслях не только в России, но и за рубежом. Подтверждением этому служит серия публикаций специалистов Кейптаунского университета, например [7].

Несмотря на хорошую проработанность указанных математических моделей, существует ряд не освещенных в литературе вопросов.

Так степень пологости оболочки принято оценивать в соответствии с известным определением Власова [3]: «оболочка, очерченная по части сферической поверхности и имеющая подъем, не превышающий $1/5$ диаметра основания оболочки, как показывают исследования, может быть отнесена к числу пологих оболочек».

Это определение сформулировано на основе имеющегося опыта и не вполне обосновано в части количественной оценки погрешности, приносимой принятыми дополнительными (кроме допущений Кирхгофа) гипотезами.

Асимптотическая математическая модель получила свое название ввиду утверждения, что она тем точнее описывает реальное явление, чем тоньше оболочка. Количественная оценка такого утверждения также отсутствует.

Нечеткие границы применимости создают трудности использования математических моделей в расчетной практике.

Использование эталонной модели оказалось ограничено по причине сложности получаемого решения.

На примере задачи деформирования чечевичной конструкции в виде двух сегментов сферической оболочки при локальном воздействии предлагаются в удобной для реализации вычислительного алгоритма форме решения с использованием указанных выше математических моделей, вычисляются значения внутренних силовых факторов при различных значениях геометрических параметров конструкции и степени локализации внешней нагрузки, результаты сопоставляются. По результатам

сопоставления устанавливаются пределы использования асимптотической модели Гольденвейзера и модели Власова для полой сферической оболочки, полезные при выборе математической модели при расчете на прочность.

1. Белоцерковский О. М. Математическое моделирование — отрасль информатики // Кибернетика. Становление информатики: Сб. ст. — М.: Наука, 1986. — 190 с.
2. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. — М.: Наука, 1976. — 512 с.
3. Власов В. З. Избранные труды. В 3 т. Т. 1. Очерк научной деятельности «Общая теория оболочек». Статьи. — М.: АН СССР, 1962. — 528 с.
4. Меньков Г. Б. Решение задач механики деформирования оболочек методом функционального нормирования: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. — Казань, 1999. — 197 с.
5. Виноградов Ю. И., Меньков Г. Б. Метод функционального нормирования для краевых задач теории оболочек. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 160 с.
6. Григоренко Я. М., Ильин Л. А., Коваленко А. Д. Теория тонких конических оболочек и ее приложение в машиностроении. — Киев: Изд-во АН УССР, 1963. — 287 с.
7. Zingoni A., Mokhotu B., Enoma N. A theoretical formulation for the stress analysis of multi-segmented spherical shells for high-volume liquid containment // Engineering Structures. — 2015. — No. 87. — P. 21–31.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОДКРЕПЛЕННОЙ ШПАНГУТАМИ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

Ю. И. Виноградов¹, Г. Б. Меньков²

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²РГСУ, Москва, Россия

Рассматривается конструкция, элемент летательного аппарата. Расчетная схема представляет собой коническую оболочку постоянной толщины из изотропного материала. Модуль Юнга материала E , коэффициент Пуассона ν . Оболочка подкреплена кольцами квадратного поперечного сечения со стороной h , нагружена внешним давлением q_3 . Изделие может работать в условиях нагрева до 1500°C .

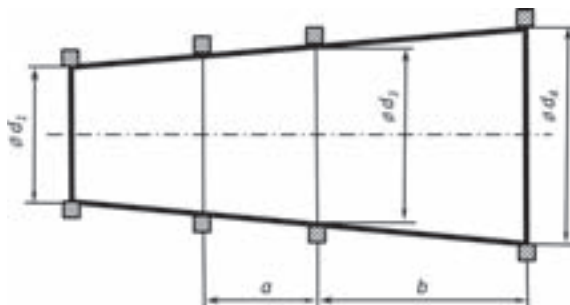


Рис. 1

При нагружении внешним давлением и равномерном распределении температуры по толщине оболочки напряженно-деформированное состояние осесимметричное. Соотношение толщины и характерных размеров оболочки позволяет считать оболочку тонкостенной и проводить расчеты с использованием классической теории Кирхгофа–Лява.

Решения уравнений классической теории для конической оболочки содержат быстро изменяющиеся функции. Это создает трудности для численных методов решения краевых задач. Во-первых, из-за необходимости применять специальные вычислительные приемы, например ортогонализацию решений, для получения хорошо обусловленных матриц систем алгебраических уравнений при определении произвольных постоянных из граничных условий. Во-вторых, при численном решении трудно гарантировать точность получаемых результатов. Поэтому в настоящей работе строится аналитическое решение уравнений классической теории в специальных функциях. Это дает возможность согласно предложенному [1] методу функционального нормирования выделить доминирующие решения и простым нормированием добиться хорошей обусловленности матрицы линейных алгебраических уравнений для определения произвольных постоянных из граничных условий.

После комплексного преобразования уравнений равновесия, совместности деформаций и соотношений упругости получаем для разрешающей функции $\tilde{T}_1 = T_1 + k_0 \kappa_2$ уравнение в виде

$$[\delta(\delta + 2) - z]\tilde{T}_1 + \frac{q_3 A_1}{2 \operatorname{ctg}^2 \gamma} z^2 - \frac{C_5}{A_1} = 0, \quad (1)$$

где $\delta = z \frac{d}{dz}$, $z = \frac{s \operatorname{ctg} \gamma}{A_1} = is \operatorname{ctg} \gamma \sqrt{\frac{C_{11} C_{22} - C_{12}^2}{C_{11} D_{11}}}$, $\Delta = C_{11} C_{22} - C_{12}^2$, $\Delta = C_{11} C_{22} - C_{12}^2$, $\Delta = C_{11} C_{22} - C_{12}^2$ — обобщенные жесткости, s — меридиональная координата, отсчитываемая от вершины оболочки, γ — угол при вершине конуса, $k_0 = i \sqrt{D_{11} \frac{\Delta}{C_{11}}}$, $A_1 = \frac{D_{11}}{k_0}$, C_5 — произвольная постоянная, равная с точностью до множителя неуравновешенной осевой нагрузке; $\tilde{T}_1 = T_1 + k_0 \kappa_2$ — мембранное усилие, $\tilde{T}_1 = T_1 + k_0 \kappa_2$ — изменение кривизны.

Решения однородной части уравнения (1) выражаются [2] через гипергеометрические функции первого и второго рода, а затем через функции Томсона. Поскольку корни определяющего для (1) уравнения отличаются от степеней z в правой части на целое число, частное решение неоднородного уравнения выражается через степени переменной z .

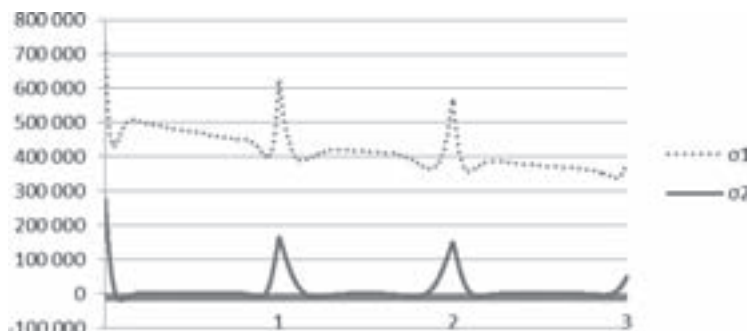


Рис. 2

Параметры рассматриваемой расчетной схемы позволяют считать подкрепляющие кольца тонкими. Влияние тонкого кольца на оболочку учитывалось в виде радиального усилия и момента, изгибающего кольцо из своей плоскости. Также учитывались температурные деформации кольца.

Рассматриваемая расчетная схема соответствует конструкции, имеющей продолжение, поэтому моделирование граничных условий представляет собой нетривиальную задачу. Были рассмотрены различные варианты граничных условий: шарнирное опирание с учетом дополнительного подкрепления упругим кольцом, заделка, взаимодействие свободного края с упругим кольцом. В последнем случае для отсутствия жестких смещений один из торцов оболочки имел шарнирные опоры.

Например, распределение напряжений для оболочки, шарнирно опертой по торцам и подкрепленной кольцами, при температуре 500 °С получено в виде, представленном на рис. 2.

Результаты представлены в безразмерной форме. Исходя из критериев подобия, для напряжений выбрана в качестве обезразмеривающего комплекса величина $q_3 l_1 / R_1$, где l_1 , R_1 — размеры первого участка оболочки.

Получены результаты для почти 200 других вариантов конструкции при разных толщинах оболочки, колец, значениях внешнего давления и температуры. По результатам расчетов сделаны выводы. Наиболее существенное влияние на величины напряжений оказывают граничные условия. Напряжения для стесненной и нагретой, даже равномерно, конструкции оказываются на несколько порядков выше, чем при отсутствии стеснения по торцам оболочки. Для сравнения выполнены и расчеты конструкции без колец, напряжения получились близкими к величинам безмоментной теории. Рассчитываемая оболочка оказалась достаточно длинной с точки зрения возникновения краевых эффектов в областях закрепления оболочки и подкрепления ее кольцами.

1. Виноградов Ю. И., Меньков Г. Б. Метод функционального нормирования решений жестких линейных обыкновенных дифференциальных уравнений для краевых задач // Доклады РАН. — 1998. — Т. 358, № 6. — С. 763–764.
2. Коваленко А. Д., Григоренко Я. М., Ильин Л. А. Теория тонких конических оболочек и ее приложение в машиностроении. — Киев: АН УССР, 1963. — 287 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ УДЕЛЬНОЙ ЭНЕРГОЕМКОСТИ МАГНИТОПЛАСТНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ НАКОПИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ*

Л. Р. Гайнулина, Д. В. Бережной

КФУ, Казань, Россия

В настоящее время создаются множество высокопрочных материалов, что позволяет искать новые методы накопления и хранения энергии, в том числе и механические. Одной из крайне перспективных, является технология накопления энергии при помощи маховика который обладает высокой весовой отдачей, а так же способный накапливать не только кинетическую энергию вращения ротора, но и потенциальную энергию за счет включения в работу вакуумного корпуса и изменения моментных и геометрических размеров самого ротора. Данный механический накопитель энергии (МНЭ) найдет себе применение в устройствах, которые на данный момент используют химические аккумуляторы, а так же на космических аппаратах, наземных транспортных, в авиации и в качестве бесперебойного источника питания для аппаратуры связи, дата центров и т. д.

Из потенциальных полей, применяемых в технике, а именно гравитационном, электростатическом и магнитном, в системе маховик–корпус можно применить

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ проект №15-41-02555.

последнее. Применение потенциальной связи в режиме взаимного отталкивания позволяет разгрузить наружные слои маховика за счет передачи нагрузки на корпус и таким образом увеличить скорость вращения маховика и запасаемую энергию.

Для создания магнитной разгрузки внешних слоев ротора маховика необходимо применять магнитный материал позволяющий создавать силы отталкивания между ротором маховика и прочным корпусом МНЭ. Для создания намагниченных лент используют магнитный порошок, который вводят в композиционную массу и изготавливают композиционный материал. Из такой намагниченной ленты наматывают обод маховика. Таким образом, весь маховик приобретает свойства магнита с радиальным намагничиванием, причем каждый последующий виток намотки притягивается к предыдущему. Магнитный корпус изготавливают намоткой магнитной лентой (использованной ранее для намотки обода маховика), но со встречной намагниченностью. Под действием магнитных сил обод маховика будет отталкиваться от магнита корпуса. За счет взаиморасположения обода из магнитного материала и корпуса из противоположно намагниченного материала можем отказаться от радиальных подшипников маховика в конструкции накопителя энергии, ограничившись осевым упорным подшипником. Разгрузка обода маховика с передачей возникающих и стремящихся разрушить маховик центробежных сил на корпус МНЭ позволяет существенно увеличить скорость вращения маховика без его разрушения. При этом разгрузка высоконагруженного обода маховика с передачей нагрузки на корпус МНЭ позволяет, в зависимости от конструкции и материала корпуса, за счет безопасного увеличения скорости вращения маховика запастись накопителем больше энергии, причем — без увеличения массы механического накопителя энергии, т. е. существенно повысить удельную энергоемкость МНЭ.

В работе излагаются основы методики численного исследования удельной энергоемкости кинетических накопителей энергии, реализованных по схеме маховик–кожух. В дополнение к традиционной оценке энергоемкости по кинетической энергии маховика добавляется оценка удельной энергоемкости системы маховик–кожух, находящейся в потенциальном поле. Анализируются возможности использования различных конструкционных материалов при изготовлении собственно маховика и кожуха. Отмечается, что наличие потенциального поля в системе маховик–кожух позволяет повысить удельную энергоемкость кинетического накопителя энергии.

1. *Belykh K. V., Filkin N. M.* To a question of calculation flywheel drives of kinetic energy // Materials of the international scientific and practical conference «Upgrade and scientific researches in a transport complex». — 2012. — V. 1. — P. 281–289.
2. *Berezhnoi D. V., Chickrin D. E., Galimov A. F.* On specific energy capacity of flywheel energy storage // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 124. — P. 6181–6190.
3. *Berezhnoi D. V., Chickrin D. E., Kurchatov E. Yu., Galimov A. F.* Estimation of specific energy capacity of flywheel-housing system in potential field // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 163. — P. 8125–8135.
4. *Белых К. В., Филькин Н. М.* К вопросу расчета маховичных накопителей кинетической энергии // Материалы международной научно-практической конференции «Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе». — 2012. — Т. 1. — С. 281–289.
5. *Бережной Д. В., Чикрин Д. Е., Галимов А. Ф.* Исследование удельной энергоемкости кинетических накопителей энергии // Сеточные методы для краевых задач и приложения: Материалы Десятой Международной конференции. — Казань: Казанский университет, 2014. — Т. 1. — С. 148–155.
6. *Бережной Д. В., Гайнулина Л. Р., Федорова И. А.* Расчет удельной энергоемкости маховичных накопителей энергии // Материалы XX Межд. симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова. — 2014. Т. 1. — С. 26–28.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ЖАРОПРОЧНЫХ СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ НЕЙТРОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ

В. А. Горохов, Д. А. Казаков, С. А. Капустин, Ю. А. Чурилов

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В докладе обсуждается вариант модели, описывающей процессы высокотемпературной ползучести ряда жаропрочных сплавов с учетом влияния нейтронного облучения. Модель реализована в составе общей модели поврежденного материала, описанной в [1, 2]. В основу модели положены определяющие соотношения термползучести для необлученных жаропрочных сплавов [1], дополненные учетом влияния эффектов облучения при температурах $T = 700\text{--}900^\circ\text{C}$ и флаксе нейтронов (число нейтронов, пересекающих единичную площадку в единицу времени) $\Phi = 5 \cdot 10^{13}\text{--}6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. В частности, в отличие от поведения хромоникелевых сталей при терморadiационных воздействиях [3, 4], основные эффекты нейтронного облучения рассматриваемых сплавов, согласно имеющимся экспериментальным данным, проявляются лишь в заметном изменении скорости термической ползучести.

В настоящем исследовании для описания скорости термической ползучести $\dot{\epsilon}_{ij}^T$ использована модель ползучести необлученного материала [1, 2], дополненная учетом влияния облучения в форме:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^T = \dot{\epsilon}_{ij}^c \cdot F_c(T, \theta, \Phi),$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ — скорость деформаций ползучести необлученного материала [1, 2]; $F_c(T, \theta, \Phi)$ — функция, учитывающая влияние факса нейтронов Φ на скорость деформации термической ползучести; θ — параметр, характеризующий уровень напряжений в рассматриваемой точке материала связанный с девиатором действующих напряжений σ'_{ij} и начальным пределом ползучести облучаемого материала C_Φ . Начальный предел ползучести C_Φ зависит от температуры и факса нейтронов Φ : $C_\Phi = C_\Phi(T, \Phi)$.

Для получения функции $F_c(T, \theta, \Phi)$ необходимо проведение экспериментов на ползучесть при различных значениях параметров T , θ и Φ . Ввиду сложности и большой трудоемкости проведения таких экспериментов в дальнейшем используется упрощенная аппроксимация этой функции в виде:

$$F_c(T, \theta, \Phi) = 1 + FC(T, \theta) \cdot \Phi,$$

где $FC(T, \theta)$ — функция, учитывающая влияние облучения на скорость деформации термической ползучести, не зависящая от значения факса Φ , которая может быть построена на основе проведения экспериментов при фиксированном значении факса.

Зависимость начального предела ползучести облученного материала C_Φ от текущих значений температуры и факса нейтронов также может быть представлена в виде простейшей аппроксимации:

$$C_\Phi(T, \Phi) = C_c(T) \cdot FP(T, \Phi),$$

где $FP(T, \Phi)$ — функция, учитывающая влияние облучения на радиус начального предела ползучести, зависящая от температуры и значения факса нейтронов Φ ; $C_c(T)$ — радиус начальной поверхности ползучести необлученного материала.

В качестве переменной, определяющей процесс накопления повреждений при ползучести облучаемого материала, принята доля энергии диссипации, изменение которой ΔV на шаге нагружения определяется соотношением [1, 2]:

$$\Delta V = \sigma'_{ij} \cdot \Delta e^c_{ij}.$$

Соответствующее изменение функции поврежденности при ползучести $\Delta\psi$ принимается в виде:

$$\Delta\psi = \frac{\Delta V}{V^R_\Phi},$$

где $V^R_\Phi = V^R_\Phi(T, \Pi, \Phi)$ — предельное значение энергии диссипации при ползучести, соответствующее текущему виду напряженно-деформированного состояния (НДС), характеризующему параметром Π , действующей температуре T и значению факса нейтронов Φ .

Зависимость функции V^R_Φ от параметра вида НДС Π , температуры T и факса нейтронов Φ , принимается на основе соотношения:

$$V^R_\Phi = f_1(\Pi) \cdot V^R_0(T) \cdot FR(T, \Phi),$$

где V^R_0 — предельное значение энергии диссипации при ползучести необлученного материала в условиях одноосного растяжения; $FR(T, \Phi)$ — функция, учитывающая влияние факса нейтронов Φ на предельное значение энергии диссипации при ползучести; $f_1(\Pi)$ — функция вида НДС ($0 \leq f_1(\Pi) < \infty$), определяемая на основе аппроксимации, полученной их экспериментов для необлученного материала зависимости V^R от вида НДС.

В докладе рассмотрены вопросы получения материальных параметров и экспериментального обоснования предлагаемой модели.

На основе предложенной выше модели в рамках вычислительного комплекса УПАКС [5] разработана численная методика и программа для решения задач высокотемпературной ползучести конструкций из жаропрочных сплавов в условиях нейтронного облучения. Представлены результаты численного моделирования процессов высокотемпературной ползучести элементов конструкций, выполненных из жаропрочного сплава в условиях нейтронного облучения.

1. Капустин С. А., Казаков Д. А., Чурилов Ю. А., Галущенко А. И., Вахтеров А. М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести // Проблемы прочности и пластичности. — 2008. — Вып. 70. — С. 98–108.
2. Капустин С. А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ: монография / С. А. Капустин, Ю. А. Чурилов, В. А. Горохов. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, 2015. — 347 с.
3. Капустин С. А., Горохов В. А., Виленский О. Ю., Кайдалов В. Б., Марголин Б. З., Бучатский А. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкций из нержавеющей сталей, эксплуатирующихся в условиях интенсивных терморadiационных воздействий // Проблемы прочности и пластичности. — 2007. — Вып. 69. — С. 106–116.
4. Капустин С. А., Горохов В. А., Васильев Б. А., Виленский О. Ю., Кайдалов В. Б., Осетров Д. Л., Марголин Б. З., Гуленко А. Г. Сравнительный анализ радиационно-термического формоизменения отражателей реакторов БН-600 и БН-800 по результатам численного моделирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2011. — №6. — С. 99–107.

5. Вычислительный комплекс УПАКС. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №147 от 31.10.2002.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ЭФФЕКТИВНОМУ УМЕНЬШЕНИЮ ИНТЕНСИВНОСТИ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Е. Л. Гусев^{1,2}

¹ИПНГ СО РАН, Якутск, Россия; ²ИМИ СВФУ, Якутск, Россия

Современные композиционные конструкции должны удовлетворять широкому комплексу требований, связанных с ограничением на вес, стоимость, прочность, жесткость, надежность, стойкость к воздействию дестабилизирующих факторов различной физической природы и многим другим. Поэтому проблеме оптимального проектирования конструкций уделяется значительное внимание [1–8]. Повышение эффективности композиционных конструкций неразрывно связано с совершенствованием подходов и моделей их оптимального проектирования и расчета.

Исследована проблема потенциальных возможностей слоисто-неоднородных композиционных конструкций по эффективному уменьшению интенсивности теплового излучения. Наибольший интерес представляют задачи эффективного предельного гашения теплового поля на основе направленного выбора структуры неоднородной среды. При этом эффективное гашение температурного поля может реализовываться на слоисто-неоднородных композиционных конструкциях, обладающих достаточно сложной структурой.

Требуется направленным выбором структуры неоднородной конструкции обеспечить наиболее эффективное гашение уровня интенсивности температурного поля на внутренней поверхности конструкции в заданном временном промежутке: $0 \leq t \leq \tau_{\max}$. Обозначим через S_0 , S_1 внешнюю и внутреннюю поверхности конструкции соответственно. Тогда в вариационной постановке в качестве критерия, подлежащего оптимизации, целесообразно выбрать следующий критерий:

$$J = \int_0^{\tau_{\max}} |T(x, y, z, t)|^2 \Big|_{(x, y, z) \in S_1} dt \Rightarrow \min.$$

Варьируемыми являются параметры, определяющие структуру слоисто-неоднородной конструкции, а именно: теплофизические свойства материалов слоев, толщины слоев, число слоев, а также порядок взаимного расположения материалов слоев с различными теплофизическими свойствами в конструкции. Изучение предельных возможностей многослойных композиционных конструкций по эффективному уменьшению интенсивности температурных полей на основе направленного выбора параметров, определяющих физическую и геометрическую структуру конструкции, связано с полным перебором $3N + 1$ параметров, и при значительном числе слоев N , не представляется возможным даже на высокобыстродействующих компьютерах, особенно в случае неперiodического температурного воздействия.

Возникает важный как в прикладном, так и в теоретическом аспекте вопрос о том, насколько существенным будет затухание температурных волн при значительном увеличении числа слоев многослойной конструкции, когда значительно возрастает число параметров, определяющих физическую и геометрическую структуру многослойной конструкции. В соответствии с этим актуальной является разработка подхода, позволяющего исследовать предельные возможности композиционных конструкций по эффективному уменьшению интенсивности температурных полей, на основе направленного выбора их физической и геометрической структуры, не прибегая к полному перебору всех допустимых вариантов конструкций.

При известной геометрической и физической структуре многослойной конструкции, т. е. при известных теплофизических параметрах слоев и геометрических толщинах слоев, при значительном числе слоев, расчеты уровня затухания температурных волн в конструкции могут быть проведены только на основе численного решения на компьютерах соответствующей краевой задачи для системы уравнений теплопроводности, описывающих распространение температурных волн в слоях конструкции [7, 8]. Подбирая определенным образом физическую и геометрическую структуру многослойной композиционной конструкции можно в широких пределах управлять уровнем интенсивности теплового поля.

На основе необходимых условий оптимальности в вариационной постановке проведено исследование качественной структуры слоисто-неоднородных композиционных конструкций, реализующих предельные возможности по уменьшению уровня интенсивности температурного поля. На основе теории многозначных отображений [9, 10] разработана методика продолжения по параметру позволяет исследовать потенциальные возможности слоисто-неоднородных композиционных конструкций по уменьшению интенсивности теплового поля в широком диапазоне частот на основе направленного выбора композиционной структуры конструкции.

1. Kulikov G. M. Analysis of initially stressed multilayered shells // *Int. J. Solids and Struct.* — 2001. — V. 38. — P. 4535–4555.
2. Соболев И. А., Попов Б. Г. Моделирование температурных деформаций многослойных оболочечных космических конструкций // *Инженерно-физический журнал.* — 2001. — № 6. — С. 27–31.
3. Jae-Yeol K., Ik-No K., Taek-Jin K. A numerical analysis method for layered plate with different material constants // *Comput. And Struct.* — 2001. — V. 9, No. 29–30. — P. 2663–2680.
4. Frank P. P., Anthong P. N. A higher order sandwich plate theory accounting for 3-D stresses // *Int. J. Solids and Struct.* — 2001. — V. 38, No. 30–31. — P. 5045–5062.
5. Nathau W., Hutchinson J. W. Optimal truss plates // *J. Solids and Struct.* — 2001. — V. 38, No. 30–31. — P. 5165–5183.
6. Лежнева А. А., Некрасова О. А., Полетаев В. В. Расчет многослойных защитных преград // *Вестник ПГТУ. Динамика и прочность машин.* — 2001. — № 3. — С. 72–76.
7. Гусев Е. Л. Математические методы синтеза слоистых структур. — Новосибирск: Наука, 1993. — 262 с.
8. Гусев Е. Л., Бакулин В. Н., Марков В. Г. Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. В 2 т. Т. 1. Оптимальное проектирование конструкций из композиционных и традиционных материалов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 256 с.
9. Иванов В. К. О некорректно поставленных задачах // *Математический сборник.* — 1963. — Т. 61, № 2. — С. 211–224.
10. Лисковец О. А. Некорректные задачи с замкнутым необратимым оператором // *Дифференциальные уравнения.* — 1967. — № 4. — С. 636–646.

ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ТРЕБУЕМЫМ И РЕГУЛИРУЕМЫМ КОМПЛЕКСОМ СВОЙСТВ

Е. Л. Гусев^{1,2}, В. Н. Бакулин³

¹ИПНГ СО РАН, Якутск, Россия; ²ИМИ СВФУ, Якутск, Россия;

³ИПриМ РАН, Москва, Россия

На основе применения и развития методов математического и компьютерного моделирования проведено исследование задач численного анализа и оптимального проектирования структуры композиционных материалов с требуемым и регулируемым комплексом свойств. Задачи численного расчета и оптимального проектирования структуры композиционных конструкций с требуемым комплексом свойств сформулированы в вариационной постановке.

Современные композиционные конструкции должны удовлетворять широкому комплексу требований. Поэтому проблеме оптимального проектирования и численного расчета композиционных конструкций уделяется значительное внимание. Широкое распространение композиционных материалов в различных областях физики, техники, приборостроения, общность их математического описания приводят к необходимости создания единого подхода к задачам исследования предельных возможностей неоднородных конструкций по достижению требуемого комплекса свойств [1–5]. Возможности эффективного исследования предельных возможностей необходимо связаны с разработкой эффективных методов поиска глобального экстремума соответствующих функционалов эффективности в вариационных постановках задач синтеза.

Наиболее универсальным является вариационный подход, позволяющий свести задачу оптимального проектирования к некоторой задаче оптимального управления системами специальной структуры.

Отсутствие эффективных методов исследования предельных возможностей приводит к тому, что с одной стороны, отсутствует возможность оптимального конструирования композиционных материалов с характеристиками предельно близкими к требуемым. А с другой стороны, отсутствует возможность оценить насколько существенно композиционные материалы, функционирующие в различных областях физики и техники, реализуют возможности, отличные от предельно-достижимых.

Одним из наиболее эффективных подходов к решению данной проблемы является разрабатываемый подход, основанный на установленном свойстве внутренней симметрии в структуре оптимальных композиционных материалов и теории многозначных отображений [1–6]. Показано, что данный подход позволяет исследовать предельные возможности слоисто-неоднородных композиций по достижению заданного комплекса свойств.

На основе конструктивного исследования необходимых условий оптимальности, в вариационных постановках задач оптимального синтеза, установлено существование внутренней симметрии во взаимосвязи параметров, определяющих физическую и геометрическую структуру оптимальной конструкции. Существование такой внутренней симметрии в задачах оптимального синтеза слоистых композиционных материалов может говорить о том, что структуры, реализующие предельные возможности, будут группироваться только внутри узкого компактного множества Q . Внутренний порядок или внутренняя симметрия во взаимосвязи оптимальных параметров, может приводить к тому, что структуры, реализующие предельные возможности, будут удовлетворять дополнительным связям. Выявление

таких связей позволяет существенно уменьшить размерность задачи, т.е. может оказаться, что структуры, реализующие предельные возможности, дополнительно удовлетворяют некоторой системе m уравнений $M_j(u^*) = 0$. Множество решений этой системы и есть искомое компактное множество:

$$Q = \{u^* : M_j(u^*) = 0, j = 1, \dots, m\}.$$

Выделение этой системы уравнений может позволить в ряде случаев полностью решить проблему синтеза. Главная проблема здесь заключается в разработке методики аналитического описания границ выделяемого компактного множества.

Разработана методика аналитического описания границ выделяемого компактного множества. На основе теории многозначных отображений [6] разработана методика продолжения решения по параметру, позволяющая осуществлять эффективное продолжение множества глобально-оптимальных решений по параметру. Разработанная методика исследования предельных возможностей, основанная на теории многозначных отображений и методах продолжения по параметру, позволяет осуществлять эффективное конструирование слоистых композиционных материалов со сложными характеристиками при волновых воздействиях.

Методы оптимального проектирования слоисто-неоднородных структур с заданным комплексом свойств при воздействии упругих волн и вариационная постановка задач оптимального проектирования структурно-неоднородных материалов и конструкций с требуемым и регулируемым комплексом свойств рассматривались в работах авторов [7–9].

1. Гусев Е. Л. Математические методы синтеза слоистых структур. — Новосибирск: Наука, 1993. — 262 с.
2. Гусев Е. Л. Качественные закономерности взаимосвязи параметров в оптимальных структурах в задачах оптимального синтеза неоднородных структур из дискретного набора материалов при волновых воздействиях // Доклады РАН. — 1996. — Т. 346, № 3. — С. 324–326.
3. Gusev E. L. Optimal synthesis methodology of nonhomogeneous structures under the influence of electromagnetic waves // Int. J. Of Applied Electromagnetics and Mechanics. — 1999. — No. 10. — P. 405–416.
4. Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Марков В. Г. Методы оптимального проектирования конструкций из композиционных и традиционных материалов при волновых и статических воздействиях // Инженерно-физический журнал. — Минск, 2001. — Т. 74, № 6. — С. 53–56.
5. Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Марков В. Г. Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. В 2 т. Т. 1. Оптимальное проектирование конструкций из композиционных и традиционных материалов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 256 с.
6. Лисковец О. А. Некорректные задачи с замкнутым необратимым оператором // Дифференциальные уравнения. — 1967. — № 4. — С. 636–646.
7. Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Ярилова Е. В. Методы оптимального проектирования слоисто-неоднородных структур с заданным комплексом свойств при воздействии упругих волн // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, № 12. — С. 111–117.
8. Гусев Е. Л., Бакулин В. Н. Вариационная постановка задач оптимального проектирования композиционных конструкций с требуемым комплексом свойств // Механика композитных материалов. — 2015. — Т. 51, № 5. — С. 1–12.
9. Гусев Е. Л., Бакулин В. Н. Вариационная постановка задач оптимального проектирования структурно-неоднородных материалов и конструкций с требуемым и регулируемым комплексом свойств // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89, № 3.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ РАСЧЕТА БОЛЬШИХ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ МКЭ*

Р. Л. Давыдов, Л. У. Султанов, А. И. Абдрахманова

КФУ, Казань, Россия

В настоящей работе предложена методика численного исследования напряженно-деформированного состояния упругопластических тел с учетом больших деформаций.

1. Кинематика среды. Для описания деформации и скорости деформации используются левый тензор Коши–Грина $\mathbf{B}$, тензор пространственного градиента скорости $\mathbf{h}$, тензор деформации скорости $\mathbf{d}$. Напряженное состояние описывается с помощью тензора истинных напряжений Σ , определенного в актуальном состоянии. Базовым является уравнение в скоростях напряжений, полученное из уравнения принципа виртуальных мощностей в актуальной конфигурации [1–4]:

$$\int_{\Omega} \left[\dot{\Sigma} \cdot \delta \mathbf{d} + \Sigma \cdot \delta \dot{\mathbf{d}} + \frac{J}{J} \Sigma \cdot \delta \mathbf{d} \right] d\Omega = \int_{\Omega} \left[\dot{\mathbf{f}} + \mathbf{f} \frac{J}{J} \right] \cdot \delta \mathbf{v} d\Omega + \int_S \left[\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{p} \frac{J}{J} \right] \cdot \delta \mathbf{v} dS,$$

где Ω — текущий объем; S^σ — часть поверхности, на которой заданы усилия; $\mathbf{f}$, $\mathbf{p}$ — векторы объемных и поверхностных сил соответственно; $J = \det(\mathbf{F})$ — относительное изменение объема.

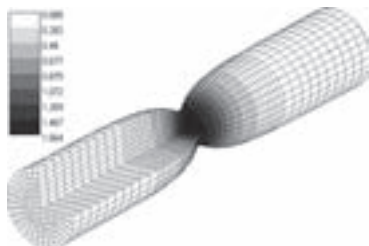


Рис. 1



Рис. 2

2. Определяющие соотношения. Определяющие соотношения получим, используя потенциальную энергию упругой деформации W [8]. Тогда для тензора напряжений Коши–Эйлера получим выражение:

$$\Sigma = \frac{2}{J} \mathbf{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathbf{B}}. \quad (1)$$

Для выражения (1), получено физическое соотношение в виде зависимости производной Трусделла тензора напряжений от деформации скорости:

$$\Sigma^{Tr} = \dot{\Sigma} + \mathbf{h} \cdot \Sigma + \Sigma \cdot \mathbf{h}^T - I_{Id} \Sigma = \Lambda_{\Sigma} \cdot \mathbf{d}.$$

3. Алгоритм расчета. В качестве базового уравнения используется уравнение виртуальных мощностей. В рамках теории течения используются аддитивное представление для полной деформации скорости, т. е. $\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p$. Предполагается справедливость ассоциированного закона течения [5, 6]. При моделировании пла-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 15-01-08733, 15-41-02557.

стических деформаций применяется метод проецирования напряжений на поверхность текучести с итерационным уточнением текущего НДС.

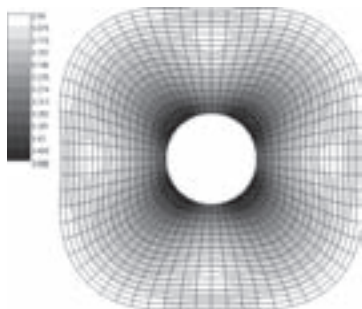


Рис. 3

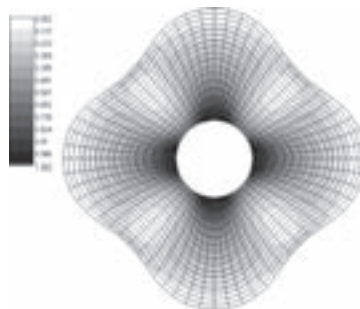


Рис. 4

4. Численный пример. В качестве примера рассмотрено следующее выражение потенциала упругих деформаций: $W = \frac{\mu}{2}(I_{IV} - 3) + \frac{K}{2}(J - 1)^2$. В качестве «орто-тропного» критерия упругого деформирования — условие Губера–Мизеса [9].

Решена задача о упругопластическое растяжение круглого стержня, приводится сравнение с результатами [9, 10] (рис. 1). Далее рассмотрена задача о упругопластическом деформировании круглой пластины под действием штампа (рис. 2) и задача штамповки круглой пластины (рис. 3, 4).

1. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные уравнения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, Кн. 1. — С. 29–37.
2. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, Кн. 3. — С. 122–132.
3. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел III. Постановки задачи и алгоритмы решения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2009. — Т. 151, Кн. 3. — С. 108–120.
4. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел IV. Конечноеэлементная реализация. Примеры решения задач // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2010. — Т. 152, Кн. 4. — С. 115–126.
5. Голованов А. И., Султанов Л. У. Численное исследование больших упругопластических деформаций трехмерных тел // Прикладная механика. — Киев, 2005. — Т. 41, №6. — С. 36–43.
6. Голованов А. И., Султанов Л. У. Исследование закритического упругопластического состояния трехмерных тел с учетом конечных деформаций // Известия Вузов. Авиационная техника. — 2008. — №4. — С. 13–16.
7. Султанов Л. У., Давыдов Р. Л. Численное исследование больших деформаций методом конечных элементов // Инженерно-строительный журнал. — Санкт-Петербург: СПбГУ, 2013. — №9(44). — С. 64–68.
8. Bonet J., Wood R. D. Nonlinear continuum mechanics for finite elementanalysis. — Cambridge University Press, 1997.
9. Eidel B., Gruttmann F. Elastoplastic orthotropy at finite strains: multiplicative formulation and numerical implementation // Comput. Materials Science. — 2003. — V. 28. — P. 732–742.
10. Schroder J., Gruttmann F. A simple orthotropic finite elastoplasticity model based on generalized stress-strain measure // Comput. Mech. — 2002. — V. 30. — P. 38–64.

11. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм исследования больших упругопластических деформаций // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, № 5. — С. 1237–1244.
12. Sultanov L. U. Mathematical modeling of deformations of hyperelastic solids // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 143. — P. 7117–7124.
13. Sultanov L. U., Davydov R. L. Mathematical modeling of large elastic-plastic deformations // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 60. — P. 2991–2996.
14. Султанов Л. У., Фахрутдинов Л. Р. Численное исследование гиперупругих материалов // Инженерно-строительный журнал. — Санкт-Петербург: СПбГУ, 2013. — № 9(44). — С. 69–74.
15. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм решения задачи о больших упругопластических деформациях МКЭ // Вестник ПНИПУ. Механика. — Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. — № 1. — С. 81–93.
16. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Решение задачи о больших упругопластических деформациях методом конечных элементов // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2012. — Т. 154, Кн. 4. — С. 17–25.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ*

А. В. Демарева, А. И. Кибец, Д. В. Шошин

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Движение оболочки описывается с позиций механики сплошных сред с применением текущей лагранжевой формулировки [1–3]. Математические модели упругопластического выпучивания сферических оболочек, включают в себя следующие основные группы уравнений [4, 5]: 1) уравнения движения, 2) уравнения упруговязкопластического деформирования металлов и сплавов, 4) условия контактного взаимодействия. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей работы [1–5]. В качестве уравнений состояния используются соотношения теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [6, 7]. Контакт описывается условиями непроникания, допускающими отрыв поверхностей друг от друга и повторное вступление в контакт [8]. Система уравнений, определяющая деформирование сферической оболочки при динамическом нагружении, дополняется начальными условиями и кинематическими граничными условиями.

Для решения определяющей системы уравнений применяется моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема интегрирования по времени типа «крест» [7, 9, 10]. Для решения задачи контакта деформируемых тел на несогласованных конечно-элементных сетках используется алгоритм [8].

Программная реализация конечно-элементной методики осуществлена в рамках вычислительного комплекса (ВК) «Динамика-3» [11]. На ее основе выполнен расчет упругопластического деформирования и выпучивания полусферической стальной оболочки ($R = 3,85$ см, $R/h = 48,125$), расположенной на неподвижной плите при квазистатическом вдавливании недеформируемого индентора. Индентор имеет вид цилиндрической оболочки с четырьмя продольными вырезами в области контакта [12]. Радиус цилиндрической оболочки 2,5 см, толщина 0,5 см. Скорость смещения индентора 1 м/с.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №14-08-00656-а).

Численное исследование проводилось на сетках из 1500–5000 конечных элементов. Результаты численного исследования сопоставлялись с представленными в [12] экспериментальными данными и результатами расчетов с применением вычислительной системы ABAQUS [13].

Как показали результаты расчетов, полусферическая оболочка в процессе нагружения претерпевает значительные локальные формоизменения в области контакта с индентором, характеризующиеся большими смещениями и углами поворота конечных элементов как жесткого целого. Интенсивность пластических деформаций в оболочке на складках по расчетным данным достигает 39%. В целом ВК «Динамика-3» [11] с удовлетворительной для инженерной практики точностью описывает исследуемый процесс. Так, расхождение графиков зависимости контактной силы от смещения нагружающего устройства, полученных расчетным путем и экспериментально, на закритической стадии деформирования оболочки не превышает 5%. Остаточные формы оболочки в расчете и эксперименте также хорошо согласуются друг с другом. По величине прогиба, при котором оболочка теряет устойчивость, вычислительный комплекс «Динамика-3» [11] и эксперимент дают близкие результаты:

Аналогичные расчеты выполнены для второго варианта задачи, в котором в качестве индентора использовалась толстостенная цилиндрическая оболочка ($R = 2,5$ см, $h = 0,5$ см) с тремя продольными вырезами в области контакта [10]. Интенсивность пластических деформаций в оболочке на складках по расчетным данным в этом случае не превышает 15%. Расхождение графиков зависимости контактной силы от смещения нагружающего устройства, полученных расчетным путем на основе ВК «Динамика-3» [11] и экспериментально, на закритической стадии деформирования оболочки не превышает 2%. Достоверность остаточной формы оболочки, полученной в расчете, подтверждают экспериментальные данные [12].

1. Bathe K. -Y. Finite element procedures. — New Jersey: Upper Saddle River «Prentice Hall», 1996. — 1037 p.
2. Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. — 262 с.
3. Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. — М.: Наука, 1986. — 232 с.
4. Баженов В. Г., Гоники Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // ПМТФ. — 2014. — Т. 55, №1. — С. 13–22.
5. Демарева А. В., Иванов В. А., Жестков М. Н., Кибец А. И., Кибец Ю. И., Шошин Д. В. Численное решение динамических задач деформирования композитных оболочек с пористым наполнителем // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. Вып. 76(1). — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2014. — С. 46–54.
6. Баженов В. Г., Кибец А. И. Численное моделирование трехмерных задач нестационарного деформирования упругопластических конструкций методом конечного элемента // Изв. РАН. МТТ. — 1994. — №1. — С. 52–59.
7. Артемьева А. А., Баженов В. Г., Кибец А. И., Лаптев П. В., Шошин Д. В. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек // Вычислительная механика сплошных сред. — 2010. — Т. 3, №2. — С. 5–14.
8. Баженов В. Г., Кибец А. И., Цветкова И. Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — №2. — С. 20–26.
9. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха. — Киев: Вища школа; Лейпциг: ФЭБ Фахбухферлаг, 1982. — 480 с.

10. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 391 с.
11. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №325 от 18.04.2013.
12. Shariati M., Allahbakhsh H. R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings // Thin-Walled Structures. — 2010. — V. 48, issue 8 August. — P. 620–628.
13. Abaqus. Analysis User's Manual. Introduction, Spatial Modeling, and Execution. — Publisher — Simulia, 2008. — 711 p.

О ВЛИЯНИИ ПОРОВОГО ФЛЮИДА НА СДВИГОВУЮ ПРОЧНОСТЬ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА*

А. В. Димаки, Е. В. Шилько, С. В. Астафуров, С. Г. Псахье

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Наличие флюида (жидкого и/или газообразного) в поровом пространстве материала оказывает значительное влияние на его прочностные свойства [1–3]. При этом в условиях динамического нагружения прочность флюидонасыщенных образцов определяется не только поровым давлением флюида, но и его перераспределением в фильтрационном объеме. Авторами проведено численное моделирование сдвигового нагружения системы упругих проницаемых блоков, разделенных упруго-пластическим интерфейсом, в стесненных условиях (рис. 1). Данный режим нагружения является характерным для геологических систем, таких как водонасыщенные границы раздела в разломных зонах, трещины сдвига в угольных и нефтеносных пластах и т. д. Поровый объем упругих блоков и интерфейса считался заполненным водой при начальном давлении, равном атмосферному.

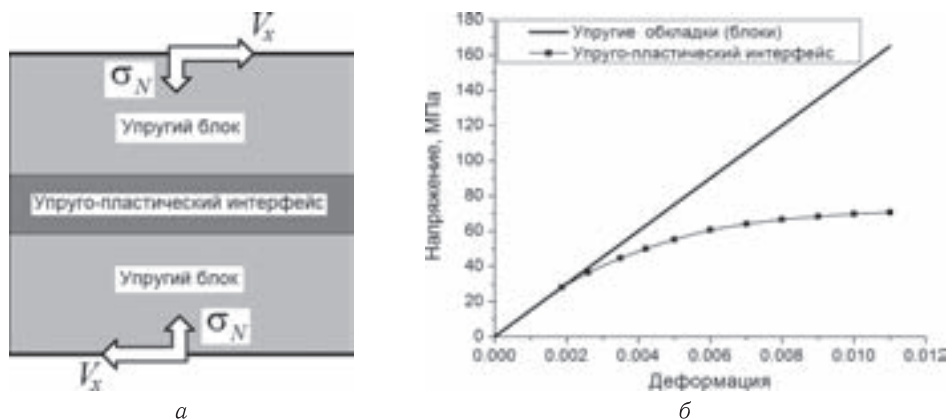


Рис. 1. Схема нагружения образца пористого водонасыщенного материала (а). Диаграммы одноосного сжатия материала обкладок и интерфейса (б)

Для моделирования проницаемой флюидонасыщенной среды использовался метод гибридных клеточных автоматов (ГКА), представляющий собой разновидность

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

метода дискретных элементов [4]. Для моделирования отклика трещиновато-пористых материалов в рамках метода ГКА реализована модель пластичности горных пород с неассоциированным законом течения и критерием Мизеса–Шлейхера достижения предела упругости (модель Николаевского), в рамках которой постулируется линейная связь между скоростями объемной и сдвиговой составляющих пластической деформации с коэффициентом пропорциональности Λ , называемым коэффициентом дилатансии [5]. В рамках развитой модели поровое давление жидкости линейно входит в условие достижения предельного состояния (критерий Мизеса–Шлейхера) и в модифицированный критерий разрушения Друккера–Прагера.

Нагружение образцов проводилось в два этапа. На первом этапе осуществлялась начальная пригрузка образцов и достижение стационарного распределения давления по образцу. На втором этапе производилось сдвиговое нагружение образца в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью V_x до разрушения, на внешних границах упругих обкладок вертикальная составляющая скорости и проницаемость полагались равными нулю.

Как показали результаты моделирования, в указанных условиях зависимости сдвиговой прочности τ_c от проницаемости материала имеют спадающий характер, близкий к экспоненциальному, с участком роста по мере дальнейшего роста проницаемости (рис. 2). Семейства данных зависимостей, полученных для некоторого заданного значения нормальной сжимающей силы, могут быть сведены на единую кривую зависимости прочности от приведенного диаметра фильтрационного канала $d_{ch}/\sqrt{V_x/V_{x0}}$, где V_{x0} — масштабный множитель, имеющий размерность скорости.

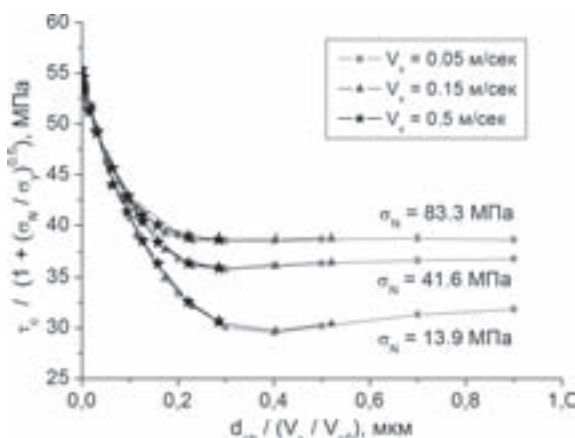


Рис. 2. Зависимости сдвиговой прочности от характерного диаметра фильтрационного канала и скорости деформирования для различных значений нормальной нагрузки

Конкуренция процессов фильтрации флюида и дилатансии вмещающего каркаса приводит к немонотонному характеру зависимости $\tau_c(d_{ch})$, и, в частности, к возникновению минимального значения сдвиговой прочности, при которой скорость фильтрации еще недостаточно высока для поддержания ненулевого давления жидкости по всему сечению упруго-пластического интерфейса, и, в то же время, достаточна для снижения давления жидкости в поровом объеме упругих обкладок.

В целом, прочность упруго-пластического интерфейса определяется совместным действием следующих процессов: 1) рост среднего давления в системе при

сдвиге; 2) дилатансия упруго-пластического интерфейса при достижении в нем предела текучести; 3) перенос жидкости в фильтрационном объеме упругих блоков и межблокового упруго-пластического интерфейса и 4) связанное с данным переносом перераспределение давления жидкости. Представляет интерес построение обобщенной аналитической зависимости, описывающей полученные результаты.

1. *Biot M. A.* General theory of three-dimensional consolidation // J. of Appl. Phys. — 1941. — V. 12. — P. 155–164.
2. *Biot M. A.* The elastic coefficients of the theory of consolidation // J. of Appl. Mech. — 1957. — V. 24. — P. 594–601.
3. *Detournay E., Cheng A. H.* Fundamentals of poroelasticity. Chapter 5 // In: Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects. Vol. II. Analysis and Design Method / Ed. by C. Fairhurst. — Pergamon Press, 1993. — P. 113–171.
4. *Psakhie S. G., Shilko E. V., Grigoriev A. S., Astafurov S. V., Dimaki A. V., Smolin A. Y.* A mathematical model of particle–particle interaction for discrete element based modeling of deformation and fracture of heterogeneous elastic–plastic materials // Engng. Fract. Mech. — 2014. — V. 130. — P. 96–115.
5. *Garagash I. A., Nikolaevskiy V. N.* Non-associated laws of plastic flow and localization of deformation // Adv. Mech. — 1989. — V. 12. — Iss. 1. — P. 131–183.

О НЕСТАЦИОНАРНОМ ОДНОМЕРНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ ИЗОТРОПНОУПРУГИХ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ СРЕД

О. В. Дудко, В. Е. Рагозина, А. А. Лаптева

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Хорошо известно, что у обширного класса природных и конструкционных материалов зависимость между напряжениями и деформациями может быть нелинейной уже на стадии упругого деформирования. Этой особенностью обладают, например, горные породы, всевозможные сыпучие, пористые, волокнистые материалы. Математическое моделирование подобных упругих свойств часто проводится путем аппроксимации гладкой нелинейной функции напряжений ее кусочно-линейным приближением. Такие модели различаются между собой количеством и положением сингулярных точек в диаграмме «напряжения–деформации». В данной работе рассматриваются изотропноупругая кусочнолинейная бездилатационная среда [1, 2] с особенностью в точке свободного состояния и идеальноупругая пористая среда [3] с одной сингулярной точкой в области сжатия. Основная цель представленного исследования — определить, какие нелинейные динамические эффекты проявляются при смене режима деформирования (т. е. при переходе через сингулярную точку) для подобных материалов.

Математическая модель динамики деформирования изотропной упругой среды составлена из законов сохранения, кинематических и геометрических соотношений, записанных в адиабатическом приближении, с учетом малости деформаций и отсутствия массовых сил:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}, \quad \sigma_{ij,j} = \rho \dot{v}_i, \quad e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \\ v_i &= \dot{u}_i = \frac{\partial u_i}{\partial t}, \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad W = W(I_1, I_2), \quad I_1 = e_{ii}, \quad I_2 = e_{ij}e_{ji}. \end{aligned} \quad (1)$$

В рассматриваемом одномерном случае связь напряжения σ и деформации e (первое соотношение системы (1)) для кусочнолинейной бездилатационной среды [1, 2] принимается в виде

$$\sigma(e) = (\lambda - 2\nu \operatorname{sign}(I_1))I_1 + 2\mu e, \quad \operatorname{sign}(I_1) = \begin{cases} -1 & \text{при } I_1 \ll -1, \\ 1 & \text{при } I_1 \gg 0, \end{cases} \quad \nu > 0, \quad (2)$$

для идеальноупругой пористой среды [2] в виде

$$\sigma(e) = \begin{cases} (\lambda_0 + 2\mu_0)e, & e^* \leq e < +\infty, \\ (\lambda_1 + 2\mu_1)e + \Delta\sigma, & -\infty < e \leq e^* < 0, \end{cases} \quad \lambda_0 \neq \lambda_1, \quad \mu_0 \neq \mu_1, \quad (3)$$

$$\Delta\sigma = (\lambda_0 - \lambda_1 + 2(\mu_0 - \mu_1))e^* > 0 \quad \text{при} \quad \lambda_0 + 2\mu_0 < \lambda_1 + 2\mu_1.$$

Наличие дополнительных знаковых функций от деформаций в (2) или двух различных наборов модулей упругости в (3) приводит к изменению значения характеристической скорости одномерного уравнения движения точек соответствующей среды при смене режима ее деформирования (растяжение или сжатия для модели (2), возрастающее сжатие с переходом через особую точку $\sigma(e^*)$ для модели (3)).

Подобная особенность механических свойств рассматриваемых материалов [1–3] отражается на способах распространения деформаций в них. Для выявления возможных нелинейных эффектов распространения деформаций по упругим кусочнолинейным средам в рамках моделей (2), (3) был решен ряд нестационарных краевых задач динамического деформирования. В частности, для модели (2) в случае плоских одномерных волн показан эффект возникновения движущейся как жесткое целое, расширяющейся области постоянных перемещений в разномодульном полупространстве при одноцикловом нестационарном одноосном сжатии-растяжении на его границе [1] (для разномодульной дилатирующей среды [4] такое решение впервые было получено в [5]). Аналогичное одномерное воздействие на сферическую границу — сжатие с последующим растяжением на внешней границе сферы или внутренней границе сферической полости в рамках бездилатационной модели (2) приводит к возникновению сходящейся к центру сферы (или расходящейся от границы полости) одномерной сферической центрированной волны (переходного слоя между сжатой и растянутой зонами, внутри которого сохраняется постоянная плотность среды, при этом момент возникновения такого фронта не совпадает с моментом смены направления граничного воздействия [1]). Изменение последовательности нестационарных граничных воздействий на режим «растяжение с последующим сжатием» в одномерном плоском и сферическом случаях в рамках кусочнолинейной модели (2) приводит к возникновению сильного разрыва деформаций — ударной волны, несущей в предварительно растянутую среду деформации сжатия. В рамках модели идеальноупругой пористой среды (3) показано, что для появления одномерного плоского сильного разрыва деформаций («простого разрыва» в терминах [6]) достаточно на границе полупространства приложить нелинейно возрастающие сжимающие усилия до уровня, обеспечивающего упругое схлопывание пор и переход через сингулярную точку диаграммы «напряжения–деформации». Рассмотрены вопросы управления краевыми условиями с целью получения заданной скорости одномерного плоского простого разрыва в идеально упругой пористой среде (3) и сферической ударной волны в бездилатационной разномодульной упругой среде (2).

Таким образом, на примере решения ряда одномерных плоских и сферически симметричных краевых задач деформирования разносопротивляющихся упругих

сред показано, что процессы возникновения нелинейных эффектов динамического деформирования (ударных волн, простых разрывов, центрированных волн) можно изучать в рамках простейших кусочно-линейных моделей, не выходя при этом за границы теории малых упругих деформаций.

1. Дудко О. В., Лаптева А. А., Рагозина В. Е. О возникновении плоских и сферических волн в упругой среде, по-разному сопротивляющейся растяжению и сжатию // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2012. — №4(14). — С. 147–155.
2. Дудко О. В., Лаптева А. А., Чигарев А. В. К построению математической модели разномодульной изотропно-упругой среды // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2013. — №2(16). — С. 61–67.
3. Садовская О. В., Садовский В. М. Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 368 с.
4. Мясников В. П., Олеников А. И. Уравнения теории упругости и условие текучести для сыпучих линейно дилатирующих сред // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. — 1984. — №6. — С. 14–19.
5. Дудко О. В., Лаптева А. А., Семенов К. Т. О распространении плоских одномерных волн и их взаимодействии с преградами в среде, по-разному сопротивляющейся растяжению и сжатию // Дальневосточный математический журнал. — 2005. — Т. 6(1–2). — С. 94–105.
6. Маслов В. П., Мосолов П. П. Общая теория уравнений движения разномодульной упругой среды // Прикладная математика и механика. — 1985. — Т. 49, Вып. 3. — С. 419–437.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И РАСЧЕТА КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОДОЛЬНО И ПОПЕРЕЧНО АРМИРОВАННЫХ ПЛИТАХ*

О. В. Евдокимова¹, В. В. Лозовой¹, И. С. Телятников¹, С. Б. Уафа²

¹ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия

Рассматривается задача об исследовании напряженно-деформированного состояния упругого слоя, армированного по поверхности продольно и поперечными расположенными пластинами конечной ширины. Граничные задачи для подобной блочной структуры ранее не исследовались аналитически в связи с отсутствием соответствующего математического аппарата. В то же время, эти задачи актуальны в инженерной практике. В частности, это исследование прочности подземных сооружений, где приходится, для надежности крепления, использовать продольные и поперечные протяженные опоры, это исследование методом дефектоскопии состояния недоступной нижней опоры по данным полей верхней опоры, Представляет интерес исследования поведения такой блочной структуры при различных расположениях арматур и их различных механических характеристиках. Не исследован также вопрос о волновых полях, возбуждаемых в подобных конструкциях. Исследование подобных задач стало возможным благодаря разработке метода и решения систем интегральных уравнений с мероморфным символом [1]. В работе

*Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (14-08-00404, 15-01-01379, 15-08-01377), Программ Президиума РАН №33.

приводятся различные постановки граничных задач для блочных структур, представляющих линейно деформируемый слой, имеющий поверхностные продольно-поперечно расположенные армирующие элементы, моделируемые разнотипными пластинами в форме полос различных размеров и с различными механическими свойствами.

Рассмотрим упругий слой толщины $2H$ на верхнюю и нижнюю границы которого действуют гармонические во времени векторы нормальных напряжений g_{3b} , на верхнюю границу и g_{3d} — на нижнюю границу. Введем систему координат, приняв оси x_1 и x_2 лежащими в срединной плоскости слоя, параллельно границам, а ось x_3 — перпендикулярно этой плоскости. Тогда вектор перемещений $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, u_3\}$ в слое выражается соотношением [2]

$$u_3(x_1, x_2, x_3) = \varepsilon_6^{-1} \mathbf{F}_2^{-1} U_3(\alpha_1, \alpha_2, x_3), \quad F(\alpha_1, \alpha_2) = \iint f(x_1, x_2) e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} dx_1 dx_2,$$

$$F(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 f(x_1, x_2), \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu)H}{\mu},$$

$$f(x_1, x_2) = \iint F(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2, \quad f(x_1, x_2) = \mathbf{F}_2^{-1} F(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$U(x_3) = B_+(x_3)G_{3b} + B_-(x_3)G_{3d}, \quad G_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad G_{3d}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 g_{3d},$$

$$B_{\pm} = \pm k_2^{\pm}, \quad k_j^{\pm} = K_j^{-} \pm K_j^{+}, \quad \Delta^{+} = 4(\gamma^2 t_2 - \lambda^2 \sigma_1 \sigma_2 t_1), \quad \Delta^{-} = 4(\gamma^2 t_2 - \lambda^2 \sigma_1 \sigma_2 t_1 -),$$

$$K_2^{+} = \frac{\sigma_1}{\Delta^{+}} [\gamma s_1(x_3) - \lambda^2 s_2(x_3)], \quad K_2^{-} = \frac{\sigma_1}{\Delta^{-}} [\gamma s_1(x_3) - \lambda^2 s_2(x_3)],$$

$$s_j(z) = \frac{\text{sh } \sigma_j x_3}{\text{ch } \sigma_j H}, \quad c_j(z) = \frac{\text{ch } \sigma_j x_3}{\text{ch } \sigma_j H}, \quad s_{j-}(z) = \frac{\text{ch } \sigma_j x_3}{\text{sh } \sigma_j H}, \quad c_{j-}(z) = \frac{\text{sh } \sigma_j x_3}{\text{sh } \sigma_j H},$$

$$t_j = \text{th } \sigma_j H, \quad t_{j-} = \text{cth } \sigma_j H, \quad \sigma^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2, \quad \Omega = \frac{\rho \omega^2 H^2}{\mu},$$

$$\gamma = \sigma^2 - \frac{\Omega^2}{2}, \quad \sigma_2^2 = \sigma^2 - \Omega^2, \quad \sigma_1^2 = \sigma^2 - \varepsilon \Omega^2, \quad \varepsilon = \frac{1 - 2\nu}{2 - 2\nu},$$

$$U(H) = U_{3b}(H), \quad U(-H) + U_{3d}(-H),$$

$$B_+(H)G_{3b} + B_-(H)G_{3d} = U_{3b}(H),$$

$$B_+(-H)G_{3b} + B_-(-H)G_{3d} = U_{3d}(-H).$$

В качестве армирующих элементов примем пластины Кирхгофа.

Учитывая большой набор различных вариантов как размеров и механических свойств армирующих элементов, так и условий контакта их со слоем, ограничимся в настоящей работе случаем вертикальных воздействий на армирующие элементы и контактом пластин со слоем без трения. Обозначим пластины индексом b на верхней границе и d — на нижней. Пусть двумерные области контакта армирующих элементов на верхней границе обозначены Ω_b^{+} , а на нижней — Ω_d^{-} . Примем, что армирующие элементы направлены вдоль оси x_1 на верхней границе слоя и вдоль оси x_2 — на нижней. Тогда уравнение пластины Кирхгофа при условии контакта без трения имеет вид

$$\left[\left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} \right) - \varepsilon_{43b} \right] u_{3b} = \varepsilon_{53b} (q_{3b} - t_{3b}),$$

$$\varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_{43b} = \omega^2 \rho_b \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^2},$$

Для пластин на верхней границе слоя имеем обозначения с индексом b

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) &\equiv \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} - \varepsilon_{43} \right) u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) = 0, \\
 \mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} &\equiv R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv [(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 - \varepsilon_{43}]U_{3b}, \\
 U_{3b} &= \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b}, \\
 M_b &= -D_{b1} \left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right) = f_{3b}(\partial \Omega_b), \\
 D_{b1} &= \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3}, \\
 Q_b &= -D_{b2} \left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = f_{4b}(\partial \Omega_b), \\
 u_{3b} &= f_{1b}(\partial \Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H \partial x_2} = f_{2b}(\partial \Omega_b), \\
 D_b &= \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu)H}{\mu},
 \end{aligned}$$

M_b и Q_b — изгибающий момент и перерезывающая сила в системе координат $x_1 o x_2$; h_b и h_d — толщины пластин, ω — частота колебания блочной структуры, ρ_b — плотность материала пластины, E_b — модуль Юнга материала пластины, ν_b — коэффициент Пуассона пластин. Здесь приняты обозначения из [2].

В результате исследований получены системы интегральных уравнений, которые доступны для приближенного решения и определения напряженно-деформированного состояния факторизационными методами работы [2, 3]

$$\begin{aligned}
 &\sum_{b=1}^{B_b} \iint_{\Omega_b} k_{11b}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3b}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 + \\
 &+ \sum_{d=1}^{B_d} \iint_{\Omega_d} k_{12d}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3d}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = f_{1m}(x_1, x_2), \\
 &|x_1| \leq \infty, \quad c_{(m-1)b} \leq x_2 \leq c_{mb}, \quad 1 \leq m \leq B_b, \\
 &\sum_{b=1}^{B_b} \iint_{\Omega_b} k_{21b}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3b}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 + \\
 &+ \sum_{d=1}^{B_d} \iint_{\Omega_d} k_{22d}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3d}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = f_{2n}(x_1, x_2), \\
 &|x_2| \leq \infty, \quad c_{(n-1)b} \leq x_1 \leq c_{nb}, \quad 1 \leq n \leq B_d.
 \end{aligned}$$

1. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Об одной факторизационной задаче Гильберта–Винера и методе блочного элемента // ДАН. — 2014. — Т. 459, № 5. — С. 557–561.
2. Ворович И. И., Бабешко В. А., Пряхина О. Д. Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. — М.: Наука 1999. — 246 с.
3. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Топологический метод решения граничных задач и блочные элементы // ДАН. — 2013. — Т. 449, № 4. — С. 657–660.

АНАЛИЗ ТЕПЛОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛО-КОМПОЗИЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ ЖИДКОСТНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ

А. Д. Ежов, С. Ю. Меснянкин, Л. В. Быков

МАИ, Москва, Россия

В авиационной и ракетно-космической промышленности в последнее время активно используются композиционные материалы из углерода и карбида кремния. Применительно к ракетно-космическим системам, композиционные материалы весьма перспективны при использовании в сопловых насадках и камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей [1]. В связи с отсутствием технологий, позволяющих изготовить подобную конструкцию полностью из композиционных материалов, на практике приходится использовать соединяющие элементы конструкции из металла. В связи с этим перед разработчиками возникает проблема фиксации деталей, изготовленных из композиционных материалов с помощью металлических фланцев, а в рассматриваемом случае для камеры сгорания жидкостного ракетного двигателя малой тяги (ЖРД МТ) еще и обеспечения ее герметичности в процессе работы. При нагреве в процессе работы такого ЖРД возникает значительная неравномерная деформация деталей, вызывающая появление дополнительных напряжений, которые могут привести к разрушению всей конструкции.



Рис. 1. Конструкция ЖРД МТ

Для обеспечения требуемой силы удержания, а также надежности и герметичности конструкции при эксплуатации необходимо обеспечить оптимальные значения давления в зонах контакта, а также условие запаса прочности для каждой из деталей в сборке с учетом неидеальности соединений, обусловленной реальной микрогеометрией соприкасающихся деталей. Знание величины контактного термического сопротивления (КТС) и величины межконтактного давления между используемыми парами материалов [2] позволяют произвести оптимизацию конструкции при всех возможных условиях их контактирования.

Термомеханический анализ контакта металлических и композиционных деталей конструкции представляет собой последовательность следующих действий:

- проведение расчета напряженно-деформированного состояния конструкции в результате ее нагрева, при условии идеального контакта между поверхностями, получение опорных значений межконтактного давления в зонах контакта деталей;
- определение основных характеристик соприкасающихся поверхностей по результатам измерения их профилограмм, построение трехмерных моделей контактирующих поверхностей [2];
- выполнение тепло-прочностного расчета контакта микрорельефов поверхностей, получение температурного поля в зоне контакта, определение зависимости контактного термического сопротивления от приложенного давления;
- повторное проведение расчета напряженно-деформированного состояния конструкции в результате ее нагрева с учетом значений КТС, получение общей картины образования деформаций и эквивалентных напряжений.

В качестве примера представлен алгоритм расчета композиционной камеры сгорания ЖРД МТ, представленной на рис. 1.

На первом этапе расчета был выполнен анализ напряженно-деформированного состояния конструкции в результате ее нагрева, при условии идеального контакта между поверхностями. В результате такого расчета получено поле температур и эквивалентных напряжений в конструкции (рис. 2).

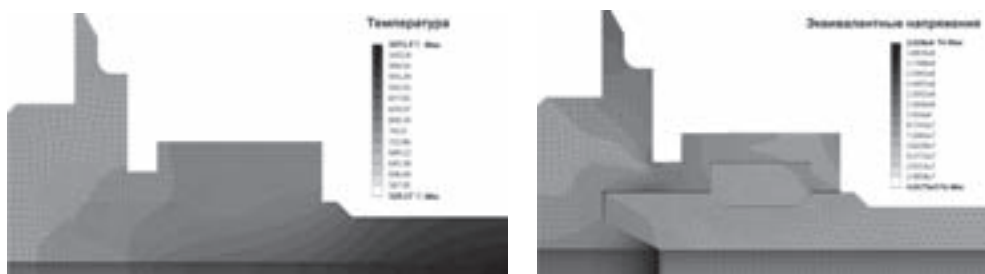


Рис. 2. Температурное поле и поле эквивалентных напряжений в конструкции ЖРД МТ

Для решения рассматриваемой задачи был разработан специальный модуль для определения КТС между соприкасающимися поверхностями, который был включен в алгоритм выполняемого междисциплинарного анализа. Последовательность выполнения анализа сводится к выполнению ряда действий [2], а именно:

- определение шероховатости поверхности контактирующих поверхностей;
- твердотельное моделирование шероховатых поверхностей;
- трехмерный прочностной анализ контакта поверхностей;
- трехмерный тепловой анализ контакта поверхностей.

На завершающем этапе выполнено повторное проведение расчета напряженно-деформированного состояния конструкции в результате ее нагрева с учетом рассчитанных значений КТС (рис. 3).

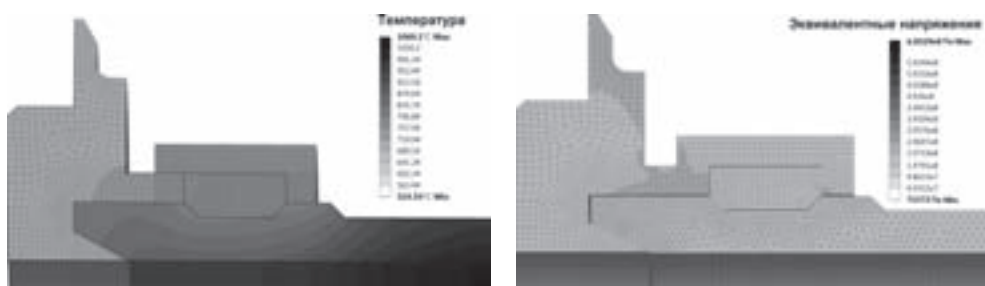


Рис. 3. Температурное поле и поле эквивалентных напряжений в конструкции ЖРД МТ с учетом КТС

Результаты расчетов показывают, что учет КТС в контакте деталей существенно изменяет температурное поле конструкции и, как следствие, эквивалентные напряжения в ней.

Использование представленного алгоритма расчета дает возможность достаточно точно определить температурные поля и соответствующее им напряженно-деформированное состояние конструкции в результате нагрева, что уже на начальном этапе проектирования позволяет выявить основные проблемы, которые могут возникнуть в процессе эксплуатации изделия и внести необходимые коррективы в конструкцию.

1. Воробьев А. Г., Боровик И. Н. и др. Разработка ЖРД малой тяги с камерой сгорания из углерод-керамического композиционного материала // Вестник МАИ. — 2010. — Т. 17, №3. — С. 135–143.
2. Меснянкин С. Ю., Ежов А. Д., Басов А. А. Определение контактного термического сопротивления на базе трехмерного моделирования соприкасающихся поверхностей // Известия РАН. Энергетика. — 2014. — №5. — С. 65–74.
3. Мальков В. А., Фаворский О. Н., Леонтьев В. Н. Контактный теплообмен в газотурбинных двигателях и энергоустановках. — М.: Машиностроение, 1978. — 144 с.
4. Ежов А. Д., Меснянкин С. Ю. Моделирование шероховатых поверхностей для контактных задач с композиционными материалами // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2015. — Т. 21, №2. — С. 272–281.
5. Попов В. М. Теплообмен в зоне контакта разъемных и неразъемных соединений. — М.: Энергия, 1971. — 216 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ДВУХМАССОВОГО ВИБРОРОБОТА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ*

О. С. Захарова, А. Н. Нуриев

КФУ, Казань, Россия

В работе исследуются вопросы, посвященные оптимизации движения виброробота сферической формы в вязкой жидкости. Виброробот моделируется как двухмассовая механическая система, состоящая из герметичного корпуса и внутреннего груза, обладающего одной степенью свободы. Выбор специального периодического закона движения внутреннего тела вдоль горизонтальной оси обеспечивает движение всей системы с фиксированной средней скоростью. Постановка оптимизационной задачи состоит в отыскании такого периодического закона колебаний внутренней массы, который при фиксированном периоде колебаний и заданной средней скорости движения корпуса минимизировал бы мощность внутреннего движителя.

Эксперименты по стационарному обтеканию сферы показывают, что в диапазоне невысоких чисел Рейнольдса коэффициент вязкого сопротивления C_x не является постоянным. Он существенно изменяется в зависимости от безразмерной скорости (числа Рейнольдса) движения тела [4]. Поэтому в данной работе для описания действующих на сферу вязких сил используется форма закона сопротивления, в которой коэффициент сопротивления C_x представляется функцией числа Рейнольдса [5], хорошо коррелирующей с экспериментальными данными [4]

$$C_x = \frac{24}{Re} \begin{cases} 1 + 3/16Re & Re < 0,01, \\ 1 + 0,1315Re^{0,82-0,05w} & 0,01 < Re < 20, \\ 1 + 0,1935Re^{0,6305} & 20 < Re < 260, \\ (Re/24) \cdot 44,005 \cdot Re^{-1,1242+0,1558w} & 260 < Re < 1500, \\ (Re/24) \cdot 0,00349 \cdot Re^{2,5558-0,9295w+0,1049w^2} & 1500 < Re < 12000, \end{cases}$$

$$w = \log_{10} Re.$$

Число Рейнольдса $Re = 2au/\nu$ здесь определяется мгновенной скоростью u движения виброробота, его радиусом a и кинематической вязкостью ν окружающей робот жидкости. Учет наследственных сил проводится в приближении Бассе, аналогично [2].

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект №16-31-00462 мол_а).

В безразмерной форме гидродинамические силы записываются в виде

$$R = C_x(|u| \cdot \text{Re})|u|u + sR_H[u],$$

$$R_H[u] = \int_{-\infty}^t \frac{\dot{u}(\tau) d\tau}{\sqrt{(t-\tau)}}.$$

Параметры Re и s характеризуют соответственно среднюю скорость и период движения виброробота:

$$s = \frac{12}{U\sqrt{\pi T/\nu}}, \quad \text{Re} = \frac{2aU}{\nu}.$$

Оптимизационная задача формулируется аналогично [2, 3]. Эффективность движения виброробота в рамках данной модели определяется по формуле

$$\eta = \frac{C_x(\text{Re}) \cdot \text{Re}^3}{N_{\min}},$$

где $N_{\min}$ — мощность, затрачиваемая на движение виброробота в жидкости за счет колебаний внутреннего тела.

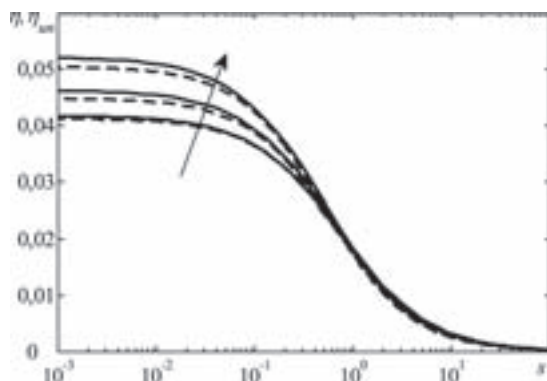


Рис. 1. Эффективность $\eta(\text{Re}, s)$ (сплошная линия) и $\eta_{un}(\text{Re}, s)$ (пунктир) для $\text{Re} = [40; 60; 95]$. Стрелка указывает направление роста Re

На базе полученных в ходе решения оптимальных законов строится универсальный закон $u_n(t, \text{Re})$, позволяющий получать эффективность $\eta_{un}(\text{Re}, s)$ близкую к максимальной $\eta(\text{Re}, s)$ (рис. 1). Апробация универсального закона проводится в рамках прямого численного моделирования движения виброробота в вязкой жидкости.

1. Егоров А. Г., Захарова О. С. Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости // Изв. Вузов. Матем. — 2012. — №2. — С. 57–64.
2. Егоров А. Г., Захарова О. С. Энергетически оптимальное движение виброробота в среде с наследственным законом сопротивления // Изв. РАН. ТиСУ. — 2015. — №3. — С. 212–220.
3. Захарова О. С., Нуриев А. Н. Об оптимальном движении сферического виброробота в вязкой жидкости // В книге: Теория управления и математическое моделирование Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова. — Ижевск: Удмуртский государственный университет, 2015. — С. 248–250.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 713 с.
5. Clift R., Grace J. R., Weber M. E. Bubbles, Drops and Particles. — London: Academic Press, 1978.

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ ПРИ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ГРАНИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Л. В. Ковтанюк^{1,2}, А. О. Лемза²

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

В настоящее время холодная формовка за счет медленного режима ползучести является наиболее перспективной технологией обработки материалов и получения готовых изделий. Однако, и при традиционных технологиях, и при холодной формовке в деформируемом материале могут возникать локальные области пластического течения, наличие которых существенно влияет на процесс деформирования. Следовательно, при математическом моделировании таких процессов необходимо учитывать как ползучесть материалов, так и возникновение и развитие в них пластических течений. Интенсивное формоизменение деформируемого материала приводит к необходимости использования теории больших деформаций. Таким образом, математическая модель, описывающая процессы холодной формовки, должна быть моделью больших деформаций материалов, комплексно учитывающей упругие, пластические и вязкие свойства материалов. Здесь в рамках модели больших деформаций [1, 2] строится решение краевой задачи о деформировании несжимаемого материала с нелинейными упругими, вязкими и пластическими свойствами, расположенного между жесткими цилиндрами, при вращении внутреннего цилиндра, причем вязкие свойства учитываются как на стадии пластического течения, так и до его развития.

Согласно [1, 2] в Эйлеровой системе координат основные кинематические соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= e_{ij} + p_{ij} - e_{ik}e_{kj}/2 - e_{ik}p_{kj} - p_{ik}e_{kj} + e_{ik}p_{ks}e_{sj}, \\ \frac{De_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij} - \gamma_{ij} - \frac{1}{2}((\varepsilon_{ik} - \gamma_{ik} + z_{ik})e_{kj} + e_{ik}(\gamma_{kj} - \varepsilon_{kj} - z_{kj})), \\ \frac{Dp_{ij}}{Dt} &= \gamma_{ij} - p_{ik}\gamma_{kj} - \gamma_{ik}p_{kj}, \\ \frac{Dn_{ij}}{Dt} &= \frac{dn_{ij}}{dt} - r_{ik}n_{kj} + n_{ik}r_{kj}, \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}), \\ r_{ij} &= w_{ij} + z_{ij}(e_{ij}, \varepsilon_{ij}), \quad w_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}). \end{aligned} \quad (1)$$

В соотношениях (1) u_i и v_i — компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды; d_{ij} , e_{ij} , p_{ij} — компоненты тензоров полных, обратимых и необратимых деформаций соответственно; r_{ij} — тензор вращений; ε_{ij} и γ_{ij} — компоненты скоростей полных и необратимых деформаций.

Напряжения в среде, как и в классической теории, полностью определяются обратимыми деформациями, и связаны с ними зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p_1\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}}(\delta_{kj} - e_{kj}), \\ W &= -2\mu J_1 - \mu J_2 + bJ_1^2 + (b - \mu)J_1J_2 - \chi J_1^3, \quad J_1 = s_{jj}, \quad J_2 = s_{ik}s_{kj}, \\ s_{ij} &= e_{ij} - \frac{1}{2}e_{ik}e_{kj}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь σ_{ij} — компоненты тензора напряжений Эйлера–Коши; p_1 — добавочное гидростатическое давление; $W = W(e_{ij})$ — упругий потенциал (плотность распределения свободной энергии); μ — модуль сдвига исследуемого материала; b, χ — упругие модули более высокого порядка.

Диссипативный механизм деформирования свяжем только с вязкими и пластическими свойствами материалов. В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести, или, где пластическое течение происходило, но прекратилось, диссипативный механизм деформирования зададим в форме закона ползучести Нортон:

$$V(\sigma_{ij}) = B\Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^\nu = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (3)$$

Когда напряженное состояние достигает поверхности текучести, диссипативный механизм меняется. С целью учета вязкости при пластическом течении в качестве такой поверхности будем использовать обобщенное условие Треска

$$\max |\sigma_i - \sigma_j| = 2k + 2\eta \max |\varepsilon_k^p - \alpha_k|, \quad (4)$$

где $\sigma_i, \varepsilon_k^p$ — главные значения тензоров напряжений и скоростей пластических деформаций; k, η — предел текучести и коэффициент вязкости соответственно.

Связь скоростей пластических деформаций ε_{ij}^p с напряжениями в условиях принимаемого принципа максимума Мизеса устанавливается ассоциированным законом пластического течения

$$\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \alpha_{ij}, \quad f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad \lambda > 0, \quad (5)$$

$\alpha_{ij} = \varepsilon_{ij}^{v_0}, \alpha_k = \varepsilon_k^{v_0}, \varepsilon_{ij}^{v_0}$ — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести в момент начала пластического течения, $\varepsilon_k^{v_0}$ — его главные значения.

Рассмотрим деформирование цилиндрического слоя при повороте внутренней жесткой поверхности радиуса $r = r_0$, в то время как внешняя поверхность радиуса $r = R$ остается неподвижной. На жестких стенках выполняются условия прилипания. Тогда граничные условия в цилиндрической системе координат r, φ, z запишем в виде

$$\vec{u}|_{r=R} = \vec{v}|_{r=R} = 0, \quad w|_{r=r_0} = w_0, \quad \theta|_{r=r_0} = \theta_0 = \int_0^t w dt, \quad \sigma_{rr}|_{r=R} = a_0. \quad (6)$$

Здесь $\theta(r, t)$ — центральный угол закручивания; $w = v_\varphi / r$ — угловая скорость; w_0, a_0 — задаваемые функции; $u_r = r(1 - \cos \theta)$, $u_\varphi = r \sin \theta$ — компоненты вектора перемещений.

Ограничиваясь слагаемыми первого порядка по диагональным компонентам и второго — по недиагональным в определяющих соотношениях, следуя (2), (3), уравнениям равновесия и граничным условиям (6), в условиях, пока пластическое течение не началось, для определения неизвестной функции $c_1(t) = \int_0^t c^{n-1}(t) dt$ ($\sigma_{r\varphi} = c(t)/r^2$) следует обыкновенное дифференциальное уравнение. Для определения компонент тензоров обратимых и необратимых деформаций из (1) получаем систему дифференциальных уравнений, которая интегрируется численно.

При возрастании скорости поворота внутреннего цилиндра в некоторый момент времени в его окрестности напряженное состояние достигнет предела текучести и

начнет развиваться область вязкопластического течения. Параметры напряженно-деформируемого состояния находятся интегрированием систем дифференциальных уравнений в области с деформациями упругости и ползучести $r_1 \leq r \leq R$ и в пластической области $r_0 \leq r \leq r_1$, где $r_1(t)$ — движущаяся граница, учитывая краевые условия и условия непрерывности при $r = r_1$.

В расчетах полагалось, что скорость движения внутренней цилиндрической поверхности сначала увеличивается ($0 \leq t \leq t_1$), затем становится постоянной ($t_1 \leq t \leq t_2$), потом уменьшается до нуля ($t_2 \leq t \leq t_3$) и далее равна нулю ($t \geq t_3$).

1. Белых С. В., Бормотин К. С., Буренин А. А., Ковтанюк Л. В., Прокудин А. Н. О больших изотермических деформациях материалов с упругими, вязкими и пластическими свойствами // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2014. — №4(22). — С. 144–156.
2. Буренин А. А., Быковцев Г. И., Ковтанюк Л. В. Об одной простой модели для упруго-пластической среды при конечных деформациях // ДАН. — 1996. — Т. 347, №2. — С. 199–201.

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ В УСЛОВИЯХ ДВУСТОРОННЕГО ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ*

Л. В. Ковтанюк¹, Д. А. Мокеев¹, Г. Л. Панченко²

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ВГУЭС, Владивосток, Россия

В рамках модели больших упругопластических деформаций [1], обобщенной на случай учета вязких свойств материалов на стадии пластического течения [2], получено решение краевой задачи о продавливании несжимаемого материала, находящегося в зазоре между двумя цилиндрическими поверхностями, под действием изменяющегося перепада давления. Задача решается в квазистатической постановке, обратимые деформации считаются малыми настолько, что при вычислении по ним напряжений можно пренебречь их кубами [3–5].

Прямолинейные движения вязкопластических сред уже рассматривались ранее в работах [6–8]. Даже без учета упругих свойств среды таких решений получено немного. Обычно упругими деформациями пренебрегают, считая их пренебрежимо малыми по сравнению с пластическими. Но, в процессах интенсивного формоизменения деформируемых тел обратимые деформации могут приводить к заметным геометрическим изменениям в форме и объеме обрабатываемых заготовок в процессах разгрузки после снятия нагружающих усилий и к недопустимым уровням остаточных напряжений в готовых деталях. Изучение подобных эффектов возможно лишь в рамках модели больших упруговязкопластических деформаций, так как хотя бы необратимые деформации в рассматриваемых процессах нельзя считать малыми.

Пусть слой материала расположен между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями с радиусами r_0 и R ($R > r_0$). Образующие поверх-

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта 16-31-60017 мол_а_дк), Минобрнауки России в рамках государственного задания вузам на выполнение НИР (№2014/292), программы фундаментальных научных исследований «Дальний Восток» (0262-2015-0064, 0262-2015-0065).

ностей параллельны оси z цилиндрической системы координат r, φ, z . Среда находится под действием изменяющегося со временем перепада давления

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -f(t), \quad f(0) = 0.$$

Считаем, что материал слоя деформируется обратимо в условиях отсутствия перемещений на его границах $r = r_0$ и $r = R$ до тех пор, пока

$$|\sigma_{rz}| < \sigma_0, \quad (1)$$

где σ_{rz} — компонента тензора напряжений Эйлера–Коши, σ_0 — постоянная сухого трения ($\sigma_0 < k$, k — предел текучести материала).

С течением времени перепад давления становится таким, что неравенство (1) на границе $r = r_0$ переходит в равенство и начинается проскальзывание материала по внутренней поверхности. Закон трения при скольжении на границе $r = r_0$ зададим зависимостью

$$|\sigma_{rz}| - \sigma_0 - \xi v = 0, \quad (2)$$

где v — скорость продвижения среды, ξ — коэффициент вязкого трения.

Дальнейший рост перепада давления приведет к тому, что неравенство (1) обратится в равенство и на внешней границе слоя $r = R$. Материал начнет проскальзывать в окрестности внешней поверхности по закону (2) при $r = R$.

Продолжающееся нагружение приведет к зарождению вязкопластического течения материала сначала в окрестности внутренней поверхности при выполнении условия

$$\sigma_{rz}|_{r=r_0, t=t_0} = k,$$

а затем и в окрестности внешней поверхности, когда выполнится условие

$$\sigma_{rz}|_{r=R, t=t_1} = -k, \quad t_1 > t_0.$$

Получены законы продвижения упругопластических границ, вычислены напряжения, деформации, скорости деформаций и перемещения. Также решены задачи при постоянном перепаде давления, при уменьшающемся до нуля перепаде давления и разгрузка. Рассчитаны остаточные напряжения и деформации.

1. Буренин А. А., Быковцев Г. И., Ковтанюк Л. В. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях // Докл. АН СССР. — 1996. — Т. 347, №2. — С. 199–201.
2. Буренин А. А., Ковтанюк Л. В. Об упругих деформациях и вязкопластическом течении в тяжелом слое, помещенном на наклонной плоскости // Известия РАН. МТТ. — 2010. — №4. — С. 107–121.
3. Ковтанюк Л. В. О продавливании упруговязкопластического материала через жесткую круговую цилиндрическую матрицу // ДАН. — 2005. — Т. 400, №6. — С. 764–767.
4. Буренин А. А., Ковтанюк Л. В., Устинова А. С. Об учете упругих свойств неньютоновского материала при его вискозиметрическом течении // ПМТФ. — 2008. — Т. 49, №2. — С. 143–151.
5. Панченко Г. Л. О прямолинейном течении в упруговязкопластическом цилиндрическом слое в условиях одностороннего прилипания // Вычисл. мех. сплош. сред. — 2011. — Т. 4, №4. — С. 86–96.
6. Быковцев Г. И., Чернышов А. Д. О вязкопластическом течении в некруговых цилиндрах при наличии перепада давления // ПМТФ. — 1964. — №4. — С. 94–96.
7. Мосолов П. П., Мясников В. П. Механика жесткопластических сред. — М.: Наука, 1981. — 208 с.
8. Мясников В. П. Некоторые точные решения для прямолинейных движений вязкопластической среды // ПМТФ. — 1961. — №2. — С. 79–86.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ, ОСЕВЫХ СИЛ И КРУЧЕНИЯ

М. А. Конопельчев, А. Г. Тарасова, А. Я. Недбай

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

Рассматривается устойчивость цилиндрической композитной оболочки с упругим наполнителем, нагруженной внешним давлением, осевыми силами и крутящими моментами. Оболочка считается собранной из произвольного числа ортотропных слоев с осями анизотропии, произвольно ориентированными относительно образующей цилиндра. Заполнитель рассматривается как изотропный цилиндр.

Устойчивость оболочки без наполнителя с произвольно ориентированными осями анизотропии рассматривалась в работах [1, 2]. При этом в первой работе решение представлялось в виде, который позволяют точно удовлетворить дифференциальному уравнению устойчивости, а на краях дает нулевое значение прогиба только в отдельных точках, число которых связано с волнообразованием в окружном направлении. Во второй работе решение интегрально удовлетворяет граничным условиям и уравнению устойчивости по методу Бубнова–Галеркина.

Ниже рассматривается задача при точном удовлетворении уравнений устойчивости оболочки и равенстве нулю значения прогиба на торцах. Уравнение равновесия слоистых оболочек примем в виде [3]

$$\begin{aligned} & \{L_{13}(CK)[L_{12}(C)L_{23}(CK) - L_{13}(CK)L_{22}(C)] + L_{23}(CK)[L_{12}(C)L_{13}(CK) - \\ & - L_{11}(C)L_{23}(CK)] + L_{33}(CKD)[L_{11}(C)L_{22}(C) - L_{12}^2(C)]\}w + \\ & + [L_{11}(C)L_{22}(C) - L_{12}^2(C)]\left(\frac{1}{R^2}p_\alpha\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R^2}p_\beta\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{2}{R^2}s\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + q_r\right) = 0, \quad (1) \end{aligned}$$

где $L_{ij}(C)$ — линейные дифференциальные операторы; α, β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении; w — прогиб; R — радиус оболочки; p_α, p_β, s — нормальные и касательные усилия в оболочке в начальном безмоментном состоянии; q_r — реакция наполнителя. Координатная поверхность $\gamma = 0$ совпадает с внутренней граничной поверхностью оболочки. Тогда для жесткостей оболочки C_{jk}, K_{jk}, D_{jk} имеем выражения

$$C_{jk} = \sum_{s=1}^m B_{jk}^s (\delta_s - \delta_{s-1}), \quad K_{jk} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m B_{jk}^s (\delta_s^2 - \delta_{s-1}^2), \quad D_{jk} = \frac{1}{3} \sum_{s=1}^m B_{jk}^s (\delta_s^3 - \delta_{s-1}^3).$$

Граничные условия ставятся следующие: при $\alpha = 0, \alpha = \alpha_0$ $w = 0$, где $\alpha_0 = l/R$; l — длина оболочки.

Выражение для прогиба, удовлетворяющее граничным условиям, берется в виде [4]

$$w = \sum_{i=1}^2 c_i \sin(\mu_i \alpha - n\beta), \quad c_1 = -c_2, \quad (2)$$

где c_i — постоянные; параметры μ_1, μ_2 удовлетворяют условию

$$\mu_2 - \mu_1 = \frac{2\pi k}{l}, \quad (k = 1, 2, \dots).$$

В соответствии с выражением (2) представим выражения для компонентов перемещений W , U , V заполнителя в виде

$$W = \sum_{i=1}^2 f_i \sin(\mu_i \alpha - n\beta), \quad U = \sum_{i=1}^2 \psi_i \cos(\mu_i \alpha - n\beta), \quad V = \sum_{i=1}^2 \xi_i \sin(\mu_i \alpha - n\beta).$$

Из решения уравнений теории упругости и удовлетворения граничным условиям на внутренней поверхности $r = r_0$, предполагаемой свободной от напряжений, и на наружной поверхности $r = R$, где осуществляется сопряжение оболочки и заполнителя $\tau_{r\beta} = \tau_{r\alpha} = 0$, $W = w$, $\sigma_r = -q_r$, находим выражение для функции q_r :

$$q_r = \sum_{i=1}^2 K_{in} c_i \sin(\mu_i \alpha - n\beta), \quad (3)$$

где K_{in} — известные коэффициенты, которые в общем случае полого заполнителя из-за их громоздкого вида не приводятся; при $r_0 = 0$ имеем [5]:

$$\begin{aligned} K_{in} &= \frac{E_0}{R(1+\nu_0)} \frac{F_{in}}{N_{in}}, \\ F_{in} &= \left(\frac{2}{\mu_i} \alpha_{in} - 1 \right) \left[1 - \left(1 + 2 \frac{1-\nu_0}{\mu_i^2} \right) \alpha_{in}^2 \right] - \\ &- \frac{n^2}{\mu_i^2} \left[3 - \frac{3-2\nu_0}{\mu_i^2} + \frac{2}{\mu_i} \left(1 - 2\nu_0 - 2 \frac{1-\nu_0}{\mu_i^2} \right) \alpha_{in} - \left(2 - \frac{1}{\mu_i^2} \right) \alpha_{in}^2 - 4 \frac{1-\nu_0}{\mu_i} \alpha_{in}^3 \right] - \\ &- \frac{n^4}{\mu_i^4} \left(3 - \frac{1}{\mu_i^2} + 4 \frac{1-\nu_0}{\mu_i} \alpha_{in} - \alpha_{in}^2 \right) - \frac{n^6}{\mu_i^6}, \\ N_{in} &= \frac{2(1-\nu_0)}{\mu_i^2} \left(\frac{2}{\mu_i} \alpha_{in} - 1 \right) \alpha_{in}^2 - \frac{n^2}{\mu_i^4} \left(1 + 4 \frac{1-\nu_0}{\mu_i} \alpha_{in} - \alpha_{in}^2 \right) - \frac{n^4}{\mu_i^6}, \end{aligned}$$

где $\alpha_{in} = \frac{1}{I_n(\mu_i)} \frac{dI_n(\mu_i)}{d\mu_i}$; $I_n(\mu_i)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода n -го порядка; E_0 , ν_0 — модуль упругости и коэффициент Пуассона заполнителя.

Представим действующую нагрузку в виде

$$p_\alpha = \lambda p_\alpha^*, \quad p_\beta = \lambda p_\beta^*, \quad s = \lambda s^*, \quad (4)$$

где p_α^* , p_β^* , s^* — заданные постоянные величины; $\lambda = \lambda(\mu_i, n) > 0$ — неизвестная функция.

Подставляя выражения (2), (3) и (4) в уравнение (1), получим:

$$\lambda = \frac{a_{11}a_{23}^2 - 2a_{12}a_{13}a_{23} + a_{22}a_{13}^2 + (a_{11}a_{22} - a_{12}^2)(a_{33} + K_{in})}{\frac{1}{R^2}(p_\alpha^* \mu_i^2 + p_\beta^* n^2 - 2s^* n \mu_i)(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)}, \quad (i = 1, 2).$$

Для различных значений n находим $\mu_1 = \mu_{1n}$ из уравнения

$$\lambda(\mu_1, n) - \lambda\left(\mu_1 + \frac{2\pi}{\alpha_0}, n\right) = 0,$$

$\lambda(\mu_0, n_0) = \min_n \lambda(\mu_{1n}, n)$ определяет сочетание критических значений параметров нагрузки:

$$p_\alpha^{(кр)} = \lambda(\mu_0, n_0) p_\alpha^*, \quad p_\beta^{(кр)} = \lambda(\mu_0, n_0) p_\beta^*, \quad s^{(кр)} = \lambda(\mu_0, n_0) s^*.$$

1. Королев В. И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. — М.: Машиностроение, 1965. — 272 с.
2. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Цилиндрические армированные оболочки, наиболее устойчивые при всестороннем внешнем давлении // Механика полимеров. — 1974. — №1. — С. 75–83.
3. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. — М.: Наука, 1974. — 488 с.
4. Даревский В. М., Кукуджанов С. Н. Устойчивость цилиндрической ортотропной оболочки при кручении и нормальном давлении // В кн.: Прочность цилиндрических оболочек / Под ред. В. М. Даревского. — М.: Оборонгиз, 1959. — С. 95–109.
5. Seide P. The stability under compression and lateral pressure of circular-cylindrical shells with a soft elastic core // J. Aerospace Sci. — 1962. — V. 29, No. 7. — P. 851–862.

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕСТРОЕК В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ СПЛАВА Cu–Ni ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ*

А.В. Корчуганов¹, К.П. Зольников^{1,2}, Д.С. Крыжевич^{1,2}, С.Г. Псахье¹

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Экспериментальное исследование атомных перестроек структуры, определяющих зарождение и развитие пластической деформации в металлах и сплавах, в настоящее время встречает существенные технические трудности. Поэтому для решения этой проблемы необходимо привлекать методы компьютерного моделирования, одним из которых является молекулярная динамика. В настоящей работе при использовании метода молекулярной динамики в качестве исследуемого материала с ГЦК-решеткой был выбран сплав медь–никель. Было исследовано влияние концентрации никеля на механический отклик моделируемых образцов. Для описания межатомных взаимодействий в сплаве использовался потенциал, рассчитанный в приближении метода погруженного атома [1]. Данный потенциал позволяет с высокой точностью описывать упругие модули, параметр решетки, энергию образования дефектов структуры, энергию свободной поверхности, фазовую диаграмму Cu–Ni и т. д., что является необходимым условием для корректного моделирования зарождения и развития пластической деформации материала. Моделируемые образцы представляли собой монокристаллы в форме параллелепипеда размерами $30 \times 20 \times 20$ нм и содержали около 1 млн атомов. Ребра образцов были ориентированы вдоль кристаллографических направлений [100], [110] и $\bar{1}10$. Вдоль первого направления использовались свободные граничные условия, а вдоль других двух — периодические. Температура образцов составляла 300 К. Шаг интегрирования составлял 5 фс. Моделируемые монокристаллы растягивались вдоль направления [110] со скоростью 10^7 с^{-1} .

Анализ результатов моделирования показал, что при растяжении кристаллитов в области, близкой к свободной поверхности, зарождаются частичные дислокации с вектором Бюргерса $a/6$ [112] в плоскости (111). В процессе нагружения они движутся в объем кристаллита, что приводит к формированию дефекта упаковки вычитания в плоскости (111).

1. Onat B., Durukanoglu S. An optimized interatomic potential for Cu–Ni alloys with the embedded atom method // J. Phys.: Condens. Matter. — 2014. — V. 26. — P. 035404.

*Работа выполнена в рамках в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ ФОРМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ УДАРНИКОВ ПРИ ДВИЖЕНИИ В МЯГКОМ ГРУНТЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЦИКЛИЧЕСКОГО ПОКООРДИНАТНОГО СПУСКА*

В. Л. Котов, Е. Ю. Линник

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Известные методы решения задач поиска образующей тел с притуплением, внедряющегося на максимальную глубину, основаны на упрощающих предположений о характере взаимодействия тела и среды, в частности на использовании моделей локального взаимодействия для связи кинематических и силовых факторов на площадке контакта тела и среды [1]. Для грунтовых сред экспериментально и теоретически — сравнением с результатами численных расчетов в осесимметричной постановке на основе модели грунтовой среды С. С. Григоряна, была показана применимость модели к описанию проникания острых конусов. Аналитическое решение данной задачи допускает только для несжимаемой среды. Более точный учет свойств среды при решении задачи оптимизации требует привлечения численных методов, в частности основанных на генетическом алгоритме.

В работе показана применимость методики расчета оптимальных форм осесимметричных ударников при движении в грунтовой среде на основе прямого оптимизационного метода с применением методов локальных вариаций и циклического покоординатного спуска с переменным шагом варьирования параметров δ [2]. В качестве критерия задачи оптимизации выбирается минимум целевой функции — безразмерной силы сопротивления внедрению, которая определяется на основе модели локального взаимодействия в виде квадратичной зависимости:

$$\dot{f} = C(\sin \eta)^2 \rightarrow \min,$$

где η — угол, образованный направлением вектора скорости и касательной к искомой кривой, C — параметр, характеризующий свойства среды и форму ударника. Ударник — тело вращения заданной длины L и радиуса основания R . Образующая боковой поверхности тела аппроксимируется параметрическим полиномом Безье [3] с учетом радиуса притупления переднего торца R_0 :

$$P(s) = (1-s)^2 P_0(s) + 2(1-s)s P_1(s) + s^2 P_2(s), \quad s \in [0, 1],$$

где P_i , $i = \overline{0, N-1}$ — координаты вершин характеристического треугольника полинома Безье; φ_0 и φ_2 — углы при соответствующих вершинах характеристического треугольника и определяют координаты точки P_1 .

В качестве начальных значений принимаются: $\delta = 0,05$, $r_0 = 0$; $\varphi_0 = 1$; $\varphi_2 = 1,35$. Последовательные приближения осуществляются, начиная с параметра φ_2 , значение которого уменьшается от начального 1,35 до 1,25 (рис. 1, а, кривая 1), точки соответствуют вычисленным значениям целевой функции, отложенным по оси ординат. Варьирование параметра φ_0 (рис. 1, б) приводит к установлению $\varphi_0 = 0$, радиус притупления $R_0/R = r_0 = 0,05$ (рис. 1, в).

Результаты второго цикла вычислений с шагом $\delta = 0,05$ и полученными параметрами показаны на рис. 1, а–в кривыми 2. Отмечается уменьшение относительного значения сопротивления $\delta D = (D/D^* - 1) \cdot 100 \approx 1\%$, но значения параметров

*Работа выполнена при частичном финансировании в рамках Программы по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (НШ-6944.2016.8) и РФФИ (16-08-00825-а, 16-08-60035-мол-а-дк).

далеки от оптимальных значений (D^* — оптимальное значение силы сопротивления).

Дальнейшие изменения в решении происходят при уменьшении шага варьирования $\delta \leq 0,01$. В этом случае в одном из расчетов значение r_0 становится большим величины, при которой имеется два минимума: краевой и локальный, и параметр φ_0 достаточно быстро принимает оптимальное значение, как и остальные параметры в 3–5 циклах (рис. 1, кривые 3–5, светлые точки). Решение, полученное на основе модели локального взаимодействия, принимается в качестве начального приближения в численных расчетах в осесимметричной постановке на основе модифицированной схемы Годунова первого порядка точности, реализованной в пакете прикладных программ «Динамика-2». Методом циклического покоординатного спуска аналогично с переменным шагом варьирования в порядке $\varphi_2 - \varphi_0 - r_0 - \varphi_2$ получены значения параметров полинома Безье, характеризующих форму ударника.

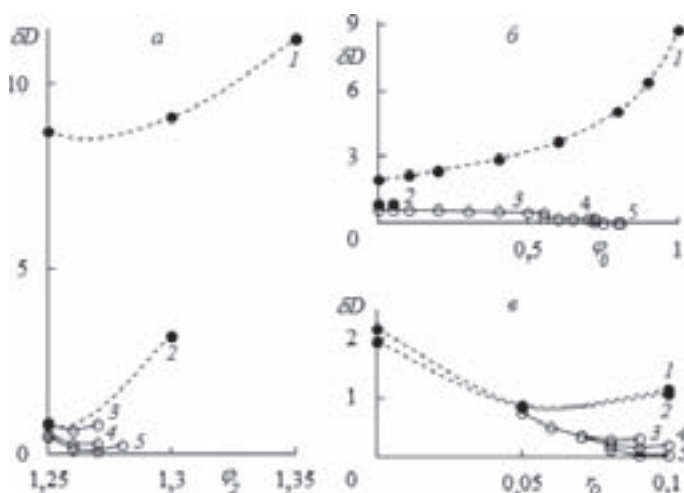


Рис. 1. Изменение целевой функции в зависимости от параметров образующей на различных этапах покоординатного спуска (модель локального взаимодействия)

В результате отмечается качественно похожее поведение численных решений в постановках на основе модели локального взаимодействия и в полной осесимметричной постановке, но существенное отличие в формах оптимальных тел и их сопротивлении, что связано с необходимостью учитывать нелинейные свойства грунтовой среды.

Таким образом, метод циклического покоординатного спуска позволяет с точностью, определяемой погрешностью численных расчетов, вычислять параметры образующей тела вращения, которая может быть представлена полиномом Безье второй степени. При этом проведение предварительных исследований на основе модели локального взаимодействия значительно упрощает процесс расчета оптимальных форм при сохранении допустимой точности.

1. Баженов В. Г., Котов В. Л., Линник Е. Ю. Численный расчет формы тела вращения минимального сопротивления внедрению в сыпучие среды с учетом трения и кавитации // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 303–305.

2. Баженов В. Г., Котов В. Л., Линник Е. Ю. Методика численного расчета оптимальных форм тел вращения при движении в грунтовой среде // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2015. — №2. — С. 5–20.
3. Котов В. Л., Линник Е. Ю. Численный расчет формы тела вращения минимального сопротивления движению в грунтовой среде // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. 2013. — Вып. 75(4). — С. 77–83.

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ В КРИСТАЛЛИТЕ АЛЮМИНИЯ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ*

Д. С. Крыжевич^{1,2}, А. В. Корчуганов¹, К. П. Зольников^{1,2}, С. Г. Псахье¹

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Для изучения особенностей структурных трансформаций на атомном уровне в условиях высокоэнергетического облучения использовался метод молекулярной динамики. В качестве модельного материала использовался алюминий. Для описания межатомного взаимодействия были использованы потенциалы межатомного взаимодействия, построенные в рамках метода погруженного атома [1]. Используемые потенциалы позволяют с высокой точностью описывать структурные, механические и энергетические свойства не только внутри объема самого материала, но и на свободных поверхностях и вблизи них.

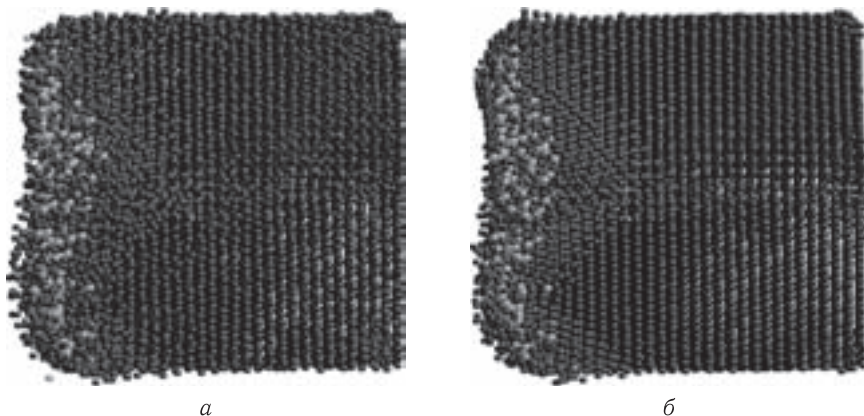


Рис. 1. Структура неотрелаксированного (а) и отрелаксированного (б) моделируемого кристаллита после облучения

Облучаемый кристалл алюминия имел форму параллелепипеда, состоящего из двух зерен. Зерна были повернуты друг относительно друга на угол 30° вокруг кристаллографического направления [100]. Все грани моделируемого кристаллита описывались свободными поверхностями. Процесс нагружения описывался как налет разреженного облака атомов на свободную поверхность кристаллита. Скорости налетающих атомов задавались по следующему алгоритму:

$$V_z = V_{z0} + 100 * \text{rand},$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН №13 «Теплофизика высоких плотностей энергии».

где V_{z0} — базовая скорость, которая в различных компьютерных экспериментах менялась от 2000 до 4000 м/с; gand — генератор случайных чисел от 0 до 1.

Структура кристаллита алюминия после нагружения показана на рис. 1, а, а после релаксации данного образца — на рис. 1, б. Расчеты показали, что в процессе облучения в кристаллите алюминия в области нагружаемой поверхности генерируется множество уединенных волн, которые распространяются от поверхности вглубь кристаллита со скоростью близкой к скорости продольного звука. Они приводят к достаточно сильным структурным изменениям кристаллической решетки.

Частично эти изменения структуры исчезают в процессе релаксации с восстановлением исходной структуры. В то же время в материале формируются дефектные структуры (типа дефектов упаковки), которые распространяются от облученной поверхности вглубь материала на расстояния, значительно превышающие глубины проникновения имплантированных атомов (рис. 2). Анализ структуры деформированного кристалла проводился на основе анализа по общим соседям.

Следует отметить, что наличие большого количества дефектов упаковки в приповерхностных слоях облученных образцов свидетельствует об избытке потенциальной энергии в этих областях, по сравнению с потенциальной энергией этих слоев до облучения. Высвобождение этой избыточной потенциальной энергии в результате высокоэнергетических внешних воздействий может привести к активизации процессов структурных перестроек и процессов перемешивания в этих областях.

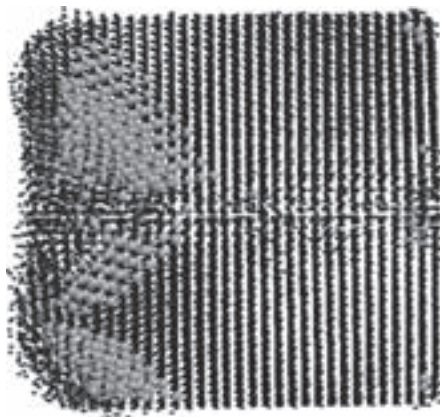


Рис. 2. Структурные дефекты (светлые кружки) в отрелаксированном образце после имплантации

1. Cai J., Ye Y. Y. Simple analytical embedded-atom-potential model including a long-range force for fcc metals and their alloys // Phys. Rev. B. — 1996. — V. 54. — P. 8398.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ГИБКИХ ОБОЛОЧЕК В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ*

Е. Ю. Крылова, Т. В. Яковлева, В. Г. Баженов

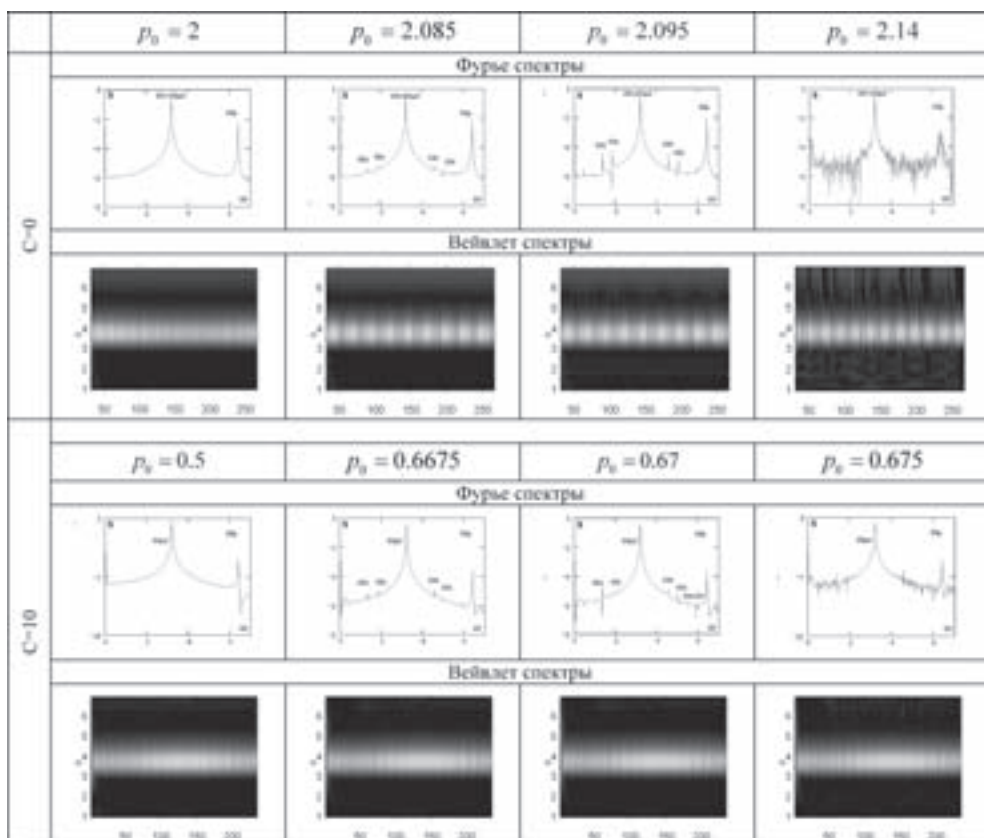
НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В работе построена математическая модель колебаний оболочки в стационарном температурном поле под действием продольных нагрузок. Предполагаем, что нагрев тела не велик и не изменяет механических качеств материала, коэффициент теплового расширения не зависит от температуры, удельная объемная теплоемкость тела и коэффициент теплопроводности постоянны, в теле отсутствуют источники тепла. Стационарному температурному полю отвечает уравнение Лапласа

$$\nabla^2 T = 0. \quad (1)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект №15-19-10039).

Таблица 1



Математическая модель колебаний оболочки построена на основе теории Кирхгофа. Геометрическая нелинейность учтена в форме Т. Кармана [1]. В безразмерном виде уравнения движения элемента оболочки и совместности деформаций с учетом температурного поля имеют вид:

$$\left\{ \frac{1}{12(1-\nu^2)} [\nabla_\lambda^4 w + \nabla_\lambda^2 M_t] - L(w, F) - \nabla_k^2 F + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} = 0; \right. \quad (2)$$

$$\left. \left\{ \nabla_\lambda^4 F + \frac{1}{2} L(w, w) + \nabla_k^2 w + \nabla_\lambda^2 N_t \right\} = 0, \right.$$

где $\nabla_\lambda^4 = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \lambda^2 \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$; $\nabla_\lambda^2 = \lambda^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\nabla_k^2 = k_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_y \frac{\partial^2}{\partial x^2}$; $L(w, F)$, $L(w, w)$ — известные нелинейные операторы; F — функция усилий; w — функция прогиба; $\lambda = a/b$, где a , b — размеры оболочки в плане; t — время; ν — коэффициент Пуассона; k_x и k_y — кривизна оболочки по x и y соответственно; $T(x, y)$ — температурное поле. Температурные компоненты усилий и моментов имеют вид:

$$N_t = \int_{-h}^h \frac{E \alpha_t T}{1-\nu} dz, \quad M_t = \int_{-h}^h \frac{E \alpha_t T}{1-\nu} z dz.$$

В работе рассмотрены нулевые начальные условия и неоднородные краевые условия, соответствующие шарнирному опиранию на гибкие нерастяжимые ребра [2]:

$$\begin{aligned} w = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0; \quad F = 0; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0; 1, \\ w = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0; \quad F = 0; \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = p_x \quad \text{при} \quad x = 0; 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Температурное поле зададим следующим образом: $T(x, y) = C \sin(\pi y) \sin(\pi x)$ — эта гармоническая функция является аналитическим решением уравнения (1), C — интенсивность температурного поля.

Система (2) с учетом граничных и начальных условий сводится к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) методом конечных разностей с аппроксимацией $O(c^2)$ по пространственным переменным. По времени задача Коши решается методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Применение метода конечных разностей позволяет рассматривать оболочку, как систему с большим числом степеней свободы, в данном численном эксперименте их число 196 (14×14). В работе помимо классического аппарата Фурье преобразований применяется вейвлет анализ, что позволяет изучить локальные временные особенности сигналов, полученных в результате численных экспериментов.

Численные эксперименты направлены на изучение влияния интенсивности стационарного температурного поля на характер колебаний рассматриваемой динамической системы. Продольная нагрузка задавалась в виде $p_x = p_0 \sin \omega_p t$, где ω_p , p_0 — частота и амплитуда внешнего воздействия соответственно. Колебания рассматривались на временном интервале $t \in [0, 286]$. Коэффициент диссипации среды $\varepsilon = 1$, $\nu = 0,3$. Частота продольной нагрузки $\omega_p = 6,4$, что близко к частоте собственных колебаний системы $\omega_0 = 5,9$. Отношение размеров панели в плане $\lambda = 1$.

В случае отсутствия температуры был подучен сценарий Рюэля–Такенса (табл. 1). При значении амплитуды внешней нагрузки $p_0 = 2$ появляется бифуркация удвоения периода. С ростом управляющего параметра система последовательно появляются пары зависимых частот: $\omega_i = \omega_p - \omega_{i+1}$, $i = 2, 4, 6, 8$, что приводит систему к хаосу. Вейвлет спектры иллюстрируют наличие перемежаемости.

Наличие температурного поля интенсивности 10 не меняет сценария перехода колебаний рассматриваемой системы в хаос. Первая бифуркация — бифуркация Андронова–Хопфа происходит уже при $p_0 = 0,5$, первые две пары линейно зависимых частот появляются при $p_0 = 0,6675$. Таким образом, влияние температурного поля ($C = 10$) приводит к ускорению перехода колебаний системы в хаос по амплитуде внешней продольной нагрузки. Вейвлет спектры показывают, что частоты, соответствующие второй и последующим бифуркациям системы имеют амплитуды много меньшие амплитуды первой бифуркации, с течением времени значения их амплитуд значительно меняются ($p_0 = 0,675$). В хаотических спектрах в обоих случаях доминируют частота возбуждающей нагрузки и частота первой бифуркации. Линии равных прогибов показывают, что присутствие шума интенсивности $C = 10$ не меняет характер изгибания оболочки.

1. *Karman Th.* Festigkeitsprobleme in Maschinenbau // Encyklo. D. Math. Wiss. — 1910. — V. 4, No. 4. — P. 311–385.
2. *Корнишин М. С.* Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. — М.: Наука, 1964. — 192 с.

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ГИБКИХ СЛОИСТЫХ БАЛОК, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ И АДДИТИВНОГО БЕЛОГО ШУМА*

В. А. Крысько¹, Е. Ю. Крылова², О. А. Салтыкова¹, И. В. Папкова¹

¹СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия; ²СГУ, Саратов, Россия

Построены математические модели колебаний механической балочной структуры с учетом зазора между слоями. Величина зазора мала по сравнению с толщиной балки $\delta \ll h^l$. Контактное давление учитывается по гипотезе Винклера (контактное давление исключено из числа неизвестных функций путем введения явной связи контактного давления и поперечного обжатия между обжатием и контактным давлением) [1].

В качестве частного случая рассмотрим контактное взаимодействие двух балочных структур (рис. 1). Каждая балка состоит из трех слоев симметричных относительно срединной линии балок. На первую балку (рис. 1) действует равномерно

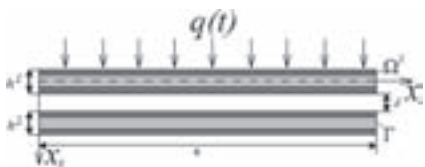


Рис. 1

распределенная нагрузка с гармонической составляющей. Помимо переменной нагрузки учитывалось влияние аддитивного внешнего шумового воздействия на первую балку. Структуры выполнены из материалов с бесконечной жесткостью на сдвиг и поперечное сжатие. Заполнитель (рис. 1) обладает бесконечной жесткостью на поперечное сжа-

тие. При этом принималось, что материал обоих внешних слоев — стеклопластик ($E_1 = 18,7$ ГПа, $\rho_1 = 1,8 \cdot 10^3$ кг/м³, толщина одного слоя $1/24h$), внутренний слой — алюминий ($E_0 = 73$ ГПа, $\rho_0 = 2,687 \cdot 10^3$ кг/м³, толщина слоя $13/12h$), а также геометрическая нелинейность по Карману (связь между деформациями и перемещениями). Зазор между слоями $\delta = 0,1$, относительная толщина балок одинаковая и равна $a/2h = 50$. Уравнения движения элементов механических систем, а также соответствующие граничные и начальные условия выведены, исходя из принципа Остроградского–Гамильтона с учетом гипотезы Эйлера–Бернулли [2]

$$\frac{\partial C_{11}}{\partial x_1^2} \left[\frac{\partial u_{10}^l}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}^l}{\partial x_1} \right)^2 \right] + C_{11} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{\partial u_{10}^l}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}^l}{\partial x_1} \right)^2 \right] - \frac{\gamma_1}{g} (2h_0) \frac{\partial^2 u_{10}^l}{\partial t^2} -$$

$$- \frac{\partial K_{11}}{\partial x_1} \frac{\partial^2 u_{30}^l}{\partial x_1^2} - K_{11} \frac{\partial^3 u_{30}^l}{\partial x_1^3} = 0,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left\{ K_{11} \left[\frac{\partial u_{10}^l}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}^l}{\partial x_1} \right)^2 \right] - D_{11} \frac{\partial^2 u_{30}^l}{\partial x_1^2} \right\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ C_{11} \left[\frac{\partial u_{10}^l}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}^l}{\partial x_1} \right)^2 \right] - K_{11} \frac{\partial^2 u_{30}^l}{\partial x_1^2} \right\} + q^l - \frac{\gamma_1}{g} (2h) \frac{\partial^2 u_{30}^l}{\partial t^2} = 0,$$

где $C_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} E_i^l dx_3$, $K_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} E_i^l x_3 dx_3$, $D_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} E_i^l x_3^2 dx_3$, $k = 2$, l —

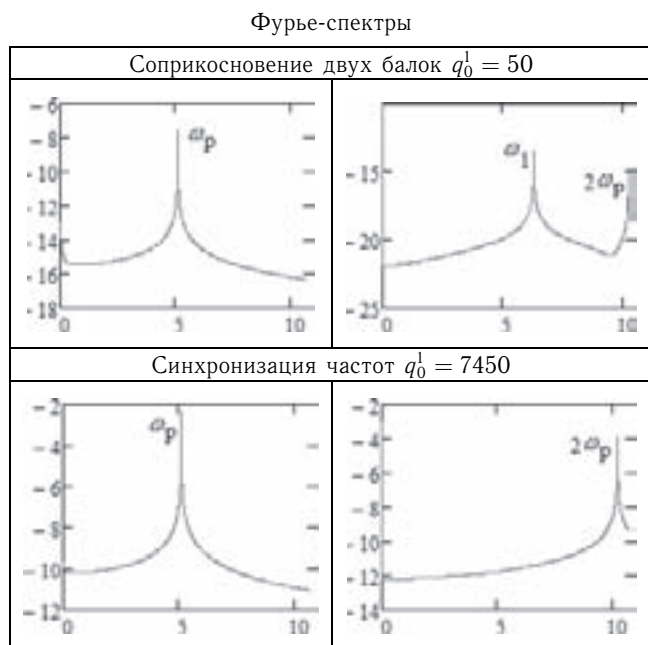
номер балки, $q^l = q^{*l} + q_0^l \sin(\omega_p^l t) + q_k$, $q^{*l} = w_0^l \left(2,0 * \frac{\text{rand}()}{\text{RAND\_MAX} + 1,0} - 1,0 \right)$,

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-31-00092).

где q_0^l — амплитуда возбуждающей нагрузки, $q_k = (-1)K \frac{E_i^l}{h_i^l} \left(u_{30}^l - \delta - u_{30}^2 \frac{h_{02}}{h_{01}} \right) \psi$, $l = 1, 2$, K — коэффициент пропорциональности между контактным давлением и обжатием. Функция ψ определяет размеры зоны контакта и находится по правилу $\psi = \left[1 + \text{sign} \left(u_{30}^1 - \delta - u_{30}^2 \frac{h_{02}}{h_{01}} \right) \right] / 2$, w_0^l — амплитуда шумового воздействия, ω_p — частота внешнего воздействия, u_{30}^l — прогиб элемента в направлении нормали; u_{10}^l — перемещение элемента в продольном направлении; ε — коэффициент диссипации; E_i^l — модуль Юнга i -го слоя; h^l — высота поперечного сечения балки; γ_1 — удельный вес материала; g — ускорение свободного падения; t — время; a — длина балки.

Был рассмотрен следующий частный случай: слои состоят из гибких балок, выполненных из изотропного, но неоднородного материала, находящихся под действием переменной нагрузки с учетом и без учета шумовых флуктуаций (см. рис. 1). Граничные условия «заделка-заделка», начальные условия нулевые.

Таблица 1



Результаты численного эксперимента показали (табл. 1), что при соприкосновении балок первая балка продолжает колебаться гармонически на частоте возбуждения, а вторая — на двух частотах: удвоенной частоте возбуждения и независимой частоте. С увеличением амплитуды нагрузки на первую балку происходит синхронизация частот.

1. Кантор Б. Я. Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения. — Киев: Наук. думка, 1990. — 136 с.
2. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. — М.: Наука, 1972. — 432 с.

О ПАРАМЕТРАХ ПРОДОЛЖЕНИЯ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ ПОЛЗУЧЕСТИ***Е. Б. Кузнецов, С. С. Леонов***МАИ, Москва, Россия*

Для описания процесса деформирования металлических конструкций в условиях ползучести при постоянной температуре рассмотрим применение уравнений теории структурных параметров Ю. Н. Работнова [1, 2], которые в одномерном случае можно записать в виде системы ОДУ второго порядка с однородными начальными условиями

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{f_1(\sigma)}{\Psi(\omega)}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{f_2(\sigma)}{\Psi(\omega)}, \quad \omega(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где ε — деформация ползучести; ω — параметр поврежденности; σ — действующее напряжение, в общем случае зависящее от времени t ; функциональные зависимости, входящие в правые части уравнений задачи (1), определяются по результатам эксперимента.

Отметим некоторые особенности задачи (1). Искомыми являются функции $\varepsilon(t)$ и $\omega(t)$, заданные в области $W = \{(\varepsilon, \omega, t) | 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon^*, 0 \leq \omega \leq 1, 0 \leq t \leq t^*\}$, где ε^* — значение деформации ползучести в момент разрушения; t^* — длительная прочность конструкции, т. е. время, в течении которого образец не разрушится. Будем полагать, что рассматриваемая система имеет две предельные особые точки [3], в которых правые части уравнений задачи (1) обращаются в бесконечность. Это $\omega = 0$ в момент времени $t = 0$ и $\omega = 1$ в момент времени $t = t^*$.

В этом случае традиционные явные методы численного решения задачи Коши малоэффективны, а специализированные подходы к решению жестких задач, в том числе и неявные методы, сложны в реализации. Применим для решения задачи (1) метод продолжения решения по наилучшему параметру [3], который запишем в скалярном виде

$$(d\lambda)^2 = (d\varepsilon)^2 + (d\omega)^2 + (dt)^2. \quad (2)$$

Параметризованная задача (1) примет вид

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{f_1(\sigma)}{\sqrt{\Psi^2(\omega) + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \\ \frac{d\omega}{d\lambda} = \frac{f_2(\sigma)}{\sqrt{\Psi^2(\omega) + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \\ \frac{dt}{d\lambda} = \frac{\Psi(\omega)}{\sqrt{\Psi^2(\omega) + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \quad \lambda \in [0; \lambda_*], \\ \varepsilon(0) = 0, \quad \omega(0) = 0, \quad t(0) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Анализируя задачу (3) можно отметить, что квадратичная норма правой части системы равна единице. Это говорит о том, что для нее в рассматриваемой области не существует предельных особых точек, и можно использовать любые методы

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проект 16-08-00943а).

интегрирования задачи Коши, в том числе и явные. Также нет необходимости производить смену параметра, что облегчает процесс решения.

Вместе с этим, есть и ряд недостатков данного подхода. Например, параметризованная система для задач большой размерности становится значительно сложнее исходной. По этой причине, выгода от применения наилучшей параметризации может исчезнуть.

Для ослабления указанного недостатка параметр (2) преобразуется к виду

$$(d\kappa)^2 = (d\varepsilon)^2 + (d\omega)^2 + \left(\frac{dt}{F(\varepsilon, \omega, t)} \right)^2, \quad (4)$$

где $F(\varepsilon, \omega, t)$ — некоторая непрерывная функция. Для параметра (4) доказывается следующая теорема.

Теорема. Для того, чтобы параметры, задаваемые соотношениями (2) и (4), были локально эквивалентными в окрестности точки $M(\varepsilon_i, \omega_i, t_i)$, необходимо, чтобы существовало целое неотрицательное число $k \geq 0$, такое, что все частные производные функции $F(\varepsilon, \omega, t)$ до $(k-1)$ -го порядка включительно были равны нулю, а частные производные k -го порядка существовали и удовлетворяли условию

$$\sum_{|\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=k} \left[\frac{\partial^{|\alpha|} F}{\partial \varepsilon^{\alpha_1} \partial \omega^{\alpha_2} \partial t^{\alpha_3}} \Big|_M \right]^2 \neq 0. \quad (5)$$

А также имело место предельное соотношение

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\sum_{|\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=k} \frac{\partial^{|\alpha|} F}{\partial \varepsilon^{\alpha_1} \partial \omega^{\alpha_2} \partial t^{\alpha_3}} \Big|_M \Delta \varepsilon^{\alpha_1} \Delta \omega^{\alpha_2} \Delta t^{\alpha_3}} = 0, \quad (6)$$

где $\rho = \sqrt{(\Delta \varepsilon)^2 + (\Delta \omega)^2 + (\Delta t)^2}$.

Здесь под локальной эквивалентностью двух параметров понимается стремление к нулю разности длин и углов между векторами, вдоль которых отсчитываются параметры λ и κ , в окрестности точки M .

При $F(\varepsilon, \omega, t) = \Psi(\omega)$ задача (1), параметризованная параметром κ , примет вид

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon}{d\kappa} = \frac{f_1(\sigma)}{\sqrt{1 + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \\ \frac{d\omega}{d\kappa} = \frac{f_2(\sigma)}{\sqrt{1 + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \\ \frac{dt}{d\kappa} = \frac{\Psi(\omega)}{\sqrt{1 + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}}, \quad \kappa \in [0; \kappa_*], \\ \varepsilon(0) = 0, \quad \omega(0) = 0, \quad t(0) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Задача (1) решалась неявным методом Эйлера, в то время как для задач (3), (7) были выбраны явные методы Эйлера и Рунге–Кутты. Полученные численные решения имеют одинаковую точность и согласуются с аналитическим решением задачи (1), экспериментальными данными и результатами других авторов [4]. При этом, время счета для задачи (7) в разы меньше, чем для задач (1) и (3).

Помимо этого, доказано, что для параметров вида (4) только параметр (2) доставляет задаче (1) наилучшую обусловленность.

Исходя из этого, введена мера, позволяющая сравнивать обусловленности задач, преобразованных параметром вида (4). Для задачи (7) эта мера может быть записана в форме

$$\Xi = \frac{1}{\kappa_*} \int_0^{\kappa_*} \frac{|\Psi(\omega) - 1|}{\sqrt{1 + f_1^2(\sigma) + f_2^2(\sigma)}} d\zeta. \quad (8)$$

Если имеются две задачи, параметризованные параметрами κ_1 и κ_2 вида (4), для которых определены значения меры обусловленности Ξ_1 и Ξ_2 соответственно, то при $\Xi_1 > \Xi_2$ задача, соответствующая параметру κ_2 обусловлена лучше, при $\Xi_1 < \Xi_2$ — наоборот, а при $\Xi_1 = \Xi_2$ — обусловленность одинаковая.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966. — 752 с.
2. *Gorev B. V., Klopotov I. D., Lyubashevskaya I. V.* Creep and damage behavior of AK4-1T and VT-9 alloys under different stress states // *Theor. and Appl. Fract. Mech.* — 1998. — V. 29. — P. 1–10.
3. *Шалашилин В. И., Кузнецов Е. Б.* Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 224 с.
4. *Горев Б. В., Захарова Т. Э., Клопотов И. Д.* К описанию процесса ползучести и разрушения материалов с немонотонным изменением деформационно-прочностных свойств // *Физическая мезомеханика.* — 2002. — Т. 5, № 2. — С. 17–22.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОШИБОЧНОСТИ КЛАССИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЯ ТИМОШЕНКО

В. В. Лалин, И. И. Лалина, Д. А. Кузнецова

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В классическом вариационном исчислении, если исходная задача сформулирована как задача поиска точки стационарности некоторого функционала, существует четкий алгоритм исследования локальной устойчивости: нужно вычислить вторую вариацию функционала и исследовать ее знакоопределенность. Система устойчива, если вторая вариация положительно определена [1, 2]. Значения параметров задачи, при которых вторая вариация перестает быть положительно определенной, являются критическими, в задачах механики — это критические значения нагрузок, при достижении которых система теряет устойчивость. При этом необходимо учитывать, что исходный функционал вариационной постановки в задачах механики должен соответствовать геометрически нелинейной постановке задачи.

Анализ литературы по геометрически нелинейной теории стержней привел к выводу, что до последнего времени в мировой науке не существовало вариационной постановки задачи геометрически нелинейного деформирования упругих стержней в виде задачи поиска точки стационарности некоторого функционала, а, следовательно, не было строго обоснованной постановки задачи устойчивости.

В наших работах [3, 4] впервые были получены функционалы вариационной постановки для геометрически нелинейных упругих стержней, для плоской задачи впервые была вычислена вторая вариация функционала и получены вариационная и дифференциальная постановки задачи устойчивости. В классической задаче

Эйлера о сжатии стержня силой было получено новое точное решение задачи устойчивости с учетом всех жесткостей стержня — на изгиб, сдвиг и сжатие:

$$T_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{1 + 4T_{\text{э}} \left(\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1} \right)} - 1}{2 \left(\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1} \right)},$$

где $T_{\text{кр}}$ — критическое значение сжимающей силы; $k_1 = EA$, $k_2 = GA$ — жесткости стержня на сжатие и сдвиг; $T_{\text{э}} = \pi^2 k_3 / \mu L^2$ — значение критической силы Эйлера [5]; $k_3 = EI$ — жесткость стержня на изгиб; L — длина стержня; μ — коэффициент, зависящий от граничных условий.

Подчеркнем, что приведенное универсальное решение задачи устойчивости имеет один и тот же вид для любых граничных условий: для каждого вида граничных условий будет свое значение силы Эйлера $T_{\text{э}}$.

В настоящем докладе приводятся следствия, вытекающие из полученного решения для стержня Тимошенко. Постановки и решения задач устойчивости для стержня Тимошенко приведены во многих монографиях, учебниках, справочниках, см., например, [5, 6].

При рассмотрении задач устойчивости для стержня Тимошенко принимается допущение [5], что докритическое состояние стержня является напряженным, но не деформированным. Это означает, что пренебрегают податливостью $1/k_1$ стержня на сжатие. В таком случае из полученных нами результатов вытекают:

— функционал устойчивости для стержня Тимошенко

$$H(v, \theta) = \frac{1}{2} \int_0^L [k_2(v' - \theta)^2 + k_3(\theta')^2 + \theta^2 T - 2T v' \theta] ds,$$

— уравнения устойчивости для стержня Тимошенко

$$\begin{cases} -T\theta' + k_2[v' - \theta]' = 0, \\ k_3\theta'' + k_2[v' - \theta] \left(1 + \frac{T}{k_2} \right) = 0, \end{cases}$$

— решение задачи устойчивости для стержня Тимошенко

$$T_{\text{кр}} = \frac{k_2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4T_{\text{э}}}{k_2}} - 1 \right).$$

Все приведенные выражения не совпадают с классическими результатами по устойчивости стержня Тимошенко. В частности, во всех упомянутых источниках решение задачи устойчивости приводится в виде формулы Энгессера

$$T_{\text{кр}} = T_{\text{э}} / (1 + T_{\text{э}} / k_2).$$

Поскольку все полученные нами результаты основано на строгой процедуре классического вариационного исчисления, то приходится сделать вывод, что классические результаты по устойчивости стержня Тимошенко являются ошибочными.

1. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 228 с.
2. Зеликин М. М. Оптимальное управление и вариационное исчисление. — М.: Эдиториал УРСС. 2004. — 160 с.

3. Лалин В. В., Розин Л. А., Кушова Д. А. Вариационная постановка плоской задачи геометрически нелинейного деформирования и устойчивости упругих стержней // Инженерно-строительный журнал. — 2013. — №1. — С. 53–63.
4. Лалин В. В., Зданчук Е. В., Кушова Д. А., Розин Л. А. Вариационные постановки нелинейных задач с независимыми вращательными степенями свободы // Инженерно-строительный журнал. — 2015. — №4.
5. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. Т. 1. — М.: СКАД СОФТ, 2010. — 704 с.
6. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. — М.: Машиностроение, 1991. — 336 с.

ВЛИЯНИЕ НАКОПЛЕННЫХ НЕОБРАТИМЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ МИКРОДЕФЕКТА*

А. А. Манцыбора^{1,2}, М. В. Полоник^{1,2}

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

Большинство материалов имеют остаточные напряжения, которые обуславливаются наличием обратимых и необратимых деформаций в окрестности необходимо присутствующих микропор или микротрещин. Такие напряжения оказывают существенное влияние на поведение материала при дальнейшем процессе деформирования. Классическая линейная модель упругопластической среды не описывает подобные эффекты. Чтобы учитывать влияние необратимых накопленных деформаций на процессы дальнейшего деформирования (распространения возмущений) необходимо использовать нелинейную модель. Однако существует несколько нелинейных моделей [1–6]. В представленной работе используется модель больших упругопластических деформаций описанная в [7–9]. С использованием данной модели решались задачи в [10–15]. В [16, 17] представлены задачи распространения ударных и простых волн в упругопластической среде. Именно в рамках данной модели удается построить автомодельное решение задачи о распространении сферической продольной упругой ударной волны в среде с накопленными необратимыми деформациями. Такое решение задачи просто и дает качественную картину процессов. На данной задаче было изучено влияние накопленных в среде пластических деформаций на движение упругих волн в окрестности микродефекта. Показано, что наличие накопленных необратимых деформаций влияет на скорость распространения ударной волны. Представлены результаты численного решения.

1. Lee E. Elastic-plastic deformation at finite strains // Trans ASME: J. Appl. Mech., 36(1) (1969) 1–6.
2. Levitas V. I. Large elastoplastic deformation of materials at high pressure. — Kiev: Nauk. Dumka, 1987. — 232 p.
3. Bykovtsev G. I., Shitikov A. V. Finite deformation elastoplastic media // Reports of the Academy of Sciences of the USSR, 311(1) (1990) 59–62.
4. Rogovoy A. A. Defining relations for finite elastic-inelastic deformations // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 46(5) (2005) 138–149.
5. Chernyshov A. D. Constitutive equations for elastic-plastic body at final deformations // Bulletin RAN, Mechanics of Solids, 1 (2000) 120–128.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант №15-31-21111-мол_а).

6. Pozdeev A. A., Trusov P. V., Nyashina Y. I. Large elastoplastic deformation: theory, algorithms, applications. — M.: Nauka, 1986. — 232 p.
7. Burenin A. A., Bykootsev G. I., Kovtanyuk L. V. On a simple model for elastoplastic medium at finite deformations // Reports of the Russian Academy of Sciences, 347(2) (1996) 199–201.
8. Myasnikov V. P. The equations of motion of elastic-plastic materials under large deformations // Bulletin FEB RAS, 4 (1996) 8–13.
9. Kovtanyuk L. V. The modeling of elastic-plastic deformation in non-isothermal case // Far Eastern Mathematical Journal, 5(1) (2004) 107–117.
10. Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The possibility of reiterated plastic flow at the overall unloading of an elastoplastic medium // Doklady Physics, 45(12) (2000) 694–696. DOI: 10.1134/1.1342452.
11. Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The formation of a one-dimensional residual stress field in the medium of a cylindrical defect in the continuity of an elastoplastic medium // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 67 (2003) 283–292. DOI: 10.1016/S0021-8928(03)90014-1.
12. Ermolenko A. V., Polonik M. V. On the possibility of improving operational characteristics of materials by preliminary pulse or impact treatment // Mechanics of Solids, 42(4) (2007) 652–660. DOI: 10.3103/S0025654407040176.
13. Polonik M. V., Murashkin E. V. Formation of the Stress Field in the Vicinity of a Single Defect under Shock (Impulse) Loading, 774–776 (2013) 1116–1121. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.774-776.111.
14. Murashkin E. V., Polonik M. V. Development of approaches to the creep process modeling under large deformations // Applied Mechanics and Materials, 249–250 (2013) 833–837. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.249-250.833.
15. Murashkin E. V., Polonik M. V. Determination of a Loading Pressure in the Metal Forming by the Given Movements // Advanced Materials Research, 842 (2014) 494–499. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMR.842.494.
16. Burenin A. A., Dudko O. V., Mantsybora A. A. Propagation of Reversible Deformation in a Medium with Accumulated Irreversible Strains // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 43(5) (2002) 770–776. DOI: 10.1023/A:1019808407336.
17. Burenin A. A., Dudko O. V., Semenov K. T. Conditions for the existence of discontinuity surfaces of irreversible strains in elastoplastic media // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 50(5) (2009) 878–885. DOI: 10.1007/s10808-009-0119-6.

МЕХАНИКА КОСМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МИГРАЦИИ МАЛЫХ ТЕЛ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ: ПРИРОДА И МОДЕЛИ

М. Я. Маров¹, С. И. Ипатов^{1,2}

¹ГЕОХИ РАН, Москва, Россия; ²ИКИ РАН, Москва, Россия

Одним из новых разделов механики и моделирования природных процессов является механика космических сред. Это направление исследований охватывает широкий круг проблем, связанных с состоянием и эволюцией объектов во Вселенной, основой которого служат методы математического моделирования сложных явлений природы. Принципиально важными являются попытки реконструировать процессы, обеспечившие наблюдаемые особенности небесных тел, и выявить основные закономерности, лежащие в их основе. С началом космических исследований, обеспечивших получение ключевых данных о планетах и малых телах (астероидах, кометах) Солнечной системы открылись возможности лучшего понимания формирования природы Земли на основе сравнительной планетологии [1]. Важную роль

в эволюции Земли и планет земной группы сыграли миграционные процессы в Солнечной системе

Вода и летучие важны для зарождения и эволюции жизни в Солнечной системе и во внесолнечных системах [2]. В ряде публикаций изучалась доставка воды из зоны внешнего астероидного пояса. Ключевым аргументом против астероидного источника воды на Земле является то, что кислородный изотопный состав первичной верхней мантии Земли ближе к безводным обычным хондритам, чем к водным углистым хондритам [3].

Нами проведен комплекс исследований миграции воды и летучих к планетам земной группы, которые основывались на результатах миграции малых тел и пылевых частиц из зон питания планет-гигантов к планетам земной группы. В предыдущие годы изучалась миграция объектов, первоначально пересекавших орбиту Юпитера, а также пылевых частиц, стартовавших с различных малых тел (комет, астероидов и транснептуновых объектов) [4–7].

Наши более поздние расчеты посвящены миграции планетезималей из зон питания Юпитера и Сатурна. Большие полуоси исходных орбит планетезималей находились в пределах от 4,5 до 12 а.е., их эксцентриситеты и наклоны равнялись 0,3 и 15° , соответственно. Такие эксцентриситеты и наклоны могли быть достигнуты в результате гравитационного влияния планетезималей и планет [8]. В серии расчетов JN при моделировании миграции планетезималей учитывалось гравитационное влияние всех планет при их современных массах и орбитах, а в серии JS Уран и Нептун не рассматривались. В сериях расчетов JS₀₁ и JN₀₁ на орбитах планет земной группы рассматривались зародыши планет с массами в 10 раз меньшими масс соответствующих планет.

Моделирование миграции планетезималей проводилось путем интегрирования их уравнений движения. Расчеты проводились с помощью симплектического метода. При исследовании миграции комет, астероидов и транснептуновых объектов наряду с симплектическим методом использовался также более точный, но более медленный метод Булирша–Штера. При рассмотрении достаточного большого числа ($\sim 10^4$) тел доли мигрирующих тел, сталкивающихся с планетами, примерно одинаковы при расчетах этими методами. Из-за возможности очень тесных сближений мигрирующих тел с планетами эволюция орбит тел является хаотической. Поэтому даже небольшие изменения исходных орбит или точности интегрирования на шаге интегрирования могут приводить к большим изменениям динамического времени жизни тела (до его выброса на гиперболическую орбиту или до его столкновения с планетой или с Солнцем). Орбита одного из нескольких тысяч тел, первоначально пересекавших орбиту Юпитера, эволюционировала таким образом, что тело двигалось внутри орбиты Юпитера в течение десятков или сотен миллионов лет. Вероятность столкновения такого тела с Землей при расчетах могла быть больше, чем суммарная вероятность столкновений нескольких тысяч других объектов, первоначально находившихся на близких орбитах. В действительности некоторые кометоподобные тела могли разрушиться на более мелкие фрагменты за большие интервалы времени и выпасть на планеты земной группы в виде мелких объектов.

Элементы орбит планетезималей за время их динамической жизни, полученные в наших расчетах, хранились в памяти ЭВМ и использовались для вычисления вероятностей столкновений планетезималей с планетами. На базе полученных массивов элементов орбит, расчеты вероятностей проводились не только при той массе планеты на орбите Земли, которая использовалась при моделировании эволюции дисков планетезималей, но и при другом значении массы этой планеты.

В расчетах эволюции орбит тел, близких к орбитам комет семейства Юпитера, при современных орбитах и массах планет полученные значения p_E вероятности столкновения тела с Землей превышали $4 \cdot 10^{-6}$. В новых сериях расчетов JS и JN вероятность p_E столкновения планетезимали с Землей равнялась $2 \cdot 10^{-6}$. Для планетезималей, первоначально находившихся во внутренней части рассматриваемого диска, p_E превышало $2 \cdot 10^{-6}$. В серии расчетов JS₀₁ вероятность p_{E01} столкновения планетезимали с зародышем Земли массой $0,1m_E$ (m_E — масса Земли) равнялась $4 \cdot 10^{-7}$. В сериях расчетов с первоначально близкими друг другу планетами-гигантами значения p_E и p_{E01} были в основном не меньше, чем для серий JS, JN, JS₀₁ и JN₀₁. В сериях расчетов JS, JS₀₁, JN и JN₀₁ доля планетезималей, достигнувших орбиту Земли, составляла 12–14%.

Полагая, что общая масса планетезималей в зоне питания Юпитера и Сатурна, была порядка ста масс Земли [8], $p_E = 2 \cdot 10^{-6}$, а доля воды в планетезималах равнялась 0,5, получаем, что общая масса воды, доставленной из этой зоны к Земле, могла быть порядка половины массы воды в земных океанах. Кроме того, примерно такое же количество воды могло быть доставлено к Земле из зоны, расположенной далее 12 а.е. от Солнца, однако основная миграция планетезималей из этой зоны могла происходить позже, чем из зоны питания Юпитера и Сатурна, и значительная часть воды, прибывшей из-за орбиты Сатурна, могла выпасть на зародыш Земли, когда его масса была не мала.

Отношение r_p вероятности столкновений планетезималей с планетой к массе планеты в серии JS для Земли было в 2, 1,25 и 1,3 раза меньше, чем для Марса, Венеры и Меркурия, соответственно. Эти оценки близки к оценкам, полученным нами ранее при моделировании миграции комет. В серии расчетов JN значения r_p/r_{pE} (где r_{pE} — это значение r_p для Земли) равнялись 3,4, 0,7 и 0,8 для Марса, Венеры и Меркурия, соответственно.

Для планетезималей, пришедших к планете на орбите Земли из зон питания планет-гигантов, полученное нами отношение p_E/p_{E01} вероятностей столкновений планетезималей с планетой при значениях массы планеты, равных m_E и $0,1m_E$, находится в основном в диапазоне от $5 \approx 10^{0,7}$ до $5,5 \approx 10^{0,74}$. Можно оценить, что при росте зародыша Земли до $0,5m_E$ масса воды, доставленной к зародышу, могла быть порядка 30% от всей воды, доставленной из зон питания Юпитера и Сатурна. Приведенные выше оценки показывают, что существенная масса воды могла быть доставлена к зародышу Земли, когда его масса была меньше современной массы Земли.

1. Marov M. Ya. The Fundamentals of Modern Astrophysics. A Survey of Cosmos from the Home Planet to Space Frontiers. — Springer, 2015. — 350 p. <http://link.springer.com/search?query=978-1-4614-8729-6>.
2. Маров М. Я., Колесниченко А. В., Макалкин А. Б., и др. // В «Проблемы зарождения и эволюции БИОСФЕРЫ» / Под. ред. Э. М. Галимова. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2008. — С. 223–273.
3. Drake M., Campins H. // In: Proc. IAU Symp. 229 «Asteroids, Comets, & Meteors», 2006. — P. 381–394.
4. Marov M. Ya., Ipatov S. I. // In: Collisional processes in the solar system / M. Ya. Marov, H. Rickman. Eds. Astrophys. & Space Science Library. V. 261. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. — P. 223–247.
5. Маров М. Я., Инатов С. И. // Астрон. Вестн. — 2005. — Т. 39, №5. — С. 1–7.
6. Ipatov S. I., Mather J. C. // In: Proc. IAU Symp. No. 236 «Near-Earth Objects, Our Celestial Neighbors: Opportunity and Risk» / A. Milani, G. B. Valsecchi, D. Vokrouhlický. Eds. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007. — P. 55–64.

7. *Ipatov S. I.* // In: Proc. IAU Symposium S263. Vol. 5. «Icy bodies in the Solar System» / J. A. Fernandez, D. Lazzaro, D. Prialnik, R. Schulz. Eds. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010. — P. 41–44.
8. *Ипатов С. И.* Миграция небесных тел в Солнечной системе. — М.: УРСС, 2000. — 320 с.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ (3D) ГИБКИХ БАЛОК*

В. К. Нгуен, С. С. Вецель, О. А. Салтыкова, В. А. Крысько

СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

Аннотация. В работе построена математическая модели пространственных (3D) колебаний балки С. П. Тимошенко. Изучается хаотическая динамика балки при действии поперечной нагрузки линейного типа методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений. Для решения задачи Коши используется метод конечных элементов (по пространственным координатам) и метод Эйлера (для решения по времени).

Постановка задачи. Изучение нелинейной динамики гибких балок является актуальным научным направлением, в связи с их широким применением в промышленности, ракето- и автомобилестроении, машиностроении, строительстве и т. д. Кроме того, балочные конструкции, в процессе эксплуатации часто подвергаются внешним воздействиям различного характера. Для учета последствий таких воздействий, особенно актуально исследовать пространственную динамику, что позволит выработать наиболее безопасные режимы эксплуатации.

В работе построена математическая модель нелинейных пространственных (3D) колебаний консольной балки, с учетом кинематической гипотезы С. П. Тимошенко. Следует отметить, что уравнения движения С. П. Тимошенко гиперболического типа. Изучаются пространственные колебания балки в пространстве $OXYZ$. Такого типа балки изучаются впервые, в известной нам литературе в основном исследуются плоские колебания балок [1, 2] (XOZ). Уравнения в частных производных для балок сводится к задаче Коши методом конечных элементов по пространственным переменным (beam 188) и далее решаются методом явного интегрирования (методом Эйлера) с помощью программного пакета ANSYS LS-DYNA. На балку действует линейная нагрузка. Начальные условия нулевые, а граничные соответствуют консольной балке (один конец закреплен, а второй свободен). Анализ колебаний проводится методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений. Для крайнего элемента балки строятся сигналы, фазовые портреты, сечения Пуанкаре, автокорреляционные функции, фурье- и вейвлет-спектры, проводится анализ показателей Ляпунова.

Конечно-элементная модель балки содержит 9000 элементов, при чем количество разбиений по толщине и длине объектов выбиралось по принципу Рунге. Материал балки сталь 12X18H10T, со следующими физико-механическими характеристиками: модуль Юнга 20900 кг/мм^2 ; коэффициент Пуассона 0,3; плотность $8 \cdot 10^{-10} \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}^2$. Геометрические параметры балки: $L = 200 \text{ мм}$ — длина балки, поперечное сечение балки — квадрат со стороной $h = 4 \text{ мм}$. На свободном конце балки действует нагрузка в виде линейной функции. Расчет проводился интервале времени от 0 до 20 секунд, где в первые 2 секунды была приложена линейная

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №16–01-00721 А, №16–08-01108 А.

нагрузка в виде непрерывной функции $y = x$, где $x \in [0; 2]$ кгс/мм². Будем считать, что система координат выбрана по С.П. Тимошенко. Рассматриваемая система консервативна.

Таблица 1

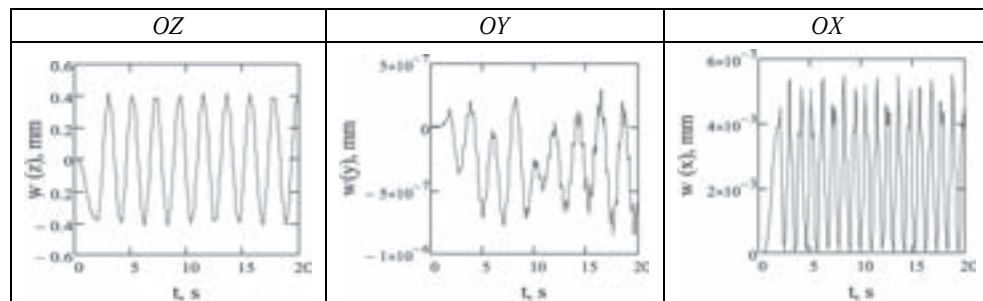


Таблица 2

Фазовые портреты

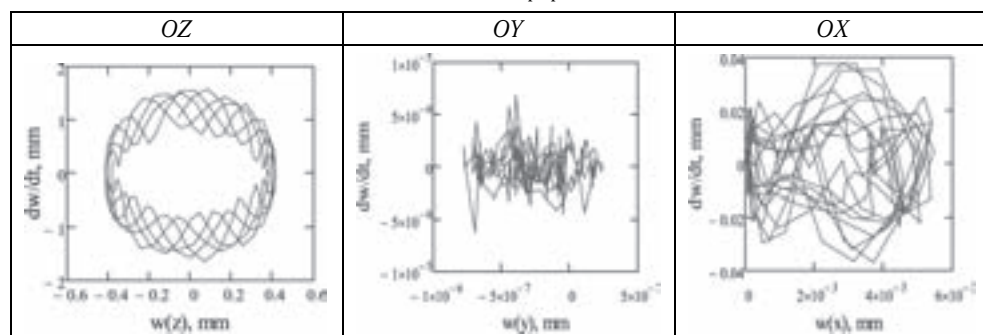
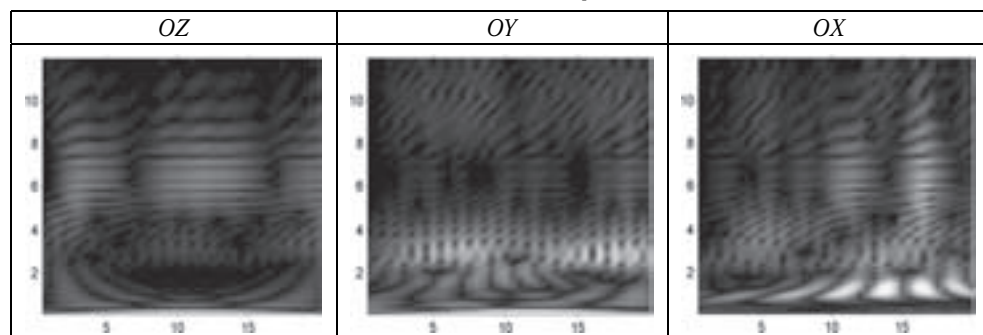


Таблица 3

2D-вейвлет спектры



В табл. 1 приведем графики сигналов в трех плоскостях OZ, OY, OX.

Сигнал для плоскости OZ соответствует регулярным колебаниям, а для двух других областей можно наблюдать хаотические сигналы, что подтверждают графики фазовых пространств — $\dot{w}(w)$ (табл. 2) и 2D-вейвлет спектры (табл. 3). Количество периодов колебаний на плоскостях OZ, OY равно 9, а на плоскости

OX — 18 периодов. То есть происходит удвоение периода колебаний, в зависимости от плоскости. Амплитуда колебаний максимальна в плоскости OZ и составляет 0,8 мм, минимальна в плоскости OY — $5 \cdot 10^{-7}$ мм.

Фазовый портрет в плоскости OZ представляет собой многослойную спираль, для других плоскостей — соответствует хаотическим колебаниям. 2D-вейвлет спектры существенно различны.

На 2D-вейвлет спектрах (табл. 3) по оси абсцисс отложено время, а по оси ординат частоты. Вейвлет-спектры позволяют видеть изменение частотных характеристик во времени, а не интегрально, как фурье-спектр. Светлые области означают наличие частоты, при чем, чем светлее цвет, тем больше амплитуда этой частоты.

Колебаниям в каждой плоскости соответствует свой набор частот. При чем минимальная частота в плоскости OY , максимальная в плоскости OZ . Также можно видеть явление перемежаемости частот, когда одна частота с течением времени то появляется, то пропадает.

1. Krysko A. V., Awrejcewicz J., Saltykova O. A., Zhigalov M. V., Krysko V. A. Investigations of chaotic dynamics of multi-layer beams using taking into account rotational inertial effects // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 19(8), 2014. P. 2568–2589.
2. Awrejcewicz J., Krysko A. V., Krysko V. A. Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part I: Mathematical models and solution methods // Chaos, Solitons & Fractals. Nonlinear Science, and Nonequilibrium and Complex Phenomena, 45 (2012).

УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ*

А. Я. Недбай, Е. В. Данилкин, Е. Н. Волков

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Рассматривается осесимметричная устойчивость кольцевой изотропной пластины, жестко скрепленной торцом с внутренней поверхностью цилиндрической оболочки, заполненной упругим массивом. Осесимметричная деформация цилиндрической оболочки, нагруженной внешним давлением, описывается уравнениями теории слоистых ортотропных оболочек. Массив представляется основанием Винклера. Система цилиндрических координат располагается в плоскости пластины.

Радиальное перемещение оболочки, при действии внешнего давления равно

$$W = \frac{pR^2}{E_2 h} \left(1 - \frac{1}{1+c} \right); \quad c = \frac{E_2 h (1-\nu)}{ER(1-z_0^2)}, \quad z_0 = \frac{R_0}{R}, \quad (1)$$

где W — радиальное перемещение; R, h — радиус и толщина оболочки; E_2 — модуль упругости материала оболочки в окружном направлении; E, ν — модуль упругости и коэффициенты Пуассона материала массива; R_0 — радиус канала; p — внешнее давление.

Перемещение оболочки от контактного давления пластины равно [1]

$$W = \frac{(3S^2 - a^2)qR^2}{4SE_2 h}, \quad \text{где} \quad S = \sqrt{\frac{k^2 + b^2}{2}}; \quad a = \sqrt{\frac{k^2 - b^2}{2}}; \quad (2)$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 14-08-01026-а).

q — кольцевое контактное усилие, действующее на торец пластины; b, k — коэффициенты учитывающие осевой модуль упругости и модуль поперечного сдвига.

Приравнявая перемещения (1) и (2), определим сжимающее усилие

$$q = 4Sp \left(1 - \frac{1}{1+c} \right) / (3S^2 - a^2). \quad (3)$$

Радиальное перемещение торца оболочки можно представить в виде

$$W = \frac{R^2}{E_2 h} \left\{ c_1 [S(S^2 - 3a^2)\Phi_1 - a(a^2 - 3S^2)\Phi_2] + c_2 [a(a^2 - 3S^2)\Phi_1 + S(S^2 - 3a^2)\Phi_2] \right\}, \quad (4)$$

где $\Phi_1 = e^{-Sx} \cos ax$; $\Phi_2 = e^{-Sx} \sin ax$; c_1, c_2 — произвольные постоянные.

Граничные условия на торце оболочки будут

$$W = 0, \quad M = M_0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad \text{где} \quad M_0 — \text{изгибающий момент.} \quad (5)$$

Подставляя (4) в граничные условия (5), получим

$$S(S^2 - 3a^2)c_1 + a(a^2 - 3S^2)c_2 = 0; \quad Sc_1 - ac_2 = M_0. \quad (6)$$

Решая систему (6), определим постоянные c_1, c_2

$$c_1 = \frac{(3S^2 - a^2)M_0}{2S(S^2 + a^2)}; \quad c_2 = -\frac{(3a^2 - S^2)M_0}{2a(S^2 + a^2)};$$

Угол поворота торца оболочки от действия момента будет равен

$$\beta = (3S^2 - a^2)M_0 / 2S(S^2 + a^2)D_1.$$

Уравнение устойчивости пластины на упругом основании представим в виде [2]

$$\left(\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \right)^2 w + 2b_0 \left(\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \right) w + w = 0, \quad \text{где} \quad l = \sqrt[4]{\frac{D_0}{k_0}}; \quad b_0 = \frac{ql^2}{2D_0}; \quad \xi = \frac{r}{l}, \quad (7)$$

w — прогиб пластины; E_0, ν_0 — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины; δ — толщина пластины; k_0 — коэффициент постели упругого основания.

Решение уравнения (7) будем искать в виде

$$w = AZ_0(\sqrt{\lambda}\xi), \quad (8)$$

где $Z_0(\sqrt{\lambda}\xi)$ — цилиндрическая функция нулевого порядка; A — постоянная.

Граничные условия на торцах пластины будут

$$M = Q = 0 \quad (\text{при} \quad r = R_0) \quad w = 0; \quad M = M_0; \quad \beta = \frac{dw}{dr} \quad (\text{при} \quad r = R), \quad (9)$$

где M, Q — изгибающий момент и перерезывающая сила.

Подставляя (8) в (7) получим характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - 2b_0\lambda + 1 = 0,$$

корнями которого будут $\lambda_{1,2} = b_0 \pm i\sqrt{1 - b_0^2}$, где i — мнимая единица.

Используя полученные соотношения, перейдем к новой системе координат

$$\xi^2(b_0 \pm i\sqrt{1-b_0^2}) = \rho^2(\cos 2\varphi \pm i\sin 2\varphi), \quad \text{где} \quad \varphi = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\sqrt{1-b_0^2}}{b_0}\right).$$

Тогда функция перемещения будет иметь вид

$$w = A_1 u_0(\rho) + A_2 \theta_0(\rho) + A_3 f_0(\rho) + A_4 \psi_0(\rho), \quad (10)$$

где $J_0(\rho e^{i\varphi}) = u_0(\rho) + i\theta_0(\rho)$; $H_0^{(1)}(\rho e^{i\varphi}) = f_0(\rho) + i\psi_0(\rho)$; $J_0(\rho)$, $H_0^{(1)}(\rho)$ — функции Бесселя и Ганкеля нулевого порядка; A_j — постоянные.

Подставим (10) в граничные условия (9) и получим систему четырех алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} & \left[A_1 \left[-u_0 \cos 2\varphi + \theta_0 \sin 2\varphi + \frac{1-\nu}{\rho} (u_1 \cos \varphi - \theta_1 \sin \varphi) \right] + \right. \\ & + A_2 \left[-u_0 \sin 2\varphi - \theta_0 \cos 2\varphi + \frac{1-\nu}{\rho} (u_1 \sin \varphi + \theta_1 \cos \varphi) \right] + \\ & + A_3 \left[-f_0 \cos 2\varphi + \psi_0 \sin 2\varphi + \frac{1-\nu}{\rho} (f_1 \cos \varphi - \psi_1 \sin \varphi) \right] + \\ & \left. + A_4 \left[-f_0 \sin 2\varphi - \psi_0 \cos 2\varphi + \frac{1-\nu}{\rho} (f_1 \sin \varphi + \psi_1 \cos \varphi) \right] \right]_{\rho=\rho_0} = 0; \\ & |A_1 [(u_1 \cos \varphi - \theta_1 \sin \varphi) \cos 2\varphi - (u_1 \sin \varphi + \theta_1 \cos \varphi) \sin 2\varphi] + \\ & + A_2 [(u_1 \cos \varphi - \theta_1 \sin \varphi) \sin 2\varphi + (u_1 \sin \varphi + \theta_1 \cos \varphi) \cos 2\varphi] + \\ & + A_3 [(f_1 \cos \varphi - \psi_1 \sin \varphi) \cos 2\varphi - (f_1 \sin \varphi + \psi_1 \cos \varphi) \sin 2\varphi] + \\ & + A_4 [(f_1 \cos \varphi - \psi_1 \sin \varphi) \sin 2\varphi + (f_1 \sin \varphi + \psi_1 \cos \varphi) \cos 2\varphi]|_{\rho=\rho_0} = 0; \\ & |A_1 u_0 + A_2 \theta_0 + A_3 f_0 + A_4 \psi_0|_{\rho=\rho_1} = 0; \\ & |A_1 [(-u_0 \cos 2\varphi + \theta_0 \sin 2\varphi) + B_0(u_1 \cos \varphi - \theta_1 \sin \varphi)] + \\ & + A_2 [(-u_0 \sin 2\varphi - \theta_0 \cos 2\varphi) + B_0(u_1 \sin \varphi + \theta_1 \cos \varphi)] + \\ & + A_3 [-f_0 \cos 2\varphi + \psi_0 \sin 2\varphi + B_0(f_1 \cos \varphi - \psi_1 \sin \varphi)] + \\ & + A_4 [-f_0 \sin 2\varphi - \psi_0 \cos 2\varphi + B_0(f_1 \sin \varphi + \psi_1 \cos \varphi) \cos 2\varphi]|_{\rho=\rho_1} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{где } B_0 = \frac{1-\nu}{\rho} + \frac{2S(S^2+a^2)D_1 l}{(3S^2-a^2)D_0}; \quad \rho_0 = \frac{R_0}{l}; \quad \rho_1 = \frac{R}{l}.$$

Равенство нулю определителя системы (11) представляет собой характеристическое уравнение [3, 4]. Построены зависимости критического давления от толщины пластины, толщины оболочки и внутреннего радиуса пластины.

1. Королев В. И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. — М.: Машиностроение, 1965. — 272 с.
2. Корнев Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций. — М.: Физматлит, 1971. — 288 с.
3. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами // ДАН. — 2015. — Т. 463, №4. — С. 414–417.
4. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действии осевых сил // Инженерно-физический журнал. — 2016.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА
УДАРНО-ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПРИРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ*****М. Ю. Орлов¹, Ю. Н. Орлова², Г. Н. Богомолов¹**¹НИИПММ ТГУ, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

В настоящее время исследования поведения некоторых природных материалов при динамическом нагружении представляет определенный научный интерес и имеет практическую ценность. В данном аспекте математическое моделирование выступает удобным теоретическим инструментом, позволяющим без больших материальных и временных затрат выявлять основные механизмы и закономерности процессов деформирования и разрушения материалов под нагрузкой. Развитие физико-математической модели поведения природных материалов при динамическом нагружении невозможно без надежных экспериментальных данных. Актуальным является создание средств математического моделирования и получение новых экспериментальных данных о поведении материалов при ударном и взрывном нагружении.

Целью работы являлось проведение комплексных теоретико-экспериментальных исследований по взрывному нагружению натурального природного камня. Объектом исследования выбран известняк — мягкая осадочная порода органического происхождения, состоящая из кальцита.

В НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета традиционным направлением исследований является изучение поведения конструкционных и природных материалов при динамическом нагружении. Разработана физико-математическая модель их поведения при ударе и взрыве, модифицирован численный лагранжев метод расчета быстропротекающих процессов в 2D-осесимметричной постановке. После детального изучения данных материалов получены и реализованы на практике рекомендации по более эффективному разрушению. Последним нововведением было создание на базе отдела МДГТ мобильной лаборатории «Взрывное разрушение природных материалов», основной целью которой является экспресс-анализ разрушения природных материалов при взрыве. Наличие данной лаборатории существенно расширяет исследовательские возможности коллектива. До сегодняшнего дня было проведено 10 экспедиций на территории Томской и Кемеровской областей совместно с ООО «КузбассСпецВзрыв». Запланировано создание одноименной реляционной базы данных [1].

Работа состоит из экспериментальной и теоретической части. Вначале были проведены полномасштабные эксперименты по подрыву известняка взрывчатым веществом (ВВ) трех типов. Первый тип ВВ — это взрывная смесь из гранулит ПС-2, Эмуласт АС-ФП и ПЖВ-20. Масса ВВ варьировалась в зависимости от наличия воды на дне скважине. Второй тип ВВ — это аммонит марки ПЖВ-20. Третий тип ВВ — это эмульсионное ВВ Эмуласт АС-ФП-80. Нетрудно заметить, что два последних типа взрывчатки являлись однородной по своему составу (рис. 1). Результатами эксперимента, прежде всего, были диаметры и глубины кратеров, высота и диаметр облака осколков, образовавшиеся после подрыва ВВ. Коллекция фото иллюстрирует состояние экспериментальной площадки и объекта исследований после взрыва, включая кромку, дно и боковые поверхности кратера. Установлено, что некоторые эксперименты вполне возможно использовать как качественные тесты.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-38-00515.

В упругопластической осесимметричной постановке с учетом свойств прочности, пористости, ударно-волновых явлений, а также совместного образования отрывных и сдвиговых разрушений смоделированы отдельные эксперименты. Расчеты проведены при помощи численного лагранжевого метода, расчетная часть которого дополнена механизмами расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. В рамках пользовательского многофункционального программного комплекса решения многоконтактных динамических задач МДТТ данный метод реализован в качестве нового решателя [2]. В результате получены некоторые физико-механические характеристики необходимые для расчетов, которые, кстати, сопоставимы характеристиками других природных материалов.

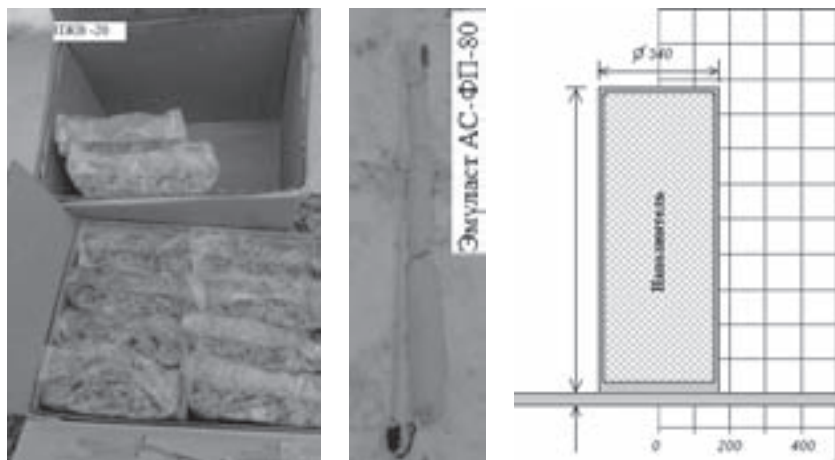


Рис. 1. Компоненты ВВ: ПЖВ-20, Эмуласт АС-ФП-80, конфигурация ударника

В завершение исследований смоделирован процесс взаимодействия крупногабаритного ударника с цилиндрической носовой частью с массивным известняковым блоком. Процесс взаимодействия проходил по нормали, на контактной границе «ударник–преграда» задавалось условие скольжения. Ударник имел форму полого цилиндра с заполненным внутри инертным наполнителем, имитирующим ВВ (рис. 1). Были проанализированы деформационные картины и области разрушения материала ударника и преграды на всех стадиях процесса. При помощи оригинального генератора построения расчетных сеток получена конечно-элементная модель системы «ударник–преграда». Вычислено гидростатическое давление и девиаторное напряжение в контрольных точках, а также величина зазора между наполнителем и донной частью цилиндра. Результаты позволили спрогнозировать поведение ударника при данных начальных условиях и возможность самодетонации ВВ.

1. Орлов М. Ю., Орлова Ю. Н., Толкачев В. Ф. Исследование поведения природных материалов при ударно-взрывном нагружении // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 317–319.
2. Глазырин В. П., Орлов Ю. Н., Орлов М. Ю., Орлова Ю. Н. Взрывное нагружение конструкций. Осесимметричная задача. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010615392 от 20.08.2010 г.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СТАТИЧЕСКИ НАГРУЖЕННЫХ УГЛЕПЛАСТИКОВЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ТЕПЛОМ ДЕЙСТВИИ ИЗЛУЧЕНИЙ И ЧАСТИЦ*

А. В. Острик¹, А. М. Матвеев², В. Н. Бакулин³

¹ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;

²МАИ, Москва, Россия; ³ИПриМ РАН, Москва, Россия

Рассматривается новый механизм разрушения тонкостенных конструкций из композитных материалов при тепловом действии потоков излучений и частиц (ПИЧ) [1]. Предполагается, что нарушение работоспособности конструкции наступает вследствие развития в ней нестационарных процессов деформирования и разрушения под действием квазистационарных эксплуатационных нагрузок при практически мгновенном изменении жесткости конструкции в результате импульсного нагрева материала. Предлагается численный метод прогнозирования теплового и напряженно-деформированного состояний тонкостенных ортотропных оболочек переменной толщины при воздействии импульсных ПИЧ.

Температурные поля и тепловые уносы. В предположении, что направления осей ортотропии композита совпадают с направлением осей системы координат (z, s, θ) , связанной с оболочкой вращения, и температура твердого остатка равняется температуре газообразных продуктов термодеструкции, уравнение переноса тепловой энергии в каждом слое оболочки записывается в виде (индекс слоя опущен):

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_s \tilde{c}_s \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{\lambda}_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\tilde{\lambda}_s \frac{\partial T}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{\lambda}_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + F, \\ F &= \frac{\sin(\alpha)}{R} \frac{\partial T}{\partial s} - \tilde{c}_g \tilde{G}_{gz} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{d\tilde{Q}_\Sigma}{dt}, \quad \tilde{\lambda}_z = a_s a_\theta \lambda_z, \quad \tilde{\lambda}_s = \frac{a_\theta}{a_s} \lambda_s, \quad \tilde{\lambda}_\theta = \frac{a_s}{a_\theta} \lambda_\theta, \quad (1) \\ \tilde{\rho}_s \tilde{c}_s &= a_s a_\theta \rho_s c_s, \quad \tilde{c}_g \tilde{G}_{gz} = a_s a_\theta c_g G_{gz}, \quad d\tilde{Q}_\Sigma/dt = a_s a_\theta dQ_\Sigma/dt, \\ a_s &= 1 - z d\alpha/ds, \quad a_\theta = 1 + (z/R) \cos \alpha, \end{aligned}$$

где T — температура твердой фазы и газообразных продуктов; $\alpha = \alpha(s)$ — текущий угол между образующей и осью оболочки вращения; $R = R(s)$ — расстояние точек образующей от оси; $\rho_s c_s(T)$ — плотность и теплоемкость композита; $\lambda_{z,s,\theta}$ — суммарные коэффициенты теплопроводности молекулярного и радиационного (внутри пор твердой фазы) переносов тепла в соответствующих направлениях; c_g , G_{gz} — удельная теплоемкость и z -компонента массового потока газообразных продуктов (компоненты G_{gs} , $G_{g\theta}$ предполагаются малыми); dQ_Σ/dt — суммарная мощность энерговыделения на единицу объема при поглощении ПИЧ и физико-химических превращениях (ФХП).

Уравнение переноса тепла дополняется соотношениями для скоростей движения границ ФХП, начальными и граничными условиями, сформулированными в достаточно общем виде [1] и позволяющими учесть подводы и отводы тепла на поверхностях конструкции, в том числе, и затраты на ФХП, а также конвективный и радиационный подводы энергии от истекающих из оболочки высокотемпературных газов.

Для отображения расчетной области на область с неподвижными границами в каждом слое оболочки делается переход к новой пространственной пере-

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 16-08-01065-а).

менной $\tilde{z}$, которая в пределах слоя меняется от нуля до единицы ($z_l = z_l(t, s, \theta)$, $z_r = z_r(t, s, \theta)$ — граничные поверхности слоев):

$$\tilde{z} = (z - z_l(t, s, \theta)) / \delta(t, s, \theta), \quad \delta = \delta(t, s, \theta) = z_r(t, s, \theta) - z_l(t, s, \theta).$$

В новых переменных уравнение переноса тепла (1) принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_s \tilde{c}_s \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\lambda_z^* \frac{\partial T}{\partial \tilde{z}} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\tilde{\lambda}_s \frac{\partial T}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\tilde{\lambda}_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \tilde{F}, \\ \tilde{F} &= C_{zs} \frac{\partial^2 T}{\partial \tilde{z} \partial s} + C_{z\theta} \frac{\partial^2 T}{\partial R \partial \tilde{z} \partial \theta} + C_z \frac{\partial T}{\partial \tilde{z}} + C_s \frac{\partial T}{\partial s} + C_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{d\tilde{Q}_\Sigma}{dt}, \\ \lambda_z^* &= \tilde{\lambda}_z + \left(\frac{\partial \xi}{\partial s} \right)^2 \tilde{\lambda}_s + \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right)^2 \tilde{\lambda}_\theta, \quad C_{zs} = -2 \frac{\partial \xi}{\partial s} \tilde{\lambda}_s, \quad C_{z\theta} = -2 \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \tilde{\lambda}_\theta, \\ \xi &= \xi(t, \tilde{z}, s, \theta) = (1 - \tilde{z}) z_l(t, s, \theta) + \tilde{z} z_r(t, s, \theta), \\ C_s &= \frac{\sin \alpha}{R} \tilde{\lambda} - 2 \frac{\partial \xi}{\partial s} \frac{\partial \tilde{\lambda}_s}{\partial \tilde{z}}, \quad C_\theta = -2 \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial \tilde{\lambda}_s}{\partial \tilde{z}}, \\ C_z &= \tilde{\rho}_s \tilde{c}_s \frac{\partial \xi}{\partial t} - \tilde{c}_g \tilde{G}_{gz} - \frac{\partial \xi}{\partial s} \left(\frac{\sin \alpha}{R} \frac{\partial \xi}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{\partial \xi}{\partial s} \right) \right) \tilde{\lambda}_s - \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right) \tilde{\lambda}_\theta - \\ &\quad - \delta \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\tilde{\lambda}_s}{\delta} \frac{\partial \xi}{\partial s} \right) - \delta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{\lambda}_\theta}{\delta} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right). \end{aligned}$$

Сформулированная в новых переменных задача решается методом конечных разностей по неявной схеме с расщеплением по пространственным переменным.

Физико-химические превращения. Повышение температуры углепластика при воздействии ПИЧ сопровождается пиролизом связующего с соответствующими затратами энергии ($Q_{pyr} = 1-3$ кДж/г) по всему объему нагретого материала. Истекающие газовые продукты пиролиза перераспределяют и уносят часть энергии из конструкции. Вследствие пиролиза происходит изменение плотности материала и в конечном итоге превращение его в углеродный остаток. Скорость пиролиза описывается, как правило, простейшим соотношением арениусовского типа [2-4]

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = -K \rho_{s0} \left(\frac{\rho_s}{\rho_{s0}} - k_C \right)^\nu \exp \left(-\frac{E_{pyr}}{R_g T} \right), \quad (2)$$

где k_C — массовая доля углеродного остатка (для углепластика с фенольным связующим $k_C = 0,7-0,9$ в зависимости от массового содержания и коксового числа связующего); K, ν, E_{pyr} — константы кинетики пиролиза (в зависимости от вида фенольного связующего: $K = (3-5) \cdot 10^6$ 1/с, $\nu \approx 1$, $E_{pyr} = 70-80$ кДж/мол); R_g — универсальная газовая постоянная. Уравнение кинетики пиролиза (2) решается численно по неявной схеме совместно с уравнением переноса тепловой энергии (1).

Наиболее энергоемким процессом является абляция углеродного остатка. Массовая скорость абляции углеродного остатка (эта скорость входит в граничные условия для уравнения (1) рассчитывается с учетом образования молекулярных соединений C_2 и C_3 [2, 3, 5]

$$(C \rightarrow i = 1, C_2 \rightarrow i = 2, C_3 \rightarrow i = 3):$$

$$G_{ablC} = \sum_{i=1}^3 \frac{\alpha_i (P_i^*(T) - P_i)}{\sqrt{2RT/\mu_{Ci}}}, \quad P_i = c_{Ci} \frac{\mu}{\mu_{Ci}} P, \quad P_i^*(T) = K_{Ci} \exp(-E_{Ci}/RT),$$

где α_i — коэффициенты аккомодации ($\alpha_1 = 0,24$, $\alpha_2 = 0,5$, $\alpha_3 = 0,023$); μ, μ_{Ci} — молекулярные массы; $P_i^*(T), P_i, P$ — давления насыщенных паров, молекулярных соединений и смеси газов у поверхности; c_{Ci} — концентрации; K_{Ci}, E_{Ci} — константы.

Кинетика потерь массы углеродного остатка, вследствие гетерогенных химических реакций углеродного остатка с пятикомпонентной воздушной смесью рассчитывается по соотношениям и данным работ [2, 6].

Деформирование и разрушение оболочки. Расчет нестационарного деформирования и разрушения неравномерно прогретой ортотропной композитной оболочки вращения переменной толщины производится по модели и численному методу, предложенным в [7] и дополненным моделью послойного разрушения.

Результаты. Приводятся результаты расчетов температурных профилей, распределений толщин тепловых уносов и нестационарных деформаций при воздействии ПИЧ с объемным и поверхностным характерами поглощения на сопловой насадок из углепластика. Определены уровни воздействующих ПИЧ планковского спектра, безопасные для рассматриваемого модельного варианта насадка.

1. Бакулин В. Н., Острик А. В. Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 288 с.
2. Гришин А. М., Парашин А. Д., Якимов А. С. Термохимическое разрушение углепластика при многократном импульсном нагружении // Физика горения и взрыва. — 1993. — Т. 29, №1. — С. 87–95.
3. Домбровский Л. А., Юкина Э. П., Колпаков А. В., Иванов В. А. Методика расчета теплового разрушения углепластика под действием интенсивного инфракрасного излучения // Теплофизика высоких температур. — 1993. — Т. 31, №4. — С. 619–625.
4. Товстоногов В. А. Экспериментальные исследования и анализ механизмов термического разрушения армированных пластиков при нагреве излучением // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 24, №2(67). — С. 15–34.
5. Полежаев Ю. В., Юреви Ф. Б. Тепловая защита. — М.: Энергия, 1976. — 392 с.
6. Зинченко В. И., Якимов А. С. Режимы термохимического разрушения углефенольного композиционного материала под действием теплового потока // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, №2. — С. 141–149.
7. Бакулин В. Н., Острик А. В. Нестационарное деформирование и разрушение композитных оболочек // Известия РАН. МТТ. — 2008. — №4. — С. 135–142.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ВЕРШИНЕ И МАЛОЙ ОКРЕСТНОСТИ СОСТАВНОГО КЛИНА С ЗАЦЕМЛЕННЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ

В. М. Пестренин, И. В. Пестренина, Л. В. Ландик

ПГНИУ, Пермь, Россия

Введение. При исследовании напряженного состояния вблизи особых точек однородных и составных деформируемых тел (вершин клиньев, конусов, трещин, ребер (пересечений образующих поверхностей) и т. п.) обычно рассматривается локальная задача в криволинейной системе координат, полюс которой помещается в особую точку. Асимптотическое решение такой задачи разыскивается в виде разложения по собственным функциям однородных задач с множителями r^{λ_k} , где r — расстояние до особой точки, а λ_k — соответствующее собственное значение. По значениям λ_k выносятся суждения о характере напряженного состояния вблизи особой точки. В рассматриваемом подходе особая точка рассматривается как математическая (не имеющая линейных размеров), поскольку допускается, что параметр r может принимать сколь угодно малое значение. Такое представление о точке сплошной среды не соответствует ее постулатам, согласно которым точка является представительным объемом тела с определенным характерным размером.

Данное несоответствие приводит к тому, что в асимптотических подходах вблизи особых точек используются физически некорректные представления о напряжениях и деформациях для объемов, меньших характерных размеров объемов тел, для которых проводится исследование. Отмеченные особенности ограничивают применение асимптотических методов областью вне малой окрестности особой точки. В настоящей работе особая точка отождествляется с представительным объемом тела. Такой подход позволяет сформулировать в ней задаваемые ограничения на параметры состояния и построить решение, удовлетворяющее этим условиям, и согласующееся с решениями, получаемыми классическими методами, вне малой окрестности.

Постановка задачи о формировании ограничений в вершине клина. Рассматривается часть конструкции, представляющая собой плоский клин, составленный из двух изотропных линейно упругих элементов 1, 2, скрепленных между собой (рис. 1). Образующие клина зашпелены. Орты $\vec{n}$ и $\vec{m}$ перпендикулярны образующим, а орты $\vec{n}'$, $\vec{m}'$ перпендикулярны соответственно направлениям $\vec{n}$, $\vec{m}$. Углы α , β при вершинах составляющих клин элементов подчинены условиям

$$0 < \alpha < 2\pi, \quad 0 < \beta < 2\pi, \quad 0 < \alpha + \beta \leq 2\pi.$$

Вводится ортонормированная декартова система координат x_1, x_2 с началом в точке A (вершине клина). Приняты обозначения $\sigma_{ij}^{(k)}$, $\varepsilon_{ij}^{(k)}$ — компоненты тензоров соответственно напряжений и деформаций в k -м ($k = 1, 2$) составляющем элементе клина. E_k , G_k , ν_k , ω_k — модуль Юнга, модуль сдвига, коэффициент Пуассона, коэффициент температурной деформации в k -м элементе клина; $\varepsilon_{n'}^{(1)}$, $\varepsilon_{m'}^{(2)}$ — относительные удлинения линейных элементов в точке A , направленных по образующим AB и AC ; φ_1 и φ_2 — изменения в процессе деформирования соответственно углов α , β ; ΔT — приращение температуры. Принимается, что составной клин находится в условиях плоской деформации. В вершине клина (особой точке) параметры состояния (напряжения и деформации) подчиняются условиям непрерывности напряжений и деформаций на линии соединения $\sigma_{22}^{(1)} = \sigma_{22}^{(2)}$, $\sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{(2)}$, $\varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)}$;

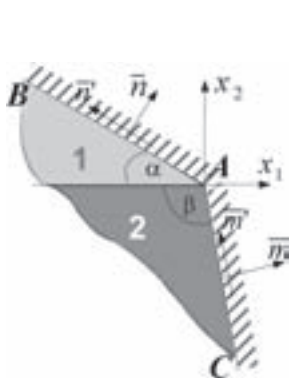


Рис. 1. Составной клин

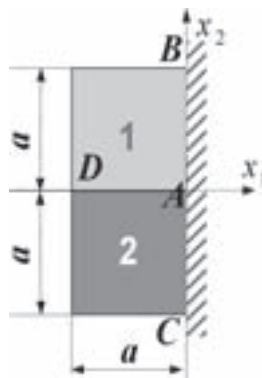


Рис. 2

2) условию отсутствия относительных удлинений в направлении образующих составного клина $\varepsilon_{n'}^{(1)} = 0$, $\varepsilon_{m'}^{(2)} = 0$;

3) условию отсутствия сдвига между направлениями AB и AC .

С введением обозначений

$$\varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)} = \varepsilon_{11}; \quad \varepsilon_{12}^{(2)} = \varepsilon_{12}; \quad \varepsilon_{12}^{(1)} = g\varepsilon_{12}; \quad g = \frac{G_2}{G_1}, \quad Q = \left[\frac{(1 + \nu_1)\omega_1}{(1 - 2\nu_1)} - \frac{g(1 + \nu_2)\omega_2}{(1 - 2\nu_2)} \right] \Delta T$$

эти условия для случая, когда $\sin \alpha \neq 0$, приводятся к системе уравнений

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{22}^{(1)} \sin^2 \alpha - g\varepsilon_{12} \sin 2\alpha &= 0, & \varepsilon_{11} \cos^2 \beta + \varepsilon_{22}^{(2)} \sin^2 \beta + \varepsilon_{12} \sin 2\beta &= 0, \\ \varepsilon_{11}(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) + \varepsilon_{12}(1 - g) &= 0, \\ \varepsilon_{11} \left(\frac{\nu_1}{1 - 2\nu_1} - \frac{g\nu_2}{1 - 2\nu_2} \right) + \varepsilon_{22}^{(1)} \frac{1 - \nu_1}{1 - 2\nu_1} - \varepsilon_{22}^{(2)} \frac{g(1 - \nu_2)}{1 - 2\nu_2} &= Q. \end{aligned}$$

В докладе проводится в зависимости от материальных и геометрических параметров исследование существования решений построенной системы уравнений; определение в каждом решении независимых ограничений на параметры состояния в особой точке; выявление их критических сочетаний.

Пример. Температурное нагружение составного клина с развернутым углом при вершине ($\alpha = \beta = \pi/2$). Материальные параметры конструкции (рис. 2) имеют значения: $E_1 = 1,16 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu_1 = 0,3$, $\omega_1 = 0,11 \cdot 10^{-4}$ град $^{-1}$, $\nu_2 = 0,35$, $\omega_2 = 0,85 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$. Модуль E_2 варьируется, убывает, приближаясь к критическому значению $E_2^{\text{кр}} = 0,7744 \cdot 10^{11}$ Па. Решение задачи при нагрузке $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ строилось итерационным конечно-элементным методом. КЭ-сетка сгущалась к особой точке. Характерный размер 4-угольного 8-узлового КЭ-элемента вблизи нее равнялся 2 мкм.

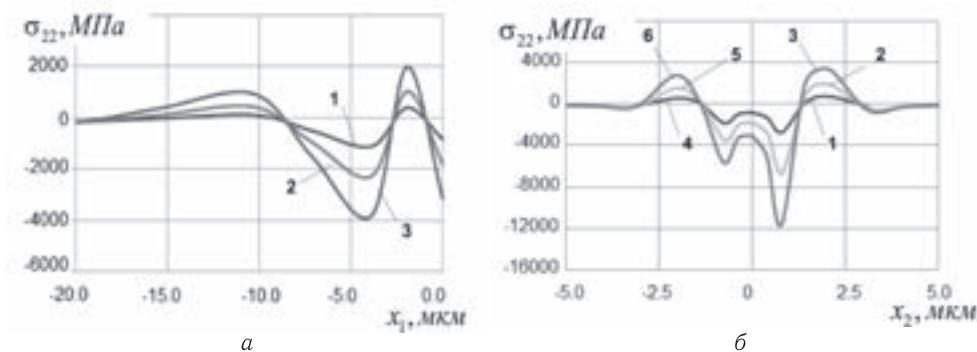


Рис. 3. Напряжения $\sigma_{22}^{(k)}$ ($k = 1, 2$) в окрестности особой точки а) на линии соединения AD $\sigma_{22}^{(1)} = \sigma_{22}^{(2)}$: 1 — $E_2 = 80$ ГПа; 2 — $E_2 = 82$ ГПа; 3 — $E_2 = 88$ ГПа; б) по защемленному краю CB : 1 — $\sigma_{22}^{(1)}$, $E_2 = 80$ ГПа; 2 — $\sigma_{22}^{(1)}$, $E_2 = 82$ ГПа; 3 — $\sigma_{22}^{(1)}$, $E_2 = 88$ ГПа; 4 — $\sigma_{22}^{(2)}$, $E_2 = 80$ ГПа; 5 — $\sigma_{22}^{(2)}$, $E_2 = 82$ ГПа; 6 — $\sigma_{22}^{(2)}$, $E_2 = 88$ ГПа

Решение в окрестности особой точки иллюстрируется на рис. 3, где приведены напряжения $\sigma_{22}^{(k)}$ ($k = 1, 2$) при различных E_2 на линии соединения элементов (рис. 3, а) и на линии заделки ВС (рис. 3, б).

Закключение. Предлагаемый в работе подход к изучению НДС в особых точках и их окрестностях, в отличие от асимптотических методов, позволяет учесть в таких точках задаваемые ограничения, изучить их и, в зависимости от геометрических и материальных параметров рассматриваемого элемента конструкции, адекватно поставить задачу МДТТ, построить решение, согласованное со всеми задаваемыми ограничениями. Полученные в работе результаты могут найти применение в механике композитов, механике разрушения и трещин.

АДГЕЗИОННЫЙ КОНТАКТ УПРУГИХ ТЕЛ

В. Ю. Преснецова, С. Н. Ромашин, Л. Ю. Фроленкова, В. С. Шоркин

ПГУ, Орел, Россия

Существует проблема моделирования и количественного описания проявления одним и тем же материалом, как адгезионных — в контакте с одними материалами, так и антиадгезионных — в контакте с другими материалами, свойств. Принципиальная возможность этого с физической точки зрения обоснована в работах [1, 2]. В работе [2] обращено внимание на то, что разнонаправленность взаимодействия можно уловить при условии учета не только парных, но и тройных взаимодействий элементарных частиц материалов. Использование методов физики твердого тела для конструкционных материалов с их сложным химическим составом и структурой практически невозможно из-за отсутствия возможности достаточно точного определения значения физических характеристик материалов. Поэтому в этой ситуации уместно использовать феноменологические методы механики сплошных сред и термодинамики.

В настоящее время описание контактных взаимодействии подобным образом осуществляется на основании математических моделей, предложенных в работах [3–5]. Учет адгезии возможен, если известны вид их потенциала поверхностей и значения параметров, индивидуализирующих его для каждой пары взаимодействия материалов. В [3–5] рекомендуется применять потенциал Maugis–Dugdale, Lennard–Jones. Параметры потенциала Lennard–Jones и его ступенчатого аналога определяются через поверхностную энергию этих тел, параметры истинного потенциала и геометрию контактирующих тел.

Определение поверхностной энергии контактирующих реальных материалов или энергии их адгезии является сложной задачей. Замена реальной формы потенциала прямоугольной означает отход от адекватности математической модели. Использование представления об отличном от нуля равновесном расстоянии (для применения потенциала Lennard–Jones) при контактном взаимодействии упругих тел не согласуется с представлением о сплошности материала в механике сплошных сред.

В соответствии с [6, 7], упругие свойства предлагается моделировать на основании представления о нелокальном парном, тройном и т. д. (в зависимости от необходимости) потенциальном взаимодействии элементарных бесконечно малых частиц сплошной упругой среды как в отсчетном, не подверженном внешним термомеханическим воздействиям, состоянии, так и в текущем состоянии, когда эти воздействия есть. Характеристики потенциала межчастичного взаимодействия, а значит и характеристики потенциала адгезионных сил определяются через известные термоупругие характеристики исследуемых материалов.

Задача об адгезии представлена как задача о контакте двух тел, отвечающем специфическим условиям сопряжения полей перемещений, напряжений, температуры, других термодинамических характеристик. Контакт обеспечивается объемно распределенными силами взаимного притяжения или отталкивания, а также внешними объемно и поверхностно распределенными силами.

Особенность этой задачи состоит в том, что силы адгезионного взаимодействия являются специфическим свойством пары взаимодействующих материалов. Так что в случае отсутствия взаимодействия с окружающей средой это взаимодействие является внутренним свойством системы двух тел.

При определении суммарного потенциала произвольной частицы каждого из контактирующих тел, обусловленного ее взаимодействием с частицами того же тела, пренебрежение добавкой к его отсчетному значению, вызванной деформацией,

исключается. При этом относительные смещения взаимодействующих (внутри одного тела) частиц представлено рядом Тейлора по внешним степеням радиус-вектора одной из частиц тела по отношению к той, для которой определяется суммарный потенциал, в отсчетной конфигурации. Подстановка этого ряда в выражение суммарного потенциала превращает его в полином второй степени относительно бесконечной последовательности градиентов перемещений исследуемой частицы. Этот потенциал при постоянстве температуры является ее свободной энергией. Обрыв бесконечного полинома на каком-то члене определяет тип модели упругого поведения материала. В работах [6, 7] ее материальные константы выражаются через потенциалы межчастичных взаимодействий при выборе вида его функциональной зависимости от расстояний. Это позволило для изотропного линейно упругого материала выразить параметры этой зависимости через параметры Ламэ и кривизну нелинейного дисперсионного закона для акустических плоских волн. Сказанное означает, что при построении выражений, определяющих свойства материала, вместо изменения его свободной энергии, вызванного деформацией, рассматривается вся свободная энергия с учетом той, которая была до деформации.

При расчете потенциалов взаимодействия частиц из разных материалов предложено использовать экспериментальные данные (значения параметров Ламэ, характер нелинейности дисперсионного закона) твердых растворов взаимодействующих материалов. При этом сделано и обосновано допущение о том, что концентрационные зависимости параметров Ламэ растворов являются не линейными, а параболическими с коэффициентами, выраженными через искомые потенциалы взаимодействия разных материалов. При этом сделан отказ от использования смесевой модели и учтено, что между частицами твердого раствора осуществляется такое же нелокальное взаимодействие, как и ранее рассмотренное. Однако, при этом взаимодействие частиц раствора обусловлено взаимодействием составляющих его компонент.

Изложенные положения проверены путем сопоставления расчета адгезионных сил с известными результатами, полученными методами физики твердого тела [7, 8]. Соответствие удовлетворительное.

1. Вакилов А. Н., Мамонова М. В., Прудников В. В. Адгезия металлов и полупроводников в рамках диэлектрического формализма // Физика твердого тела. — 1997. — Т. 39, №6. — С. 964–967.
2. Векилов, Ю. Х., Вернгер В. Д., Самсонова М. Б. Электронная структура поверхностей переходных металлов // Успехи физических наук. — 1987. — Т. 151. — Вып. 2. — С. 341–376.
3. Johnson K. L. Adhesion and friction between a smooth elastic spherical asperity and plane surface // Proceeding of the Royal Society London. — 1997. — Series A. — V. 453. — P. 163–179.
4. Maugis D. Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids. — Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2000. — 425 p.
5. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю. Адгезионное взаимодействие упругих тел // Журнал прикладной математики и механики. — 2001. — В. 6, №2. — С. 273–282.
6. Шоркин В. С. Нелинейные дисперсионные свойства высокочастотных волн в градиентной теории упругости // Механика твердого тела. — 2011. — №6. — С. 104–121.
7. Фроленкова Л. Ю., Шоркин В. С. Метод вычисления поверхностной энергии и энергии адгезии упругих тел // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2013. — №1. — С. 235–259.
8. Romashin S. N., Presnetsova V. Yu., Frolenkova L. Yu., Shorkin V. S. A Model of Adhesive Interaction of Elastic Bodies // International Conference on Mechanics — Seventh Polyakhov's Reading, 2015. February 2–6, 2015, Russia, Saint Petersburg State University, ISBN 978-1-4799-6824-4, IEEE Catalog Number CFP15A24-ART.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИФРОНТОВЫХ АСИМПТОТИК ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ УДАРНОЙ ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГИХ СРЕД

В. Е. Рагозина, Ю. Е. Иванова

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Получить точные решения нестационарных задач интенсивного деформирования в твердых телах практически невозможно. Поэтому возрастает значение приближенного анализа. Наибольшую наглядность имеют решения, основанные на применении метода малого параметра, сводящего задачу в прифронтной области к решению упрощенного, так называемого эволюционного уравнения. Такие уравнения были получены для ряда одномерных задач. Дальнейшее развитие метода связано с перенесением его на неодномерные задачи. В качестве модельного примера была выбрана задача антиплоского двумерного деформирования несжимаемой нелинейно-упругой изотропной среды [1, 2].

Рассматриваем пространство, в котором присутствует полость с цилиндрической граничной поверхностью Φ , бесконечные образующие которой параллельны оси x^3 пространственной криволинейной системы координат. Направляющий контур L , расположенный в плоскости x^1, x^2 , замкнутый и достаточно гладкий. Будем считать, что от каждой точки L в среду направлена прямая по вектору $\bar{\nu}_0$ — нормали к Φ . Откладываемое вдоль этих прямых расстояние примем в качестве x^1 , а параметр вдоль контура L будем считать совпадающим с x^2 . До момента $t = 0$ среда считается недеформированной. Начиная с момента $t = 0$, на границе полости Φ происходит интенсивное сдвиговое нагружение, результатом которого будет возникающее в среде поле перемещений $u^1 = u^2 = 0$, $u = u^3(x^1, x^2, t)$. Движение граничных точек Φ считаем известным:

$$u|_{\Phi} = v(y)t + 0,5a(y)t^2, \quad v(y) \neq 0, \quad (1)$$

где y — произвольный параметр вдоль контура L . В начальный момент времени от Φ отделяется ударная волна Σ .

Следствием геометрических, кинематических и динамических условий совместности и отсутствия предварительных деформаций будет система краевых условий на ударной волне:

$$u|_{\Sigma} = 0, \quad G = C \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \tau^{2k} \right)^{1/2}, \quad \tau = \left[\frac{\partial u}{\partial \nu} \right]_{\Sigma} = - \frac{\partial u^-}{\partial \nu} \Big|_{\Sigma}, \quad (2)$$

$$[\sigma_{\nu\nu}]|_{\Sigma} = 0, \quad C^2 = \mu \rho^{-1}, \quad \gamma_1 = (b - \mu)(8\mu)^{-1}, \quad \gamma_2 = -(b + 5\mu)(4\mu)^{-1},$$

в которых G — скорость ударной волны, ν^i — единичная внешняя нормаль к Σ , τ — мера интенсивности ударной волны.

В переменных x^i следствием системы уравнений движения основным для нашей краевой задачи будет уравнение относительно поля перемещений:

$$u_{,12} \{ 1 + 3\alpha u_{,1}^2 + \alpha g^{22} u_{,2}^2 \} + g^{22} u_{,22} \{ 1 + \alpha u_{,1}^2 + 3\alpha g^{22} u_{,2}^2 \} + 0,5 \{ g^{22} g_{22,1} u_1 - \\ - (g^{22})^2 g_{22,2} u_{,2} \} \{ 1 + \alpha (u_{,1}^2 + g^{22} u_{,2}^2) \} + 4\alpha g^{22} u_{,1} u_{,2} u_{,12} - \alpha (g^{22})^2 g_{22,1} u_{,1} u_{,2}^2 - \\ - \alpha (g^{22})^3 g_{22,2} u_2^3 + \dots = \ddot{u} C^{-2}, \quad \alpha = 0,25(b - \mu)\mu^{-1}, \quad (3)$$

где $g_{22}(x^1, x^2)$ — компонента метрического тензора системы координат x^i , здесь и далее запятой после символа обозначена частная производная по координате. Полученная краевая задача (1)–(3) решается методом сращиваемых асимптотических разложений. С этой целью определим безразмерные переменные внешней области:

$$s = x^1 l^{-1} \varepsilon^{-4}, \quad m = (x^1 - Ct) l^{-1} \varepsilon^{-3}, \quad r = x^2 X^{-1},$$

$$\omega(s, m, r) = u(x^1, x^2, t) l^{-1} \varepsilon^{-\frac{9}{2}}, \quad \varepsilon = (VC^{-1})^{\frac{2}{3}}, \quad V = L_0^{-1} \oint v(x^2) dx^2, \quad (4)$$

в которых l — некоторый характерный линейный размер на L , X — ненулевое значение x^2 , ε — малый параметр задачи, L_0 — длина замкнутого контура L . В новых переменных (4) получим внешнюю краевую задачу:

$$(\omega_{,ss} + 2\varepsilon\omega_{,sm} + \varepsilon^2\omega_{,mm})(1 + 3\varepsilon N^2) - \varepsilon^2\omega_{,mm} + \dots = 0, \quad N = \omega_{,s} + \varepsilon\omega_{,m},$$

$$\omega|_{s=0} = -A(r)m + 0,5B(r)\varepsilon^3 m^2, \quad A(r) = v(Xr)V^{-1}, \quad B(r) = a(Xr)lC^{-1}V^{-1}. \quad (5)$$

Представляя искомую функцию $\omega(s, m, r)$ рядом по степеням ε и подставляя последовательно в (5), получим внешнее решение:

$$\omega(s, r, m) = f_0(m, r)s - A(r)m + \dots \quad (6)$$

В (6) $f_0(r, m)$ — неизвестная функция. Она будет определена, после построения дополнительного решения, в котором будут учтены условия на переднем фронте ударной волны Σ . С этой целью изменим масштаб пространственной переменной $z = \varepsilon^4 s$. В новых переменных z, r, m, ω в нулевом приближении получим эволюционное уравнение:

$$3\alpha h_0^2 h_{0,m} + 2h_{0,z} + 0,5g_z g^{-1} h_0 = 0, \quad h_0(z, r, m) = \omega_{0,m},$$

$$g(z, r) = g_{22}(x^1, x^2) g_{22}^{-1}(X), \quad \omega(r, z, m) = \omega_0(r, z, m) + \varepsilon^3 \omega_1(r, z, m) + \dots \quad (7)$$

Отличие от процесса объемного деформирования состоит в том, что h_0 входит в (7) не в первой степени, а в квадрате. Последнее слагаемое в (7) отражает влияние изменяющейся кривизны волнового фронта на решение за ним. Переменная r , изменяющаяся вдоль волнового фронта, входит в (7) только как параметр, что означает фактически одномерный характер решения в прифронтовой области. Это вполне согласуется с механическим смыслом ударной волны, как поверхности, заменяющей тонкий слой, где наибольшее изменения решения происходят по ширине слоя. Проинтегрировав его, для нашей краевой задачи можно выбрать $\omega_0(z, m, r)$ в виде:

$$\omega_0(z, m, r) = D(r)g^{-\frac{1}{4}}(z, r)m + \varphi_0(z, r), \quad (8)$$

где $D(r)$ и $\varphi_0(z, r)$ — неопределенные функции. Функцию φ_0 можно определить из условия на фронте ударной волны:

$$\omega_0(z, r, m)|_{m=M_0(z, r)} = 0, \quad M_0(z, r) = 0,5\alpha D^2(r) \int_0^z g^{-\frac{1}{2}}(\xi, r) d\xi, \quad (9)$$

где $M_0(z, r)$ задает положение волны в нулевом приближении. Таким образом можно получить итоговую формулу для ω_0 :

$$\omega_0(z, m, r) = (1 - 2lH_0 z)^{-\frac{1}{2}}(D(r)m + 0,25\alpha D^3(r)l^{-1}H_0^{-1} \ln(1 - 2lH_0 z)), \quad (10)$$

где $H_0(r)$ — средняя кривизна поверхности Φ .

Теперь можно определить неизвестные функции, проведя сращивание внутреннего и внешнего разложений решения в нулевом приближении по правилу аддитивного сопоставления:

$$f_0(m, r) = 0, \quad D(r) = -A(r). \quad (11)$$

Следующий шаг метода связан с громоздкими вычислениями, во многом повторяющие приведенные выше рассуждения, и поэтому здесь не приводятся.

Наиболее важным результатом, полученным в ходе решения, следует считать эволюционное уравнение, возникающее в прифронтовой области, если независимыми переменными задачи выбраны лучевые координаты. Это уравнение показывает приоритетную зависимость прифронтового решения от координаты вдоль луча, поскольку координаты эйконала входят в уравнение только в качестве параметров.

1. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. — М.: Наука, 1980. — 512 с.
2. Рагозина В. Е., Иванова Ю. Е. Об асимптотическом представлении решений многомерных задач ударной динамики нелинейно-упругих сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — Чебоксары: Изд-во ЧГПУ, 2014. — №3(21). — С. 131–143.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОГО УДАРНИКА НА ВВ, ЗАЩИЩЕННОЕ СЛОИСТО-РАЗНЕСЕННОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ, ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СКОРОСТЯХ*

К. С. Рогаев, С. А. Афанасьева, Н. Н. Белов, О. Ю. Федосов, Н. Т. Югов

ТГУ, Томск, Россия

Ранее авторами было показано, что при достижении скорости удара 2 км/с и выше наблюдается увеличение глубины кратера и объемный эффект при проникании в стальную мишень металлокерамических ударников по сравнению с ударниками из металла при одинаковых диаметрах и кинетической энергии [1]. В настоящей работе рассматривается соударение металлокерамического ударника с ВВ, защищенного слоисто-разнесенной конструкцией преград, при скоростях удара 2 и 6 км/с.

Цилиндрический металлокерамический ударник массой 34, диаметром 9 мм, высотой 65 мм соударяется со слоисто-разнесенной конструкцией: первая преграда — двухслойная пластина (углепластик 12 мм + алюминиевый сплав Д16Т 3 мм), вторая преграда — стальная пластина толщиной 10 мм, 3 — третья преграда — многослойная сборка (алюминиевый сплав Д16Т 3 мм + пенопласт 20 мм + слой ВВ 30 мм + сталь 45 мм). Угол наклона первой и второй преград к оси движения ударника 30°. Расстояние между преградами 50 мм. Математическое моделирование проводится в рамках механики сплошной среды [2] на базе модели пористой упругопластической среды с учетом разрушения [1]. Для численного расчета в полной трехмерной постановке используется программный комплекс на основе метода конечных элементов [3].

На рис. 1 приведена картина взаимодействия ударника с преградой в различные моменты времени.

*В статье использованы результаты, полученные в ходе выполнения проекта №9.1.02.2015 в рамках Программы «Научный фонд им. Д. И. Менделеева Томского государственного университета» в 2016 г.

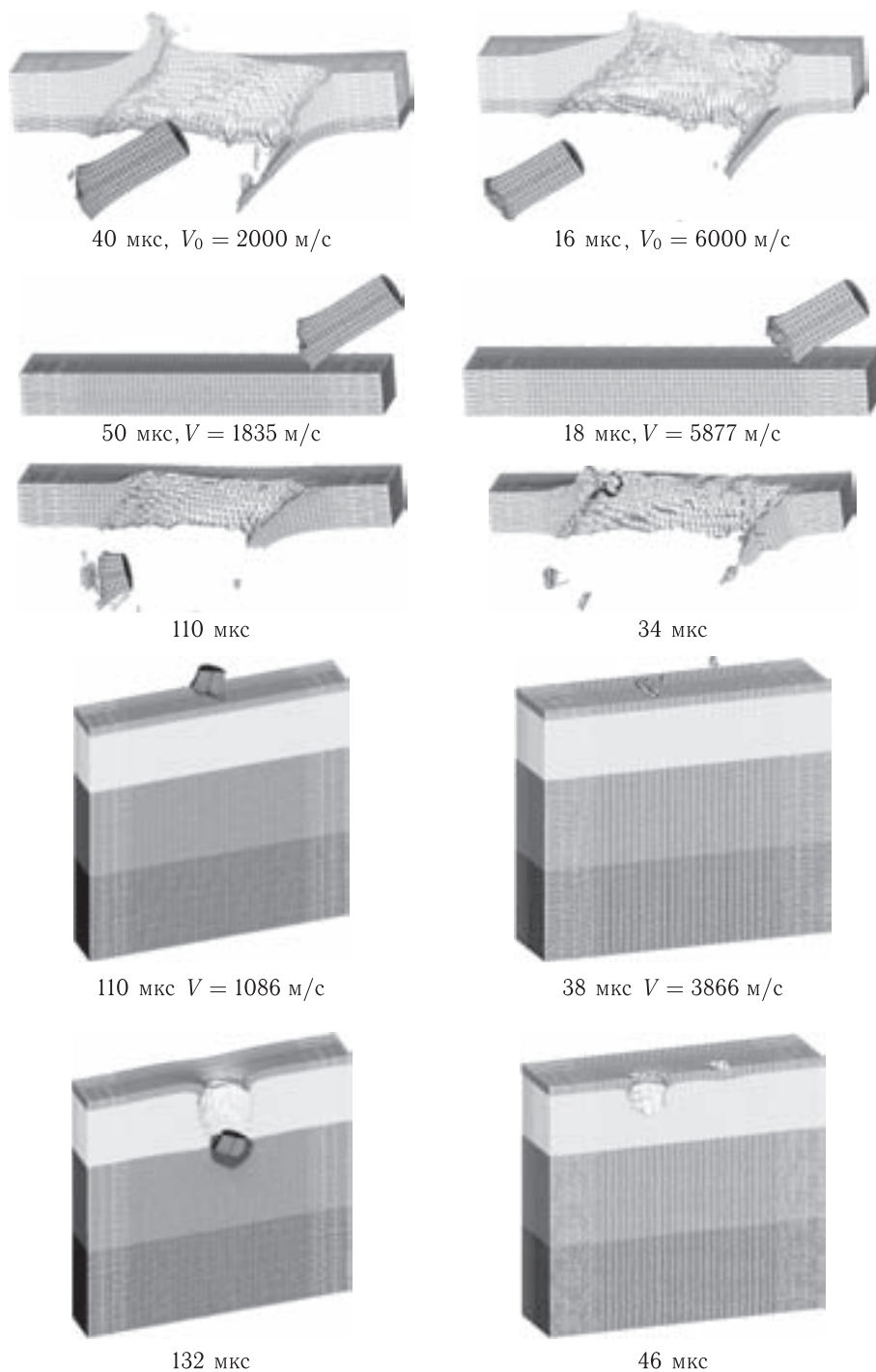


Рис. 1. Хронограмма взаимодействия

При соударении с первым экраном со скоростью 2000 м/с ударник деформируется и частично разрушается. К 20 мкс он пробивает первый слой, затем второй слой экрана при 40 мкс. При 50 мкс остаток ПЭ массой 21 г имеет скорость 1835 м/с, с этой скоростью он пролетает расстояние 50 мм и взаимодействует со вторым экраном. После пробития второго экрана (процесс длится 60 мкс) ударник «срабатывается» до остатка массой 5,66 г. Его скорость при этом падает до $V = 1086$ м/с. С этой скоростью он пролетает расстояние 50 мм и взаимодействует с третьей преградой, содержащей ВВ. Остаток ударника сопровождает поле осколков (оно не отрисовывано), которое также воздействует на преграду. При взаимодействии остатка ударника с третьей преградой происходит пробитие первого защитного слоя при 20 мкс и второго при 22 мкс. В это время наблюдается детонация ВВ. Область, в которой выполнен критерий по детонации ВВ, отмечена затемнением. При 30 мкс ударник непосредственно взаимодействует с ВВ. Расчет прекращен при скорости ПЭ $V = 941$ м/с и массе остатка равной 5,16 г. Таким образом, при соударении металлокерамического ударника с защитной конструкцией, содержащей ВВ, приводит к подрыву взрывчатого вещества.

При скорости удара 6000 м/с процесс взаимодействия происходит быстрее. При соударении с первым экраном ударник деформируется и частично разрушается. К 4 мкс он пробивает первый слой, затем второй слой экрана при 12 мкс. При 18 мкс остаток ударника массой 16,87 г имеет скорость 5877 м/с. С этой скоростью он взаимодействует со вторым экраном. После пробития второго экрана ударник разрушается на несколько осколков, масса лидирующего составляет 0,66 г. Его скорость при этом падает до $V = 3866$ м/с. Осколки ударника взаимодействуют с третьей преградой, содержащей ВВ. Лидирующий осколок пробивает первый дюралюминиевый слой и останавливается в слое пенопласта. Видно, что остатки ударника полностью разрушены. До слоя ВВ возмущение не доходит. Детонации ВВ не происходит.

Резюмируя выше сказанное, можно сделать вывод, что от высокоскоростного осколка (скорость ~ 6000 м/с) представленная защитная конструкция ВВ претерпевает механические повреждения, однако катастрофических последствий не наблюдается.

1. Белов Н. Н., Афанасьева С. А., Буркин В. В., Ищенко А. Н., Табаченко А. Н., Югов Н. Т. Математическое моделирование поведения композитов на основе сплава ВНЖК и керамики в условиях высокоскоростного соударения // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 283–285.
2. Седов Л. И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1973. Т. 1, 2. — 1112 с.
3. Югов Н. Т., Белов Н. Н., Югов А. А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке (РАНЕТ-3). Пакет программ для ЭВМ. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о гос. Регистрации программы для ЭВМ №2010611042. 2010 г.

ПРОЧНОСТЬ СЛОИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

С. Н. Ромашин, В. С. Шоркин, С. И. Якушина

ПГУ, Орел, Россия

Теоретическая прочность идеальной кристаллической решетки, соответствующая одновременному разрыву всех межмолекулярных связей, очень велика — всего раз в десять меньше модуля Юнга. Прочность реальных твердых тел на несколько порядков меньше. Это связывается с существованием микротрещин.

В данной работе предлагается упрощенная модель явления разрушения упругого материала, позволившая установить связь между теоретическим пределом прочности на растяжение и реальным разрушающим напряжением на основе представления о том, что каждая представительная элементарная частица сплошной упругой среды имеет в своем составе микротрещину. Так что в материале, как и в теории Гриффитса, существует целая сеть микротрещин. Но, в отличие от теории Гриффитса, процесс разрыва происходит не за счет роста микротрещин, а за счет слияния микротрещин, развившихся из начальной поврежденности атомно-молекулярной структуры материала. Проведены оценочные расчеты величины микротрещин и поврежденности некоторых материалов. Установленные в работе связи между теоретическим пределом прочности и реальным разрушающим напряжением, результаты расчета, соответствуют известным представлениям и справочным данным.

Теоретическая и реальная прочность существенно разнятся между собой. Это находит свое объяснение в теории трещин Гриффитса [1–11], допускающей наличие в материале сети микротрещин.

Наблюдаемые значения прочности [12] $\sigma_i \approx E/500$ можно объяснить наличием трещин Гриффитса длиной $l_{cr} \approx 10^{-6}$ м. В работе [13] приведена оценка $l_{cr} \approx (3-5) \cdot 10^{-6}$ м. В работе [14] представлена оценка размеров микротрещин, отвечающих началу их объединения при одноосном растяжении. Их длина должна находиться в пределах $l_{cr} \approx (2-20) \cdot 10^{-6}$ м.

Теория Гриффитса рассматривает развитие одиночной трещины в бесконечно протяженной среде, подверженной растяжению силами, приложенными на бесконечно удаленных от трещины краях. При эксплуатации тонкопленочных покрытий возможна ситуация, когда основа подвергается растяжению, увлекая в этот процесс покрытие доводя его до разрушения. Для покрытия на растягиваемой основе характерно возникновение сети трещин, параллельных между собой [15]. Расстояние между ближайшими микротрещинами имеет порядок $h = 6 \cdot 10^{-6}$ м, что соизмеримо с $l_{cr} \approx 10^{-6}$ м.

Возникновение сети микротрещин, появившихся из-за фрагментации кристалла в полях внешних воздействий вследствие нарушения трансляционной инвариантности кристаллической структуры, теоретически и экспериментально рассмотрено и обосновано в [16]. В той или иной степени, влияние фрагментации структуры материала на его прочность учитывалось в целом ряде работ, например, в [17–19].

В данной работе предложена упрощенная модель явления, а также оценка разрушающего напряжения, сделанная на ее основе. Этот результат позволит проводить оценочные расчеты реальной прочности тонкопленочных покрытий при условии наличия информации о среднем размере их микротрещин.

Допускается, что материал имеет ячеистую структуру. В каждой из ячеек имеется микротрещина. Форма и ориентация микротрещин в материале пленки случайна. Однако при ее растяжении посредством подложки «активизируются» те из них, которые перпендикулярны направлению растяжения. Разрушение происходит за счет слияния соседних развивающихся микротрещин. В перешейке между трещинами в момент перед разрушением напряжение равно теоретическому пределу прочности. Соответствие результатов расчета с известными данными удовлетворительное.

1. Griffith A. A. The phenomena of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. — 1920. — V. 221. — P. 163–198.
2. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. — М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1987. — 80 с.

3. Райзер Ю. П. Физические основы теории трещин хрупкого разрушения // Успехи физических наук. — 1970. — Т. 100. — Вып. 2. — С. 329–347.
4. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.
5. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения / Ред. Г. Либовиц // Разрушение. — М.: Мир, 1975. — Т. 2. Математические основы теории разрушения. — М.: Мир, 1975. — С. 83–203.
6. Sih G. C., Liebowitz H. On the Griffith energy criterion for brittle fracture // International Journal of Solids and Structures. Pergamon Press Ltd. — 1967. — V. 3. — P. 1–22.
7. Гарбер Р. И., Гиндин И. А. Физика прочности кристаллических тел // Успехи физических наук. — 1960. — Т. 70. — Вып. 1. — С. 57–110.
8. Бартнев Г. М. Строение и механические свойства неорганических стекол. — М.: Изд.-во лит. по строит., 1966. — 216 с.
9. Xi-Qiao Feng, Shou-Wen-Yu. Damage Micromechanics for Constitutive Relations and Failure of Microcracked Quasi-Brittle Materials // International Journal of Damage Mechanics. — 2010. — V. 19, 8. — P. 911–948.
10. Zohar Josibash, Arie Bussiba, Ilan Gilad. Failure criteria for brittle elastic materials // International Journal of Fracture. — 2004. — No. 125. — P. 307–333.
11. J. Li, X. B. Zhang. A Unified Failure Criterion for Brittle or Quasi-Brittle Materials under Arbitrary Stress Concentration // Fracture of Nanj and Engineering Materials and Structures. — 2006. — P. 1119–1120.
12. Петч Н. Металлографические аспекты разрушения / Ред. Г. Либовиц // Разрушение. — М.: Мир, 1973. — Т. 1. Микроскопические и макроскопические основы механики разрушения. — С. 376–420.
13. Рыбин В. В. Большие пластические деформации и разрушение материалов. — М.: Металлургия, 1986. — 244 с.
14. Бусов В. Л. Рассеяние ультразвуковых волн на микротрещинах в фрагментированных поликристаллах // Акустичний вістник. — 2007. — Т. 10, №3. — С. 19–24.
15. Волинский А. Л., Ярышева Л. М., Моисеева С. В., Баженов С. М., Бакеев Н. Ф. Новый подход к оценке механических свойств твердых тел экстремально малых и больших размеров // Российский химический журнал. Журнал Российского химического общества им. Д. И. Менделеева. — 2006. — Т. 50, №5. — С. 126–133.
16. Панин В. Е., Егорушкин В. Е. Физическая мезомеханика и неравновесная термодинамика как методологическая основа наноматериаловедения // Физическая мезомеханика. — 2009. — Т. 12, №4. — С. 7–26.
17. Редколлегия журнала Физика твердого тела. Серафим Николаевич Журков. К 100-летию со дня рождения // Физика твердого тела. — 2005. — Т. 47. — Вып. 5. — С. 771–776.
18. Сарафанов Г. Ф., Переверзенцев В. Н. Зарождение микротрещин в фрагментированной структуре // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Исследования физической природы фрагментации материалов. — 2010. — №5 (2). — С. 90–94.
19. Zhu T. T., Bushby A. J. and Dunstan D. J. Materials mechanical size effects: a review // Materials Technology. — 2008. — V. 23, No. 4. — P. 193–209.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ВЯЗКОУПРУГОМ КЛИНЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ ВЕРШИНЫ

И. И. Сафаров, З. И. Болтаев, М. Ш. Ахмедов, Ф. С. Нарзуллаев

БухИТИ, Бухара, Узбекистан

В работе рассматривается распространение волн в вязкоупругом клине с произвольным углом вершины. Упругий цилиндр с радиальной трещиной является предельным случаем клина. Краевая задача для системы дифференциальных урав-

нений в частных производных решена с помощью метода прямых, что позволяет использовать метод ортогональной прогонки. Упругий цилиндр с радиальной трещиной является предельным случаем клина с углом 360° [1].

Основные равнения упругой среды, задаются тремя группами соотношений, которые в цилиндрической системе координат принимают вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1}{K} \sigma_{rr} - \frac{\bar{\lambda}}{K} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right); \\ \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \sigma_{r\varphi} - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right); \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \sigma_{rz} - \frac{\partial u_r}{\partial z}; \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \frac{\tilde{A}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}; \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\sigma_{rr} - \tilde{A}] - \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} - \frac{\partial \tilde{B}}{\partial z}; \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\sigma_{rr} - 2\bar{\mu} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] - \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \varphi}; \\ \tilde{A} = 2\mu \left[\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) \right]; \\ \tilde{B} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right). \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь

$$\tilde{\lambda} f(t) = \lambda_0 \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\lambda^*(t - \tau) f(\tau) d\tau \right], \quad \tilde{\mu} f(t) = \mu_0 \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\mu(t - \tau) f(\tau) d\tau \right]; \quad (2)$$

$f(t)$ — некоторая функция; ρ — плотности материалов; $R_\mu(t - \tau)$ и $R_\lambda(t - \tau)$ — ядро релаксации; λ_0, μ_0 — мгновенные модули упругости вязкоупругого материала; $\vec{u}(u_r, u_\varphi, u_z)$ — вектор смещения, который зависит от r, θ, t ; $\sigma_{rr}, \sigma_{r\varphi}, \sigma_{rz}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{\varphi z}, \sigma_{zz}$ — соответственно компоненты тензора напряжений. Краевые условия задаем в виде:

$$\varphi = -\frac{\varphi_0}{2}, \frac{\varphi_0}{2}; \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\varphi r} = \sigma_{\varphi z} = 0. \quad (3)$$

Условия периодичности позволяют исключить зависимость основных неизвестных от времени и осевой координаты z с помощью следующей замены переменных:

$$\begin{array}{ll} u_r = w(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}; & u_\varphi = v(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}; \\ u_z = u(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}; & \sigma_{rr} = \sigma(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}; \\ \sigma_{r\varphi} = \tau_\varphi(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}; & \sigma_{rz} = \tau_z(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i\kappa(z-ct)}, \end{array} \quad (4)$$

где $W(r), v(r), u(r), \sigma(r), \tau_\varphi(r), \tau_z(r)$ — амплитуды колебаний, которые являются функцией радиальной координаты; κ — волновое число; $C = C_R + iC_I$ — комплексная фазовая скорость; $\omega = \omega_R + i\omega_I$ — комплексная частота. При условии (3)

разделение переменных r и φ , невозможно. С учетом (4) система уравнений (1) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} w' = \frac{\sigma}{k} - \frac{\lambda}{k} \left(ku + \frac{1}{r} \left(w + \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) \right), \\ v' = \frac{\tau_\varphi}{\mu} + \frac{1}{r} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right), \\ u' = \frac{\tau_z}{\mu} + kw, \\ \sigma' = -\omega^2 \rho w + \frac{1}{r} \left(A - \frac{\partial \tau_\varphi}{\partial \varphi} \right) - k\tau_z, \\ \tau_\varphi' = -\omega^2 \rho v - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(A + \sigma)}{\partial \varphi} + 2\tau_\varphi \right) - kB, \\ \tau_z' = -\omega^2 \rho u - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial B}{\partial \varphi} + \tau_z \right) + k(\sigma + 2\mu(ku - w')), \end{array} \right. \quad (5)$$

где $A = 2\mu \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right) - w' \right) B = \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - kv \right)$.

Аналогично преобразуются краевые условия (3)

$$r = 0, R: \quad \sigma = \tau_\varphi = \tau_z = 0. \quad (6)$$

В качестве примера вязкоупругого материала примем трех параметрическое ядро релаксации $R_\lambda(t) = R_\mu(t) = Ae^{-\beta t}/t^{1-\alpha}$ — обладающее слабой сингулярностью.

Краевая задача для системы уравнений в частотных производных (5), дифференциальных уравнений с помощью метода прямых, что позволит использовать в решении программный аппарат метода ортогональной прогонки. Согласно методу прямых прямоугольная область определения функции основных неизвестных покрывается прямыми, параллельными оси r и равномерно отстоящими друг от друга.

Примем следующие параметры: $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,1$; $E = 1,95 \cdot 10^{11}$ нм²; $\rho = 7,86 \cdot 10^{11}$ кг/м³.

Таблица 1

h_2	φ_0	По методу Кирхгофа- Лява	По методу Тимошенко	По методу расчета трехмерного клина (1)	По методу расчета трехмерного клина (2)	По работе [2]
0,2	11°	0,2	0,196	—	—	0,182
0,3	17°	0,3	0,286	0,308	0,298	0,276
0,5	28°	0,5	0,442	0,475	0,462	0,433
0,7	38°	0,7	0,563	0,605	0,592	0,574
1	53°	1	0,691	0,741	0,729	0,736
2	90°	2	0,864	0,908	—	0,92

В табл. 1 приводятся ($R_\lambda(t) = R_\mu(t) = 0$) предельные значения фазовой скорости первой кромочной моды в зависимости от угла клина в вершине (в пересчете на толщину клина в основании h_2) (колонка 1), найденные для материала с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,25$ по теории пластинок Кирхгофа–Лява (колонка 3), Тимошенко (колонка 4), в рамках изложенной в этой статье по методике расчета трехмерного клина (колонки 5–6) и по формуле $C_0 = C_R \sin(m\varphi)$ [2], $m = 1, 2, \dots$, $m\varphi < 90^\circ$ (колонка 7). В соответствии с численными результатам, и приведенными

в табл. 1, варианты расчета по методам Кирхгофа–Лява, Тимошенко и трехмерной теории согласуются между собой в пределах 7% для углов клина с толщиной в основании h_2 , не превышающей 0,5 (угол клина $\varphi_0 = 28^\circ$).

На основе полученных результатов сделаны следующие выводы: результаты расчета предельной скорости распространения первой моды в клиновидном волноводе по теории пластин Кирхгофа–Лява и по динамической теории упругости отличается не более, чем на 6% для углов вершины клина, не превосходящих 28° . При $28^\circ < \varphi < 90^\circ$ результаты расчетов отличаются до 20%.

1. Сафаров И. И., Джумаев З. Ф., Болтаев З. И. Гармонические волны в бесконечном цилиндре с радиальной трещиной с учетом демпфирующей способности материала // Проблемы механики. — 2011. — С. 20–25.
2. Сафаров И. И., Тешаев М. Х., Болтаев З. И. Математическое моделирование волнового процесса в механическом волноводе с учетом внутреннего трения. — Германия: LAP, 2013. — 243 с.

ИСПАРЕНИЕ МОЛЕКУЛ ОТВЕРДИТЕЛЯ В РЕАКЦИИ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЫ*

**А. Л. Свистков^{1,2}, Л. А. Комар², А. В. Кондюрин^{1,3},
М. С. Мальцев¹, В. Н. Терпугов¹**

¹ПГНИУ, Пермь, Россия; ²ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия;

³Сиднейский университет, Сидней, Австралия

Полимерные материалы на основе эпоксидных смол, благодаря уникальности своих свойств, имеют широкое применение в космической промышленности. Они обладают высокой прочностью и низким весом, что делает их наиболее перспективными в будущих больших конструкциях на орбите Земли и в дальнем космосе. Высокая радиационная стойкость позволяет использовать эти материалы для создания космических объектов, как на околоземных орбитах, так и планировать их использование на Луне и Марсе. В условиях открытого космоса эти объекты подвергаются действию высокого вакуума, потоку высокоэнергетических заряженных частиц, набегающему потоку атомарного кислорода и резким изменениям температуры от -150 до $+150^\circ\text{C}$. Особенное значение полимерных композиционных материалов связано со строительством больших конструкций непосредственно в космическом пространстве. Так, например, будущее лунных и марсианских обитаемых баз и развитие космической промышленности связано с разработкой технологии отверждения разворачиваемой конструкции. В связи с этим, актуальность вопросов, связанных с изучением свойств таких материалов, не ослабевает.

Широко представлены в литературе работы, относящиеся к вопросам, связанным с определением молекулярно-массовых распределений (ММР) макромолекул в различных полимерных композициях. Однако, данные методы и модели не применимы, если требуется рассмотреть одновременно процессы кинетики химической реакции и испарения компонентов.

Особенность разрабатываемой нами математической модели основана на специальном выборе начальных и граничных условий. Испытуемым материалом является композит, полученный в результате химической реакции полимеризации

*Исследования проводятся при поддержке грантов РФФИ №№ 14-08-96011p_урал_a, 15-01-07846 и 16-48-590844.

бифункциональной эпоксидной смолы и шестифункционального триэтилентетра-амина (ТЭТА). Кинетика отверждения подробно описана в работе [1].

Предположим, что на границе отверждаемого эпоксидного материала имеется тонкая пограничная пленка с особыми свойствами, через которую проникает часть молекул отвердителя, улетучиваясь (испаряясь) в открытый космос. Будем считать, что испарение происходит при условии, когда значение кинетической энергии превысило величину работы, затрачиваемой на преодоление энергетического барьера молекулы. Если принять, что эта работа пропорциональна массе молекулы m , а γ — работа выхода единицы массы, то условие испарения можно записать в виде

$$\frac{mv_x^2}{2} > m\gamma \quad \text{или} \quad v_x > \sqrt{2\gamma}, \quad (1)$$

где v_x — скорость движения молекулы в направлении перпендикулярном плоскости пограничной пленки при условии, что в ней действует сила $F_x \neq 0$ ($F_y = F_z = 0$).

Плотность распределения компоненты v_x скорости движения молекул массой m определяется распределением Гиббса

$$\psi = c_x \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2c_B T}\right),$$

где c_B — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; c_x — нормировочный коэффициент

$$c_x = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2c_B T}\right) dv_x \right]^{-1}.$$

Используя функцию ошибок

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt; \quad \operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2) dt \quad (2)$$

и симметричность нормировочного коэффициента c_x относительно скорости v_x , получаем

$$c_x = \sqrt{\frac{m}{2c_B T}}.$$

Обозначим величиной n плотность молекул на границе с пленкой. Тогда за время Δt через поверхность ΔS пройдет количество молекул, равное Δn

$$\Delta n = n \Delta S \Delta t \int_{\sqrt{2\gamma}}^{\infty} c_x \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2c_B T}\right) dv_x = n \Delta S \Delta t \sqrt{\frac{m}{2c_B T}} \int_{\sqrt{2\gamma}}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2c_B T}\right) dv_x.$$

Перепишем последнее выражение для Δn с использованием новой переменной ξ

$$\Delta n = n \Delta S \Delta t \int_{\sqrt{\frac{\gamma m}{c_B T}}}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi,$$

где $\xi = \sqrt{\frac{m}{2c_B T}} v_x$. Используя переход к новой переменной ξ , перепишем условие испарения (1) в новом виде

$$\xi > \sqrt{\frac{m\gamma}{c_B T}}.$$

Используя функцию ошибок (2), получим новое выражение для $\Delta n = D \nabla n \Delta S \Delta t$, в котором поток $D \nabla n$ равен

$$D \nabla n = n \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{m\gamma}{c_B T}} \right). \quad (3)$$

Равенство (3) описывает граничное условие диффузионного процесса при испарении летучей компоненты (в нашем случае, это отвердитель) в процессе химической реакции полимеризации эпоксидной смолы.

Предложенная модель позволяет рассматривать одновременно процессы кинетики химической реакции и испарения компонентов.

1. Кондюрин А. В., Комар Л. А., Свистков А. Л. Моделирование кинетики реакции отверждения композиционного материала на основе эпоксидного связующего // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2010. — Т. 16, № 4. — С. 597–611.

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГО-ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ ЗАДЕЛОК ГАЗОРАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ МЕМБРАННЫХ МОДУЛЕЙ*

А. П. Соколов¹, К. В. Михайловский¹, В. Н. Щетинин¹,
А. С. Сапелкин¹, В. В. Пресняков²

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;

²ООО «Текон Мембранные Технологии», Москва, Россия

Для решения задачи газоразделения используются специализированные газоразделительные мембранные модули-сепараторы (ГМП). Часто в качестве мембраны используют пучки полых мембранных волокон (ПМВ) с пористой стенкой (рис. 1). (В основе технологии разделения, применяемой в рамках этого исследования, лежало применение мембранных пористых полых волокон разработки ООО «Текон Мембранные Технологии» совместно с РХТУ им. Д. И. Менделеева.) Моделированием процесса сепарации смеси газов через анизотропную мембрану занимаются многие ученые [1, 2]. Одна из принципиальных схем ГМП [3] представлена на рис. 2.

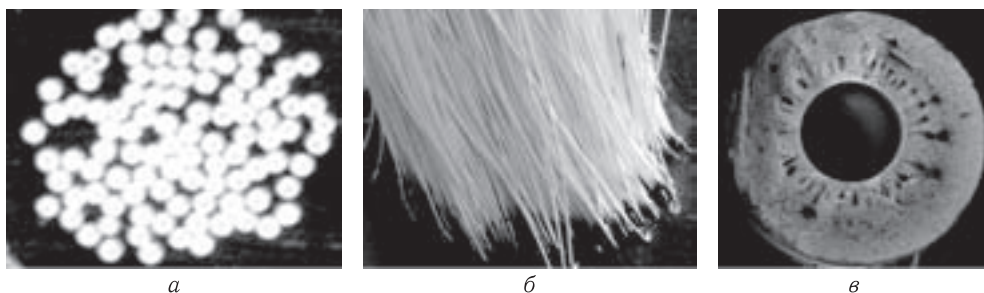


Рис. 1. Фотографии полых мембранных волокон (ПМВ): а — срез залитого связующим пучка, б — пучок, в — срез полого волокна

*Работа проведена при финансовой поддержке ООО «Текон Мембранные Технологии» в рамках договоров № 2 Ф/Л, № 3 Ф/Л, № 4 Ф/Л, № 5 Ф/Л от 01.06.2015.

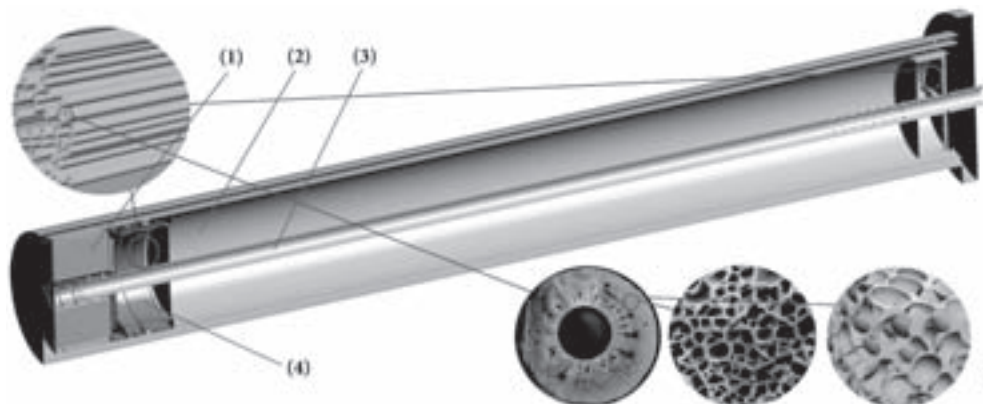
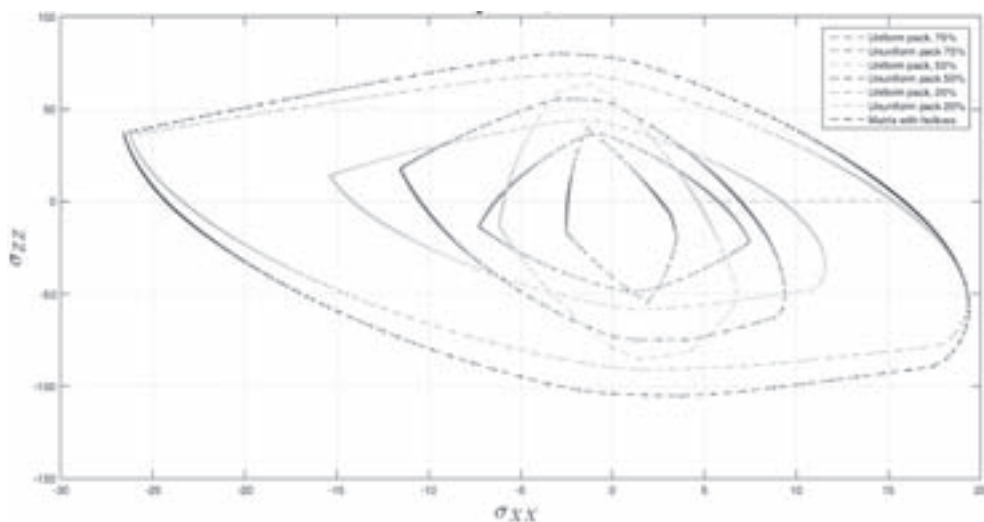


Рис. 2. Трехмерная модель ГМП в разрезе с указанием композитных элементов и их микроструктуры: (1) — пермеатный канал, (2) — канал с исходным газом, (3) — ретенатный канал, (4) — композитная заделка



Диаграммы в осях σ_{xx} , σ_{zz} , [МПа]

Рис. 3. Сечения поверхностей прочности моделей композитной заделки ГМП при 75-, 50-, 20-процентном содержании ПМВ для двух предельных случаев: случайное заполнение ПМВ (Ununifiform), строго равномерное заполнение ПМВ (Unifiform). Сечения получены методом гомогенизации в PBC GCD

Особенностью представленной конструкции является использование полимерного герметизирующего материала (компаунда), который отделяет канал с исходным газом (рис. 2, (2)) от пермеатного канала (рис. 2, (1)): перепад давлений между которыми для полволоконных мембранных модулей представленной конструкции может составлять более 100 атм. Увеличение производительности модуля обеспечивается за счет увеличения приведенной площади мембраны [3, 4] за счет увеличения объемной концентрации полых мембранных волокон (ПМВ) в компаунде, что приводит к существенному ухудшению эффективных упруго-прочностных характеристик (ЭУПХ) композитной герметизирующей заделки в целом (прочностные свойства волокон минимум на порядок меньше, чем характеристики полимерного

связующего). Таким образом, встает задача определения максимально возможной объемной концентрации ПМВ при фиксированном типе полимерного герметизирующего материала с обеспечением удовлетворения требований по прочности.

В рамках настоящего исследования решалась задача определения ЭУПХ при некоторых различных концентрациях ПМВ с помощью численного моделирования на базе применения метода многомасштабной асимптотической гомогенизации (МГ) [5–8] с использованием Распределенной вычислительной системы GCD (PBC GCD) [9] и высокопроизводительной вычислительной техники с применением архитектуры Intel MIC. Формирование схем армирования осуществлялось автоматически в рамках PBC GCD. Отдельные численные результаты представлены на рис. 3.

1. *Shindo Y., Hakuta T., Yoshitome H.* Calculation Methods for Multicomponent Gas Separation by Permeation // Separation science and technology. — 1985. — V. 20, No. 5, 6. — P. 445–459.
2. *Marco Scholz, Thomas Melin, Thomas Harlacher, Matthias Wessling.* Modeling Gas Permeation by Linking Nonideal Effects // ACS Publications, Industrial and Engineering Chemistry Research. — 2013.
3. *Pan C. Y.* Gas Separation by High-Flux, Asymmetric Hollow-Fiber Membrane // AIChE Journal. — 1986, December. — V. 32, No. 12.
4. *Pan C. Y., Habgood H. W.* Gas Separation by Permeation. Part II: Effect of Permeate Pressure Drop and Choice of Permeate Pressure // The Canadian Journal of Chemical Engineering. — 1978, April. — V. 56. — P. 210–217.
5. *Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П.* Осреднение процессов в периодических средах. — М.: Наука, 1984. — 352 с.
6. *Победра Б. Е.* Механика композиционных материалов. — М.: МГУ, 1984. — 336 с.
7. *Li L. Y., Wen P. H., Aliabadi M. H.* Meshfree modeling and homogenization of 3D orthogonal woven composites // Composites Science and Technology. — 2011. — V. 71, Issue 15. — P. 1777–1788. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.08.014>.
8. *Paoliotis Grigoris, Stuart Andrew.* Multiscale Methods: Averaging and Homogenization // Texts in Applied Mathematics. — 2008. — V. 53.
9. *Соколов А. П., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С.* Параллельный алгоритм построения поверхности прочности КМ для архитектуры Intel MIC (Intel Many Integrated Core Architecture) // Программные системы: теория и приложения. — 2016. — Т. 7, №1. — С. 61–88.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ О СЖАТИИ ДВУХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ

Ю. М. Стреляев, К. С. Шупчинская

ЗНУ, Запорожье, Украина

Использование геометрических и физических нелинейностей при моделировании взаимодействия упругих тел с учетом трения, как правило, существенно усложняет поиск аналитических решений соответствующих контактных задач. В таких случаях для определения контактных напряжений чаще всего приходится использовать численные методы, поскольку аналитические решения пространственных контактных задач известны лишь для отдельных исключительных случаев. В отличие от аналитических методов численные методы ориентированы на решение таких контактных задач, для которых площадка контакта, а также зоны проскальзывания и сцепления заранее неизвестны и имеют сложную непрогнозируемую конфигурацию.

Предметом исследования является анализ влияния сил трения на величины нормальных и касательных напряжений, возникающих в точках поверхности соприкосновения контактирующих тел.

В работе рассматривалась статическая контактная задача о сжатии с учетом трения двух линейно упругих бесконечных круговых цилиндров с взаимно ортогональными осями. Первоначально касаясь в одной точке, цилиндры входят в контакт за счет относительного жесткого сближения Δ_1 , происходящего в направлении перпендикулярном осям обоих цилиндров. Область контакта и граница областей сцепления и проскальзывания были заранее неизвестны и находились в процессе решения задачи. Для учета трения использовался закон трения Кулона в перемещениях. Предполагалось, что размеры площадки контакта малы по сравнению с радиусами цилиндров, площадка является плоской и лежит в ограниченной области Ω общей касательной плоскости, проходящей через точку первоначального касания цилиндров. При принятых предположениях, согласно [1], задача была сведена к нахождению в точках $s \in \Omega$ неизвестных нормальных $p_1(s)$ и касательных $p_2(s)$, $p_3(s)$ контактных напряжений из системы нелинейных граничных интегральных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1(s) = h \left(p_1(s) - E \cdot \left(\sum_{j=1}^3 A_{1j}(p_j)_s + \delta_0(s) + \Delta_1 \right) \right); \\ p_2(s) = q \left(p_2(s) - E \cdot \left(\sum_{j=1}^3 A_{2j}(p_j)_s \right), \right. \\ \quad \left. p_3(s) - E \cdot \left(\sum_{j=1}^3 A_{3j}(p_j)_s \right), \mu \cdot p_1(s) \right); \\ p_3(s) = q \left(p_3(s) - E \cdot \left(\sum_{j=1}^3 A_{3j}(p_j)_s \right), \right. \\ \quad \left. p_2(s) - E \cdot \left(\sum_{j=1}^3 A_{2j}(p_j)_s \right), \mu \cdot p_1(s) \right); \\ s \in \Omega, \end{array} \right. \quad (1)$$

где E — произвольная положительная константа, $\delta_0(s)$ — первоначальный зазор между цилиндрами, Δ_1 — нормальное жесткое сближение цилиндров, μ — коэффициент трения. Функции $h(x)$ и $q(x, y, z)$ в (1) задаются соотношениями

$$h(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0; \end{cases} \quad q(x, y, z) = \begin{cases} x, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq z; \\ x \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \sqrt{x^2 + y^2} > 0. \end{cases}$$

Для нахождения ядер входящих в (1) линейных интегральных операторов $A_{kj}(p_j)_s$ влияния поверхностных напряжений на поверхностные перемещения [1] использовались формулы Буссинеска и Черутти [2]. Приближенное решение системы (1) было найдено с помощью численного алгоритма предложенного в работе [1]. Согласно этому алгоритму, осуществлялось разбиение области Ω на конечное число граничных элементов, при условии постоянства контактных напряжений на каждом граничном элементе выполнялась дискретизация входящих в систему (1) интегральных уравнений, затем применялся метод простой итерации для получения численного решения дискретного аналога системы (1). При расчетах исполь-

зовались следующие входные данные: радиусы цилиндров равны 0,265 м и 0,3 м; жесткое сближение $\Delta_1 = 0,0007$ м; модули Юнга равны $3 \cdot 10^5$ МПа, 10^5 МПа; коэффициенты Пуассона равны 0,2. Область Ω задавалась в виде квадрата и разбивалась на $41 \times 41 = 1681$ квадратных граничных элемента со стороной 0,00025 м. Расчет производился для значений коэффициента трения μ равных 0, 0,2, 0,4 и 0,8. Численное решение задачи при $\mu = 0$ сопоставлялось с решением Герца [2, 3]. Установлено, что в каждом рассматриваемом случае область контакта имеет форму эллипса, полуоси которого практически не отличаются от значений, найденных согласно [3]. На рис. 1 показаны соответствующие различным значениям коэффициента трения распределения касательных напряжений τ_{zx} вдоль большей оси симметрии эллиптической области контакта.

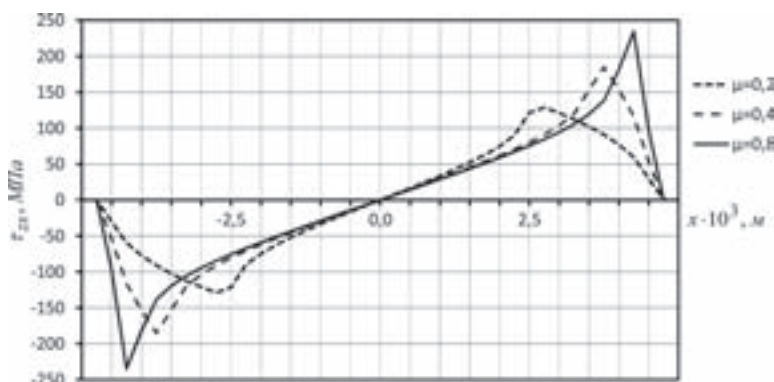


Рис. 1. Зависимость касательных напряжений от расстояния при различных значениях коэффициента трения μ

Анализ численных результатов показал, что силы трения практически не оказывают влияние на нормальные контактные напряжения и размеры области контакта. В тоже время, касательные напряжения с увеличением трения растут и достигают максимума на границе зон сцепления и проскальзывания (рис. 1). Причем, при относительно больших значениях μ точки максимума касательных напряжений являются нерегулярными точками на полученных кривых.

1. Aleksandrov A. I. A Method for the Solution of a Three-Dimensional Contact Problem of Interaction of Two Elastic Bodies in the Presence of Friction // Journal of Mathematical Sciences. — 2015. — V. 205, No. 4. — P. 518–534.
2. Johnson K. L. Contact Mechanics. — Cambridge: Cambridge university press, 1989. — 452 p.
3. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наукова думка, 1988. — 736 с.

ОБ ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ОТВЕРСТИЯМИ

А. А. Тырымов

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

Несущая способность конструкций в значительной мере определяется прочностью их наиболее ответственных элементов, во многих из которых имеются концентраторы напряжений. Среди многообразия деталей, применяемых в машино-

строительных конструкциях, особое место занимает класс деталей в виде пластин с отверстиями. Влияние изменения геометрии несущей конструкции на ее прочность проявляется и в том, что в результате конструктивных, технологических, экономических, эксплуатационных и других соображений на определенных участках элементов конструкции имеет место скачкообразное изменение физико-механических свойств. Примером таких конструкций служат детали из материалов с покрытиями. Поэтому, проектируя конструкцию, необходимо знать, как вырез данной формы будет влиять на напряженно-деформированное состояние всей системы.

В работе используется разработанный Е. Г. Кузовковым [1–4] численный метод расчета полей деформаций и напряжений упругих неоднородных тел, дискретной моделью которых служит ориентированный граф как идеализация гипотетических приборов, необходимых для измерения полного комплекта переменных, однозначно характеризующего деформированное состояние тела. Особенности графовой модели проявляются в том, что при определении ее параметров необходимо пользоваться лишь физическим законом (законом Гука). Уравнения равновесия и совместности деформаций обеспечивают моделью автоматически благодаря фундаментальным законам теории графов. Метод обеспечивает возможность произвольного сгущения элементов, на которые рассеивается исследуемая область, и обладает пониженными требованиями к соотношению размеров элементов. Это позволяет, в частности, определять напряженное состояние весьма тонких покрытий или прослоек (например, клеевых соединений).

В докладе с использованием разработанного Е. Г. Кузовковым пакета прикладных программ решен ряд задач расчета напряженно-деформированного состояния и анализа по критериям прочности прямоугольных упругих пластин, ослабленных одним или несколькими вырезами различных очертаний и размеров. Рассматривались отверстия круговых, эллиптических и прямоугольных форм. Предполагается, что пластина находится в условиях плоского напряженного состояния при равномерном одноосном растяжении. Рассматривались различные варианты снижения концентрации напряжений. В качестве подкрепляющих элементов использовалось достаточно тонкое покрытие на свободной от нагрузки стороне пластины, а также упругое подкрепляющее кольцо или подкрепляющий элемент, повторяющий форму отверстия. Материал покрытия и подкрепляющих элементов имеет более высокие, по сравнению с пластиной, упругие характеристики. Несущая способность такой конструкции определяется прочностными характеристиками подкрепляющих элементов, пластины, а также прочностью контактной поверхности, поскольку причиной разрушения может быть как разрушение указанных структурных звеньев, так и нарушение сцепления.

При проектировании пластины необходимо учитывать, какой из структурных элементов в конкретных условиях нагружения разрушится первым. Поэтому решение задачи по прогнозированию несущей способности основывается на анализе напряженно-деформированного состояния всей конструкции с учетом прочности характеристик ее компонентов. Поставленная задача решалась как при жестком сцеплении подкрепляющих элементов с пластиной, так и с учетом прочности сцепления. Критерий прочности компонент конструкции принят в форме, предложенной Г. С. Писаренко и А. А. Лебедевым [5]

$$\chi\sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1 = \sigma_{\text{экв}} \leq \sigma_0^+,$$

где $\chi = \sigma_0^+/\sigma_0^-$; $\sigma_i = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{0.5}/\sqrt{2}$.

Выше принято: σ_0^+ , σ_0^- — пределы прочности материала при растяжении и сжатии, соответственно; σ_i — интенсивность напряжений; σ_1 , σ_2 и σ_3 — главные напряжения.

Пределы прочности материалов подкрепляющих элементов и пластины, а также прочность их сцепления с пластиной на отрыв и сдвиг, зависящая от характеристик контактирующих материалов и технологии создания контакта, определялись экспериментально. В процессе расчетов вычислялись: 1) компоненты напряжений и главных напряжений в каждом элементе, на которые разбита вся область; 2) уровни напряжений каждого элемента (отношение эквивалентного напряжения к пределу прочности при растяжении материала элемента, т. е. уровень напряжения — обратная величина коэффициенту запаса прочности); 3) уровни напряжений материалов и пластины, как максимальные уровни напряжений среди элементов соответствующего материала; 4) уровни напряжений элементарных границ раздела материалов, как отношение эквивалентного напряжения к пределу прочности при отрыве данной границы раздела; 5) уровни напряжений границ раздела материалов, как максимальный уровень напряжений среди элементарных границ раздела материалов; 6) уровень напряжений всей конструкции (максимальное значение среди уровней напряжений материалов и границ раздела материалов).

При проведении численных расчетов варьировались геометрические, упругие и прочностные характеристики пластины и подкрепляющих элементов, а также прочности сцепления на отрыв и сдвиг контактирующих материалов. В результате расчетов установлены значения допускаемых нагрузок на конструкцию, определены ее запасы прочности, выявлены закономерности процесса разрушения, показана возможность значительного снижения чувствительности конструкции к концентратору напряжений.

1. Кузовков Е. Г. Конфигурация и параметры графовой модели упругого тела // Пробл. прочн. — 1986. — № 4. — С. 98–103.
2. Кузовков Е. Г. Уравнения состояния графовой модели упругого тела // Пробл. прочн. — 1986. — № 5. — С. 112–117.
3. Кузовков Е. Г. Графовая модель упругой среды в декартовой системе координат // Пробл. прочн. — 1993. — № 12. — С. 60–70.
4. Кузовков Е. Г., Тырымов А. А. Графовые модели в плоской и осесимметричной задачах теории упругости. — Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2010. — 128 с.
5. Писаренко Г. С., Лебедев В. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. — Киев: Наукова думка, 1976. — 515 с.

РАСЧЕТ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ ГИПЕРУПРУГИХ ТЕЛ МКЭ*

Л. Р. Фахрутдинов, Л. У. Султанов, А. И. Абдрахманова

КФУ, Казань, Россия

В работе приведена методика исследования больших деформаций гиперупругих материалов с использованием меры деформации Фингера. В качестве тензоров, описывающих деформацию и скорость деформации используются: тензор градиента деформаций (F), левый тензор Коши–Грина (мера деформации Фингера) (B) = $(F) \cdot (F)^T$; тензор пространственного градиента скорости: $(h) = (\dot{F}) \cdot (F^{-1})$;

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты: 15-41-02557, 15-31-20602).

тензор деформации скорости: $(d) = (1/2)[(h) + (h)^T]$. Напряженное состояние описывается при помощи тензора истинных напряжений (Σ) , определенного в актуальном состоянии.

В качестве аргументов функции потенциальной энергии деформаций примем компоненты тензора меры деформации Фингера, т.е. $W = W(B_{ij})$. Введены в рассмотрение меры деформаций, не сопровождающиеся изменением объема: $(\hat{B}) = J^{-2/3}(B)$, где J — относительное изменение объема. Тогда $W = W_0(J) + W'(I_{1\hat{B}}, I_{2\hat{B}})$. Тензор напряжений Коши–Эйлера будет выражаться в следующем виде: $(\Sigma) = (2/J)(B) \cdot (\partial W / \partial B)$. Скорости изменения напряжений Коши–Эйлера:

$$\begin{aligned} (\dot{\Sigma}) &= \frac{4}{J}(B) \cdot \left(\frac{\partial^2 W}{\partial B \partial B} \right) \cdot (B) \cdot \cdot (d) + (h) \cdot (\Sigma) + (\Sigma) \cdot (h)^T - (\Sigma)I_{1d} = \\ &= (\Lambda_{\Sigma}) \cdot \cdot (d) + (h) \cdot (\Sigma) + (\Sigma) \cdot (h)^T - (\Sigma)I_{1d}. \end{aligned}$$

В результате получаем физическое соотношение для производной Трусделла для тензора истинных напряжений Коши–Эйлера и тензора деформации скорости в виде линейного уравнения: $(\Sigma^{Tr}) = (\dot{\Sigma}) - (h) \cdot (\Sigma) - (\Sigma) \cdot (h)^T + I_{1d}(\Sigma) = (\Lambda_{\Sigma}) \cdot \cdot (d)$.

Для решения задачи используется метод последовательных нагружений. В качестве базового уравнения используется уравнение виртуальных мощностей, записанного для $(k+1)$ шага:

$$\iiint_{V_{k+1}} ({}^{k+1}\Sigma) \cdot \cdot (\delta {}^{k+1}d) dV = \iiint_{V_{k+1}} {}^{k+1}\vec{f} \cdot \delta \vec{v} dV + \iint_{S_{k+1}^{\sigma}} {}^{k+1}\vec{t}_n \cdot \delta \vec{v} dS,$$

где V_{k+1} — текущий объем; S_{k+1}^{σ} — часть его поверхности, на которой заданы усилия $\vec{f}$, $\vec{t}_n$ — векторы массовых и поверхностных сил.

Переходя к приращениям $({}^{k+1}\Sigma) = ({}^k\Sigma) + (\Delta^k\Sigma)$, получим разрешающее уравнение, относительно вектора перемещений для текущего шага $\Delta^k\vec{u}$, с помощью которого определяется конфигурация для следующего шага: ${}^{k+1}\vec{R} = {}^k\vec{R} + \Delta^k\vec{u}$. Тогда напряженное состояние находится по соотношению: $({}^{k+1}\Sigma) = \frac{2}{J}({}^{k+1}B) \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial {}^{k+1}B} \right)$.

Рассмотрен пример построения физических соотношений для потенциала упругих деформаций Муни–Ривлина:

$$W = U_1(I_{1\hat{B}} - 3) + U_2(I_{2\hat{B}} - 3) + \frac{K}{2}(J - 1)^2,$$

где $W_0(J) = (K/2)(J - 1)^2$; $W'(I_{1\hat{B}}, I_{2\hat{B}}) = U_1(I_{1\hat{B}} - 3) + U_2(I_{2\hat{B}} - 3)$; U_1, U_2 — постоянные материала. Тензор напряжений Коши–Эйлера для этого материала имеет вид:

$$(\Sigma) = 2U_1J^{-5/3} \left[(B) - \frac{1}{3}I_{1B}(I) \right] + 2U_2J^{-7/3} \left[I_{1B}(B) - \frac{1}{3}I_{1B}^2(I) - \frac{2}{3}(B^2) \right] + K(J - 1)(I).$$

Линеаризуя полученное соотношение получим выражение для скорости изменения напряжений Коши–Эйлера:

$$(\Delta\Sigma) = (\Lambda_{\Sigma}) \cdot \cdot (d) + (h) \cdot (\Sigma) + (\Sigma) \cdot (h)^T - (\Sigma)I_{1d}.$$

Таким образом, получена система уравнений, для определения НДС, которая может быть дискретизирована МКЭ для получения численных решений.

1. Golovanov A. I., Sultanov L. U. Numerical investigation of large elastoplastic strains of three-dimensional bodies // International Applied Mechanics. — 2005. — V. 41, No. 6. — P. 614–620.

2. Голованов А. И., Султанов Л. У. Исследование закритического упругопластического состояния трехмерных тел с учетом конечных деформаций // Известия вузов. Авиационная техника. — 2008. — №4. — С. 13–16.
3. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные уравнения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, Кн. 1. — С. 29–37.
4. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150, Кн. 3. — С. 122–132.
5. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. III. Постановки задачи и алгоритмы решения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2009. — Т. 151, Кн. 3. — С. 108–120.
6. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечнорезультантная реализация. Примеры решения задач // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2010. — Т. 152, Кн. 4. — С. 115–126.
7. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм решения задачи о больших упругопластических деформациях МКЭ // Вестник ПНИПУ. Механика. — Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013. — №1. — С. 81–93.
8. Султанов Л. У., Давыдов Р. Л. Численное исследование больших деформаций методом конечных элементов // Инженерно-строительный журнал. — Санкт-Петербург: СПбГУ, 2013. — №9 (44). — С. 64–68.
9. Султанов Л. У., Фахрутдинов Л. Р. Численное исследование гиперупругих материалов // Инженерно-строительный журнал. — Санкт-Петербург: СПбГУ, 2013. — №9(44). — С. 69–74.
10. Sultanov L. U., Davydov R. L. Mathematical modeling of large elastic-plastic deformations // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — No. 60. — P. 2991–2996.
11. Sultanov L. U. Mathematical modeling of deformations of hyperelastic solids // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 143. — P. 7117–7124.
12. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Решение задачи о больших упругопластических деформациях методом конечных элементов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2012. — Т. 154, Кн. 4. — С. 17–25.
13. Sagdatullin M. K., Berezhnoi D. V. Nonlinear Problem on Hyperelastic Deformation of the Shell of Average Thickness FEM // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, No. 60. — P. 2965–2972.
14. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм исследования больших упругопластических деформаций // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, №5. — С. 1237–1244.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ, ПРИ ИЗГИБЕ*

Т. Г. Федорова, М. В. Петров

ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

В настоящее время наиболее подробно исследованы задачи о напряженно-деформированном состоянии и потери устойчивости цилиндрических оболочек, без учета влияния заполнителя на потерю устойчивости. Экспериментально не

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-38-60051 мол_а_дк).

исследованы предельные состояния оболочечных конструкций при контактном взаимодействии с сыпучим наполнителем с учетом сложного нагружения, геометрической и физической нелинейности.

В работах [1–3] представлены результаты испытаний и статистической обработки гладких цилиндрических оболочек при различных вариантах нагружений без заполнителя, в том числе при действии поперечной силы. Исследования проводились на моделях с геометрическими параметрами, приемлемых для лабораторных исследований. При нагружении консольно-закрепленной оболочки поперечной силой потеря устойчивости сопровождалась хлопком с образованием характерных ориентированных под углом к оси оболочки различных по длине вмятин. В зоне сжатия у защемленного торца образовывались короткие вмятины от нормальных напряжений. По результатам обработки экспериментов сделан вывод, что среднее значение параметра отношения экспериментальной критической нагрузки к теоретической почти не изменяется с увеличением размеров образцов.

В [4–7] разработаны экспериментальные установки и методика экспериментального исследования устойчивости заполненной сыпучим материалом замкнутой цилиндрической оболочки при изгибе. На их основе проведен ряд экспериментов на квазистатический изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек с наполнителем вертикальной нагрузкой, приложенной на противоположном торце оболочки. Исследовано влияние наполнителя на величину критической нагрузки, на формы потери устойчивости, выполнен анализ напряженно-деформированного состояния в докритической стадии деформирования и определено закритическое поведение тонкостенных оболочек вращения, заполненных сыпучим материалом.

Анализ результатов проведенных экспериментов показал следующее.

Потери устойчивости оболочки не происходит до тех пор, пока максимальный прогиб не превышает десять ее толщин. При разгрузке образца до потери устойчивости, его первоначальная форма полностью восстанавливалась. Закритическое поведение оболочки сопровождается образованием локальных вмятин и пластических деформаций. После общей потери устойчивости испытуемого образца восстановление формы не происходит.

Для образцов с начальными размерами $h = 0,10 \pm 0,01$ мм, $L = 1350h$, $R = 328h$ без заполнителя критическая нагрузка равна 0,194 кН (R , L , h — радиус, длина и толщина оболочки). При заполнении образца металлическим порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузки, направленной вниз, критическая нагрузка увеличивается в 1,9 раза. При нагружении заполненных образцов вертикальной силой, направленной вверх, критическое значение нагрузки не меняется.

Для образцов с начальными размерами $h = 0,11 \pm 0,01$ мм, $L = 1350h$, $R = 378h$ без заполнителя критическая нагрузка равна 0,262 кН. При заполнении образца металлическим порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузке направленной вниз критическая нагрузка увеличивается в 1,3 раза.

При увеличении диаметра оболочки (отношения радиуса к толщине образца) в 1,15 раза, критическая нагрузка для образца, заполненного металлическим порошком на 95% объема, уменьшилась в 1,08 раза.

Таким образом, если весовая нагрузка заполнителя действует на сжатую область оболочки, то сыпучий наполнитель: а) препятствует образованию вмятин, б) уменьшает влияние несовершенств на поведение образца и в) увеличивает значение критической силы (по отношению к образцу без сыпучего заполнителя).

Полученные экспериментальные данные будут использованы для верификации методики численного исследования устойчивости, упругопластического деформирования и закритического поведения оболочек [8, 9].

1. Вольмир А. С., Григорьев Ю. П., Станкевич А. И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. — М.: Дрофа, 2007. — 591 с.
2. Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку // Исследования по теории пластин и оболочек. — Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1966. — №4. — С. 83–90.
3. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. — Киев: Наукова Думка, 1977. — 141 с.
4. Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Шошин Д. В. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. — Вып. 71. — С. 77–83.
5. Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Шошин Д. В., Артемьева А. А. Экспериментально-теоретическое исследование нелинейного деформирования и потери устойчивости оболочек вращения при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2010. — Вып. 72. — С. 80–85.
6. Петров М. В., Федорова Т. Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Механика. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2011. — №4 (5). — С. 2420–2422.
7. Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г. Экспериментальное исследование упругопластического деформирования и потери устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек с заполнителем при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2013. — Вып. 75 (3). — С. 215–220.
8. Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Шошин Д. В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях // ПМТФ. — 2014. — Т. 55, №1. — С. 13–22.
9. Баженов В. Г., Варавин Д. А., Кибец А. И., Рябов А. А., Романов В. И. Исследование больших формоизменений сферической оболочки при контактном взаимодействии с жесткой облоймой под действием импульса перегрузки // ПМТФ. — 2015. — Т. 56, №6. — С. 38–45.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССОВОГО РАСХОДА ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДЕ ПОД ДАВЛЕНИЕМ ПО СОБСТВЕННЫМ ЧАСТОТАМ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ*

А. Г. Хакимов

ИМех УНЦ РАН, Уфа, Россия

Введение. В протяженных объектах типа магистральных трубопроводных систем не все участки могут быть доступны для визуального осмотра и приборного диагностирования. Проблемам диагностики дефектов в стержневых системах посвящено много работ, обзор которых можно найти, например, в [1, 2]. В [3] определяется плотность жидкости или осевой момент инерции поперечного сечения и внутреннее давление по собственным частотам изгибных колебаний трубопровода. Здесь исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с движущейся жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы. Решена обратная задача определения скоростного параметра, параметра

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 14-01-97010-поволжье_a, № 14-01-97013-поволжье_a, № 14-01-00740_a).

плотности жидкости в трубопроводе и массового расхода жидкости по двум собственным частотам изгибных колебаний.

Постановка задачи. Исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с движущейся жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы и защемленной по краям. Требуется определить скоростной параметр, параметр плотности жидкости в трубопроводе и массовый расход жидкости по собственным частотам изгибных колебаний.

Уравнение изгибных колебаний трубопровода по модели Кирхгоффа имеет вид [4]

$$EJ \frac{\partial^4 w_*}{\partial x^4} + (\rho_i F_i V^2 + P_i F_i - T) \frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2} + 2\rho_i F_i V \frac{\partial^2 w_*}{\partial x \partial t} + (\rho F + \rho_i F_i) \frac{\partial^2 w_*}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где E , ρ , J , F — модуль упругости, плотность, осевой момент инерции и площадь поперечного сечения трубопровода; ρ_i , P_i , V , F_i — плотность, давление и скорость течения жидкости внутри трубопровода, площадь сечения в свету трубопровода; T — усилие растяжения в трубопроводе; w_* — прогиб трубопровода; x — координата, направленная по оси трубопровода; t — время. Перейдя к безразмерным величинам

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}, \quad w = \frac{w_*}{L}, \quad \tau = V_0 t / L, \quad V_0 = L^{-1} \sqrt{EJ / (\rho F + \rho_i F_i)}, \quad R = (T - P_i F_i) L^2 / EJ, \\ \alpha &= V / V_0, \quad \beta = \rho_i F_i / (\rho F + \rho_i F_i), \quad p = \alpha^2 \beta - R, \quad q = 2\alpha \beta \Omega, \quad \Omega = \omega L / V_0, \quad r = -\Omega^2, \\ F_i &= \pi R_i^2, \quad F = \pi [(R_i + h)^2 - R_i^2], \quad J = \pi [(R_i + h)^4 - R_i^4] / 4, \end{aligned}$$

сделаем подстановку $w = W(\xi) \exp(i\Omega\tau)$ и получим уравнение, определяющее форму изгибных колебаний трубопровода

$$\frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + p \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + iq \frac{\partial W}{\partial \xi} + r W = 0, \quad (2)$$

где ω — круговая частота, L — длина трубопровода между опорами, α — скоростной параметр, β — параметр плотности жидкости в трубопроводе.

Граничные условия для защемленного по краям трубопровода

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 \quad (\xi = 0, 1). \quad (3)$$

общее решение уравнения (2) будем определять в виде $W(\xi) = \exp(k\xi)$, тогда получим характеристическое уравнение для нахождения неизвестных значений комплексного волнового параметра $k_j = k_j(\alpha, \beta, R, \Omega)$, $j = 1, 2, 3, 4$:

$$k^4 + pk^2 + iqk + r = 0, \quad (4)$$

Согласно формул Феррари определяются корни уравнения (4) и общее решение уравнения (2) имеет вид

$$W(\xi) = \sum_{j=1}^4 C_j \exp(k_j \xi), \quad (5)$$

где $k_j = k_j(\alpha, \beta, R, \Omega)$ — волновые числа.

Подставляя (5) в граничные условия (3), получим однородную систему линейных уравнений относительно неизвестных постоянных C_j . Для того, чтобы постоянные C_j не были равны нулю одновременно, необходимо, чтобы определитель основной матрицы был равен нулю. Это условие дает частотное уравнение [5].

Таким образом, в приведенной простейшей модели трубопровода с движущейся жидкостью под давлением фигурируют параметры R , α и β , которые зависят от

усилия растяжения в трубопроводе T , давления внутри трубопровода P_i , площади сечения в свету трубопровода F_i и скорости течения жидкости внутри трубопровода V . Подробнее остановимся на влиянии этих факторов на собственные частоты изгибных колебаний. Зависимости первой и второй собственной частот изгибных колебаний стержня от скоростного параметра α для различных значений параметра R и анализ полученных результатов приводятся в [5]. Здесь решены прямая задача и обратная для определения скорости и плотности жидкости в трубопроводе по двум собственным частотам изгибных колебаний.

Безразмерный массовый расход m по трубопроводу определяется по формуле

$$m = \alpha\beta = \rho_i F_i V L / \sqrt{EJ(\rho F + \rho_i F_i)}.$$

При $\alpha = 0$ и $R = 0$ собственные функции $W(\xi)$ действительны и совпадают с собственными функциями стержня с жестко защемленными концами [5].

Если $R = 0$ и $\beta = 1$, то характеристическое уравнение (4) допускает факторизацию и его корни k_j находятся в явном виде как функции частоты Ω . Для вещественных собственных частот $\Omega_n(\alpha)$ получается довольно простое вековое уравнение, которое решается одним из численных методов [6, 7].

1. Gladwell G. M. L. Inverse problems in vibration. — Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2004. (Русский перевод: Глэдвелл Г. М. Л. Обратные задачи теории колебаний. — М.—Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. — 608 с.
2. Guangming Dong and Jin Chen. Vibration analysis and crack identification of a rotor with open cracks // Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics. — 2011. — V. 28, No. 1. — P. 171–182.
3. Хакимов А. Г. Определение плотности жидкости и внутреннего давления в трубопроводе по собственным частотам изгибных колебаний // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. — 2014. — №1. — С. 37–43.
4. Светлицкий В. А. Механика стержней. Т. 2. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.
5. Акуленко Л. Д., Георгиевский Д. В., Нестеров С. В. Спектр поперечных колебаний движущегося стержня // Известия РАН. МТТ. — 2015. — №2. — С. 139–144.
6. Kong L., Parker R. G. Approximate eigensolutions of axially moving beams with small flexural stiffness // J. Sound and Vibr. — 2004. — V. 276. — P. 459–469.
7. Акуленко Л. Д., Иванов М. И., Коровина Л. И., Нестеров С. В. Основные свойства собственных колебаний протяженного участка трубопровода // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2013. — №4. — С. 119–134.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕМНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Л. А. Шемет, С. С. Щербаков

БГУ, Минск, Беларусь

В данной работе представлен метод определения объемной повреждаемости в окрестности горной выработки на основе модели деформированного твердого тела с опасным объемом. Проведено исследование зависимости опасных объемов от глубины залегания выработок с арочной и прямоугольной формами поперечного сечения.

Объектом исследования являлся горный массив с выработками арочной и прямоугольной формы [1, 2].

Геометрические характеристики и свойства материала были приняты следующими: $H = 20\text{--}80\text{ м}$, $R = 3\text{ м}$, $a = 6\text{ м}$, $b = 5,355\text{ м}$, $g = 9,8\text{ м/с}^2$, $\rho = 2300\text{ кг/м}^3$, $E = 1,75 \cdot 10^9\text{ Па}$, $\nu = 0,28$, $\sigma_{сж}^{lim} = 25,2\text{ МПа}$, $\sigma_p^{lim} = 1,8\text{ МПа}$.

На рисунках 1 и 2 представлены расчетные схемы с выработками различной формы, имеющими одинаковую площадь $S_{pr} = 32,13\text{ м}^2$.

Расчеты проводились в конечно-элементном пакете ANSYS. Задача делилась на два этапа:

- 1) расчет напряженно-деформированного состояния массива;
- 2) учет преднапряженного состояния при расчете напряженно-деформированного состояния массива с выработкой для получения перемещений в массиве, вызванных непосредственно выработкой.

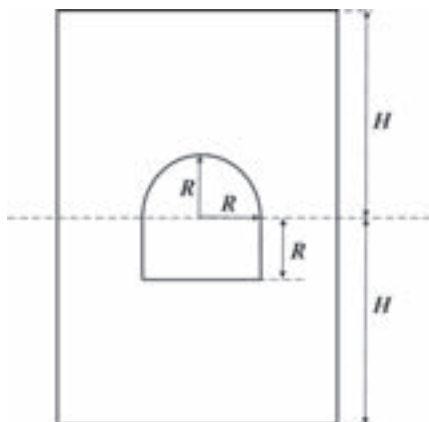


Рис. 1. Расчетная схема массива с выработкой арочной формы

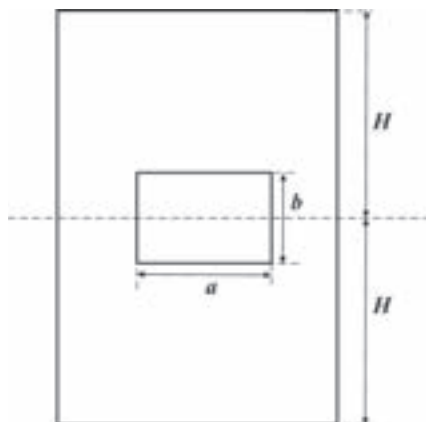


Рис. 2. Расчетная схема массива с выработкой прямоугольной формы

Для реализации расчета опасных объемов была создана программа с помощью встроенного в ANSYS языка APDL. Принцип работы программы заключается в том, что после проведения расчета для i -го конечного элемента имеются значения средних напряжений и деформаций [3, 4]. Эти значения переносятся в массив, который используется в дальнейших вычислениях значений повреждаемости, как отношений действующих и предельных напряжений:

$$\psi_q^i = |\sigma_q^i / \sigma_q^{lim}|. \quad (1)$$

Величины объемов элементов, для которых выполняется условие

$$\psi^i \geq 1, \quad (2)$$

суммируются в соответствии с (10) для получения значения опасного объема V для всей расчетной модели:

$$V_q = \sum_{i=1}^N H(\psi^i - 1) \Delta V^i, \quad q = III, IV, \quad (3)$$

где N — количество конечных элементов, H — функция Хевисайда, ΔV^i — объем i -го конечного элемента.

В двумерной постановке, опасный объем V принимает вид опасной площади S .

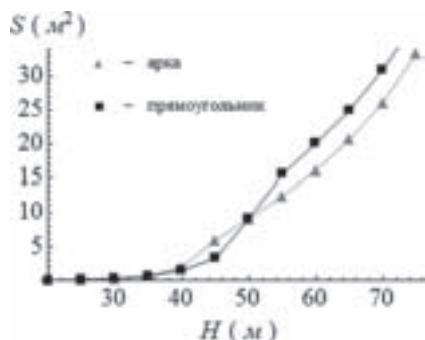


Рис. 3. Зависимость опасной площади от глубины выработки для $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{III}$

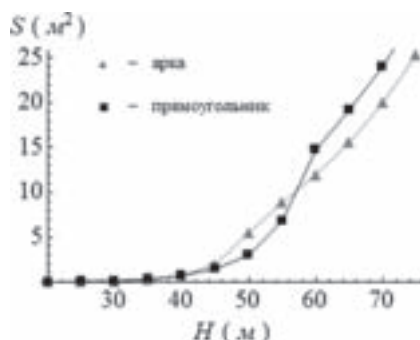


Рис. 4. Зависимость опасной площади от глубины выработки для $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{IV}$

На рисунках 3 и 4 представлена зависимость опасной площади от глубины залегания выработки. Глубина выработки варьировалась от 20 до 80 м с шагом в 5 м. Видно, что с ростом глубины растет опасная площадь S , достигая примерно 25 и 35 м² для эквивалентных напряжений $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{IV}$ и $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{III}$ соответственно. Величины опасной площади S , рассчитанные для $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{IV}$, примерно на 20% меньше величин S , рассчитанных для $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{III}$, на соответствующих глубинах. Из рис. 3 видно, что до глубины 50 м опасная площадь для выработки арочной формы больше, чем для выработки прямоугольной формы. Данное соотношение меняется на обратное, когда глубина выработки становится больше 50 м. На рис. 4 данное изменение наблюдается для глубины 55 м.

1. Журавков М. А. Компьютерное моделирование в геомеханике / М.А. Журавкова, О.Л. Коновалов, С. И. Богдан, П. А. Прохоров, А. В. Круподеров. — Минск: БГУ, 2008. — 443 с.
2. Сосновский Л. А. Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики: курс лекций / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков. — Минск: БГУ, 2011. — 488 с.
3. Щербаков С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. — Минск: БГУ, 2011. — 407 с.
4. Шемет Л. А. Моделирование трещиноподобного повреждения для различных эквивалентных напряжений / С. С. Щербаков, Л. А. Шемет // Теоретическая и прикладная механика: Международный научно-технический журнал. — Вып. 30. — Минск: БНТУ, 2015. — С. 263–269.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИНКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЛОКАЛЬНЫМИ РЕБРАМИ В СТАЦИОНАРНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ*

А. В. Шеметов, В. С. Кружилин, Т. В. Яковлева, В. А. Крысько

СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

Введение. Проблема управления сложными колебаниями распределенных структур с учетом различных нелинейностей в приборах навигации является актуаль-

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых-кандидатов наук МК-5609.2016.8 и гранта РФФИ 16-08-01108.

ной. Чувствительный элемент (ЧЭ) микромеханических акселерометров (ММА) гироскопа представляет собой пластинку, подкрепленную балкой (перемычкой), между элементами имеется зазор. При воздействии стационарного температурного поля в ЧЭ возникает контактное взаимодействие и нелинейные колебания элементов, приводящие к изменению формы ЧЭ и, как следствие, к появлению погрешности при измерении емкости конденсатора. Также важным вопросом является характер колебаний многослойной структуры, что в настоящее время в научной литературе не исследовано. Это возможно сделать только с применением качественного анализа нелинейной динамики и вейвлет-анализа [1–3].

Постановка задачи. В работе построена математическая модель сложных колебаний многослойного пакета из пластины и балки, находящегося в стационарном температурном поле. Ограничение на распределение температуры по толщине не накладывается ни в балке, ни в пластинке, а температурное поле определяется из решения двух (для балки) и трехмерных (для пластинки) уравнений теплопроводности:

$$\begin{cases} \frac{1}{12(1-\mu^2)} \nabla_\lambda^4 + \nabla^2 M_t^1 + \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w_1}{\partial t} - q_1(x, y, t) + P_x \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + P_y \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - q_k = 0, \\ \frac{1}{12} \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_t^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w_2}{\partial t} - q_2(x, t) + P_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + q_k = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $q_k = K(w_1 - w_2 - h_k)\Psi$, $\psi = (1/2)[1 + \text{sign}(w_1 - h_k - w_2)]$, $\Psi = 1$, если $w_1 > w_2 + h_k$ — есть контакт между пластиной и балкой, иначе $\Psi = 0$; w_1 , w_2 — функции прогибов пластины и балки соответственно, K — коэффициент жесткости трансверсального обжатия структуры в зоне контакта, h_k — зазор между слоями; $q_1(x, y, t)$, $q_2(x, t)$ — поперечные нагрузки; $P_x(y, t)$, $P_y(x, t)$, $P_2(t)$ — продольные нагрузки, действующие на пластинку и балку соответственно; $\mu = 0,3$ — коэффициент Пуассона; $\varepsilon = 1$ — коэффициент затухания. Контактное взаимодействие учитывается по модели Винклера. Пластина и балка изотропные, между ними имеется малый зазор, соединены они через краевые условия. Граничные условия — шарнирное опирание по контуру:

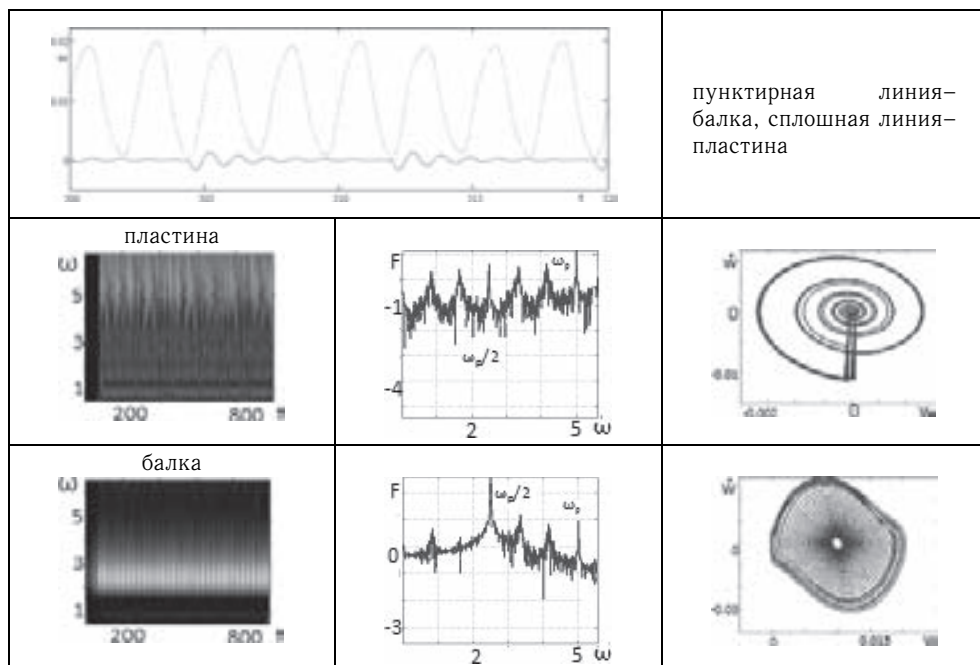
$$w_i = 0; \quad w_i''|_x = 0; \quad \text{при } x = 0; 1; \quad w_1 = 0; \quad w_1''|_y = 0; \quad \text{при } y = 0; 1; \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$\text{Начальные условия: } w_1(x, y)|_{t=0} = \varphi_1(x, y), \quad w_2(x)|_{t=0} = \varphi_2(x), \quad \dot{w}_i|_t = \varphi_3, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

К этим условиям следует добавить условия непроникновения одной системы в тело другой. Полученные системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1)–(3) сводятся к системе ОДУ методами Бубнова–Галеркина в высших приближениях, конечных разностей с аппроксимацией $O(h^2)$ и $O(h^4)$ и решается задача Коши методами Рунге–Кутты 4-го, 6-го, 8-го порядка точности, а стационарное уравнение теплопроводности двух и трехмерное решается методом конечных разностей аппроксимации $O(h^2)$ для краевых условий 1 и 2 рода. Решения уравнений (1)–(3) разными методами делается для того, чтобы получить достоверные результаты. Исследуется сходимость метода Бубнова–Галеркина и конечных разностей в зависимости от количества членов ряда в разложении основных функций и количества разбиений интервала интегрирования в методе конечных разностей. Исследование задач осуществляется с помощью методов нелинейной

динамики и качественной теории дифференциальных уравнений: строятся для каждого слоя пакета сигналы, фазовые портреты, сечения Пуанкаре, фурье-спектры, применяются вейвлет-преобразования, анализируется знак спектра Ляпуновских показателей.

Таблица 1
Нелинейные колебания пластины и балки при продольной нагрузке



Численный результат. В качестве примера приведем задачу о нелинейных колебаниях пластины и балки, расположенной по середине пластины ($y = 0,5$), зазор между пластиной и балкой равен $h_k = 0,01$. На балку действует продольная нагрузка $P_2(t) = 0,7 * \sin(\omega_p * t)$. В табл. 1 приведены совместные колебания пластины и балки в центре, вейвлет-спектры Морле, спектры мощности Фурье и фазовые портреты для пластины и балки. Колебания носят хаотический характер на бифуркации Хопфа и утроении периода. Происходит контактное взаимодействие пластины и балки, фазовые портреты представляют собой странные аттракторы.

1. Yakovleva T. V., Bazhenov V. G., Krysko V. A., Krylova C. Y. Contact interaction plates, reinforced by ribs, with gaps under the influence of white noise // PNRPU Mechanics Bulletin. 2015. No. 4. p. 259–272;
2. Awrejcewicz J., Krysko Jr. V. A., Yakovleva T. V., Krysko V. A. Noisy contact interactions of multi-layer mechanical structures coupled by boundary conditions. // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — No. 369. — P. 77–86.
3. Awrejcewicz J., Krysko A. V., Yakovleva T. V., Zelenchuk D. S., Krysko V. A. Chaotic synchronization of vibrations of a coupled mechanical system consist of a plate and beams // Latin american journal of solids and structures. — 2013. — V. 10(1). — P. 161–172.

ОБЪЕМНАЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ СИСТЕМЫ КОЛЕСО–РЕЛЬС С УЧЕТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВСЕГО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО СОСТАВА

С. С. Щербаков¹, Л. А. Сосновский², О. А. Насань¹

¹БГУ, Минск, Беларусь; ²НПО «Трибофатика», Гомель, Беларусь

Проблема взаимодействия колеса и рельса является центральной для всего железнодорожного транспорта. Параметры данного взаимодействия, во многом определяют экономическую эффективность железнодорожного транспорта. Одним из направлений работ по усовершенствованию данной системы, является замещение стальных рельсов, на изготовленные из чугуна марки ВЧТГ модификации Моника [1]. Данный высокопрочный материал отечественной разработки имеет высокие прочностные (до 1500 МПа) и пластические (относительное удлинение до 4%) характеристики.

Применение нового материала для изготовления рельсов потребовало решения задачи оценки напряженно-деформированного состояния системы колесо/рельс с учетом как контактного взаимодействия между колесом и рельсом, так и изгиба рельса под весом всего состава.

Данная модель реализована в рамках компьютерного конечно-элементного моделирования контакта колеса плоскоконического — ГОСТ 9036-88 и рельса Р65 — ГОСТ Р5185-2000.

Для моделирования влияния всего железнодорожного состава на рельс учтем соседние пять ближайших колес от рассматриваемого (два сзади и три спереди), заменив их нагрузкой, распределенной по линии перпендикулярной оси пути. Нагрузка на одно колесо пересчитывалась, исходя из предположения о среднестатистическом груженом крытом четырехосном вагоне модели 11-066, и составила 114 680 Н. Подрельсовое основание представлялось в виде винклеровского с коэффициентом постели $k = 75$ МПа/м. Механические характеристики системы представлены в табл. 1.

Таблица 1

Механические характеристики

Характеристики	Материалы	
	Сталь	Моника
E , ГПа	200	165
ν	0,3	0,28
Коэффициент трения	0,3	0,3

Схема нагружения полученной системы представлена на рис. 1, а, на рис. 1, б показано сравнение аналитического и конечно-элементного распределений нормального контактного давления вдоль большей полуоси эллипса контакта из которого видно, что абсолютная погрешность составляет менее 12%. Таким образом, расчетная сетка может быть использована для получения и дальнейшего анализа результатов.

В рамках проведенных расчетов эквивалентные напряжения рассчитывались в соответствии с четвертой теорией прочности:

$$\sigma_{IV} = \sigma_{int} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1)$$

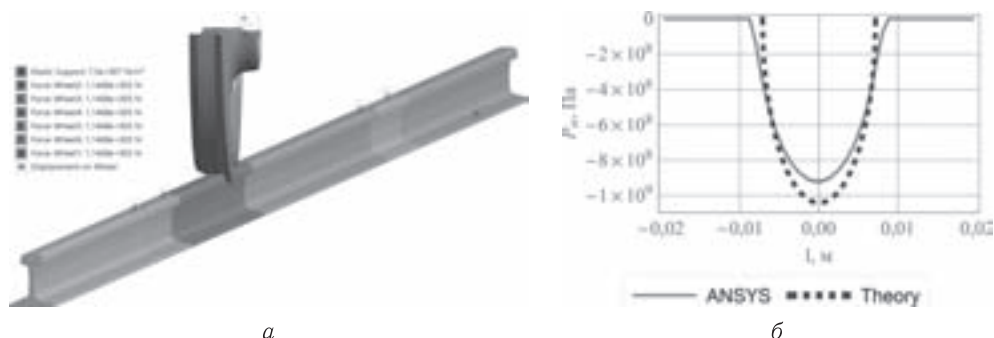


Рис. 1. Схема нагружения рельса (а); нормальное контактное давление (б)

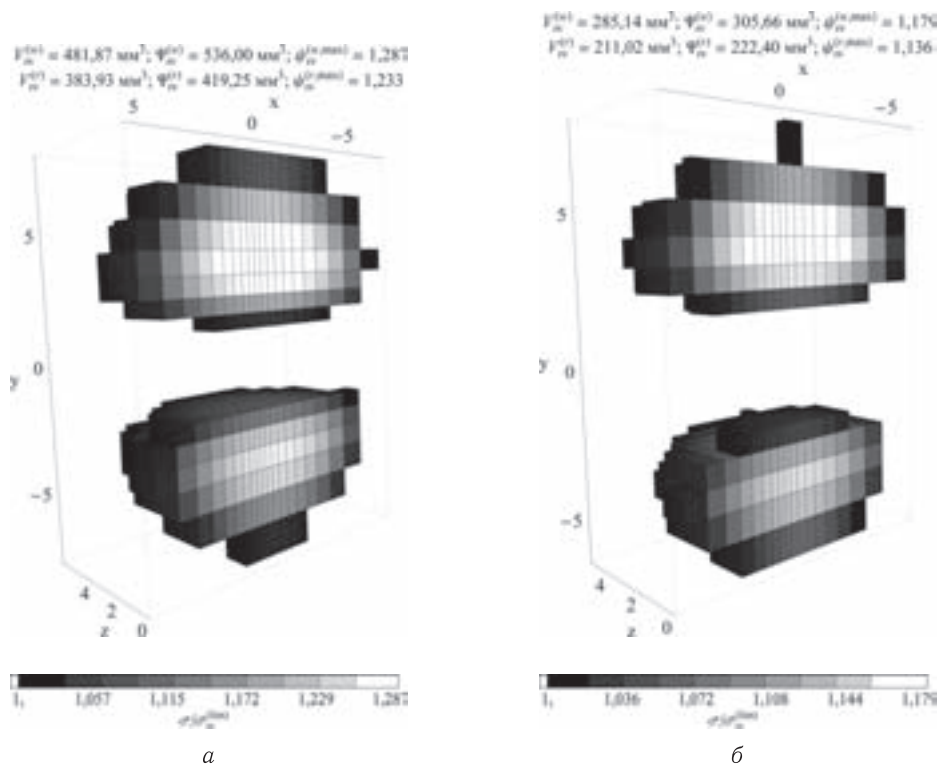


Рис. 2. Опасные объемы и распределения в них локальной повреждаемости, возникающие в окрестности контакта колеса и рельса с учетом влияния всего железнодорожного состава для стального рельса (а); рельса из материала Моника (б)

С учетом (1) функции локальной повреждаемости единицы объема примут вид:

$$\psi_{IV} = \sigma_{IV} / \sigma_{IV}^{(\text{lim})}. \quad (2)$$

Тогда формулы для расчета опасных объемов и интегральной повреждаемости в соответствии с [2] будут следующими:

$$V_{IV} = \int_{\psi_{IV}(V) \geq 1} dV, \quad \Psi_{IV} = \int_{\psi_{IV}(V) \geq 1} \psi_{IV}(V) dV. \quad (3)$$

Таким образом, опасный объем формируется из тех элементов, в которых значения удельной потенциальной энергии формоизменения превышают предельную величину.

Из сравнения величин максимальной интенсивности напряжений σ_{int} видно, что использование Моника вместо стали в качестве материала рельса уменьшает σ_{int} на 8,4% для колеса и на 7,9% для рельса.

Так как предел контактной усталости p_f (максимальное контактное давление при предельном состоянии) для стали и чугуна примерно одинаковы, то p_f было выбрано единым и равным 1123 МПа.

Поскольку связь между максимальным контактным давлением и максимальной интенсивностью напряжений выражается зависимостью $\sigma_{int}^{\max} = 0,62p_0 = 0,62p_f$, то допускаемая (предельная) интенсивность напряжений для расчета опасных объемов при коэффициенте запаса $n = 1,5$ удовлетворяет следующему соотношению:

$$[\sigma] = 0,62p_f/n = \sigma_{int}^{(\lim)} = \sigma_V^{(\lim)} = 464,2 \text{ МПа.} \quad (4)$$

Анализ опасных объемов, представленных на рис. 2 показывает, что применение Моника для изготовления рельса снижает опасный объем $V_{int}^{(w)}$ и повреждаемость $\Psi_{int}^{(w)}$ в колесе примерно на 41% и 43% в сравнении со стальным рельсом. Еще больший эффект снижения объемной повреждаемости наблюдается в рельсе из Моника, где $V_{int}^{(r)}$ и $\Psi_{int}^{(r)}$ примерно на 45% и 47% соответственно меньше чем в стальном рельсе.

Таким образом, учитывая представленное значительное положительное влияние чугуна марки ВЧГТ модификации Моника, обладающего высоким пределом контактной усталости (близким к стальному), представляется целесообразным изготовление железнодорожных рельсов трибофатической системы колесо/рельс из данного материала с целью снижения повреждаемости ее элементов и в силу значительно более низкой стоимости производства рельсов.

1. Сосновский Л. А. Чугун и сталь в трибофатических системах современных машин и оборудования / Л. А. Сосновский, П. А. Витязь, В. А. Гапанович, Н. В. Псырков, Н. А. Махутов // Механика машин, механизмов и материалов. — 2014. — № 4. (29). — С. 5–20.
2. Щербаков, С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. — Минск: БГУ, 2011. — 407 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НИТРИДИЗАЦИИ ПОВЕРХНОСТИ КРЕМНИЯ*

К. К. Абгарян, О. В. Володина, С. И. Уваров

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

В настоящее время методы многомасштабного моделирования широко применяются для изучения статических и динамических процессов формирования многослойных материалов и покрытий. Одним из перспективных направлений в области моделирования гетерогенных процессов, в частности взаимодействия газов с поверхностью, являются методы молекулярной динамики [1]. Они позволяют проводить моделирование систем, состоящих из большого числа (порядка сотен тысяч, миллионов) атомов и обладают высоким пространственно-временным разрешением. Необходимо отметить, что благодаря все увеличивающимся мощностям современных высокопроизводительных вычислительных комплексов и параллельным технологиям стало возможным исследовать физико-химические процессы в гетерогенных средах начиная с атомно-кристаллического уровня, используя квантово-механические и квантово-химические расчеты. Применение методов многомасштабного моделирования позволяет определять макро-характеристики рассматриваемых процессов и использовать такие подходы для решения широкого класса задач материаловедения, в частности исследовать вопросы получения устойчивых покрытий на поверхности твердых тел.

Доклад посвящен вопросам применения разработанных ранее подходов [2, 3] для решения задачи многомасштабного моделирования начальных этапов процесса нитридации поверхности Si(111) в потоке аммиака. Рассмотрен процесс адсорбции молекулы аммиака (NH_3) на поверхности полупроводника и процесс внедрения атома азота в его структуру с последующим формированием нитридизованного слоя Si_3N_4 .

Разработанная многомасштабная модель включает квантово-механический подход, на базе которого определялась атомно-кристаллическая структура взаимодействующих веществ, рассчитывалась когезионная энергия и координаты базисных атомов поверхности кремния и молекулы аммиака. Для моделирования динамического процесса нитридации поверхности применялся молекулярно-динамический (МД) подход. Существенно учитывались не только кристаллическая структура, химический состав, но и тип химической связи во взаимодействующих материалах. При МД-моделировании использовались два вида потенциалов межатомного взаимодействия — двухпараметрический потенциал Леннарда–Джонса для молекулы NH_3 и многопараметрический потенциал Терсоффа [4] для Si и Si_3N_4 . Для каждого

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №14-11-00782.

из них решалась задача параметрической идентификации [1, 2] с учетом химического состава и структурных свойств моделируемого вещества. Полученные данные использовались при формировании целевых функций (1), минимизация которых, позволила определить оптимальные наборы параметров потенциалов межатомного взаимодействия соответственно для Si, Si₃N₄ и молекулы NH₃, которые далее использовались для МД-моделирования процесса нитридации.

Так, для решения оптимизационной задачи определения набора параметров $\xi = \xi_1, \dots, \xi_m \dots$ потенциала Терсоффа для Si(Si₃N₄) была сформирована целевая функция (1):

$$F(\xi) = \omega_1(E_{coh}(\xi) - E_{coh}^{ipc})^2 + \omega_2(a(\xi) - a^{ipc})^2 + \omega_3(B(\xi) - B^{ipc})^2 + \\ + \omega_4(C'(\xi) - C'^{ipc})^2 + \omega_5(C_{44}(\xi) - C_{44}^{ipc})^2 + \omega_6(\zeta(\xi) - \zeta^{ipc})^2 \rightarrow \min. \quad (1)$$

Здесь $\omega_1, \dots, \omega_n$ — весовые коэффициенты, $E_{coh}(\xi)$ — когезионная энергия Si(Si₃N₄), рассчитанная с помощью потенциала Терсоффа, E_{coh}^{ipc} — когезионная энергия рассчитанная с помощью квантово-механического подхода, $a(\xi)$, $B(\xi)$, $C'(\xi)$, $C_{44}(\xi)$, $\zeta(\xi)$ постоянная решетки, объемный модуль упругости, модуль сдвига, постоянная эластичности, постоянная Клейнмана, а E_{coh}^{ipc} , a^{ipc} , B^{ipc} , C'^{ipc} , C_{44}^{ipc} , ζ^{ipc} — данные полученные с помощью квантово-механических расчетов.

Для расчета модулей сдвига, упругости и т. д. необходимо вычисление первой и второй производных от когезионной энергии $E_{coh}(\xi)$. Так как потенциал Терсоффа является сложной функцией, в данной работе для вычисления его производных применялась методика быстрого автоматического дифференцирования (БАД) [5]. Она позволяет использовать аналитический расчет производных сложных функций и получать точное решение, что имеет большие преимущества по сравнению с известными приближенными методами, такими как метод конечных разностей. Для решения оптимизационной задачи для однокомпонентных соединений, в том числе Si, необходимо было подобрать 10 параметров потенциала Терсоффа, в то время как для двухкомпонентных соединений (Si₃N₄) количество параметров возросло до 30. Для поиска минимума целевой функции использовался метод Granular Radial Search [6], Было показано, что При увеличении числа параметров целевой функции время вычислений существенно возрастает. Использование параллельных вычислений позволило существенно ускорить процесс определения оптимального наборов параметров потенциалов межатомного взаимодействия, минимизирующих целевую функцию.

Для численного интегрирования уравнений молекулярной динамики использовался метод скоростей Верле второго порядка точности. Его численная схема представляется оптимальной по соотношению точность–производительность. Для повышения производительности метода молекулярно-динамического моделирования было проведено его распараллеливание. Для того, чтобы не вычислять потенциальную энергию для каждого атома последовательно, алгоритм был распараллелен таким образом, чтобы разделить все атомы на блоки и каждый блок обрабатывать параллельно. При разработке программного обеспечения использовалась распараллеливание на графических процессорах и среда OpenCL.

Для визуализация полученных данных была построена компьютерная модель, оснащенная средствами трехмерной визуализации и анимации, что дало возможность создать пространственно-временные представления процесса нитридации поверхности кремния.

1. Абгарян К. К., Быков Н. В., Мутигуллин И. В. Применение параллельных вычислений и метода молекулярной динамики для моделирования роста многослойных полупроводниковых наноструктур // Материалы IX международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012), 25–31 мая 2012 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2012. — С. 457–459.
2. Абгарян К. К., Посыпкин М. А. Применение оптимизационных методов для решения задач параметрической идентификации потенциалов межатомного взаимодействия // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2014. — Т. 54, №12. — С. 1994–2001.
3. Абгарян К. К., Володина О. В., Уваров С. Математическое моделирование процессов формирования кластеров точечных дефектов в кремнии на базе молекулярно-динамического подхода // Известия вузов. Материалы электронной техники. — 2015. — №1. — С. 31–42.
4. Tersoff J. Empirical interatomic potential for silicon with improved elastic properties // Phys. Rev. B. — 1988. — V. 38. — P. 9902–9905.
5. Евтушенко Ю. Г. Оптимизация и быстрое автоматическое дифференцирование // Препринт ВЦ РАН. 2013 г. Москва. 144 с.
6. Powell D. Elasticity, Lattice Dynamics and Parameterisation Techniques for the Tersoff Potential Applied to Elemental and Type III-V Semiconductors: dis. — University of Sheffield, 2006.

ВАЛИДАЦИЯ ДИСКРЕТНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВНЕДРЕНИЯ НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

**К. К. Абгарян¹, Д. Л. Ревизников², А. А. Журавлев¹,
С. В. Елисеев³, В. Е. Смирнов³**

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия;
³НИМИ, Москва, Россия

Доклад посвящен отработке методики дискретно-элементного моделирования столкновительного взаимодействия ударника и преграды. Данный класс моделей, основанный на представлении ударника и преграды совокупностью плотно упакованных взаимосвязанных частиц [1], находит все более широкое применение в задачах высокоскоростного взаимодействия тел. В работах [2, 3] рассмотрены вопросы применения дискретно-элементной модели к задаче внедрения металлических шаров в массивные преграды. Использование технологий распараллеливания вычислений на графических процессорах в сочетании со средствами трехмерной визуализации и анимации результатов позволило получить детальные пространственно-временные картины процесса внедрения.

Важнейшим вопросом, решаемым в ходе отработки методики дискретно-элементного моделирования, является определение структуры и параметров потенциалов межатомного взаимодействия. На основе сравнительного анализа данных вычислительных и физических экспериментов [4] было показано, что для широкого класса задач высокоскоростного внедрения достаточно высокая точность дискретно-элементного моделирования может быть достигнута с использованием двухпараметрического потенциала Леннарда–Джонса. При этом путем сравнения результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными была идентифицирована зависимость энергии межеlementной связи от динамической твердости материалов [2, 3]. Использование построенной таким образом дискретно-элементной модели позволило достаточно точно описать наблюдаемые в экспериментах [4] процессы внедрения ударника в преграду в диапазоне скоростей взаимодействия 500–2500 м/с.

В настоящей работе проводится сравнение результатов дискретно-элементного моделирования с экспериментальными данными по пробитию высокопрочных преград стальными ударниками.

Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных данных показал достаточно высокую точность дискретно-элементного моделирования для широкого диапазона толщин преград рассматриваемого класса — для тонких, пробиваемых с сохранением цельности деформируемого ударника, преград, для преград средней толщины, пробиваемых с практически полной дефрагментацией ударника на выходе из преграды, а также для непробиваемых насквозь преград.

1. Кривцов А. М. Деформирование и разрушение твердых тел с микроструктурой. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 304 с.
2. Абгарян К. К., Журавлев А. А., Загордан Н. Л., Ревизников Д. Л. Дискретно-элементное моделирование внедрения шара в массивную преграду // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, № 1. — С. 71–79.
3. Абгарян К. К., Журавлев А. А., Ревизников Д. Л. Параметрическая идентификация потенциала межчастичного взаимодействия в задаче дискретно-элементного моделирования высокоскоростного внедрения шара в преграду // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 31–32.
4. Златин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. — М.: Наука, 1974. — 344 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ

В. С. Аbruков¹, А. А. Чернов^{2,3}

¹ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия; ²ИХКГ СО РАН, Новосибирск, Россия;

³СГУГиТ, Новосибирск, Россия

Более глубокое управления горением в двигателях, разработка микрогорелок и персональных турбин построенных по MEMS технологии, разработка камер сгорания постоянной кривизны пламени требуют изучения условий стабилизации фронта пламени на микроуровне, когда возникают участки фронта пламени размером несколько миллиметров, где скорость горения из-за термодиффузионных условий может меняться более чем в 2 раза. Многостадийный механизм химических реакций, способный учесть все термодиффузионные условия, для расчета турбулентного пламени применить напрямую, как правило, не возможно. Для описания химических реакций в пламени используются известную технологию Flamelet или прямой учет зависимости удельной массовой скорости от дивергенции направления [1]. Однако это не всегда приводит к успеху, даже в упрощенном случае. Например, на рис. 1 показаны результаты моделирования стационарного ламинарного конусного пламени (а) и эксперимента (б) в виде градиентов скорости газа, из которых видно, что форма пламени значительно отличается.

Нами разработан оригинальный метод нахождения и учета в численных расчетах зависимости скорости распространения пламени от газодинамических условий [2]. Средства Data Mining (DM) к на основе экспериментальных данных о зависимости скорости горения от состава, температуры, давления, кривизны и растяжения пламени позволяют создавать многофакторные вычислительные модели горения в раз-

личных условиях. Причем эти модели позволяют решать как прямые, так и обратные задачи. Блок ДМ подключается в качестве подпрограммы и может значительно ускорить и повысить точность численных расчетов реальных камер сгорания. ДМ включает в себя такие средства, как «деревья решений», искусственные нейронные сети (ИНС), самоорганизующиеся карты Кохонена. ИНС играют ведущую роль при создании многофакторных вычислительных моделей, которые позволяют решать прямые и обратные задачи. На рис. 2 в виде скриншотов экрана показан пример создания многофакторной вычислительной модели взаимосвязи скорости пламени от длины Маркштейна, кривизны и стехиометрического соотношения.

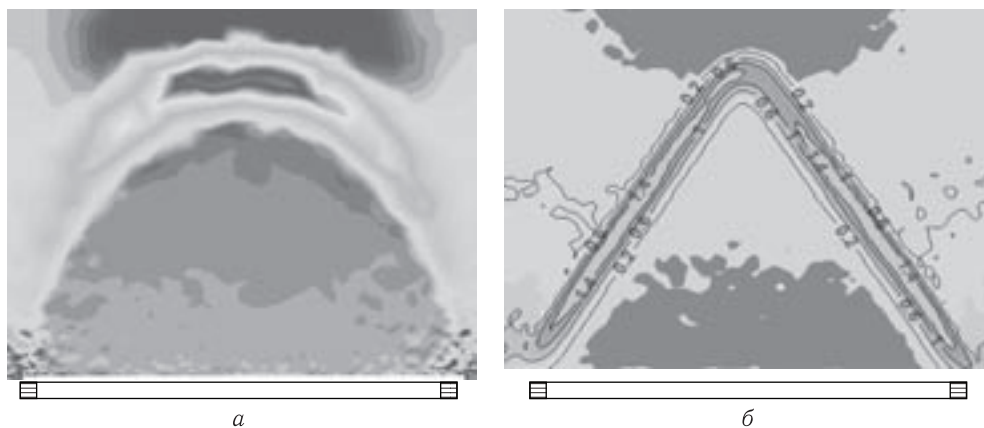


Рис. 1. Градиенты скорости газа в ламинарном конусном пламени, полученные в результате моделирования (а, сетка 12 млн) и в эксперименте (б)

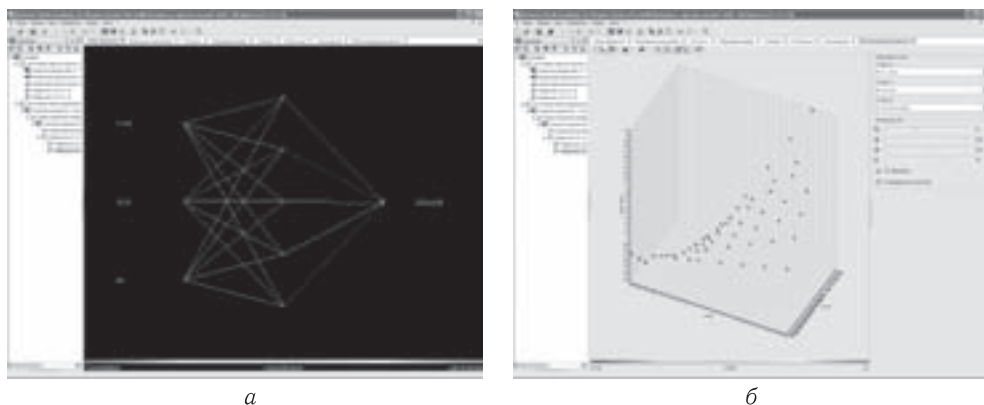


Рис. 2. Пример интерфейса при создании вычислительной модели многофакторной зависимости скорости распространения пламени от длины маркштейна, кривизны и стехиометрического соотношения с помощью искусственной нейронной сети (а) и графический вид одного из результатов вычисления с помощью ИНС-модели (б)

Построенная ИНС-модель может одновременно аппроксимировать экспериментальные данные и результат моделирования с помощью скелетного или полного детального механизма химических реакций. Возможно использование только экспериментальных данных. Также существует опция сравнения, позволяющая получить сведения в каких областях заданных параметров (зависимость скорости го-

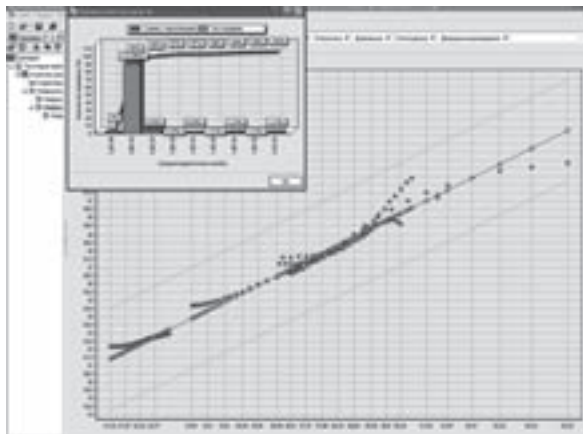


Рис. 3. Графический вид оценки качества модели

рения от стехиометрического коэффициента, давления, температуры, дивергенции направления и скорости и др.) экспериментальные и расчетные данные отличаются. Это позволяет выдвинуть соответствующие гипотезы о недостатках примененной модели горения. Скриншот изображения, описывающие экспериментальные данные и ИНС-модель, и полученная оценка качества модели горения приведен на рис. 3.

1. *Vladimir Zimont*. Unclosed Favre-averaged equation for the chemical source and an analytical formulation of the problem of turbulent premixed combustion in the flamelet regime // *Combust. Flame*. — 2014. — <http://dx.doi.org/10.1016/j.combustflame.2014.09.013>.
2. *Abrukov V. S., Karlovich E. V., Afanasyev V. N., Semenov Y. V., Abrukov S. V.* Creation of propellant combustion models by means of data mining tools // *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*. — 2010. — V. 9, No. 5. — P. 385–396.

К РАСЧЕТУ ВОЗМУЩЕНИЯ ПОЛЯ ТЕЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ КОМПЛЕКСНОГО ВАРИАНТА ПРОГРАММЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА*

А. К. Алексеев^{1,2}, А. Е. Бондарев³

¹РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия; ²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия; ³ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Для расчетов коэффициентов чувствительности в ряде работ используется метод «комплексного шага» [1–4]. Основной идеей этого подхода является расширение кода программы с действительных на комплексные переменные и возмущение комплексных частей решаемого уравнения. Формально этот метод основывается на разложении в ряд Тейлора аналитической (голоморфной) функции

$$f(x + ih) = f(x) + ih \, df/dx - h^2 d^2 f/dx^2 / 2! - ih^3 d^3 f/dx^3 / 3! + \dots$$

Мнимая часть этого разложения

$$df/dx = \text{Im}[f(x + ih)/h + h^2 d^3 f/dx^3 / 3!]$$

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №14-01-00769А, №16-01-00553А).

дает производную со вторым порядком точности, так как действительные члены погрешности первого порядка выпали. При дифференцировании по действительной переменной из аналогичного разложения

$$f(x+h) = f(x) + hf/dx + h^2 d^2f/dx^2/2! \dots$$

получим выражение первого порядка точности

$$df/dx = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + hd^2f/dx^2/2!,$$

имеющее, к тому же, в числителе маленькую разность больших чисел.

С технической стороны основной частью работы является перевод программы, написанной в действительных переменных в комплексные, заменой функций и операторов ввода/вывода. Это позволяет относительно легко модернизировать существующие коды. В работах [2–4] для двумерных и трехмерных течений с помощью этого подхода рассчитана чувствительность коэффициентов сопротивления и подъемной силы профиля к вариации некоторых геометрических параметров.

Представляет также интерес использование этого метода для расчета поля возмущений течения. В особенности это выглядит перспективным в качестве применения к методу коррекции погрешности [5] в котором в качестве возмущающего параметра использованы оценки погрешности аппроксимации и рассчитывается уточненное решение. Очевидным недостатком метода коррекции погрешности является попытка устранения схемной вязкости, играющей существенную конструктивную роль при решении уравнений Эйлера. С этой точки зрения метод комплексного возмущения может иметь определенные преимущества.

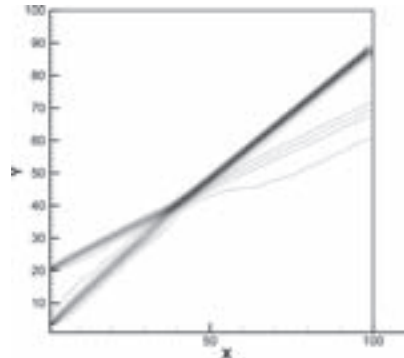


Рис. 1

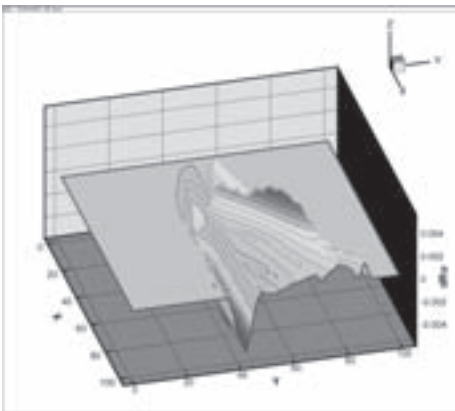


Рис. 2

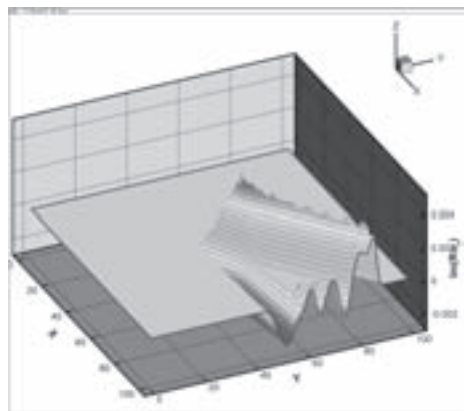


Рис. 3

В данной работе представлено сравнение метода «комплексного шага» и метода коррекции погрешности на примере двумерных уравнений Эйлера. Нас здесь интересует дифференциал Гато решения системы уравнений Эйлера по направ-

лению, совпадающему с вектором погрешности аппроксимации. Соответственно, для полной работоспособности этого подхода необходимо, чтобы существовало расширение уравнений Эйлера на комплексное пространство, и их решение имело комплексную производную (голономно) в каждой точке по отношению к источникам. Однако, даже в отсутствие информации о голомонности можно показать, что мнимая часть решения соответствует решению уравнений для возмущения.

В качестве тестового примера рассмотрено взаимодействие ударных волн VI типа по классификации Edney [6]. Расчеты проведены с помощью метода [7], программа реализована на языке Фортран-90. На рис. 1 представлены изолинии плотности для параметров $M = 4$, и двух углов клина $\alpha_1 = 10^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$, генерирующих скачки уплотнения.

Для некоторого тестового случая (содержащего источник тепла в поле течения) на рис. 2 представлено поле возмущения, полученное в действительном случае, на рис. 3 представлена комплексная часть возмущения, что позволяет сравнить эти два подхода.

1. Lyness J. N., and Moler C. B. Numerical Differentiation of Analytic Functions // SIAM Journal on Numerical Analysis. — 1967. — V. 4, No. 2. — P. 202–210.
2. Anderson W. K., Newman J. C., Whitfield D. L., and Nielsen E. J. Sensitivity analysis for Navier-Stokes equations in unstructured meshes using complex variables // AIAA Journal, 39(1):56-63, 2001.
3. Martins J. R. R. A., Sturdza P., and Alonso J. J. The Connection Between the Complex-Step Derivative Approximation and Algorithmic Differentiation // AIAA-2001-0921. — P. 1–11.
4. Nielsen E. J. and Kleb W. L. Efficient construction of discrete adjoint operators on unstructured grids using complex variables // AIAA J. — 2006. — V. 44, No. 4. — P. 827–836.
5. Linss T., Kopteva N. A Posteriori Error Estimation for a Defect-Correction Method Applied to Convection-Diffusion Problems // Int. J. of Numerical Analysis and Modeling. — 2009. — V. 1, No. 1. — P. 1–16.
6. Боровой В. Я. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. — М.: Машиностроение, 1983. — 141 с.
7. Sun M., Katayama K. An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations // JCP. — 2003. — V. 189. — P. 305–329.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ*

М. Н. Афанасьева, Е. Б. Кузнецов

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается численное решение нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом вида:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= f(x, y(x), y(x - \tau)), \quad x \in [a, b], \\ \bar{y}(x) &= \varphi(x), \quad a \in [a - \tau, a], \\ \tilde{y}(b) &= y_b, \\ \bar{y}(x): \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^m, \quad \tilde{y}(b): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^k, \quad G(\bar{y}(x), \tilde{y}(b)): \mathbb{R}^{m+k} \rightarrow \mathbb{R}^n,\end{aligned}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-08-00943).

где $y(x) = (y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x))$ — искомая функция, $\tau > 0$ — аргумент запаздывания, $f: \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}^n$ — достаточно гладкая функция своих аргументов, на множестве $E_0 = \{x \leq a \mid \exists x_1 > a, x_1 - \tau = x\}$ задана достаточно гладкая функция $\varphi(x)$, y_b — значение функции на правом конце интервала интегрирования.

Затрагиваются вопросы нахождения параметра пристрелки более точными методами, нахождения нескольких возможных значений параметра пристрелки, а также нахождения параметра в случае решения сингулярно возмущенных уравнений.

Для решения краевой задачи используется метод стрельбы (пристрелки), который заключается в сведении решения краевой задачи к решению последовательности задач Коши для той же системы путем ввода параметра. Таким образом, задача сводится к нахождению введенного параметра. Его можно находить одним из численных методов решения нелинейных уравнений. При нахождении параметра «пристрелки» методом Ньютона необходимо выбрать начальное приближение достаточно близко к корню, что зачастую затруднительно. Поэтому в уравнение для нахождения параметра «пристрелки» вводится дополнительный параметр и уравнение решается методом продолжения по параметру в форме Лаэя. Однако, если кривая решений содержит предельные точки, метод продолжения в форме Лаэя не всегда позволяет найти все возможные решения, и тогда для нахождения решения лучше использовать метод нахождения по наилучшему параметру. Тогда решение строится, продвигаясь по последовательности значений введенного наилучшего параметра.

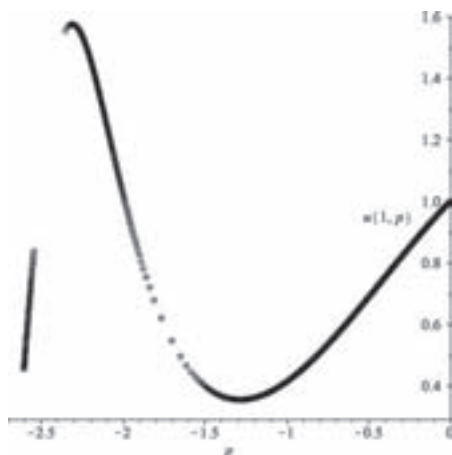


Рис. 1. График функции $u(1, p)$, $p_0 = 0,21$

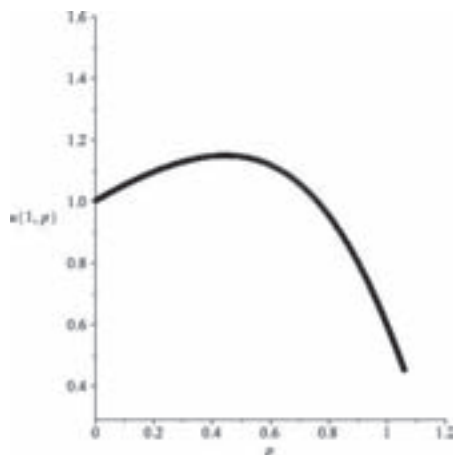


Рис. 2. График функции $u(1, p)$, $p_0 = 0,21$

На каждом шаге метода стрельбы задача Коши решается с помощью метода Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Для отыскания значения функции на предыстории используется метод интерполяции в форме Лагранжа по трем точкам.

Так, для системы

$$\begin{cases} \varepsilon u(x)'' = u(x) - u(x - \tau)^4, \\ u(x) = \cos(x), \quad x \in [0 - \tau, 1], \\ u(1) = 0,45, \end{cases}$$

где $\tau = 0,02$, $\varepsilon = 0,05$ найдены все возможные решения с помощью наилучшей параметризации. На рис. 1 и 2 показано поведение функции $u(y_b, p)$ при найденных значениях параметра «пристрелки» p .

Таким образом, в случае решения системы сингулярно возмущенных уравнений метод стрельбы с использованием метода продолжения по наилучшему параметру для отыскания значения параметра «пристрелки» возможно найти все возможные решения с необходимой точностью, другие же методы не всегда позволяют найти все решения.

1. Красносельский А. М., Вайникко Г. М., Забрейко П. П. и др. Приближенное решение операторных уравнений. — М.: Наука, 1969. — 456 с.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Наука, 1987. — 600 с.
3. Каменский Г. А., Скубачевский А. Л. Линейные краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений. — М.: Изд-во МАИ, 1992. — 190 с.
4. Красников С. Д., Кузнецов Е. Б. Параметризация численного решения краевых задач для нелинейных дифференциальных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2005. — Т. 45, №12. — С. 2148–2158.
5. Шалашилин В. И., Кузнецов Е. Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 224 с.
6. Kuznetsov E. B. Optimal parametrization in numerical construction of curve // Journal of the Franklin Institute. — 2007. — V. 344. — P. 658–671.

АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП БЕЗ КРУЧЕНИЯ С ЗАДАНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРЯМЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ*

Е. А. Благовещенская¹, В. В. Гарбарук¹, Д. С. Кунец²

¹ПГУПС, Санкт-Петербург, Россия; ²СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Традиционным инструментом исследований в фундаментальной и прикладной алгебре является разложение аддитивных структур в прямую сумму неразложимых объектов. Для абелевых групп без кручения, естественно определяемых как аддитивные подгруппы элементов линейного пространства над полем рациональных чисел Q , такие разложения определяются неоднозначно. Простота определения этих групп обеспечивает их присутствие во многих прикладных исследованиях, а сложность строения создает препятствия в связанных с ними вычислениях. Этим обстоятельством объясняется актуальность данного алгоритмического подхода, позволяющего выявить многие структурные характеристики группы с определенными параметрами двух ее различных прямых разложений.

Рассматривается класс групп без кручения конечного ранга специального вида, а именно, почти вполне разложимых групп с циклическим регуляторным фактором. Это означает, что группа X содержит вполне разложимую подгруппу, так называемый «регулятор», так что X/A является конечной циклической группой. Напомним, что вполне разложимая группа представляет собой прямую сумму различных подгрупп группы Q .

Пусть $n = r_1 + r_2 + \dots + r_s = l_1 + l_2 + \dots + l_t$, $1 < s, t < n$, — два разбиения натурального числа n в суммы натуральных слагаемых. Известно [1], что для того, чтобы существовала абелева группа без кручения ранга n из этого класса, допускающая как разложение в прямую сумму неразложимых слагаемых рангов $r_1, r_2, \dots, r_s$, так и разложение в прямую сумму неразложимых слагаемых ран-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-01-00660а).

гов $l_1, l_2, \dots, l_t$, необходимо и достаточно, чтобы $r_i \leq n - t + 1$ для всех $i \leq s$ и $l_j \leq n - s + 1$ для всех $j \leq t$.

В работе предложен алгоритм построения группы X из этого класса с заранее заданными параметрами n, r_i, l_j , где $i \leq s$ и $j \leq t$, которые удовлетворяют вышеперечисленным условиям. Это позволяет вычислить определенные параметры, характеризующие регулятор группы A и фактор-группу по нему X/A , а также сделать выводы о возможности прямых разложений группы X другими способами.

1. *Благовецкая Е. А.* Почти вполне разложимые абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. — СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2009.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ*

Е. М. Будкина, Е. Б. Кузнецов

МАИ, Москва, Россия

1. Введение. Рассматривается краевая задача для систем интегродифференциально-алгебраических уравнений [1]:

$$\Phi\left(t, u(t), u'(t), \int_{t_0}^t K[\xi, u(\xi)]d\xi\right) = 0, \quad (1.1)$$

$$G(t, u(t)) = 0, \quad (1.2)$$

$$b(u(t_0), u(T)) = 0, \quad (1.3)$$

$$t \in [t_0, T], \quad u(t) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^N.$$

Здесь вектор-функция $\Phi(t, u(t), u'(t), \int_{t_0}^t K[\xi, u(\xi)]d\xi)$ — в общем случае нелинейная интегродифференциальная составляющая системы, вектор-функция $G(t, u(t))$ — алгебраическая составляющая системы, вектор-функция $b(u(t_0), u(T))$ — определяет граничные условия. Требуется найти $u(t)$ на отрезке $t \in [t_0, T]$.

В дальнейшем предполагается, что функции F, G, b удовлетворяют на $t \in [0, T]$ таким условиям, при которых решение задачи (1.1)–(1.3) существует.

При отсутствии интеграла задача (1.1)–(1.3) является краевой задачей для системы дифференциально-алгебраических уравнений. Численному решению таких систем посвящен ряд работ, например, [2, 3]. В работе [4] рассмотрено решение таких задач с позиции продолжения по наилучшему параметру.

В настоящей работе рассматривается метод продолжения по наилучшему параметру в качестве численного метода решения краевой задачи для системы интегродифференциально-алгебраических уравнений.

2. Параметризация задачи. Пусть система (1.1) приводима к нормальному виду. Введем новые переменные, тогда исходная система (1.1)–(1.3) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(t, x, y, z), \quad \frac{dz}{dt} = F\left(t, x, y, z, \int_{t_0}^t K[\xi, x(\xi), y(\xi), z(\xi)]d\xi\right), \\ G(t, x, y, z) &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$b(x(t_0), y(t_0), z(t_0), x(T), y(T), z(T)) = 0,$$

$$t \in [t_0, T], \quad x(t) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^k, \quad y(t) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^l, \quad z(t) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^m.$$

Здесь $x(t)$ — новая переменная, не имеющая дифференциальной составляющей.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-08-00943).

На концах отрезка $t \in [t_0, T]$ должны выполняться условия согласования

$$\begin{cases} G(t_0, x(t_0), y(t_0), z(t_0)) = 0, \\ G(T, x(T), y(T), z(T)) = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Выполним параметризацию задачи, для этого введем параметр λ — наилучший аргумент, такой, что: $t = t(\lambda)$, $x = x(\lambda)$, $y = y(\lambda)$, $z = z(\lambda)$.

Перепишем систему (2.1), преобразованную к наилучшему аргументу λ , в дискретном виде:

$$\begin{aligned} & (y^{(i+1)} - y^{(i)}) - f^{(i)}(t^{(i+1)} - t^{(i)}) = 0, \\ & (z^{(i+1)} - z^{(i)}) - F^{(i)}(t^{(i+1)} - t^{(i)}) = 0, \\ & G(t^{(i+1)}, x^{(i+1)}, y^{(i+1)}, z^{(i+1)}) = 0, \\ & \sum_{j=1}^k (x_j - x_j^{(i)})^2 + \sum_{j=1}^l (y_j - y_j^{(i)})^2 + \sum_{j=1}^m (z_j - z_j^{(i)})^2 + (t - t^{(i)})^2 - \Delta\lambda^2 = 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где

$$\begin{aligned} f^{(i)} &= f(t^{(i)}, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}), \\ F^{(i)} &= F(t^{(i)}, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, S^{(i)}), \\ S^{(i)} &= \int_{t_0}^{t^{(i)}} K[\xi, u(\xi)] d\xi \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (K^{(i)} + K^{(i-1)})(t^{(i)} - t^{(i-1)}). \end{aligned}$$

Таким образом, на каждом шаге по λ получаем систему из $(k + l + m + 1)$ -го нелинейного уравнения, которая может быть решена каким-либо итерационным численным методом, например методом Ньютона с начальными условиями (1.3). Краевая задача решается методом пристрелки.

3. Численные исследования.

Пример 1. Рассмотрим краевую задачу для линейной системы интегродифференциально-алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= 2x(t) - 3y_2(t) - 2\sin t - \cos t + 1 + \int_0^t [y_1(\xi) - x(\xi)] d\xi, \\ \frac{dy_2}{dt} &= -y_1(t) + 2x(t) - 2y_2(t), \\ x(t) - y_1(t) - \sin t &= 0, \\ y_1(0) = 1, \quad x(0) = 1, \quad y_2(\pi/2) &= -e^{\pi/2} + 4e^{-\pi/2} + 2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Данная задача имеет точное решение

$$\begin{aligned} y_1(t) &= -3e^t + 4e^{-t} + 3\sin t, \\ y_2(t) &= -e^t + 4e^{-t} - \cos t + 2\sin t, \\ x(t) &= -3e^t + 4e^{-t} + 4\sin t. \end{aligned}$$

Задача (3.1) решалась при помощи метода дискретного продолжения по параметру (2.3) с постоянным шагом $\Delta\lambda = 0,01$. Преобразованная задача решалась методом стрельбы. Начальные условия для метода стрельбы с учетом условия согласования (2.2): $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = p$, $x(0) = 1$, $t(0) = 0$. Граничные условия:

$y_2(\pi/2) = -e^{\pi/2} + 4e^{-\pi/2} + 2$, $t(\pi/2) = \pi/2$. Среднеквадратичное отклонение вычисленных значений от точного решения составило 0,018. Также было получено решение краевой задачи для нелинейной системы интегродифференциально-алгебраических уравнений.

1. Кузнецов Е. Б. Некоторые приложения метода продолжения решения по наилучшему параметру. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — 160 с.
2. Kunkel P., Merhmann V. Differential-Algebraic Equations. Analysis and Numerical Solution. — European Mathematical Society, 2006.
3. März R. On difference and shooting methods for boundary value problems in differential-algebraic equations // ZAMM Journal of applied mathematics and mechanics: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. — 1984. — V. 64, No. 11. — P. 463–474.
4. Будкина Е. М., Кузнецов Е. Б. Решение краевых задач для дифференциально-алгебраических уравнений // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 44–46.

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МЕТОДИКА СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК*

Н. В. Быков^{1,2}, Н. С. Власова¹

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;

²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

В настоящей работе предложен новый метод автоматизированного поиска рациональных параметров баллистических установок (БУ) с гидродинамическим эффектом на основе генетического алгоритма. Эволюционные алгоритмы в последние годы находят все более широкое применение при решении практических инженерных задач [1].

Для описания горения порохов в БУ широкое распространение получили термодинамические и газодинамические модели. Наиболее современным подходом является рассмотрение газопороховой смеси как двухфазной гетерогенной [2]. При этом принимаются следующие допущения: пороховые частицы представляют собой несжимаемую конденсированную фазу, газ является несущей фазой, массовыми силами можно пренебречь, а конденсированные частицы друг с другом не взаимодействуют. Система уравнений замыкается набором определяющих соотношений, которые использованы в работе [3] при описании классической пороховой схемы метания. Для численного решения рассматриваемой задачи в силу наличия перемещающихся во времени контактных границ удобно пользоваться подвижной сеткой. В процессе решения использовалась двухшаговая конечно-объемная схема типа предиктор-корректор. При этом параметры на границах ячеек определяются из решения задачи о распаде разрыва с использованием процедуры AUSM+.

Задача оптимизации при этом ставится следующим образом: требуется определить параметры системы, при которых достигается максимально возможная дульная скорости при заданных ограничениях.

Традиционным методом учета ограничений при реализации генетических алгоритмов является метод штрафов [4]. Этот метод реализуется следующим образом.

*Работа поддержана грантом РФФИ №16-38-00948мол_а.

Пусть требуется найти максимум функции $f(\mathbf{x})$ при ограничениях $g_i(\mathbf{x}) \leq g_i^{\max}$. Тогда может быть синтезирован следующий глобальный скалярный критерий:

$$\psi(x) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^N \gamma_i (g_i^{\max} - g_i(\mathbf{x})) \rightarrow \max;$$

$$\gamma_i = \begin{cases} \gamma_i, & g_i > g_i^{\max}; \\ 0, & g_i \leq g_i^{\max}. \end{cases}$$

Таким образом, при превышении допустимой границы i -м ограничением от оптимизируемой функции отнимается величина, пропорциональная этому превышению («штраф»).

Рассмотрим задачу нахождения максимальной дульной скорости при ограничении на максимальное давление в канале и конусе при варьировании следующих параметров: длины конического участка (x_1), начальной длины деформируемого поршня (x_2), выходного диаметра ствола (x_3), массы инерционного поддона (x_4) и массы метаемого тела (x_5). Критерий оптимальности выглядит следующим образом:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} V_0(\mathbf{x}) - \gamma(p_{\max}(\mathbf{x}) - p_{\max,0}), & p_{\max}(\mathbf{x}) > p_{\max,0}; \\ V_0(\mathbf{x}), & p_{\max}(\mathbf{x}) \leq p_{\max,0}. \end{cases}$$

Вектор параметров задачи $\mathbf{x}$ нормирован на единицу.

Коэффициент γ определяется исходя из размера проигрыша в дульной скорости эквивалентного превышению допустимого предела максимального давления $p_{\max,0}$ на единицу.

Рассматривается решение задачи на примере модельной БУ с гидродинамическим эффектом, смонтированной на базе БУ Д-81 со следующими параметрами: диаметр камеры 159 мм; калибр разгонного участка 125 мм; длина камеры 1,19 м; длина ствола 5,2 м; масса порохового заряда 9,845 кг; сила пороха $f = 1,026$ МДж/кг.

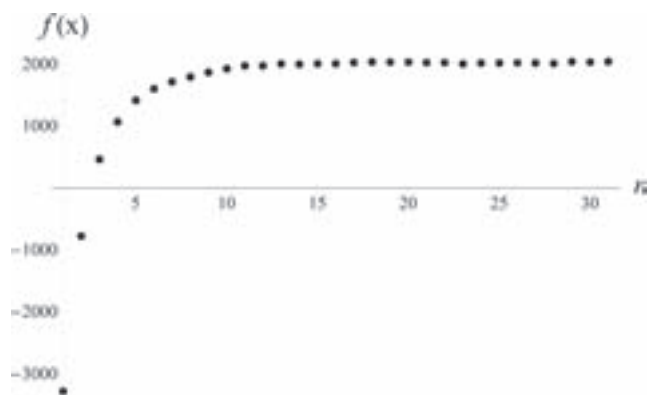


Рис. 1. Значение целевой функции скорости в зависимости от номера поколения

Значение средней целевой функции поколения в зависимости от номера поколения показано на рис. 1. Видно, что на первых поколениях оптимизация идет достаточно быстрыми шагами в течение приблизительно пяти поколений, после чего темп замедляется и приблизительно после 15-го поколения выходит на плато. Причем постоянного выхода на плато в генетическом алгоритме обеспечить нельзя, поскольку происходит «встряска» параметров, обусловленная мутацией.

Дульная скорость в результате оптимизации составила 2041 м/с, максимальное давление в канале ствола 997,23 МПа = 0,99 ГПа, что удовлетворяет введенному ограничению.

1. Genetic Algorithms for Applied CAD Problems / V. M. Kureychik, S. P. Malyukov, V. V. Kureychik, A. S. Malyukov. — Springer, 2009. — 253 p.
2. Семенов И. В., Уткин П. С., Ахмедьянов И. Ф., Меньшов И. С. Применение многопроцессорной вычислительной техники для решения задач внутренней баллистики // Вычислительные методы и программирование. — 2011. — Т. 12. — С. 183–193.
3. Быков Н. В., Нестеренко Е. А. Анализ и сравнение вычислительных кодов для решения задачи внутренней баллистики на примере тестовой задачи AGARD // Оборонная техника. — 2015. — №2. — С. 21–36.
4. Deb K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 186 (2000). P. 311–338.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ В ТУННЕЛЯХ НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВОГО ПОДХОДА*

А. Н. Васильев, Т. Т. Каверзнева, Т. В. Лазовская, Д. А. Тархов

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Загрязнение воздушной среды обитания человека сокращает продолжительность его жизни, приводит к целому ряду серьезных заболеваний. В своей профессиональной деятельности человек подвергается еще большему числу вредных производственных факторов, что постоянно требует разработки дополнительных мер защиты, которые невозможно проводить без научно-исследовательских и расчетных работ.

При строительстве подземных сооружений, туннелей различного назначения (например, подземных автомобильных и железнодорожных магистралей) одной из наиболее важных задач по обеспечению безопасности проводимых работ является контроль показателей воздушной среды, которая может быть загрязнена источниками различного происхождения. Нормализация воздушной среды, в основном, решается использованием рациональной системы вентиляции. Однако на стадии строительства и эксплуатации может возникнуть необходимость проведения ряда работ, например, ремонтных, в условиях отсутствия вентиляции или ее отключения.

В работе продолжается исследование задачи по распространению вредных веществ от источника загрязнения, расположенного в глубине туннеля, позволяющей по концентрации вредного вещества на выходе определять распределение зон опасных концентраций по туннелю [1].

Рассматривается задача идентификации, возникающая при экологическом прогнозировании состояния воздушной среды в туннеле, основой которого служит уравнение диффузии в движущейся среде: пусть концентрация загрязняющего вещества $\Phi = \Phi(x, t)$ в области $I = [0; L] \subset \mathbb{R}$ в момент времени $t \in (0; T)$ удовлетворяет следующей начально-краевой задаче:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \sigma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \tau \Phi = P, \quad \Phi(x, 0) = \Phi_0(x), \quad \Phi(0, t) = \Phi_1(t).$$

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты №14-01-00660 и №14-01-00733).

Здесь функция $P(x, t) = \sum_{s=1}^k p_s(t) \delta_s(x; x_s)$ характеризует мощность источников загрязнения, $p_s(t)$ — мощность s -го источника загрязнения, распределенного в окрестности x_s с плотностью $\delta_s(x; x_s)$, u — скорость, σ — коэффициент турбулентной диффузии, $\tau > 0$ — параметр, определяющий интенсивность поглощения загрязняющего вещества вследствие его уноса, осаждения, химических реакций и др. Предполагается, что начальные загрязнения на всем протяжении туннеля отсутствуют $\Phi_0(x) = 0$, $0 \leq x \leq L$. На входе в туннель загрязнения нет $\Phi_1(t) = 0$, $0 \leq t \leq T$.

Отметим, что заменой $\Phi(x, t) = \exp(ax + bt)U(x, t)$, $P(x, t) = \exp(ax + bt)Q(x, t)$, где $a = u/2\sigma$, $b = -\tau - u^2/4\sigma$, дифференциальное уравнение может быть преобразовано в уравнение теплопроводности $\partial U/\partial t - \sigma \partial^2 U/\partial x^2 = Q$ с соответствующими начальными-краевыми условиями на функцию U : $U(x, 0) = U_0(x) = 0$, $U(0, t) = U_1(t) = 0$.

Заметим, что задание краевых условий вида

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\Phi - \frac{u}{2\sigma}\Phi\right)(L, t) = 0$$

в конце туннеля привело бы для функции U к однородному условию Неймана

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}U\right)(L, t) = 0.$$

Далее будет рассматриваться преобразованная задача для U . Координаты x, t при этом нормируются так, что $L = 1$, $T = 1$. Задачи в предложенной постановке, когда часть краевых условий в конце туннеля и мощность источников не указаны, являются плохо поставленными — нуждаются в дополнительных данных.

Предположим, что вместо недостающих условий известны данные экспериментальных наблюдений $U(x_j, t_j) = \varphi_j$, $j = 1, \dots, m$, получаемые с некоторого набора датчиков. Задача состоит в нахождении приближенного решения задачи — функции U , а также восстановлении функции Q . Другой вариант постановки задачи идентификации — восстановление начальных условий — рассматривался в публикациях [2, 3]. Предлагаемый нами подход [4] позволяет объединить разнородную информацию о системе в нейросетевой модели, использовать регуляризующие свойства нейронных сетей при решении обратных и некорректно поставленных задач.

Приближенное решение задачи идентификации может быть найдено в виде выходов системы из двух искусственных нейронных сетей заданной архитектуры

$$U(x, t; \sigma) = \sum_{i=1}^{N_1} c_i g_i(x, t; \sigma, \mathbf{a}_i), \quad Q(x, t) = \sum_{i=1}^{N_2} d_i h_i(x, t; \mathbf{b}_i),$$

веса которых — линейно входящие параметры c_i , d_i и нелинейно входящие параметры $\mathbf{a}_i$, $\mathbf{b}_i$ — определяются в процессе поэтапного обучения сети на основе минимизации функционала ошибки вида

$$J = \sum_{j=1}^M \left(\frac{\partial U}{\partial t} - \sigma \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - Q \right)^2(x_j, t_j) + \lambda_0 \sum_{j=1}^{M_0} U^2(x_j, 0) + \lambda_1 \sum_{j=1}^{M_1} U^2(0, t_j) + \lambda \sum_{j=1}^m (U(x_j, t_j) - \varphi_j)^2.$$

Здесь $\{(x_j, t_j)\}_{j=1}^M$ — периодически регенерируемые пробные точки в области $[0; 1] \times [0; 1]$, $\{(x_j, 0)\}_{j=1}^{M_0}$, $\{(0, t_j)\}_{j=1}^{M_1}$ — пробные точки на участках границы; $\lambda_k > 0$ — штрафные параметры.

В рассматриваемой задаче моделирования загрязнения воздушной среды в туннелях оценка концентрации в основной части туннеля важнее идентификации источника, поэтому можно находить нейросетевое приближение к функции U , минимизируя функционал J , у которого в первом слагаемом отсутствует источник Q . При этом первая сумма берется по пробным точкам из той части области изменения переменных, для которых известно, что $Q = 0$.

Для поставленной задачи были найдены аналитические решения (при заданных $Q(x, t)$ и добавленных краевых условиях в конце туннеля), которые были использованы при задании «измерений» φ_j . В качестве нейросетевых базисных элементов g_i предпочтительнее использовать функции, заранее удовлетворяющие уравнению диффузии, тогда из функционала ошибки можно исключить первое слагаемое [3]. Такой подход менее универсален, но позволяет получить более точное решение при меньшем числе базисных функций. Несущественная модификация методов [4] позволяет рассмотреть случай интервально заданных параметров.

1. *Тархов Д. А., Каверзнева Т. Т., Лазовская Т. В., Идрисова Д. И.* Нейросетевое моделирование распределения вредных веществ в тупиковом участке тоннеля // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.
2. *Васильев А. Н., Тархов Д. А.* Параметрические нейросетевые модели для уравнения теплопроводности. Классическая и неклассическая задачи // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012), 25–31 мая 2012 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2012.
3. *Васильев А. Н., Тархов Д. А.* О двух нейросетевых подходах к регуляризации решения задачи продолжения температурных полей по данным точечных измерений // Материалы VII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2008), Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2008.
4. *Васильев А. Н., Тархов Д. А.* Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. — 528 с.
5. *Тархов Д. А.* Нейросетевые модели и алгоритмы. — М.: Радиотехника, 2014. — 352 с.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ МНОГОКАНАЛЬНОГО ПОТОКА ИНФОРМАЦИИ

О. А. Галютин, В. Б. Галютин

МАИ, Москва, Россия

На практике часто приходится сталкиваться с системами, предназначенными для многоразового использования при решении однотипных задач. Возникающие при этом процессы получили название процессов обслуживания, а системы — системы массового обслуживания (СМО). Примерами таких систем могут служить: работа экстренных городских служб, самолеты в аэропорту, ожидающие разрешения на взлет/посадку, ремонтные мастерские и т. д.

Понятие СМО связано с явлением ожидания. Ожидание того или иного вида обслуживания является частью повседневной жизни. Во многих случаях явление ожидания сопровождается значительными потерями, которые могут быть как финансовыми, так и временными. Поэтому важную роль играет правильное планирование СМО, т. е. подбор оптимальных параметров, в результате которого время ожидания можно сократить до приемлемых пределов.

СМО — это система, которая производит обслуживание поступающих в нее требований. Обслуживание требований в СМО производится в так называемых каналах обслуживания. Классическая СМО содержит от 1 до бесконечного числа каналов. Если в СМО есть возможность ожидания поступающих требований, то имеет место так называемая СМО с очередью. То есть имеется емкость для буферизации поступающих требований. Причем, как правило, емкость этого буфера ограничена (что означает, что число требований в очереди ограничено некоторым заданным числом).

Предметом теории массового обслуживания является построение математических моделей, связывающих заданные условия работы СМО (число каналов, их производительность, характер потока заявок и т. п.) с показателем эффективности СМО, описывающими ее способность справляться с потоками заявок.

Рассмотрим ремонт сложной техники, например самолетных двигателей. Двигатели, перед поступлением на ремонтный стенд проходят тестирование. Если все стенды заняты — двигатель ожидает своей очереди, находясь в цехе. Когда ремонт очередного двигателя закончен, двигатель из очереди сразу поступает на ремонтный стенд. Так как место в цехе ограничено — перед завозом двигателя осуществляется запрос о возможности обслуживания. Если в цехе нет свободного места — двигатель уходит на ремонт на другой завод.

В данной задаче двигатели, поступающие для ремонта, являются требованиями. В качестве каналов обслуживания рассмотрим ремонтные стенды, на которых непосредственно происходит ремонт двигателя. Перед прохождением ремонта двигатель проходит тестирование, т. е. ожидает ремонта, находясь в очереди. В случае если ремонт очередного двигателя закончен, двигатель (требование) из очереди сразу поступает в канал обслуживания и проходит необходимые тестовые операции уже в канале. Если в очереди нет свободного места — требование получает отказ.

Рассматривается n -канальная СМО, на вход которой поступает простейший поток требований с интенсивностью λ . Время обслуживания в каждом канале распределено по экспоненциальному закону с параметром μ (интенсивность процесса обслуживания). Максимальная длина очереди ограничена числом m . Если хотя бы один канал свободен, то пришедшее требование сразу поступает на обслуживание. Когда каналы заняты, пришедшее требование становится в очередь. Если же в очереди уже находятся m требований, то вновь пришедшее требование получает отказ в обслуживании и покидает систему. Происходит потеря требования.

Обозначим $K(t)$ — число требований, находящихся в СМО в момент времени t . Для описания процесса $K(t)$ необходимо знать вероятности $P_k(t) = P\{K(t) = k\}$, где $0 \leq k \leq n + m$.

В данной системе процесс $K(t)$ можно рассматривать как процесс размножения и гибели. В результате вероятности состояний системы описываются следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \frac{dP_k(t)}{dt} &= -(\lambda + k\mu)P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + (k+1)\mu P_{k+1}(t); \\ &1 \leq k \leq n-1, \\ \frac{dP_k(t)}{dt} &= -(\lambda + n\mu)P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + n\mu P_{k+1}(t); \\ &n \leq k \leq n+m-1, \\ \frac{dP_{n+m}(t)}{dt} &= -n\mu P_{n+m}(t) + \lambda P_{n+m-1}(t). \end{aligned} \right\}$$

В данной работе для решения системы дифференциальных уравнений используется численный метод интегрирования на ЭВМ с помощью известного метода Рунге–Кутты.

Исследуемая СМО имеет конечное число состояний и, следовательно, при достаточно длительном функционировании должна входить в режим статистического равновесия. Этот режим, как известно, характеризуется стационарным распределением вероятностей, не зависящим от начальных условий: $\lim_{t \rightarrow \infty} P_k(t) = P_k$ для всех $k = 0, 1, \dots, n + m$.

Для тех СМО, период функционирования которых столь велик, что большую его часть они находятся в состоянии статистического равновесия, бывает достаточно ограничиться стационарным распределением вероятностей и, исходя из него, вычислить все показатели эффективности СМО.

Для нахождения оптимальных параметров СМО используется метод простого перебора, а так же один из методов нелинейной оптимизации — метод штрафных функций. Для немарковских СМО оптимальные параметры могут быть получены и помощью имитационного моделирования.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА В КАНАЛАХ*

В. К. Голубев, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

Сложность научных задач, решаемых методами физико-математического моделирования, увеличение требований к точности их решения приводит к росту объемов обрабатываемых данных в ходе вычислительных экспериментов. Проведение математических расчетов позволяет экономить значительные материальные средства и время при выполнении натурных экспериментов, предвзя и существенно облегчая, а иногда и заменяя их полностью. Решение целого ряда задач физической газовой динамики, в особенности задач с химическими превращениями, например, моделирование процессов горения и детонации, требует больших вычислительных ресурсов, обеспечиваемых в настоящее время только высокопроизводительной вычислительной техникой, представленной многопроцессорными системами. Основное время расчета в таких задачах приходится на моделирование процессов, связанных с протеканием химических реакций, а потребности в вычислительных ресурсах растут с ростом числа компонентов и числа реакций, описывающих изучаемый процесс. Существенно нелинейная природа рассматриваемых задач приводит к возникновению особенностей решения даже при гладких начальных данных, а тонкая структура нестационарных течений многокомпонентного реагирующего газа требует проведения расчетов на подробных сетках как по пространству, так и по времени. Все вышесказанное определяет высокие требования к используемым ресурсам и подтверждает актуальность разработки комплекса программ по информационной поддержке задач газовой динамики, объединяющего в себе подготовку начальных данных, хранение результатов расчетов и их отображение.

Особенностью разработанной методики моделирования является то, что расчет ведется на существенно нерегулярной подвижной сетке, в том числе расчетными

*Работа выполнена при поддержке гранта №15-01-07964.

узлами являются траектории сильных и слабых разрывов, параметры в которых рассчитываются по специальным сеточно-характеристическим алгоритмам, допускающих параллельную вычислительную и многопотокую информационную декомпозицию. Особенностью программной реализации вычислительно-информационного комплекса является ее мультиязычность, унификация базовых паттернов межмодульного взаимодействия компонентов на этапах подготовки, проведения, сопровождения и анализа результатов вычислительных экспериментов с интеграцией графических средств визуализации и хранения информационного контента в базе данных. Разработанная методика численного моделирования может использоваться для решения задач динамики реагирующего газа, имеющих прикладное значение, а также в качестве иллюстратора учебных курсов по физической газовой динамике.

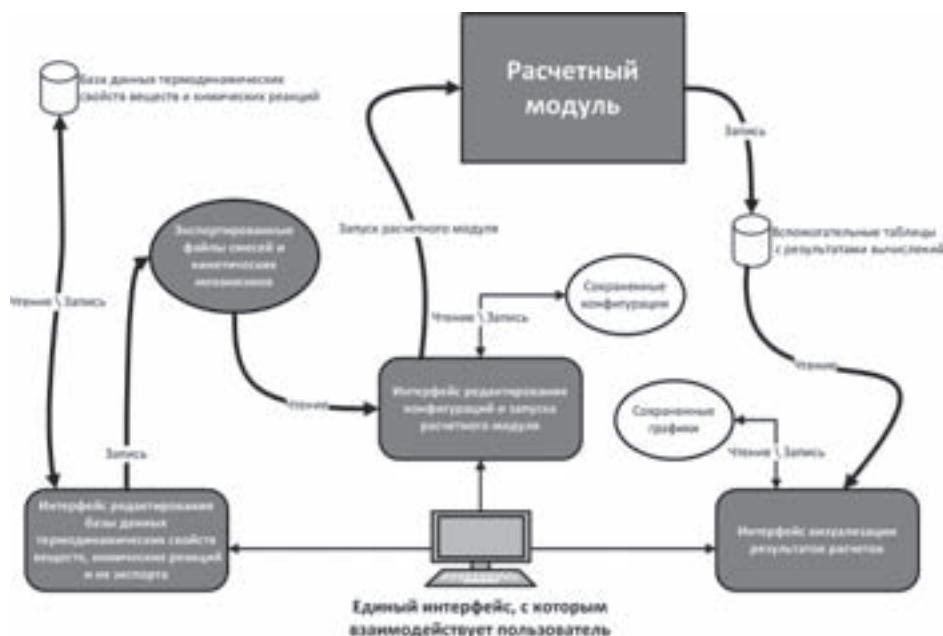


Рис. 1. Архитектура комплекса

Разработка комплекса программ предусматривает создание унифицированных средств обмена и обработки данных, а также единого расчетного ядра, охватывающих все этапы решения большой задачи, с использованием параллельной вычислительной и многопотокую информационной декомпозиции, а также обработки и визуализации результатов. Комплекс позволяет сократить время полного цикла исследований конкретных прикладных задач за счет автоматизации каждого этапа вычислительного эксперимента и использования многопроцессорных ЭВМ. Для решения поставленной задачи была разработана следующая архитектура программного комплекса (рис. 1). Самой высокоуровневой частью является общий пользовательский интерфейс, с которого будет начинаться любой тип работы с расчетами. Общий интерфейс связывает три других: интерфейс редактирования газовых смесей и кинетических механизмов, интерфейс редактирования конфигурации для запуска расчетов и интерфейс для построения графиков по имеющимся результатам вычислений. Интерфейс редактирования газовых смесей и кинетических

механизмов работает с базой данных термодинамических свойств веществ, а необходимые смеси и механизмы экспортируются в виде файлов на диск вместе с их xml-описанием. Интерфейс редактирования конфигураций для расчетов использует эти файлы для настройки конфигурации расчетного ядра, которое в свою очередь сохраняет результаты расчетов по мере их появления в выделенную для этого базу данных. Интерфейс построения графиков использует эту базу данных для построения графиков на любой стадии выполнения расчетов. В работе обсуждаются комплекс программных средств и вычислительный алгоритм для моделирования тонкой структуры нестационарных течений многокомпонентного реагирующего газа, приводятся структура комплекса, описание отдельных элементов.

1. Вычислительные аспекты решения задач охраны окружающей среды: сборник научных трудов / Под ред. У.Г. Пирумова. — М.: МАИ, 1988. — 68 с.
2. Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: справочное издание в 4-х т. — М.: Наука, 1982. — 344 с.
3. Кондратьев В.Н. Константы скорости газозофазных химических реакций (справочник). — М.: Наука, 1970. — 352 с.
4. Химия горения: пер. с англ. / Под ред. У. Гардинера, мл. — М.: Мир, 1988. — 464 с.
5. Гидаспов В.Ю., Северина Н.С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Термодинамика и химическая кинетика. — М.: Факториал, 2014. — 85 с.
6. Марасанов А.М., Ротанина М.В. Проектирование информационной поддержки газодинамического пакета с помощью СУБД реляционного типа // Вычислительные технологии. Сб. научных трудов. — 1993. — Т. 2, №6. — С. 38–47.
7. Гидаспов В.Ю., Пирумов У.Г., Северина Н.С. Математическое моделирование квазиодномерных нестационарных течений реагирующего газа с произвольным числом взаимодействующих разрывов // Вестник МАИ. — 2008. — Т. 15, №5. — С. 83–94.

СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОВ РАСПАДА РАЗРЫВА И ХАРАКТЕРИСТИК С ПЛАВАЮЩЕЙ СЕТКОЙ

Ю. А. Гришин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

При проведении исследовательских работ и выполнении инженерных расчетов нестационарных течений в газопроводах, системах пневмоавтоматики а также коллекторах поршневых двигателей обычно используются численные методы сквозного счета с фиксированной сеткой, в частности метод распада разрыва (МРР). Однако для расчетной настройки двигателя на динамический наддув или динамическую очистку цилиндров от отработавших газов, где необходимо применение протяженных индивидуальных труб, даже значительное увеличение числа расчетных ячеек вследствие «размазывания» не позволяет получить адекватную волновую картину. Кроме того, увеличение числа расчетных ячеек не позволяет проводить сквозные расчеты всего газообмена, рабочего процесса и их оптимизацию в развернутом многоцилиндровом двигателе.

На рис. 1 пунктиром (— — —) представлены результаты расчета МРР отражения (P_2) от открытого конца выпускного импульса (P_1), полученные на длине выпускной трубы 1 м при сравнительно большом числе ячеек (600) на фоне экспериментальной осциллограммы (—). Как видно из рисунка, наблюдается определенное несоответствие реальному выпускному импульсу как по фазам начала и окончания, так и по амплитуде.

В МГТУ была разработана абсолютно консервативная версия МХПС, обеспечивающая соблюдение всех законов сохранения при переходах через фронты элементарных волн, идущих вдоль расчетных характеристик.

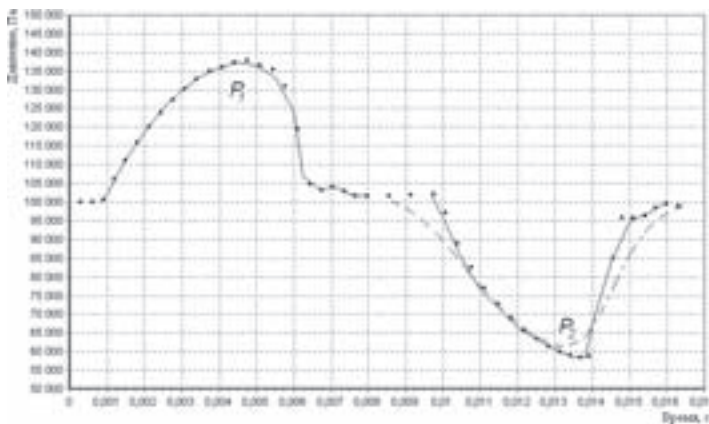


Рис. 1

Рассмотрим основные принципы расчета МХПС с выполнением свойства консервативности на примере ячейки d (рис. 2). В ячейках a , b и др. предыдущего ряда значения газодинамических параметров уже известны, известны также координаты узлов M , C , N и т. д. Будем считать угловые коэффициенты характеристик CA и CB по параметрам в ячейках a и b : $(u - a)_{AC} = u_a - a_a$, $(u + a)_{BC} = u_b + a_b$. Это позволит получить координаты t_A, x_A и t_B, x_B . Запишем значения массы M , импульса I и энергии L , которые будут переходить из ячейки a в ячейку d через фронт AC с учетом трения по Дарси-Вейсбаку (к-т λ) и теплоотдачи по Ньютону (к-т α) в стенки канала с температурой T_k и диаметром D при единичной площади проходного сечения:

$$M_a = \rho_a a_a (t_A - t_C); \quad (1)$$

$$I_a = M_a u_a - [\lambda_T \rho_a u_a |u_a| (x_C - x_A)/2D - p_a](t_A - t_C); \quad (2)$$

$$L_a = M_a e_a - [4\alpha_w (T_a - T_k)(x_C - x_A)/D - p_a u_a](t_A - t_C), \quad (3)$$

где $e_a = p_a / [(k-1)\rho_a] + u_a^2/2$. Подобным образом определяются значения M_b, I_b и L_b для перехода из b в d . В результате в ячейке d окажутся запасы массы, количества движения и энергии $M = M_a + M_b$, $K = I_a + I_b$ и $E = L_a + L_b$, которые полностью израсходуются при переходах через замыкающие ячейку d фронты AD и BD .

Введем обозначения: Δ — ширина струйки, проходящей через ячейку d , т. е. между точками A и B ; $\Delta x = x_B - x_A$, $\Delta t = t_B - t_A$. Величину Δ можно представить соотношением $\Delta = \Delta x - u_d \Delta t$, где u_d — пока неизвестное среднее значение скорости в ячейке d . Для определения этой скорости, а также средних давления p_d и плотности ρ_d в ячейке d следует рассмотреть систему уравнений

$$\rho_d \Delta x = M + \rho_d u_d \Delta t; \quad (4)$$

$$M u_d = K + p_d \Delta t; \quad (5)$$

$$M \left[\frac{p_d}{(k-1)\rho_d} + \frac{u_d^2}{2} \right] = E + p_d u_d \Delta t. \quad (6)$$

Из этой системы с использованием обозначений $\iota = K/M$, $\lambda = E/M$, $\delta = \Delta x/\Delta t$ получается формула для определения скорости:

$$u_d = \frac{\delta + k\iota}{k+1} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta + k\iota}{k+1}\right)^2 - 2\frac{(k-1)\lambda + \delta\iota}{k+1}}, \quad (7)$$

далее из системы находятся p_d и ρ_d . Для выбора знака перед радикалом в (7) используется контрольное значение скорости u_d , получаемое из (5) при $\Delta t = 0$. Затем можно переходить к расчету следующих ячеек сетки.

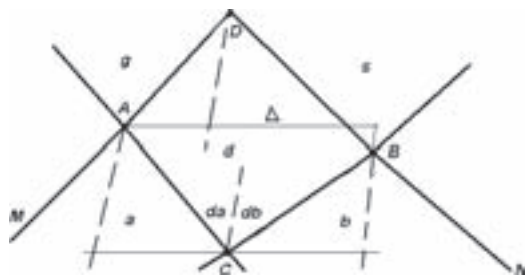


Рис. 2

На рис. 1 для сравнения представлены соответствующие результаты расчета с помощью новой версии МХПС (---), которая обеспечила итоговое выполнение балансов по массе, импульсу и энергии и полностью соответствует реальной волновой картине. Расчет проводился с запуском только 25 характеристик. Несмотря на несколько усложненный алгоритм по сравнению с МРР, время расчета уменьшилось в 10 раз. Таким образом, разработанная версия МХПС может быть рекомендована для уточненных практических расчетов.

1. *Пирумов У. Г., Росляков Г. С.* Численные методы газовой динамики. — М.: Высшая школа, 1987. — 323 с.
2. *Жуков А. И.* Применение метода характеристик к численному решению задач газовой динамики // Тр. Матем. ин-та им. Стеклова. — 1967. — Т. LVIII. — 86 с.

ПРОФИЛИРОВАНИЕ ВХОДНОГО ПАТРУБКА ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА

Ю. А. Гришин, В. С. Семенчукова

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Одним из важнейших направлений дальнейшего совершенствования транспортной системы России является развитие малой авиации, где используются, в основном, поршневые двигатели внутреннего сгорания. Здесь следует отметить активную тенденцию к дизелизации авиадвигателей, так как дизель имеет заметно более низкий расход топлива по сравнению с двигателем с искровым зажиганием (бензиновым). Высокие технико-экономические показатели современных дизелей, а для авиации еще и показатель высотности, обеспечиваются применением турбонаддува. При разработке отечественных двигателей для малой авиации всегда отдавалось предпочтение звездообразным схемам, где благодаря короткому одноколенному коленчатому валу достигается упрощение конструкции, снижение веса и увеличение надежности (рис. 1).

Для обеспечения равномерности процесса газообмена в цилиндрах, т. е. одинаковой протяженности впускных и выпускных трубопроводов, ось вращения коленвала должна совпадать с осью вращения ротора агрегата наддува. Сам же агрегат с целью уменьшения продольных габаритов двигателя должен быть максимально приближен к поршневой части двигателя (рис. 2). В результате осевой подвод воздуха к компрессору, при котором обеспечиваются минимальные газодинамические потери во входном патрубке и равномерность потока в сечении на входе в колесо компрессора, невозможен.

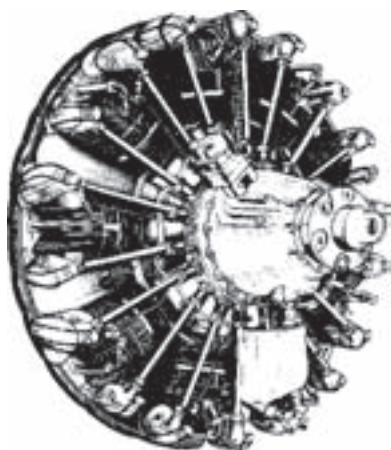


Рис. 1. Двигатель М-14П

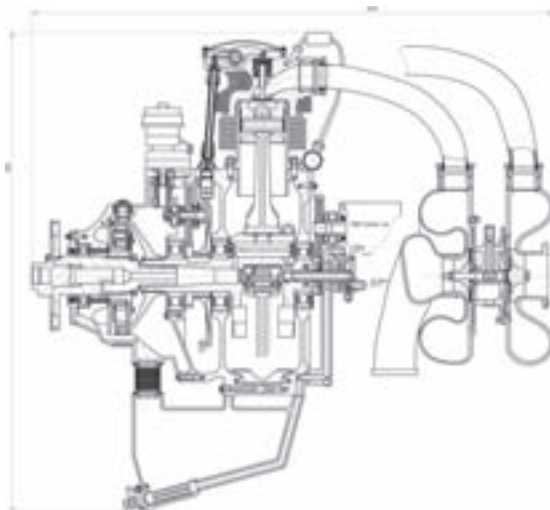


Рис. 2. Разрез разрабатываемого дизеля

При выборе входного патрубка турбокомпрессора в разрабатываемом авиадизеле были рассмотрены 6 вариантов, включая коленообразный и 5 улиток. Работа проводилась помощью математического моделирования. На рис. 3 представлены соответствующие твердотельные модели проточных частей, полученные с помощью комплекса SolidWorks 2008. Все патрубки имеют одинаковые входное проходное сечение с диаметром $d_{\text{вх}} = 80$ мм и выходное с $d_{\text{вых}} = 66$ мм.

Течение в пространственной постановке описывается системой уравнений Навье–Стокса, для ее решения использован программный комплекс STAR CD, в основе которого лежит численный метод контрольных объемов. После обработки результатов численных исследований были получены интегральные значения полного давления на выходе из патрубков и соответствующие значения потерь Δp^* . Для оценки равномерности потока на выходе получены также отношения максимальных значений скоростей к осредненным $V_{\text{max}}/V_{\text{ср}}$. Результаты представлены в таблице, откуда видно, что наилучшими характеристиками обладает улитка с переменным проходным сечением (вариант *е*). И, хотя коленообразный патрубок (вариант *а*) также показал удовлетворительные характеристики, следует учесть, что отрывная зона, развивающаяся за поворотом, резко ухудшит режим течения в последующем элементе компрессора — рабочем колесе, поэтому этот вариант исполнения не может быть рекомендован к использованию.

В заключение отметим, что входной патрубок — улитка с переменным проходным сечением (вариант *е*) помимо преимуществ по меньшему значению потерь и равномерности потока на выходе обеспечивает закрутку с углом $\beta_1 = 35^\circ$ входа

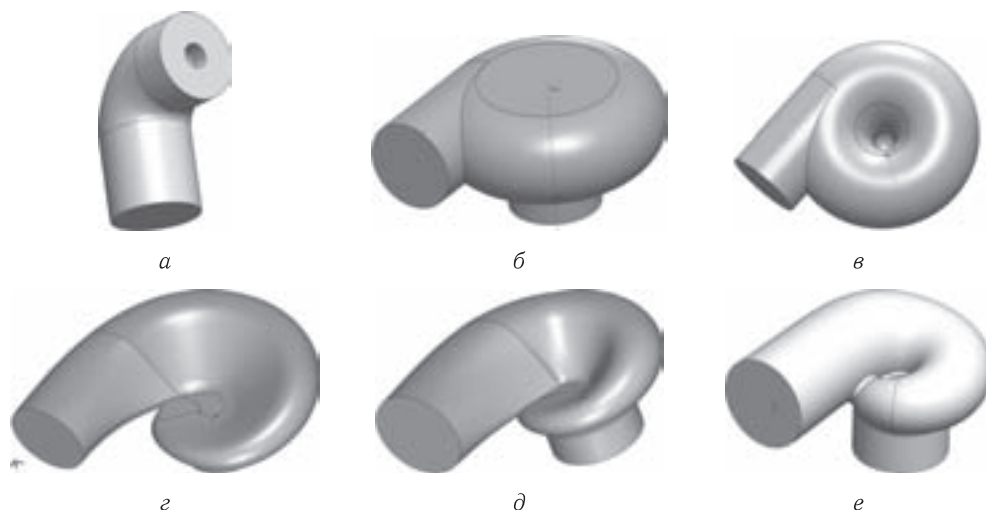


Рис. 3. Профили проточной части входных элементов компрессора: *а* — коленообразный патрубок; *б, в* — торообразные улитки; *г–е* — улитки с переменным проходным сечением

Таблица 1

Вариант исполнения	<i>а</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>	<i>д</i>	<i>е</i>
Δp^* , кПа	5,5	34,2	33,6	17,8	12,2	2,4
$V_{\max}/V_{\text{ср}}$	1,18	1,25	1,33	1,69	1,16	1,08

потока в рабочее колесо. Это снижает относительную скорость потока на входе в колесо и, как следствие, заметно уменьшает входные потери в колесе, пропорциональные квадрату этой скорости. Поэтому конструктивный вариант впускного патрубка *е* может быть рекомендован к использованию в разрабатываемом авиационном дизельном двигателе.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ СОЗДАНИИ ЭМПИРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Н. А. Зленко

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Информативность многофакторного эксперимента существенно расширяется, когда удается заменить дискретный набор экспериментальных данных адекватной эмпирико-математической моделью (ЭММ). ЭММ определяет аналитическую связь между результатами измерений (в дальнейшем — отклики) и независимыми (факторы) переменными во всей области варьирования факторов. Одним из возможных способов построения ЭММ является использование методов регрессионного анализа. Для объекта, характеристики которого определяются несколькими независимыми друг от друга откликами, эмпирико-математическая модель представляет собой систему регрессионных уравнений, задающих функциональную связь между откликами и вектором факторов. Построение ЭММ усложняется, если между откликами появляется функциональная связь, т.е. значения некоторых откликов (ниже — косвенные отклики) можно вычислить исходя из значений

независимых (базовых) откликов. Очевидно, что в такой системе регрессионных уравнений не могут присутствовать уравнения для косвенных откликов, коэффициенты которых оцениваются независимо от других уравнений. В противном случае подобная ЭММ, безусловно, обеспечит минимальную ошибку аппроксимации каждого отклика, но заданная функциональная связь между базовыми и косвенными откликами, в общем случае, не будет обеспечена.

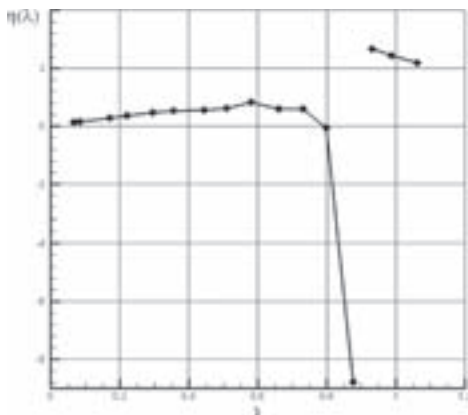


Рис. 1

В настоящей работе предлагается алгоритм построения ЭММ, позволяющий при оценке коэффициентов регрессии учитывать функциональную связь между откликами. В случаях, когда необходимо выделить один или несколько откликов (с точки зрения точности аппроксимации), в рамках данного алгоритма допускается возможность перераспределения «нагрузки» на входящие в ЭММ регрессионные уравнения. Суть предлагаемого алгоритма сводится к следующему. Система регрессионных уравнений для

базовых откликов дополняется уравнениями, определяющими функциональную связь между косвенными и базовыми откликами, а коэффициенты такой расширенной системы уравнений определяются в результате минимизации взвешенной суммы квадратов с весовыми коэффициентами, определяющими (на основе экспертных оценок) степень важности каждого отклика в данной ЭММ. Минимизация подобной квадратичной формы обеспечивает совместное определение коэффициентов расширенной системы регрессионных уравнений и позволяет учесть всю информацию, полученную в процессе экспериментальных исследований.

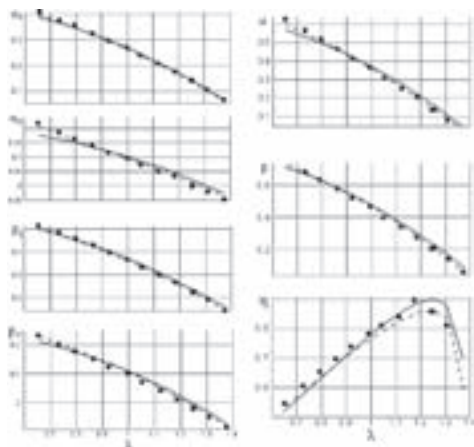


Рис. 2

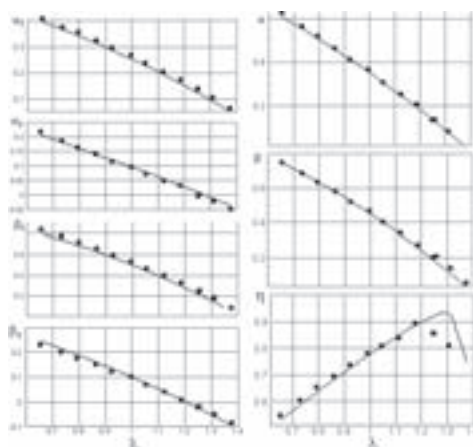


Рис. 3

Работоспособность и эффективность выше изложенного алгоритма демонстрируется на примере построения эмпирико-математической модели аэродинамических характеристик (ЭММ АХ) соосного винта. Факторами в этой ЭММ АХ являются относительная поступь винта λ , угол установки лопастей переднего винта φ и

деградация $\Delta\varphi$ — разница углов установки заднего и переднего винтов. В качестве базовых откликов принимаются коэффициенты тяги переднего и заднего винтов α_1 , α_2 и коэффициенты мощности — β_1 и β_2 , косвенными откликами полагаются суммарные коэффициенты тяги и мощности $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, $\beta = \beta_1 + \beta_2$, а также значение КПД $\eta = \lambda\alpha/\beta$. Функция $\eta(\lambda)$ в области допустимых значений λ имеет разрыв второго рода (см. рис. 1), что заметным образом осложняет построение ЭММ АХ соосного винта.

Эмпирико-математическая модель аэродинамических характеристик соосного винта имеет вид:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_1(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_1} a_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}), & \hat{\alpha}_2(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_2} a_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}), \\ \hat{\beta}_1(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_1} b_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}), & \hat{\beta}_2(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_2} b_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}), \\ \hat{\alpha}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_1} a_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}) + \sum_{i=0}^{k_2} a_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}), & \hat{\beta}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^{k_1} b_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}) + \sum_{i=0}^{k_2} b_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}), \\ 0 &= \lambda \left[\sum_{i=0}^{k_1} a_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}) + \sum_{i=0}^{k_2} a_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}) \right] - \eta \left[\sum_{i=0}^{k_1} b_i^{(1)} F_i^{(1)}(\mathbf{x}) + \sum_{i=0}^{k_2} b_i^{(2)} F_i^{(2)}(\mathbf{x}) \right],\end{aligned}$$

где $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ — коэффициенты тяги и мощности переднего и заднего винтов (базовые отклики); $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ — суммарные коэффициенты тяги и мощности (косвенные отклики); $\mathbf{x} = (\lambda, \varphi, \Delta\varphi)$ — вектор факторов; $F_i^{(1)}(\mathbf{x})$, $F_i^{(2)}(\mathbf{x})$ — аналитические функции, определяемые как члены многомерного полинома.

В качестве иллюстрации на рис. 2 для случая $\varphi = \text{const}$, $\Delta\varphi = \text{const}$ приводятся результаты восстановления базовых $\alpha_1(\mathbf{x})$, $\alpha_2(\mathbf{x})$, $\beta_1(\mathbf{x})$, $\beta_2(\mathbf{x})$ и косвенных характеристик винта $\alpha(\mathbf{x}) = \alpha_1(\mathbf{x}) + \alpha_2(\mathbf{x})$, $\eta(\lambda) = \lambda\alpha(\mathbf{x})/\beta(\mathbf{x})$ с помощью ЭММ различного вида. На графиках пунктирная линия соответствует случаю, когда в ЭММ ни один из откликов не выделяется по степени важности, т. е. все весовые коэффициенты γ_r , γ_p одинаковы и равны 1. Сплошная линия соответствует ЭММ, при построении которой весовой коэффициент γ_p , соответствующий косвенному отклику η , полагался равным 100. Сравнивая представленные на рис. 2 результаты с рис. 3, где эти же характеристики аппроксимировались с помощью ЭММ, содержащей регрессионные уравнения только для базовых откликов, можно констатировать, что представленный алгоритм построения ЭММ АХ соосного винта повышает адекватность описания косвенных откликов при незначимом уменьшении качества представления базовых откликов.

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ГЛОБАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

А. В. Калинин, В. В. Садовский, Д. Т. Чекмарев

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В атмосфере Земли происходят весьма сложные электрофизические процессы, приводящие к появлению электромагнитных полей. Учет электромагнитных полей является важной составляющей при изучении крупномасштабных и мезомасштабных атмосферных явлений [1].

В настоящей работе рассматривается численная реализация задачи о глобальной электрической цепи в атмосфере Земли. В квазистационарном электрическом приближении задача для определения электрического поля запишется в виде [2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{E}(x, t) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \bar{E}(x, t) + 4\pi\sigma(x, t)\bar{E}(x, t) + 4\pi\bar{J}^{\text{CT}}(x, t) &= c \operatorname{rot} \bar{H}(x, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x = (x_1, x_2, x_3) \in \Omega \subset R^3$, Ω — область, диффеоморфная шаровому слою с границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, где Γ_1 — поверхность Земли, Γ_2 — поверхность, ограничивающая верхние слои атмосферы; $t \in [0, T]$ — время, $c > 0$ — скорость света в вакууме, $\bar{E}(x, t)$ — напряженность электрического поля, $\bar{H}(x, t)$ — напряженность магнитного поля, σ — удельная проводимость среды; $\bar{J}^{\text{CT}}(x, t)$ — объемная плотность сторонних токов (считается известной функцией).

При отсутствии возмущений в атмосфере принято считать, что

$$\sigma(x, t) = \sigma_0 \exp\left(\frac{|x| - R_0}{h}\right), \quad (2)$$

где R_0 — радиус Земли, h и σ_0 — некоторые положительные постоянные. На границе Γ задаются граничные условия для тангенциальной компоненты электрического поля:

$$\bar{E}_\tau(x, t) = 0, \quad x \in \Gamma; \quad (3)$$

(данные условия соответствуют идеальной проводимости на границе). Предполагается, что функция $\bar{E}(x, t)$ удовлетворяет начальному условию

$$\bar{E}(x, 0) = \bar{E}_0. \quad (4)$$

В работе [2] рассмотрен вопрос о корректности задачи (1)–(4) определения напряженности электрического поля и вихря магнитного поля, а также предложен и обоснован следующий итерационный метод решения, основанный на численной реализации следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{E}^{(j+1)}(t) + 4\pi A_\sigma(t) [\bar{E}^{(j+1)}(t)] + 4\pi \bar{J}^{\text{CT}}(t) &= \bar{F}^{(j+1)}(t), \\ \bar{E}^{(j+1)}(0) &= \bar{E}_0, \\ \bar{F}^{(j+1)}(t) &= 4\pi P^\perp [A_\sigma(t) [\bar{E}^{(j)}(t)]] + 4\pi P^\perp [\bar{J}^{\text{CT}}(t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\bar{E}(t) = \bar{E}(x, t)$, $\bar{F}(t) = \operatorname{rot} \bar{H}(x, t)$ — векторные поля в области Ω , $P^\perp$ — оператор проектирования в функциональном пространстве, описанный в [2].

В докладе рассматривается численная реализация рекуррентных соотношений (5). Для интегрирования по времени используется неявная численная схема типа Кранка–Николсона. В результате решение задачи сводится к последовательному решению методом конечного элемента ряда задач Дирихле для уравнения Пуассона в шаровом слое. Спецификой данной задачи является особенность геометрии расчетной области: отношение радиуса Земли к толщине атмосферы близко к 100, поэтому используются элементы, высота которых существенно меньше их длины и ширины. Для решения данной задачи применялись два типа трехмерных конечных элементов: полилинейный 8-узловой в виде гексаэдра и линейный 4-узловой в виде тетраэдра в рамках ажурной схемы [3]. Рассматриваются проблемы эффективности данного метода и возможности его реализации в режиме параллельных вычислений.

Приводятся решения ряда двумерных (осесимметричных) и трехмерных модельных задач для однородной атмосферы и при наличии облаков.

1. *Мареев Е. А.* Достижения и перспективы исследований глобальной электрической цепи // УФН. — 2010. — Т. 180. — С. 527–534.
2. *Жидков А. А., Калинин А. В.* Корректность одной математической задачи атмосферного электричества // Вестник ННГУ. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. — №4. — С. 123–129.
3. *Чекмарев Д. Т.* Численные схемы метода конечного элемента на «ажурных» сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2009. — Вып. 2. — С. 49–54.

РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АРХИТЕКТУРЫ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «FLASHFLOW» ПРЕДНАЗНАЧЕННОГО ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

К. В. Костюшин, Ю. Р. Богдевич, И. В. Еремин, А. М. Кагенов

ТГУ, Томск, Россия

В настоящее время к программам, предназначенным для решения задач газовой динамики, выдвигается ряд требований, связанных с проблемами модернизации и поддержки разработанного ПО, с удобством эксплуатации. Современное программные комплексы должны обладать: масштабируемостью, модульностью, отказоустойчивостью и развитым пользовательским интерфейсом.

На основании описанных требований, был разработан программный комплекс «FlashFlow» предназначенный для расчета двумерных течений продуктов сгорания в сопловых блоках ракетных двигателей. Комплекс позволяет: задавать произвольную геометрию расчетных областей; строить расчетные сетки различных конфигураций; задавать начальные и граничные условия; проводить расчеты течений продуктов сгорания в двумерной постановке методом Годунова, визуализировать и сохранять результаты расчетов.

Упрощенная схема работы программного комплекса изображена на рис. 1.

Взаимосвязь между экземплярами различных классов моделей (геометрия, сетка, решение, граничные и начальные условия) осуществляются путем хранения ссылок в соответствующих экземплярах классов, с отношениями один ко многим, или многие ко многим. Например экземпляр класса «граничные условия» может быть связан с различными экземплярами класса «Граница». Таким образом реализуется экономичная система хранения данных. Для сохранения данных разработанны механизмы сериализации и десериализации объектов.

К функциональным частям программного комплекса можно отнести: сеточные генераторы (принимают исходную геометрию, возвращают расчетные сетки), решатели (принимают расчетные сетки, возвращают решение) и постобработчики (визуализируют результаты расчетов). Все функциональные элементы, в зависимости от типа, наследуются от определенных интерфейсов. Такая архитектура обеспечивает модульность и расширяемость системы.

Графический интерфейс программного комплекса (рис. 2) разработан с использованием технологии WPF.

Поскольку требования к интерфейсу меняются чаще всего, то возникает потребность часто его модифицировать сохраняя корректное взаимодействие с данными. Поэтому для связи логической части программного комплекса с интерфейсом, ис-

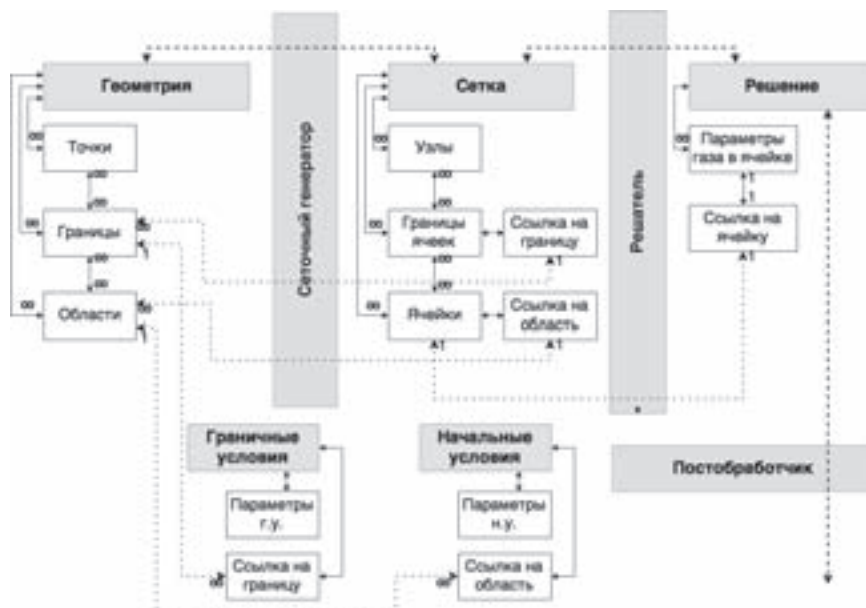


Рис. 1. Упрощенная схема работы программного комплекса «FlashFlow»

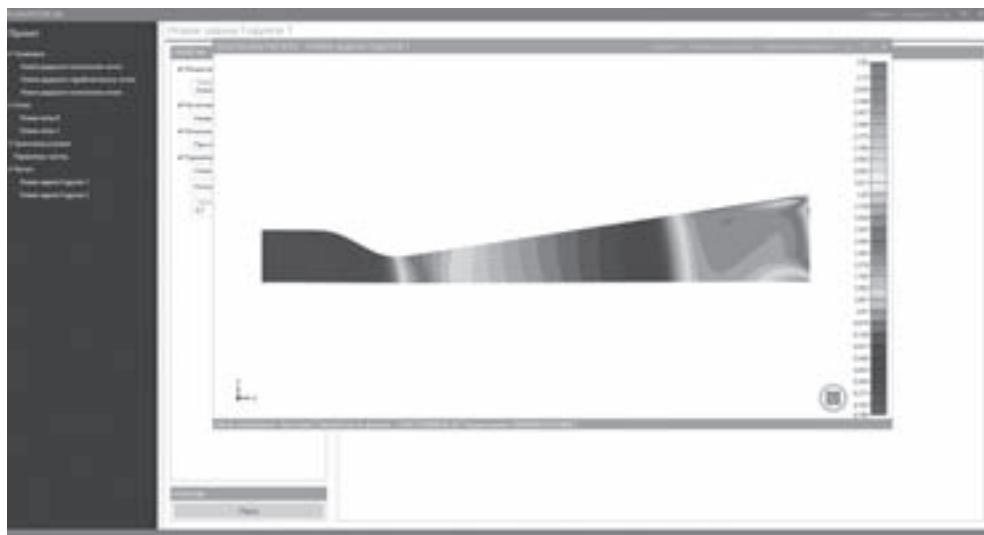


Рис. 2. Графический интерфейс программного комплекса

пользовался шаблон проектирования «Модель–Представление–Модель Представления» (Model–View–ViewModel). Использование этого шаблона облегчает тестирование, позволяет легко менять интерфейсы, равно как и создавать их различные варианты.

1. Волков К. Н. Разработка и реализация алгоритмов численного решения задач механики жидкости и газа // Вычислительные методы и программирование. — 2005. — Т. 8, №1. — С. 40–56.

О ПРИМЕНЕНИИ ОБЩЕГО НЕЙРОСЕТЕВОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ*

Т. В. Лазовская, Д. А. Тархов

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Решение нестандартных краевых задач для дифференциальных уравнений и их систем обычно наталкивается на сложности различного рода. При этом прямое применение классических методов обычно не дает результата, и для получения приближенного решения приемлемой точности приходится использовать искусственные приемы или комбинации нескольких подходов, выбор которых зависит от конкретной задачи. В [2, 3] при решении таких задач предлагается использовать единый нейросетевой подход. В данной работе возможности применения данного подхода иллюстрируются на примере одной тестовой задачи.

В [1] рассмотрен класс дифференциально-алгебраических задач, которые предлагается решать, используя сочетание методов пристрелки и наилучшей параметризации. Авторы [1] продемонстрировали успешное применение указанной комбинации методов на конкретных задачах. Для проверки нейросетевого подхода нами рассматривается одна из таких задач — краевая задача для сингулярно возмущенной дифференциально-алгебраической системы

$$\begin{aligned} \varepsilon y'' &= y - z^2, & y^2 &= z, \\ y(0) + y'(0) &= 0, & y(1) &= 1/2. \end{aligned} \quad (1)$$

Авторы работы [1] показали, что в зависимости от значения параметра ε задача (1) имеет различное число решений.

Простейшим вариантом применения нейросетевых методик является поиск решения $y(t)$ задачи (1) и функции $z(t)$ в виде выходов нейронных сетей заданной архитектуры

$$y(t) = \sum_{l=1}^N c_l v(t, a_l), \quad z(t) = \sum_{l=1}^N d_l v(t, a'_l),$$

где $v(t, \mathbf{a})$ — выбранная базисная функция [2]. Поиск приближенного решения (обучение нейронной сети) заключается в подборе параметров (весов) — векторов $\mathbf{a}_l$ и $\mathbf{a}'_l$ и скаляров c_l и d_l .

Значения весов ищутся путем минимизации функционала ошибки, который в дискретном виде записывается как

$$J = \sum_{i=1}^M (\varepsilon y''(t_i) - y(t_i) + z(t_i)^2)^2 + \delta_1 \sum_{i=1}^M (z(t_i) - y(t_i)^2)^2 + \delta_2 (y(1) - 1/2)^2 + \delta_3 (y(0) + y'(0))^2,$$

где тестовые точки $\{t_i\}_{i=1}^M \in [0, 1]$ выбираются равномерно распределенными на заданном отрезке $[0; 1]$ и периодически регенерируются в ходе процесса минимизации, а весовые множители $\delta_{1,2,3}$ выбираются таким образом, чтобы слагаемые функционала J были одного порядка. Начальный выбор весов также происходит случайным образом. Используя метод рестартов, после достаточного числа перезапусков удастся получить различные решения задачи (1), вид и число которых согласуются с результатами работы [1].

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-01-00660.

В качестве другого варианта нейросетевого подхода рассмотрим параметрическую нейросетевую модель, вводя в задачу неизвестный параметр p аналогично методу стрельбы [1]. Тогда краевые условия задачи (1) примут вид

$$y(0) = p, \quad y'(0) = -p, \quad z(0) = p^2, \quad y(1) = 1/2. \quad (2)$$

В этом случае мы ищем $y(t, p)$ и $z(t, p)$ как выходы нейронных сетей с уже новыми базисными функциями $v(t, p, \mathbf{a})$, зависящими от p . Нейросетевые веса подбираются в ходе минимизации соответствующего функционала ошибки

$$J_1 = \sum_{i=1}^M \left((\varepsilon y''(t_i, p_i) - y(t_i, p_i) + z(t_i, p_i)^2)^2 + \delta_1 (z(t_i, p_i) - y(t_i, p_i)^2)^2 + \right. \\ \left. + \delta_2 (y(1, p_i) - 1/2)^2 + \delta_3 (y(0, p_i) + y'(0))^2 + \delta_4 (y(0, p_i) - p_i)^2 \right)$$

на тестовых точках $\{t_i, p_i\}_{i=1}^M \in [0, 1] \times [0, 1]$. Количество локальных минимумов функционала

$$J_2(p) = \sum_{i=1}^M \left((\varepsilon y''(t_i, p) - y(t_i, p) + z(t_i, p)^2)^2 + \delta_1 (z(t_i, p) - y(t_i, p)^2)^2 + \right. \\ \left. + \delta_2 (y(1, p) - 1/2)^2 + \delta_3 (y(0, p) + y'(0))^2 \right)$$

соответствует числу решений системы (1). Конкретные решения ищутся с помощью минимизации функционала, полученного очевидной модификацией J с учетом того, что краевые условия заменяются на (2) с p , равными значениям $J_2(p)$ в локальных экстремумах.

Вычислительные эксперименты показали согласие с результатами, полученными в [1], как по количеству, так и характеру самих решений. Так, при $\varepsilon = 0,04$, график функционала ошибки $J_2(p)$ на решении, соответствующем минимуму J_1 , представлен на рис. 1. Как мы видим, имеется четыре локальных минимума, что соответствует четырем различным решениям задачи.

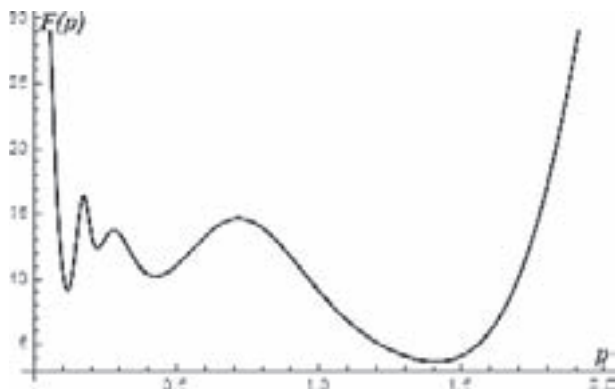


Рис. 1. График зависимости функционала ошибки J_2 от параметра p при $\varepsilon = 0,04$

Таким образом, рассматриваемая дифференциально-алгебраическая задача была решена в рамках общего нейросетевого подхода [2, 3], применение которого можно рекомендовать и для других подобных задач.

1. Будкина Е. М., Кузнецов Е. Б. Решение краевых задач для дифференциально-алгебраических уравнений // Сборник материалов XIX Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015). — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 44–46.

2. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.
3. Тархов Д. А. Нейросетевые модели и алгоритмы. — М.: Радиотехника, 2014. — 348 с.

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ СРЕДСТВ УХОДА ОТ КОНФЛИКТОВ ПРИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИИ РЕЖИМОВ УПРАВЛЕНИЯ ЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ ЯЗЫКОВОГО ФОРМАЛИЗМА «СХЕМ РАДИКАЛОВ» В ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ «SMART INTELLIGENT AIRCRAFT STRUCTURE»*

И. А. Лобанов¹, А. В. Рожнов²

¹МАИ, Москва, Россия; ²ИПУ РАН, Москва, Россия

Системная интеграция информационных технологий при построении сложных систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности является важным прикладным сектором в авиакосмической промышленности, наземном, морском и воздушном транспорте, системах навигации и управления, радио, телевидения и связи, безопасности человека и защиты окружающей среды, в оборонных приложениях робототехники. В докладе предложен эпизод приложения некоторых результатов проекта «Smart Intelligent Aircraft Structure» в поисковой и инновационной деятельности студентов на базе научной лаборатории и их системная интеграция с целью создания способов интеллектуального управления [1, 2].

Германский авиакосмический центр (DZL [3]) среди многих интересных разработок предложил внедрить «нервную систему» для обнаружения и локализации повреждений в композитной конструкции летательных аппаратов (ЛА) [4]. Отработка технологии *Smart Intelligent Airframe Structures* (Saritsu) включала установку 584 датчиков на секции фюзеляжа около пассажирской двери размером 5 × 7 метров; при этом используемые датчики были не приклеены к поверхности, а интегрированы в структуру корпуса ЛА для сокращения объема производственных издержек [5].

В настоящей работе, направленной на исследование новых возможностей интеллектуализации средств ухода от конфликтов, и в большей степени в аэрокосмической отрасли, ключевое внимание уделено представлению языкового формализма «схем радикалов» [6, 7]. Непосредственно в рамках предметной области «Smart Intelligent Aircraft Structure» применение таковых средств позволяет рассматривать нештатные ситуации, возникающие в процессе экспериментальной отработки передовых технологий, в основном при переключении режимов управления.

Представляется очевидным, что при переключении режимов управления в сложных условиях возникновения соответствующих конфликтов управления, как на предпроектной стадии, так и на последующих этапах жизненного цикла ЛА, необходимо осуществлять значительное количество измерений и соответствующих вычислений, что приводит к существенным затруднениям получения точного решения с использованием только априорно заданных аналитических зависимостей многих исследуемых процессов. Для устранения возникающих противоречий предлагается использовать известные методы регенеративного анализа для получения

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-08-00832а.

решений с меньшей точностью, но и с меньшими ресурсами при реализации задач в практике [8].

Обобщенный подход, основанный на использовании приемов регенеративного анализа в разбираемой общей проблеме формирования адаптивного информационно-управляющего пространства, в конечном итоге сводится к набору известных частных задач разработки алгоритмического и программно-математического обеспечения управления ЛА, включая управление группами пилотируемых и беспилотных ЛА, функционирующими в условиях неполной ситуационной осведомленности [9, 10].

Промежуточным итогом явилась регистрация патента на инструментально-моделирующий комплекс [11]. Так, предлагаемые средства интеллектуализации средств ухода от конфликтов при переключении режимов управления ЛА в предметной области «Smart Intelligent Aircraft Structure» в сочетании с методом регенеративного анализа моделей позволяют оперативно получать многомерный информационный срез о текущем состоянии экспериментального макета проблемно-ориентированной системы [12, 13]. Основным результатом развиваемого научно-методического подхода является прикладная методика обоснования требований к функциям таких автоматизированных систем (согласно ГОСТ), сводящаяся к формализации и решению последовательности частных задач классификации, кластеризации и оптимизации с применением современных вычислительных методов и инструментов, таких как метод имитации отжига, построение графов состояний с внутренне устойчивым множеством и т. д., встроенных в единое информационно-управляющее пространство как общедоступная база данных применимых в проводимых исследованиях алгоритмов.

Частные результаты также прошли апробацию при организации поисковой и инновационной деятельности студентов на базе научной лаборатории в интересах создания и обоснования применимости новых способов интеллектуального управления.

1. Публикации лаборатории № 29 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ipu.ru/node/12501?lab=29> (дата обращения: 29.02.2016).
2. Васильев С. Н., Жерлов А. К., Федосов Е. А., Федунев Б. Е. Интеллектуальное управление динамическими системами. — М.: Физико-математическая литература, 2000.
3. Deutsches Zentrum für Luft — und Raumfahrt. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10002/> (дата обращения: 29.02.2016).
4. Speckmann H., Roesner H. Structural Health Monitoring: A Contribution to the Intelligent Aircraft Structure / ECNDT 2006 - Ty.1.1.1.
5. Composite Structure Finds Its Own Damage [Электронный ресурс]. URL: <http://aviation-week.com/awin-only/composite-structure-finds-its-own-damage> (дата обращения: 23.02.2016).
6. Язык схем радиалов: методы и алгоритмы / Интеллектуальные информационные системы / Под ред. А. В. Чечкина и А. В. Рожнова. Коллективная монография. Ч. 1. — М.: Радиотехника, 2008.
7. Рожнов А. В., Кублик Е. И. Системная интеграция направлений научной деятельности в условиях формирования предынтеллектуальной инфраструктуры // Информационно-измерительные и управляющие системы. — 2014. — № 11. — С. 59–64.
8. Крэйн М. А., Лемуан О. Д. Введение в регенеративный метод анализа моделей. — М.: Наука, 1982. — С. 104.
9. Евдокименков В. Н., Красильщиков М. Н. Управление смешанными группами пилотируемых и беспилотных ЛА в условиях единого информационно-управляющего поля / Прил. к Инф. Бюлл. РФФИ № 23 // Вестник РФФИ. — 2015. — № 3 (87). — С. 74–84.
10. Барышев П. Ф., Рожнов А. В., Губин А. Н., Лобанов И. А. Обоснование информационно-аналитической системы в развитии методов и моделей согласования иерархических решений? // Динамика сложных систем — XXI век. — 2014. — № 3. — С. 43–52.

11. Патент №141445 RU. Инструментально-моделирующий комплекс исследования процессов управления и диспозиции СДО в группе / Абросимов В. К., Захаров В. Л., Лобанов И. А., Рожнов А. В., Бажанов О. В.; ФГБОУ ВПО МАИ (НИУ).
12. Гончаренко В. И., Скорик Н. А. Распознавание типа аварийной ситуации при испытании беспилотного космического аппарата на основе использования вейвлет-преобразования // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. — 2016. — №1. — С. 39–48.
13. Гончаренко В. И., Лобанов И. А. Управление группой разнотипных дистанционно-управляемых робототехнических комплексов на примере высокоскоростных ЛА // Материалы 8-й Всероссийской МКПУ-2015. — Ростов н/Д.: ЮФУ, 2015. — Т. 2. — С. 165–167.

ПОИСК И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ НА КАДРАХ АЭРОФОТОСЪЕМКИ БПЛА

Г. Ф. Малыхина, А. В. Милицын, А. Гусева

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Большие объемы информации, содержащейся в кадрах аэрофотосъемки БПЛА различной форма, расположение и масштаб объектов, представляющих интерес, приводят к необходимости решать довольно сложные задачи поиска и классификации объектов в автоматическом режиме на бортовом оборудовании.

Целью является разработка сценариев обработки видеопоследовательностей, поиска и распознавания объектов. Для достижения цели решались задачи: классификации типов изображений, зависящая от типа предварительная обработка, бинаризация, морфологическая обработка выделение образов. Результатом разработки является библиотека программ, выполняющая все перечисленные этапы в автоматическом режиме.

Пороговая обработка является критическим этапом и может давать неустойчивые решения для разных типов изображений. В процессе исследования были получены изображения разного качества, высокого и низкого разрешения, с насыщенными цветами или практически серые, полученные при плохом освещении.

Поэтому на первом этапе была выполнена автоматическая классификация изображений, к каждому классу был применен подходящий метод бинаризации. Метод Рамеша [1], использующий гистограммы, позволил выделить на исходном изображении небольшие объекты, расположенные на значительном удалении. Участки со снегом, ярко выделяющиеся на поверхности, мешают поиску интересующих объектов. Поэтому для таких кадров был применен метод Ллойда [2], основанный на кластеризации, позволяющий удалить кластер ярких снежных участков. Для изображений с низкой цветовой насыщенностью лучшим оказался метод Бринка [3], основанный на вычислении взаимной энтропии переднего плана и фона.

Для обнаружения объектов предложено выполнять анализ связности пикселей изображения. Связанные пиксели образуют объект. Наличие шума в бинарном изображении может привести к ложным обнаружениям, поэтому перед детектированием объектов предложено выполнить дилатацию объектов, выделение периметра и заполнение пустот внутри объектов. Эти морфологические операции выполняются по формулам:

— дилатация множества A по множеству B :

$$A \oplus B = \{z \mid \widehat{B}_z \cap A \neq \emptyset\},$$

где A, B — множества из пространства Z^2 ;

— выделение границ объектов после дилатации:

$$\beta(A) = A \setminus (A - B),$$

где $\beta(A)$ — граница множества точек A ;

— заполнение областей выполняется с помощью итеративной процедуры:

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c, k = 1, 2, 3, \dots,$$

где B — симметричный примитив.

Детектирование объектов основано на выделении связных компонент. Каждая связная компонента Y может быть получена с помощью рекуррентного соотношения:

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A, k = 1, 2, 3, \dots,$$

где $X_0 = p, p \in Y$ — точка, принадлежащая объекту, B — симметричный примитив. Алгоритм останавливается, когда $X_k = X_{k-1}$.

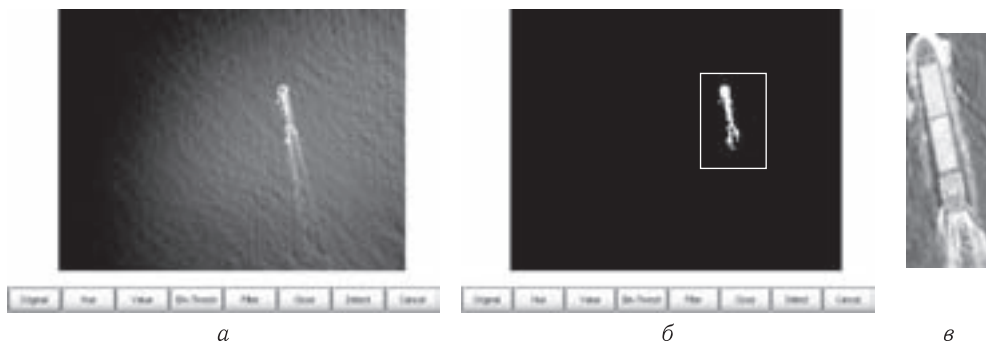


Рис. 1. Результат поиска объекта на изображении: a — исходное изображение, b — бинарное изображение, c — выделенный объект

Детектируемые объекты имеют различную форму, не все из них представляют интерес. Поэтому следующим шагом является определение рукотворных объектов среди выделенных образов. Этот процесс назван фильтрацией объектов по форме. Фильтрация основана на поиске прямоугольных объектов, имеющих заданное соотношение сторон. Длина объекта определяется по наибольшей его стороне с учетом поворота объекта в кадре. Поэтому для поиска длины объекта выполняется преобразование координат на локальном участке.

Для каждого объекта, выделенного в результате фильтрации, выполняется классификация. В качестве классификатора использована трехслойная нейронная сеть с прямым распространением сигнала. Сеть выбрана таким образом, чтобы число нейронов было минимальным. Исходя из этого условия выбрана сеть (3-2-1). Выходной сигнал i -го нейрона, имеющего N входов определяется по формуле: $y_i = F_i(\sum_{j=1}^N w_{i,j} \cdot x_j)$, где x_j — j -й входной сигнал нейрона, $w_{i,j}$ — вес j -го входа i -го нейрона. Активационные функции первого и второго слоя представляют собой гиперболический тангенс: $F(x) = 2/(1 + e^{-2x} - 1)$, активационная функция последнего слоя — линейная $y = x$.

Разработан сценарий обработки изображений, который учитывает возможности библиотеки OpenCV. Для реализации сценария обработки изображений разработан и отлажен программа на языке C++. Сценарий включает следующие этапы: загрузку изображения, преобразование к HSV-изображению с выделением компо-

ненты цвета, автоматическая классификация изображений и автоматический выбор метода бинаризации, бинаризация изображений на основе метода Рамеша для морских кадров и для заснеженных изображений, бинаризация изображений на основе метода Кэнни для кадров суши без зелени и для кадров с лесом, поиск объектов по форме, по размеру и цвету на кадрах видеопоследовательностей, фильтрация найденных кадров по размеру, по форме, цвету, текстуре.

1. *Ramesh, J. H. Yoo, I. K. Sethi.* Thresholding Based on Histogram Approximation // *IEEProc. Vis. Image, Signal Proc.*, 142(5) (1995) 271-279.
2. *Lloyd D. E.* Automatic Target Classification Using Moment Invariant of Image Shapes // *Technical Report, RAE IDN AW126, Farnborough-UK, December 1985.*
3. *Brink A. D., Pendock N. E.* Minimum Cross Entropy Threshold Selection // *Pattern Recognition*, 29 (1996) 179-188.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Ю. И. Нечаев

НИУ ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

Рассмотрим представление динамики сложных систем на основе эффективного сочетания интеллектуальных технологий и высокопроизводительных средств обработки информации (рис. 1) [1–4]. Формальная структура, определяющая концептуальные решения моделирования поведения сложных динамических систем включает следующую цепочку выполнения вычислительных операций: «разработка принципов преобразования информации» — «описание механизмов поведения» — «программная реализация моделирования».

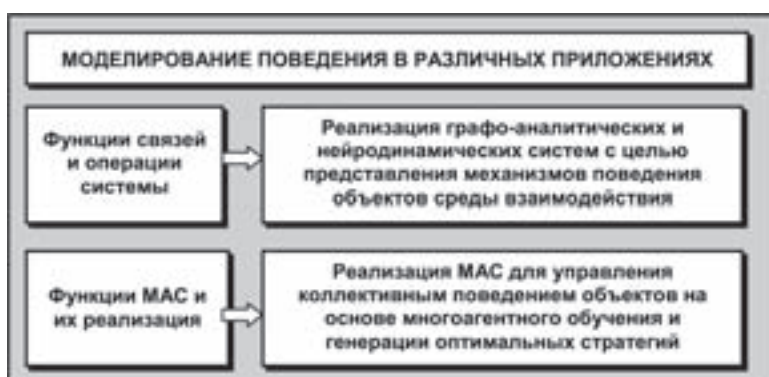


Рис. 1. Концептуальные решения при моделировании поведения

Актуальность исследования обусловлена развитием нового подхода к обработке данных (Data Driven Approach, DDA). Формирование знаний в сложных системах в рамках этого подхода ведется динамически на основе машинного обучения по большим объемам имеющихся данных с использованием средств компьютерного моделирования. Общая методология построения DDA интегрирует различные подходы современной информатики, теоретические основы систем поддержки принятия решений (ППР) и практический опыт различных предметных областей.

Построение *моделей поведения* сложных систем определяет разработку специального математического аппарата, поддерживающего формирование модели взаимодействия объектов системы с внешней средой. Настройка, проверка и корректировка модели поведения ведется на основе языка описания и представления функциональных компонент системы. *Язык описания* модели поведения обладает гибкостью и допускает внесение в модель возможных изменений без ее перестройки, а *язык моделирования* развивается на основе представления о мышлении как о направленном процессе взаимодействия.

Реализация модели поведения осуществляется на основе сетей различной конфигурации (комплексные сети, графо-динамические, графо-аналитические и нейродинамические системы), а также многоагентных систем (МАС), ориентированных на параллельную обработку информации в мультипроцессорной вычислительной среде [2, 3]. Представим модель, отображающую поведение системы в виде NB-сети (Network Behavior), узлы которой характеризуют элементы взаимодействия объектов с внешней средой. Формальным элементам NB-модели поставим в соответствие определенные понятия на уровне компонента общей модели. При использовании нейрофизиологических аналогий NB-модель сопоставляется с нейросетевым аналогом в виде нейродинамической ND-модели, включающей нейронечеткую (NF-модель) и нейроэволюционную модели (NE-модель).

Компоненты NB-модели соединены связями, по которым распространяется сигнал возбуждения. Возбуждаемая связь характеризуется упорядоченным набором параметров в соответствии со структурой, представленной на рис. 2. Формируемая иерархическая структура обеспечивает планирование операций контроля поведения системы в сложной динамической среде.

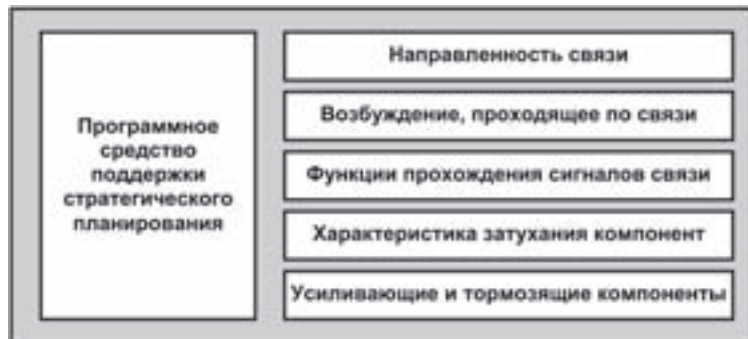


Рис. 2. Структура стратегического планирования операций контроля динамики сложной системы

Направленность связей, процессы возбуждения и торможения формируют долговременную память, которая используется при модификации функции связи. В произвольный момент времени модель интерпретирующей сети обладает способностью возбуждаться при входном воздействии по усиливающим связям. Возбудимость может меняться во времени и характеризуется порогом возбудимости, представляющим собой минимальное значение воздействия для возбуждения — модели в заданный момент времени. Другой параметр — условный коэффициент возбудимости, имеющий текущее значение, изменяющееся в зависимости от величины тормозных воздействий и начальных значений параметров.

Формальный аппарат оценки функционального состояния и прогнозирования поведения системы реализуется с помощью модели «сущность—связь» (ER-модель) [2]. Объекты MS в этой модели представляются «сущностями» (entities),

а ассоциации между ними — отношениями (relationship). Количество сущностей в отношении определяется *степенью отношения*.

Отличительными чертами рассматриваемой системы являются: использование динамической теории катастроф на основе модели знаний, которая формируется путем автоматического обучения по большим объемам данных, а также применением методов моделирования для восполнения отсутствующих данных и уменьшения неопределенности при принятии решений. Преимуществами такой вычислительной технологии являются использование ансамблевых подходов на основе конкурирующих технологий логического вывода, самоорганизация и самоадаптация баз знаний за счет оперативного усвоения поступающих данных.

При оценке функционального состояния сложной системы на основе экстренных вычислений [1] используются технологии коллективного интеллекта [3]. Многоагентное моделирование (multi-agent simulation) связано с исследованием системы при различном уровне внешних возмущений. Глобальное поведение МАС складывается из локальных взаимодействий распределенных агентов. Локальная сеть взаимодействий постоянно реконфигурируется и перестраивается в процессе развития текущей ситуации.

Выработка управляющих воздействий на основе указанных процедур и аспектов поведения сложных систем формируется для условия движения системы к целевому аттрактору как предельного случая взаимодействия при сохранении устойчивости на основе динамической модели катастроф [2].

1. Бухановский А. В., Васильев В. Н., Виноградов В. В., Смирнов Д. Ю., Сухоруков С. С., Яппаров Т. Г. CLAVIRE: Перспективная технология облачных вычислений второго поколения // Известия вузов. Приборостроение. — 2011. — Т. 54, № 10. — С. 7–15.
2. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2011.
3. Нечаев Ю. И. Топология нелинейных нестационарных систем: теория и приложения. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2015.

КОНЦЕПЦИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ФУНКЦИОНИРОВАНИИ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ СИСТЕМ

Ю. И. Нечаев

НИУ ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

При разработке самоорганизующихся динамических систем используются достижения современной теории катастроф [1]. Анализ альтернатив и выбор решения осуществляются в рамках принципа конкуренции, при реализации которого в задачах интерпретации динамических ситуаций обеспечивается сходимость решений к структуре целевого аттрактора, определяющего особенности текущей ситуации.

Одно из направлений исследования динамики самоорганизующихся систем — ансамблевое моделирование [6, 7], которое может рассматриваться как управление совокупностью (ансамблем) альтернативных решений. Интеграция достижений интеллектуальных технологий и высокопроизводительных моделей обработки информации связана с реализацией динамической теории катастроф [1]. Эволюция системы представляется в виде спиральной модели (рис. 1) — отображения, реализующего принцип динамики. В зависимости от исследуемого временного интервала

формируется и структурируется динамика катастрофы на основе итерационной процедуры модифицированной системы итерированных функций (СИФ) [2].

Типичными структурами при анализе и прогнозе сложных ситуаций в задачах динамики самоорганизующихся систем являются аттракторные множества (АМ), формируемые в процессе развития ситуации. Формирование АМ определяется особенностями взаимодействия объектов в динамической среде на основе стандартных алгоритмов (СА) и нейродинамических систем (НС), включающих нейро-нечеткие и нейро-эволюционные модели (рис. 2). Общая формальная модель знаний, интегрирующая используемые классы математических моделей поведения в процессе эволюции системы представляется как

$$\Phi_1\{f(\cdot) | \mu\}, \dots, \Phi_5\{f(\cdot) | \mu\}, \quad (1)$$

где $\Phi_j\{f(\cdot) | \mu\}$, ($j = 1, \dots, 5$) — функции, определяющие следующие классы используемых моделей: $\Phi_1\{f(\cdot) | \mu\}$ и $\Phi_2\{f(\cdot) | \mu\}$ — классы вычислительных и диагностических моделей; $\Phi_3\{f(\cdot) | \mu\}$ — класс моделей, описывающих характерные структуры, определяющие топологию модели; $\Phi_4\{f(\cdot) | \mu\}$ — класс моделей анализа и прогноза развития текущей ситуации; $\Phi_5\{f(\cdot) | \mu\}$ — класс моделей динамической базы знаний управления поведением объектов MS.

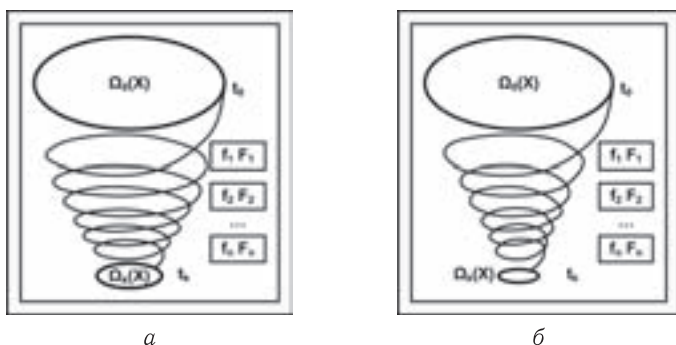


Рис. 1. Спиральная модель, отображающая динамику системы в условиях стабилизации (а) и при потере устойчивости (б)

Особенность задачи исследования самоорганизующейся системы связана со сходимостью оценки решения о принадлежности образа динамической ситуации к соответствующей структуре (модели прецедентов):

$$1 \leq \exp\{X(T \in [t_0, t_1])\} \leq C(\text{Iden}, \text{Appr}, \text{For}), \quad (2)$$

где C — константа, определяемая по результатам моделирования задач идентификации, аппроксимации и прогноза в рассматриваемом приложении; T — интервал времени реализации процесса взаимодействия объектов системы в текущей ситуации.

Конфигурации (2) позволяет идентифицировать структуру аттрактора в зависимости от характера поведения функции $X(T)$ на основе математического моделирования динамики системы. Топология АМ определяется особенностями описания формируемых динамических сцен. Поведение изображающей точки в окрестности аттрактора определяет уровень устойчивости динамической среды, характеризующий близость реальной динамики системы к состоянию равновесия, а также условия выхода и возвращения системы в это состояние.

Практическая реализация сформулированного подхода связана с созданием нечеткой системы логических правил динамической базы знаний.

Функция управления системы состоит в том, чтобы из множества целевых состояний (альтернатив) $S(t)_m$ сформировать обобщенный вектор конечного состояния $S(k)$ в соответствии с некоторой коллективной стратегией $F(k)$

$$S(k)_j = F(k)\{S(t)_m, S(k)_i, j\}; \quad (i = 1, \dots, n, i \neq j), \quad (3)$$

где $S(k)_{j,i}$ — множество целевых состояний подсистем управления.

В модели (3) реализуются три основных типа самоорганизации: структурная, параметрическая, функциональная [5].



Рис. 2. Поток информации при функционировании системы

В основу структурной самоорганизации принят подход, предполагающий замену элементов структурной схемы системы в процессе ее функционирования. Стратегия самоорганизации использует встроенную процедуру функционирования системы, обеспечивающую участие элемента ее структуры в процессе перестройки [3].

Параметрическая самоорганизация реализуется в рамках подхода к нелинейной самоорганизации сложных динамических систем [1, 2]. В основу этого подхода положен принцип адаптивного резонанса, используемый в теории искусственных нейронных сетей.

Функциональная самоорганизация организована на основе методов обработки информации в процессе практических наблюдений. Реализация этой стратегии осуществляется на основе нейро-нечеткого логического вывода по прецеденту [2].

1. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2012.
2. Нечаев Ю. И. Топология нелинейных нестационарных систем: теория и приложения. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2015.
3. Николис Дж. Динамика иерархических систем. — М.: Мир, 1989.
4. Силич В. А., Силич М. П. Метод объектного моделирования для проектирования сложных систем // Автоматизация и современные технологии. — 2003. — №4. — С. 14–21.
5. Хакен Г. Синергетика: иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985.
6. Kalyuzhnaya A. V., Boukhanovsky A. V. Computational uncertainty management for coastal flood prevention system // Procedia Computer Science. — 2015. — 51 (1). — P. 2317–2326.
7. Kavetski D., Franks S. W., Kuczera G. Confronting input uncertainty in environmental modelling // Calibration of watershed models. — 2002. — P. 49–68.

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ КОНЦЕНТРАЦИОННЫХ ПРЕДЕЛОВ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

А. Л. Осипов, В. П. Трушина

НГУЭУ, Новосибирск, Россия

Прогнозирование пожаровзрывоопасных свойств химических веществ является очень важной задачей, поскольку их оценка необходима для создания безопасных условий труда, а также проведения эффективных мероприятий по обеспечению пожаровзрывобезопасности. Зачастую сведения по пожаровзрывоопасности новых или еще только синтезируемых химических веществ отсутствуют [4–7].

Нейронные сети являются наиболее эффективным инструментом для задач прогнозирования, применяемому в ситуациях, когда имеется связь между переменными-входами и прогнозируемыми переменными-выходами, даже если эта связь имеет очень сложную природу и ее трудно выразить в обычных терминах структурных корреляций.

Концентрационный предел воспламенения (КПВ) — одно из значимых пожаровзрывоопасных свойств, знание которого является необходимым действием при определении категории помещений и зданий по взрывопожарной и пожарной опасности, при разработке мер по предотвращению пожаров и взрывов в технологическом оборудовании и т. д. [1].

В данной статье описана программа, предсказывающая по исходной структурной формуле химического вещества согласно обученной нейронной сети значения нижнего и верхнего концентрационных пределов воспламенения (НКПВ и ВКПВ). Для целей ввода химических веществ разработан редактор структурных формул.

Для обучения нейронной сети было отобрано 1000 соединений, относящихся к различным классам химических веществ [2, 3]. Обучение происходит с помощью алгоритма обратного распространения ошибки. В качестве входных обучающих данных используются химические соединения с известными значениями концентрационных пределов воспламенения, полученные экспериментальным путем. В программе была использована сигмоидальная функция активации, что позволило наиболее точно определять прогнозируемое значение.

Ввод структурной формулы возможен одним из трех способов: построение в молекулярном редакторе, используя панель инструментов; выбор готового соединения из списка; ввод формулы в формате SMILES.

Если сведения о введенном веществе уже хранятся в базе, то автоматически выводится его название, в противном случае существует возможность добавления информации о веществе в базу: название, SMILES-формула, значение НКВП и ВКПВ.

Подсчет дескрипторов осуществляется в двух основных вариантах — бинарном и целочисленном. Бинарные фрагментные дескрипторы показывают, содержится ли данный фрагмент в структурной формуле, тогда как целочисленные фрагментные дескрипторы показывают, сколько раз данный фрагмент содержится в формуле [8–10].

Для прогноза НКПВ или ВКПВ подгружается обученная нейронная сеть, и в нее загружаются уже готовые дескрипторы. Когда сеть подстроит значения согласно весам, она выдаст предсказанное значение НКПВ и ВКПВ.

Осуществлена возможность добавления в базу веществ с известными значениями НКВП, переобучение нейронной сети с учетом этих значений, а также экспорт отчетов по результатам прогнозирования в MS Excel.

В ходе проведенных экспериментов были получены следующие результаты: при обучении и тестирование нейронной сети выдаются результаты, имеющие точность, адекватную точности экспериментального определения НКПВ и ВКПВ.

Проведено сравнение эффективности работы алгоритма, построенного на основе нейросетевых технологий, с традиционными подходами прогнозирования этих показателей с помощью линейных регрессионных моделей.

Нейросетевые алгоритмы дают более высокую точность определения НКПВ и ВКПВ, чем регрессионные методы.

Таким образом, можно сделать вывод, что разработанное программное обеспечение пригодно для прогнозирования НКПВ и ВКПВ для широкого класса органических соединений.

1. ГОСТ 12.1.044-89*. ССБТ. Пожаровзрывоопасность веществ и материалов. Номенклатура показателей и методы их определения. — Введ. 01.01.91 г.
2. *Корольченко А. Я., Корольченко Д. А.* Пожаровзрывоопасность веществ и материалов и средства их тушения: справочник: в 2 ч. — М.: Асс. «Пожнаука», 2004. — Ч. 1. — 713 с.
3. *Корольченко А. Я., Корольченко Д. А.* Пожаровзрывоопасность веществ и материалов и средства их тушения: справочник: в 2 ч. — М.: Асс. «Пожнаука», 2004. — Ч. 2. — 774 с.
4. *Осипов А. Л.* Компьютерная оценка нижнего концентрационного предела воспламенения химических веществ / А. Л. Осипов, О. В. Криветченко // В мире научных открытий. — Красноярск: Научно-инновационный центр, 2013. — №10.1(46) (Математика. Механика. Информатика). — С. 34–45.
5. *Осипов А. Л.* Компьютерный анализ химико-биологических данных / А. Л. Осипов, О. В. Криветченко, В. П. Трушина, Е. А. Рапоцевич // В мире научных открытий. — Красноярск: Научно-инновационный центр, 2014. — №4(52). — С. 117–122.
6. *Мучник В. Б., Нигматуллин Р. С., Осипов А. Л.* Диалоговая система ввода молекулярных структурных формул в химические базы данных // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. — 1985. — №8. — С. 6–11.
7. *Осипов А. Л.* Об использовании моделей статистического распознавания в системе виртуального скрининга химических веществ / А. Л. Осипов, Л. К. Бобров // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. — 2012. — №7. — С. 1–6.
8. *Осипов А. Л., Трушина В. П.* Интеллектуальная система предсказания свойств химических веществ // Science Time. — 2015. — № 4(16). — С. 578–585.
9. *Трушина В. П.* Компьютерная система моделирования функции эффективности // Science Time. — 2014. — №12. — С. 541–573.
10. *Осипов А. Л., Трушина В. П.* Теория принятия решений в химико-биологических исследованиях // В мире научных открытий. — 2015. — №4.2(64). — С. 843–849.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

А. Л. Пантюхов, А. В. Юрченко

АО «Корпорация «МИТ»», Москва, Россия

Основной целью работы является создание программного комплекса визуального представления результатов численного моделирования и проектных данных при решении задач внешней баллистики возникающих при проектировании ЛА.

В данной работе предлагается объединить результаты вычислительных экспериментов задач внешней баллистики и инженерных данных проектирования при разработке ЛА для их совместной визуализации.

Для этого выбран способ декомпозиции архитектуры программного комплекса на два модуля и клиент-серверная организация их работы. При этом в качестве сервера выступает модуль визуализации, а в качестве клиента расчетный модуль.

Модуль визуализации реализует вызов расчетного модуля, который рассчитывает траекторные параметры объекта (программы вычислительного эксперимента), а также загрузку полигональных моделей объекта (геометрической 3D-модели ЛА) являющихся результатом работы проектанта в системах автоматического проектирования, например AutoCad. После загрузки данных осуществляется построение сцены для вывода пользователю пространственного положения проектируемого ЛА. Таким образом, предлагается программа объединяющая труд инженера-проектировщика и математика-программиста для удобного совместного наблюдения результатов их работы.

Расчетный модуль представляет собой источник исходных данных необходимых для построения пространственной сцены включающий два вида ресурсов:

- дискретные кинематические параметры объекта, в соответствии с которыми сервер строит траекторию его движения, источником которых является вычислительный эксперимент;
- данные полигональной модели представляющей вид ЛА, источником которых являются инженерные данные проектирования ЛА, для которого отрабатывается вычислительный эксперимент.

В качестве основного метода сопряжения расчетного модуля, и модуля визуализации, выбран метод динамически подключаемого кода клиента, т. е. необходима компиляция расчетного модуля (программы вычислительного эксперимента) в библиотеку dll. Этот метод помимо известных преимуществ модульности и простоты развертывания позволяет использовать в программе большой научный задел результатов математического моделирования, созданный ранее на языках программирования Fortran, Си, перевод которых на современные языки программирования представляется нецелесообразным и крайне затруднительным, а также позволяет сохранить исходный код программы вычислительного эксперимента расчетного модуля конфиденциальным для разработчика модуля визуализации.

Для совместного выполнения модулей согласуется их интерфейс в соответствии со стандартами, применяемыми при разработке ЛА, а также модернизация программы вычислительного эксперимента для сборки в динамическую библиотеку.

Для распознавания принадлежности траекторных данных и полигональной модели друг другу прикладная логика сервера вводит для клиента требование уникального цифробуквенного идентификатора, которой должны быть именованы внешняя «экспортируемая» функция, передающая серверу траекторные данные, и файл трехмерной модели, передающий серверу данные модели. Такой идентификатор может быть присвоен клиенту, например в соответствии с шифром ЛА или в соответствии со стандартом предприятия-разработчика.

При этом ставится цель с одной стороны минимально стандартизировать набор входных и выходных данных расчетного модуля с целью не ограничивать творчество программиста разрабатывающего программу вычислительного эксперимента движения ЛА и специалиста по трехмерному моделированию (проектировщика) ЛА. С другой стороны сервер должен охватывать максимальную номенклатуру расчетных программ, по виду их входных и выходных данных разрабатываемых в рамках задач внешней баллистики ЛА. Это достигается применением методов объектно-ориентированного программирования при разработке модуля визуализации, в соответствии с анализом и классификацией существующих моделей динамических систем применяемых в задачах внешней баллистики.

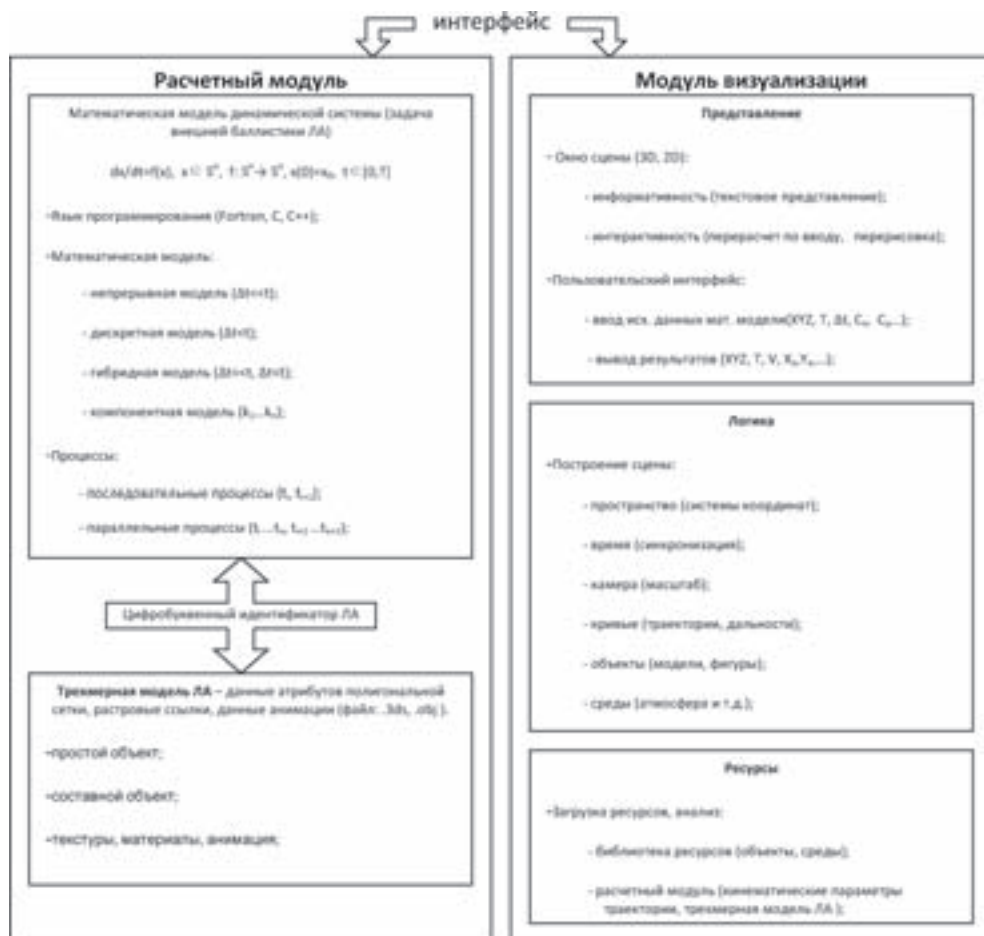


Рис. 1. Архитектура программы визуализации

По мнению авторов, применение такого наглядного подхода при разработке ЛА представляется полезным для инженеров-разработчиков.

1. Колесов Ю. Б. Объектно-ориентированное моделирование сложных динамических систем. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004.

МОДИФИЦИРОВАННАЯ СИСТЕМА ИТЕРИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕПОТОПЛЯЕМОСТИ СУДОВ

О. Н. Петров

СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия

Рассмотрим задачу оценки динамической непотопляемости судов методами современной теории катастроф в условиях интенсивных внешних возмущений [1–11] на основе модифицированной системы итерированных функций (СИФ) [2, 7] как нелинейной нестационарной системы (NN-система).

Концептуальная модель вычислительного комплекса определяет решение задач анализа и прогноза развития аварийных ситуаций с помощью топологии GN-системы, интегрирующей графоаналитическую и нейродинамическую системы:

$$GN = \langle G(I\text{den}), G(A\text{ppr}), G(F\text{or}) \rangle, \quad (1)$$

где кортеж $\langle \cdot \rangle$ характеризует граф-структуры задач контроля динамики аварийного судна: идентификация $G(I\text{den})$, аппроксимация $G(A\text{ppr})$, прогноз $G(F\text{or})$ текущей ситуации.

Разработка универсальной модели, представленной в рамках концепции минимальной длины описания А. Н. Колмогорова [1] и теории сложности [10], представляет собой основной принцип, заложенный в структуру алгоритмов интерпретации динамики GN-системы. Обеспечение заданной точности получения окончательного результата на выходе GN-системы реализуется путем рационального накопления информации в режиме реального времени.

Проблема использования СИФ при интерпретации динамической непотопаемости на основе GN-системы состоит в проверке возникновения экстремального значения функции интерпретации в процессе эволюции ситуации:

$$F(\text{Int}) = \langle F(\text{Fib}), F(\text{ND}) \rangle, \quad (2)$$

где $F(\text{Fib})$ — алгоритм Фибоначчи [5, 9], с помощью которого реализуется контроль появления экстремума на очередной итерации; $F(\text{ND})$ — функция интерпретации ND-системы, обеспечивающая адаптацию фрактальной эллиптической структуры в заданной точке итерации на основе нейронечеткого (NF-система) и нейроразвличного (NE-система) моделирования.

Функциональный анализ модифицированной СИФ осуществлен с использованием эллиптического интерпретации множества достижимости [11] на основе обобщенного принципа диссипации Н. Н. Моисеева [4]. Принципиальным аспектом является возможность выработки управляющего воздействия в зависимости от достоверности оценки состояния NN-системы на каждом шаге эволюции с использованием фрактального анализа [8] и теории энтропийных потенциалов [3]. ND-система используется в качестве конкурирующей вычислительной технологии при реализации парадигмы обработки информации в мультипроцессорной вычислительной среде [5–7] на основе модифицированной модели СИФ. Как показывают результаты моделирования [6, 7], эта система дает преимущества в условиях значительной и полной неопределенности.

В связи со сложностью задачи многорежимного управления при прогнозе динамики аварийного судна в сложных условиях применяют одношаговый и многошаговый нейропрогноз. *Одношаговый прогноз* производится только на один шаг вперед и используется для краткосрочных прогнозов. Результатом прогноза является не только конкретное значение, но и класс, к которому принадлежит переменная [6]. *Многошаговый прогноз* реализует долгосрочный прогноз, определяющий основной тренд и главные точки изменения тренда для некоторого промежутка времени в будущем. Система использует полученные (выходные) данные $y[k+1]$ как входные для прогнозирования на моменты времени $k+2$, $k+3$ и т. д. Процесс построения прогнозирующей модели предусматривает предварительное определение количества используемых элементов временного ряда и ошибок прогноза в соответствии с общей стратегией прогнозирования на основе фрактальной структуры [8] модифицированной СИФ (рис. 1). Процедуры СИФ построены в рамках моделирования с учетом возникновения скачкообразных явлений в параметрах аварийного судна.

Значительный практический интерес для глубокого понимания сложной динамики аварийного судна представляет изучение изменений закономерностей процессов взаимодействия и их прогнозирование. Рассматриваемая модель предполагает обнаружение моментов времени возникновения скачкообразных явлений при интерпретации эволюции аварийного судна при движении к целевому аттрактору. В предельном случае, когда наблюдается «скачок» — потеря плавучести и устойчивости (возникновение катастрофы), появляется необходимость смены предиктора. Такая задача решена с помощью нейросетевой модели.

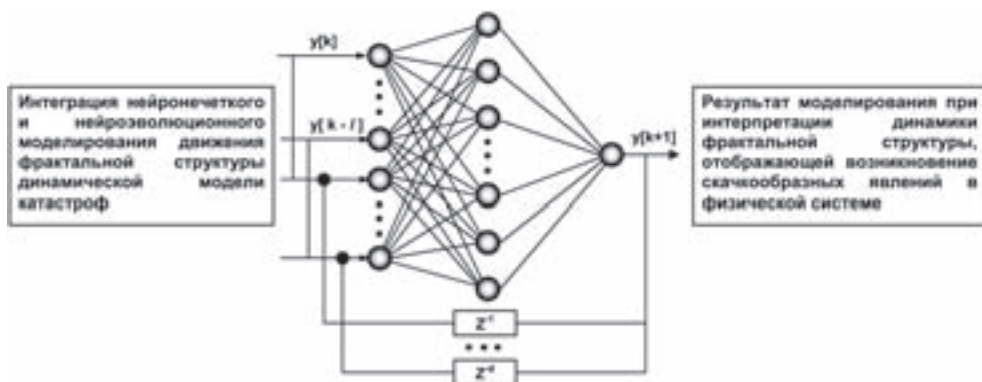


Рис. 1. Нейросетевой предиктор, реализующий стратегию прогнозирования динамики аварийного судна

Использование интеллектуальных технологий в рамках парадигмы обработки информации в мультипроцессорной вычислительной среде при интерпретации взаимодействия аварийного судна с внешней средой позволяет сформулировать принципы реконструкции моделей взаимодействия, на базе которых формируется информационный предиктор прогнозирования динамики ситуации в условиях неопределенности и неполноты исходной информации.

1. Колмогоров А. Н. Теория информации и теория алгоритмов. — М.: Наука, 1987.
2. Кронновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. — М.: Техносфера, 2000.
3. Лазарев В. Л. Теория энтропийных потенциалов. — Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического университета, 2012.
4. Моисеев Н. Н. Избранные труды. — М.: Тайрекс Ко, 2003.
5. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2011.
6. Нечаев Ю. И., Петров О. Н. Непотопляемость судов: подход на основе современной теории катастроф. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2014.
7. Нечаев Ю. И. Топология нелинейных нестационарных систем: теория и приложения. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2015.
8. Пайтген Х. -О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. — М.: Мир, 1993.
9. Помехоустойчивые коды: Компьютер Фибоначчи. — М.: Знание. Радиоэлектроника и связь. Вып. 6. 1989.
10. Солодовников В. В., Тумаркин В. И. Теория сложности и проектирование систем управления. — М.: Наука, 1990.
11. Черноусько Ф. Л. Оценка фазового состояния динамических систем: метод эллипсоидов. — М.: Наука, 1988.

СХЕМА ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ДИФFUЗНО-КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ*

С. В. Русаков, М. С. Моисеенков

ПГНИУ, Пермь, Россия

Решение задачи моделирование процесса полимеризации многокомпонентной амин-эпоксид смеси [1] с учетом уноса вещества с поверхности [2, 3] выявило необходимость разработки специального метода, идею которого рассмотрим на примере модельной задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) - K(x, t)u + f(x, t), \quad x \in (0, 1), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u(0, x) = u^{(0)}(x), \quad \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \quad D(t, 1) \frac{\partial u(t, 1)}{\partial x} = -\alpha u(t, 1). \quad (2)$$

Все построения будем проводить на равномерной пространственной разностной стеке: $x_i = i \cdot h$, $h = 1/N$. Воспользуемся идеей метода прямых и проинтегрируем уравнений (1) по контрольному объему $x \in [x_i, x_{i+1}]$, используя теорему о среднем при вычислении интеграл от «кинетического» слагаемого, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \tilde{u}_{i+1/2}}{\partial t} = \frac{1}{h} (D_{i+1} J_{i+1} - D_i J_i) - K_{i+1/2} \tilde{u}_{i+1/2} + \tilde{f}_{i+1/2}, \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (3)$$

где

$$\tilde{u}_{i+1/2}(t) = \frac{1}{h_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} u(t, x) dx, \quad J_i \cong \frac{\partial u(t, x_i)}{\partial x}. \quad (4)$$

Для аппроксимации искомых величин на границах контрольного объема воспользуемся параболическим сплайном дефекта 1 [4]:

$$S_{2,1}(u; x; [x_i, x_{i+1}]) = \tilde{u}_{i+1/2} - \frac{h}{6} (m_i(2 - 6\tau + 3\tau^2) + m_{i+1}(1 - 3\tau^2)), \quad \tau = \frac{x - x_i}{h}, \quad (5)$$

где $m_i = S'_{2,1}(u; x_i + 0; [x_{i-1}, x_i]) = S'_{2,1}(u; x_i - 0; [x_i, x_{i+1}])$. Из условий непрерывности сплайна в узлах разностной сетки следуют соотношения:

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = 6(\tilde{u}_{i+1/2} - \tilde{u}_{i-1/2})/h, \quad i = 1, \dots, N-1. \quad (6)$$

В общем случае система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных m_i замыкается следующими соотношениями:

$$2m_0 + m_1 = 6(\tilde{u}_{1/2} - u(x_0))/h, \quad m_{N-1} + 2m_N = 6(u(x_N) - \tilde{u}_{N-1/2})/h. \quad (7)$$

В нашем конкретном случае, с учетом краевых условий (2.2) получаем:

$$m_0 = 0, \quad (\alpha h / (6D_N)) m_{N-1} + (1 + (\alpha h / (6D_N))) m_N = -\alpha \tilde{u}_{N-1/2} / D_N. \quad (8)$$

Для достаточно гладких функций $u(x)$ справедливы аппроксимационные оценки [4]:

$$S_{2,1}(u; x_i) = u(x_i) + O(h^3), \quad S'_{2,1}(u; x_i) = m_i = u'(x_i) + O(h^2).$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ №15-01-07946 и №14-08-96011 p_урал_a.

Порядок аппроксимации диффузионного слагаемого можно повысить, воспользовавшись следующей идеей. Нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} (\tilde{u}_{i+1/2} - \tilde{u}_{i-1/2})/h &= u'(x_i) + h^2 u'''(x_i)/12 + O(h^4), \\ m_i &= u'(x_i) - h^2 u'''(x_i)/12 + O(h^3), \quad i = 0, \dots, N. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда, использование следующих аппроксимаций:

$$J_i = 0,5(m_i + (\tilde{u}_{i+1/2} - \tilde{u}_{i-1/2})/h) = u'(x_i) + O(h^3), \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (10)$$

$$J_0 = m_0 + 0,5(m_{N-1} - (\tilde{u}_{3/2} - \tilde{u}_{1/2})/h) = u'(x_0) + O(h^3), \quad (11)$$

$$J_N = m_N + 0,5((\tilde{u}_{N-1/2} - \tilde{u}_{N-3/2})/h - m_{N-1}) = u'(x_N) + O(h^3)$$

позволяет приблизить диффузионное слагаемое в уравнениях (3) с третьим порядком точности по пространственной переменной. При этом нетрудно показать, что для явной разностной схемы ограничение на шаг по времени имеет вид:

$$\Delta t \leq \frac{h^2}{6 \cdot \max_i D_i}.$$

В нашем случае эта система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась с помощью стандартного метода Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Таким образом, мы получили схему повышенного порядка точности.

Тестирование предлагаемой разностной схемы проводилось на модельной задаче (1)–(2), в которой полагалось $D = \text{const}$, $K = 1$, $f = 1$ и $u(0, x) = 1$. При $t \rightarrow \infty$ решение этой задачи стремится к стационарному

$$u(x) = C \cdot \text{ch}(Qx) + \frac{f}{K}, \quad Q = \sqrt{\frac{K}{D}}, \quad C = -\frac{\alpha \cdot f}{K(D \cdot Q \cdot \text{sh}(Q) + \alpha \cdot \text{ch}(Q))}. \quad (12)$$

специфика которого состоит в том, что у границы $x = 1$ образуется пограничный слой, с характерной толщиной — величиной порядка $1/Q$. В реальных условиях $Q \simeq 10^2\text{--}10^3$, что накладывает достаточно жесткие ограничения на шаг разностной сетки. В этом случае эффективней использовать неравномерную сетку, сгущенную данной границы, но тогда порядок аппроксимации схемы понижается до второго. Чтобы сохранить фактический повышенный порядок аппроксимации диффузионного слагаемого достаточно того, чтобы сетка была равномерной именно в области высоких градиентов искомой функции. Исходя из этого, выполним сгущающее преобразование координат

$$x(\xi) = \begin{cases} x_* \frac{1 - \exp(-P_* \cdot \xi/\xi_*)}{1 - \exp(-P_*)}, & \xi \in [0, \xi_*], \\ 1 - (1 - \xi) \cdot b, & \xi \in [\xi_*, 1], \end{cases} \quad (13)$$

где величина P_* задает степень сгущения, а ξ_* ($x(\xi_*) = x_*$) часть пространства с неравномерной по переменной x сеткой. Значения констант x_* и b определяются из условий гладкого сопряжения преобразования (13) в точке ξ_* . Для новой переменной ξ сетка берется равномерной. Проведенные тестовые расчеты показали высокую эффективность предложенного численного метода, который помимо всего прочего хорошо распараллеливается.

1. Kondyurin A., Komar L. A., Svistkov A. L. Combinatory model of curing process in epoxy composite // Composites: Part B (2011).

2. *Русаков С. В., Свистков А. Л., Комар Л. А., Кондюрин А. В.* Моделирование отверждения эпоксидной смолы в условиях открытого космоса // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 128–130.
3. *Русаков С. В.* Параметрическое исследование модели полимеризации эпоксидной смолы с учетом уноса вещества в открытый космос // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСПС'2015, 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 102–104.
4. *Русаков С. В.* Параметрическая сплайн-схема для задач динамики вязкой жидкости // ДАН РАН. Математика. — 1993. — Т. 328, №3. — С. 292–295.

МОДЕЛЬ ФРАКТАЛЬНЫХ ГРАФОВ ДЛЯ ИМИТАЦИИ САМООРГАНИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ РОСТА

А. С. Семенов

МАИ, Москва, Россия

Аннотация. Вводится модель фрактальных графов для имитации самоорганизации процессов роста. Модель основана на определении фрактального графа, как исходного графа, который может быть преобразован операциями: копирования, соединения и вставки. В модели фрактальных графов имитация самоорганизации процесса роста реализуется набором из указанных операций над графами и функцией пригодности.

В настоящее время, для имитации самоорганизации процессов роста применяют модели на основе клеточных автоматов и/или генетических алгоритмов.

Клеточные автоматы широко применяются для моделирования изоморфных организаций (например, материалов, жидкостей). Собственно сама структура не изменяется в процессе имитации.

При применении подхода на основе генетических алгоритмов, исходная задача должна перекодироваться в понятия генетических алгоритмов, а полученные результаты, интерпретироваться в термины решаемой задачи.

Применение рассмотренных подходов связано не с прямой, а с косвенной имитацией организации.

Модель фрактальных графов [1], в этом смысле, является прямой моделью: организационная структура задачи описывается графом, затем проверяются условия пригодности графа решаемой задаче в процессе имитации.

Процесс имитации связан с преобразованием графа на основе операций: копирования, соединения и вставки. Может быть проведена аналогия между операциями над фрактальными графами, и операциями генетических алгоритмов.

Так, например, операция «скрещивания» может быть смоделирована в предлагаемой модели операцией копирования и соединения, а операция «мутации» — операциями копирования и/или вставки вершины.

Модель реализует принцип автодинамики. Принцип автодинамики — самоорганизация модели фрактальных графов посредством автоматического подбора пригодных правил, формирующих количественное и качественное их изменение.

Принцип автодинамики реализуется в автономности модели фрактальных графов, посредством следующих механизмов:

- управление реконфигурацией;
- предоставление своих услуг, несмотря на сбои;

- адаптация и качественное изменение конфигурации и структуры модели для достижения лучших критериев пригодности (самооптимизация);
- предсказание, предотвращение, обнаружение и идентификация атак, и защита от них (самовосстановление).

Цель модели фрактальных графов, адекватное описание организации системы на языке графов и ее имитация в условиях неопределенных воздействий. Такие воздействия моделируются изменением функции пригодности организации.

1. *Семенов А. С.* Моделирование самоорганизующихся процессов развития: фрактально-ориентированный подход. Монография. — М.: МАИ, 2013.

ПРИМЕНЕНИЕ БИОНИЧЕСКИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КЛАССИЧЕСКОГО, АСИММЕТРИЧНОГО И БЛОЧНОГО КРИПТОАНАЛИЗА*

А. С. Сергеев

ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия

В настоящее время для решения широкого круга оптимизационных задач и при разработке нейроинформационных технологий все более широкое распространение получают бионические информационные технологии, использующие для нахождения оптимального решения методы и алгоритмы искусственного интеллекта, в которых заложен принцип природных механизмов принятия решений. Данные методы и модели в настоящее время находят все более широкое применение для успешного решения оптимизационных задач механики, теории оптимального управления, для оптимизации нейросетевых структур.

В настоящее время одной из основных задач, возникающих при разработке компьютерных технологий, технологических процессов, задач механики, создания и эксплуатации аэрокосмической техники является проблема обеспечения информационной безопасности и защиты информации. Основными методами, используемыми для этой цели, являются методы криптографической защиты информации. Доклад посвящен проблемам реализации методов криптоанализа (относящихся в общем случае к классу NP-полных) на основе биоинспирированных оптимизационных методов для криптоанализа классических, а также блочных криптографических систем.

Основные методы криптоанализа классических методов шифрования на основе генетического поиска и эволюционной оптимизации наряду с экспериментальными результатами описаны в [1]. Среди классических криптографических методов, для которых получены оптимальные результаты экспериментального криптоанализа, отметим методы шифрующих таблиц, маршрутных перестановок и магических квадратов, аффинный шифр, шифры Цезаря, Плейфейра, Уитстона, Вижинера.

Как отмечено в [2], все применяемые на практике шифры являются условно надежными, поскольку они могут быть раскрыты в общем случае при наличии неограниченных вычислительных возможностей. Однако существует ряд методов шифрования, для которых доказана абсолютная криптографическая стойкость (например, шифр Вернама). В докладе отмечаются основные отличительные свойства шифров Вернама и гаммирования, а также основные недостатки, связанные

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-01-00634).

с практическим использованием метода. Отмечаются возможности атак на данные шифры, основанных либо на факте значительного отклонения статистических характеристик гаммы от действительно случайного потока, либо на повторном использовании некоторых частей гаммы в процессе шифрования. Кроме того, в каналах с возможностью модификации данных шифры гаммирования могут быть подвержены фальсификации. В докладе рассматриваются примеры реализации криптографических атак на шифры гаммирования на основе известной части гаммы, используемой для шифрования, на основе априорной информации о внешнем виде и структуре документа и повторного использования гаммы, а также ошибок типа пропуск–повтор.

Наряду с генетическими алгоритмами в настоящее время представляет интерес применение эвристических подходов, инспирированных природными системами, в которых осуществляется поэтапное построение решения задачи, т.е. добавление нового оптимального частичного решения к уже построенному частичному оптимальному решению. К данному виду относят алгоритмы муравьиных и пчелиных колоний. В докладе отмечаются основные отличительные особенности данных методов (описанных в [3]), также приводится описание муравьиного и пчелиного алгоритмов для реализации криптоанализа шифров перестановок и замены (на основе сведения данных задач к задаче о назначениях), а также демонстрационные примеры реализации данных методов.

Одним из основных недостатков симметричных классических криптосистем, отмечаемым в докладе, является значительное количество секретных ключей при большом количестве пар абонентов. Для решения этой проблемы (и ряда других) используется асимметричная криптография, основанная на применении однонаправленных функций. Рассматривается применение генетических методов для решения задачи разложения модуля на простые множители (определение функции Эйлера), приводится генетический алгоритм факторизации числа, алгоритм нахождения простого делителя числа, а также ряд экспериментальных результатов.

Однако основной проблемой при реализации данного подхода является нахождение экстремума немонотонной функции, т.е. имеет место наличие «слепого» поиска, что является основным недостатком большинства структур эволюционных методов. В связи с этим рассматриваются возможные подходы для решения задачи разложения составного числа на простые сомножители с помощью алгоритмов муравьиных колоний и пчелиного роя путем сведения задачи разложения составного числа на множители к задаче нахождения кратчайшего пути в графе. Приводятся демонстрационные примеры реализации методов, описанные в [3].

Отметим, что обзор авторских работ, посвященных решению задачи криптоанализа классических криптографических методов, а также реализации асимметричных алгоритмов шифрования на основе решения теоретико-числовых задач криптографии с помощью биоинспирированных методов приведен в [4].

В настоящее время актуальным является вопрос об исследовании возможности применения биоинспирированных методов для криптоанализа современных блочных алгоритмов шифрования. Проведенные исследования показывают, что отличительной особенностью применения биоинспирированных методов криптоанализа (в частности, генетических методов) является возможность использования самого алгоритма шифрования (или расшифрования) в качестве целевой функции для оценки пригодности ключа, определенного с помощью генетических операций. Вследствие этого при использовании процесс определения секретного ключа зависит не столько от сложности шифрующих преобразований, сколько от самого биоинспирированного метода, который должен обеспечивать достаточное разнообра-

зие генерации ключей, что свидетельствует об актуальности задачи исследования возможности применения биоинспирированных алгоритмов (в частности, методов генетического поиска) для криптоанализа блочных криптосистем. Рассматриваются методы криптоанализа блочных алгоритмов на примере стандартов DES, AES, стандарта шифрования России, приводятся результаты эксперимента при определении квазиоптимального ключа.

1. Чернышев Ю.О., Сергеев А.С., Дубров Е.О., Крупенин А.В., Третьяков О.П. Криптографические методы и генетические алгоритмы решения задач криптоанализа: монография. — Краснодар: ФВАС, 2013. — 138 с.
2. Романец Ю.В., Тимофеев П.А., Шаньгин В.Ф. Защита информации в компьютерных системах и сетях. — М.: Радио и связь, 1999. — 328 с.
3. Чернышев Ю.О., Сергеев А.С., Дубров Е.О., Крупенин А.В., Капустин С.А., Рязанов А.Н. Биоинспирированные алгоритмы решения задач криптоанализа классических и асимметричных криптосистем: монография. — Краснодар: КВВУ, 2015. — 132 с.
4. Чернышев Ю.О., Сергеев А.С., Дубров Е.О. Обзор алгоритмов решения задач криптоанализа на основе биоинспирированных технологий искусственного интеллекта // Вестник Воронежского государственного университета. №2. Сер. «Системный анализ и информационные технологии». — Воронеж, 2014. — С. 83–89.

О ВЫРОЖДЕННЫХ МАТРИЦАХ В НЕСИММЕТРИЧНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

И. Е. Серебрякова

МАИ, Москва, Россия

Вырожденные матрицы (ВМ) в теории спектральных задач для симметричных матриц изучены достаточно подробно ([1] и т. п.). В случае несимметричной спектральной задачи (НСЗ)

$$AX = \lambda X \quad (a_{kj} \neq a_{jk}); \quad (1)$$

($\lambda = \alpha + i\beta$ — собственное значение (СЗ), X — собственный вектор (СВ), $(x^T = (x_1, x_2, \dots, x_n), y^T = (y_1, y_2, \dots, y_n))$ можно выделить нижеследующие ВМ:

1) В [2] с использованием квадратичных форм и тригонометрических обозначений $x_j = R_j \cos \varphi_j$, $y_j = R_j \sin \varphi_j$, $R_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2}$ ($j = \overline{1, n}$); $\lambda = \alpha + i\beta = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$ были получены соотношения:

$$A_{\cos \Delta \varphi} [R] = \alpha [R], \quad (2a)$$

$$A_{\sin \Delta \varphi} [R] = \beta [R]. \quad (2б)$$

($[R] = (R_1, R_2, \dots, R_n)^T$, $A_{(\cos \Delta \varphi)}(n \times n) \{a_{(\cos)kj} = a_{kj} \cos(\varphi_j - \varphi_k)\}$, $A_{(\sin \Delta \varphi)}(n \times n) \{a_{(\sin)kj} = a_{kj} \sin(\varphi_j - \varphi_k)\}$, ($k, j = \overline{1, n}$)). Если (2a), (2б) записать в виде

$$(A_{\cos \Delta \varphi} - \alpha E)[R] = 0, \quad (A_{\sin \Delta \varphi} - \beta E)[R] = 0, \quad (3)$$

где $E(n \times n)$ — единичная матрица, то, очевидно, что матрицы $(A_{\cos \Delta \varphi} - \alpha E)$, $(A_{\sin \Delta \varphi} - \beta E)$ являются ВМ, аналогичными ВМ из векового уравнения $\det(A_{\text{симм}} - \alpha E) = 0$ в случае задачи для симметричной матрицы $A_{\text{симм}} x = \alpha x$.

2) Умножая слева (2a) на матрицу $A_{(\sin \Delta \varphi)}$, умножая слева (2б) на матрицу $A_{(\cos \Delta \varphi)}$, получаем

$$A_{\sin \Delta \varphi} A_{\cos \Delta \varphi} [R] = A_{\cos \Delta \varphi} A_{\sin \Delta \varphi} [R] = \alpha \beta [R], \quad (4a)$$

$$(A_{\sin \Delta \varphi} A_{\cos \Delta \varphi} - A_{\cos \Delta \varphi} A_{\sin \Delta \varphi}) [R] = 0. \quad (4б)$$

Заметим, что ВМ (46) $(A_{\sin \Delta \varphi} A_{\cos \Delta \varphi} - A_{\cos \Delta \varphi} A_{\sin \Delta \varphi})$ содержит скалярные величины $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ ($[\varphi] = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)^T$), принадлежащие известному промежутку $[0; (2\pi)]$.

3) При обобщении (2а), (2б), (4а) для произвольного $\forall m \in \mathbb{N}$, получаем равенства:

$$(A^m)_{\cos \Delta \varphi} [R] = \rho^m \cos(m\theta) [R], \quad (5а)$$

$$(A^m)_{\sin \Delta \varphi} [R] = \rho^m \sin(m\theta) [R], \quad (5б)$$

$$((A^m)_{\sin \Delta \varphi} (A^m)_{\cos \Delta \varphi} - (A^m)_{\cos \Delta \varphi} (A^m)_{\sin \Delta \varphi}) [R] = 0 \quad (A^m = \underbrace{AA \dots A}_m), \text{ т. е. для } \forall m \in \mathbb{N}$$

матрицы $((A^m)_{\sin \Delta \varphi} (A^m)_{\cos \Delta \varphi} - (A^m)_{\cos \Delta \varphi} (A^m)_{\sin \Delta \varphi})$ являются ВМ.

3а) Если $\beta = 0$, $\alpha \neq 0$, $[\varphi] \neq 0$, то из (2б), (5б) следует, что $\det(A^m)_{\sin \Delta \varphi} = 0$, т. е. $(A^m)_{\sin \Delta \varphi}$ — ВМ ($\forall m \in \mathbb{N}$).

4) Далее, в результате умножения слева (2а), (2б) на матрицы $E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}$, $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}$:

$$E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}(n \times n): \{e_{(\cos(\Delta \varphi + \tau))kj} = 1 \cos(\varphi_j - \varphi_k + \tau)\}, \quad (k, j = \overline{1, n});$$

$$E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}(n \times n): \{e_{(\sin(\Delta \varphi + \tau))kj} = 1 \sin(\varphi_j - \varphi_k + \tau)\}, \quad (k, j = \overline{1, n}), \quad (\forall \tau \in \mathbb{R}^1),$$

получаем систему

$$\begin{cases} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} \text{diag}(V)[R] = (\alpha E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} - \beta E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)})[R] = \rho E_{\cos(\Delta \varphi + \tau + \theta)}[R], \\ E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} \text{diag}(V)[R] = (\alpha E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} + \beta E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)})[R] = \rho E_{\sin(\Delta \varphi + \tau + \theta)}[R], \end{cases} \quad (6)$$

где $\text{diag}(V)$ — диагональная матрица $(n \times n)$, $V_{jj} = \sum_{k=1}^n a_{kj}$. Используя соотношения

$$E_{\cos(\Delta \varphi)} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} - E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} = n E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^1, \quad (7а)$$

$$E_{\cos(\Delta \varphi)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} + E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} = n E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}, \quad \forall \tau \in \mathbb{R}^1 \quad (7б)$$

можно показать, что $E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}$, $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}$ являются ВМ для $\forall \tau \in \mathbb{R}^1$ (в том числе для значений $\tau = 0; \pm\theta$). Предположим (от противного), что матрицы $E_{\sin(\Delta \varphi)}$, $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}$ — невырожденные, т.е. существуют обратные матрицы $E_{\sin(\Delta \varphi)}^{-1}$, $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1}$ такие, что $E_{\sin(\Delta \varphi)}^{-1} E_{\sin(\Delta \varphi)} = E$, $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} = E$.

Приведем (7б) к виду

$$(E_{\cos(\Delta \varphi)} - nE) E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} = -E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}; \quad (8)$$

после умножения обеих частей равенства (8) справа на произведение $(E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} \times E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)})$:

$$(E_{\cos(\Delta \varphi)} - nE) E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} = -E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} \quad (8а)$$

и замены левой части (8а) согласно (7а): $(E_{\cos(\Delta \varphi)} - nE) E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} = E_{\sin(\Delta \varphi)} \times E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}$, получаем

$$E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)} = -E_{\sin(\Delta \varphi)} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}. \quad (8б)$$

Теперь умножим слева обе части равенства (8б) на $(E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\sin(\Delta \varphi)}^{-1})$ (предполагая, что $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1}$, $E_{\sin(\Delta \varphi)}^{-1}$ существуют): $-E = E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} \times E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)}$ или

$$-E = (E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)})^2. \quad (9)$$

Из (9) следует, что $E_{\sin(\Delta \varphi + \tau)}^{-1} E_{\cos(\Delta \varphi + \tau)} = \text{diag}(\pm i)$, где $\text{diag}(\pm i)$ — диагональная матрица $(n \times n)$ с диагональными элементами равными $\pm i$ (i — мнимая единица);

т. е. в результате умножения двух действительных матриц $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}^{-1}$ и $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}$ получается матрица с мнимыми элементами. Отсюда следует, что сделанное предположение о существовании обратной матрицы для $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}$, $\forall \tau \in \mathbb{R}^1$ неверно, и $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}$, $\forall \tau \in \mathbb{R}^1$ — ВМ. (Вырожденность матриц $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}$ ($\forall \tau \in \mathbb{R}^1$) обусловлена тригонометрическим тождеством $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} = E_{\cos(\Delta\varphi+\mu+\pi/2)} = -E_{\sin(\Delta\varphi+\mu)}$, ($\forall \mu \in \mathbb{R}^1$).)

Из (9) также следует, что если спектр симметричной матрицы содержит СЗ разных знаков ($A_{\text{симм}}x = \alpha x$, $\exists \alpha_l > 0$, $\exists \alpha_k < 0$), то не существует действительной матрицы $\bar{A}B(n \times n)$: $B^2 = BB = A_{\text{симм}}$.

5) Ввиду того, что $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}$, $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}$ ($\forall \tau \in \mathbb{R}^1$) являются ВМ, каждая из этих матриц имеет не менее одного нулевого СЗ $\alpha_0 = 0$, которому соответствуют СВ $[H_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}^0]$, $[H_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}^0]$ ($[H_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}^0] \neq 0$, $[H_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}^0] \neq 0$):

$$E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}^0] = 0, \quad (10a)$$

$$E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}^0] = 0. \quad (10б)$$

Если рассмотреть систему (6) при $\tau = 0$, то умножая слева уравнения системы на транспонированные СВ $[H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T$, $[H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T$ ($[H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T \neq 0$, $[H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T \neq 0$), получаем

$$\begin{aligned} [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin \Delta\varphi} [R] &= 0, & [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos \Delta\varphi} [R] &= 0, \\ [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin \Delta\varphi} \text{diag}(V) [R] &= 0, & [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos \Delta\varphi} \text{diag}(V) [R] &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая, что $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} = E_{\cos \Delta\varphi} \cos \tau - E_{\sin \Delta\varphi} \sin \tau$, $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)} = E_{\sin \Delta\varphi} \cos \tau + E_{\cos \Delta\varphi} \sin \tau$, из системы (6) ($\forall \tau \in \mathbb{R}^1$) следует, что выполняются также соотношения:

$$\begin{aligned} [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)} [R] &= 0, & [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} [R] &= 0, \\ [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)} \text{diag}(V) [R] &= 0, & [H_{\cos \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} \text{diag}(V) [R] &= 0; \\ [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)} [R] &= 0, & [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} [R] &= 0, \\ [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)} \text{diag}(V) [R] &= 0, & [H_{\sin \Delta\varphi}^0]^T E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)} \text{diag}(V) [R] &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку вектор $[R] \neq 0$ и выражения (12) имеют место для $\forall \tau \in \mathbb{R}^1$, заключаем, что равны нулю все вышеуказанные матричные сомножители вектора $[R]$, т. е.

$$\begin{aligned} E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\cos \Delta\varphi}^0] &= 0, & E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\sin \Delta\varphi}^0] &= 0; \\ E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\cos \Delta\varphi}^0] &= 0, & E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}[H_{\sin \Delta\varphi}^0] &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) следует: а) для $\forall [\varphi] \neq 0$ существует хотя бы один вектор $[H^0] \neq 0$ ($[H^0] = [H_{\sin \Delta\varphi}^0] = [H_{\cos \Delta\varphi}^0]$), который одновременно является СВ (СЗ $\alpha_0 = 0$) для матриц $E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}$, $E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}$ ($\forall \tau \in \mathbb{R}^1$); б) систему (6) можно представить в виде:

$$\begin{cases} E_{\cos(\Delta\varphi+\tau)}([VR] \pm [H^0]) = \rho E_{\cos(\Delta\varphi+\tau+\theta)}([R] \pm [H^0]), \\ E_{\sin(\Delta\varphi+\tau)}([VR] \pm [H^0]) = \rho E_{\sin(\Delta\varphi+\tau+\theta)}([R] \pm [H^0]), [VR] = \text{diag}(V)[R], \forall \tau \in \mathbb{R}^1. \end{cases}$$

1. Борович З. И. Определители и матрицы. — СПб.: Лань, 2009. — 183 с.
2. Серебрякова И. Е. Рекуррентные решения несимметричной спектральной задачи и их тригонометрическое представление. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — 96 с.

О НАЧАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ В НЕСИММЕТРИЧНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

И. Е. Серебрякова

МАИ, Москва, Россия

При численном решении несимметричных спектральных задач (НСЗ) одной из проблем является выбор начальных приближений (НП) собственных векторов (СВ). Также следует отметить, что НСЗ, сформулированная в виде

$$AX = \lambda X, \quad (a_{kj} \neq a_{jk}) \quad (1)$$

(A — несимметричная матрица (НсМ) ($n \times n$), λ — собственное значение (СЗ) ($\lambda = \alpha + i\beta$), СВ $X = x + iy$ ($x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$), или

$$\begin{cases} A\chi = \alpha\chi - \beta y, \\ Ay = \alpha y + \beta\chi \end{cases} \quad (1a)$$

представляет дополнительные сложности в вычислительном плане, поскольку и действительные, и комплексные СЗ (СВ) определяются исходя из одних и тех же соотношений ((1), (1a)).

В частности, если n — нечетно, или у НсМ $A(n \times n)$ асимметрия выражена незначительно (например, доминируют элементы главной диагонали и т. п.), представляется целесообразным для поиска предполагаемых действительных СЗ воспользоваться соотношениями, отличными от (1), (1a).

Запишем НСЗ (1) для действительного СЗ α ($\alpha \in \mathbb{R}^1$) и действительного СВ $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ($x \in \mathbb{R}^n$) в виде

$$Ax = \text{diag}(\alpha)x, \quad (a_{kj} \neq a_{jk}), \quad (2)$$

где $\text{diag}(\alpha)$ — диагональная матрица ($n \times n$): $\text{diag}(\alpha) = \alpha \cdot E$, $E(n \times n)$ — единичная матрица.

Рассмотрим симметрические матрицы (СМ) $A_{\min}(n \times n)$ и $A_{\max}(n \times n)$, составленные на основе заданной НсМ $A(n \times n)$ следующим образом: элементы главной диагонали матрицы A оставлены без изменения; а в качестве элементов k -й строки, j -го столбца ($k \neq j$) назначается минимум (для СМ $A_{\min}$) или максимум (для СМ $A_{\max}$) из элементов a_{kj} , a_{jk} ($k, j = \overline{1, n}$) исходной НсМ A :

$$A_{\min}(n \times n): \{a_{(\min)kj} = a_{kj}, k = j; a_{(\min)kj} = \min(a_{kj}, a_{jk}), k \neq j; (k, j = \overline{1, n})\},$$

$$A_{\max}(n \times n): \{a_{(\max)kj} = a_{kj}, k = j; a_{(\max)kj} = \max(a_{kj}, a_{jk}), k \neq j; (k, j = \overline{1, n})\}.$$

Предположим, что получено полное решение спектральных задач для СМ $A_{\min}$ и $A_{\max}$:

$$A_{\min}L = \nu L, \quad (3a)$$

$$A_{\max}H = \gamma H, \quad (3б)$$

т. е. определены все действительные СЗ $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$ ($\nu_m \in \mathbb{R}^1$, ($m = \overline{1, n}$)) для СМ $A_{\min}$, СЗ $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ ($\gamma_m \in \mathbb{R}^1$, ($m = \overline{1, n}$)) для СМ $A_{\max}$ и соответствующие им СВ:

$$L^{(m)} = (l_1^{(m)}, l_2^{(m)}, \dots, l_n^{(m)})^T, \quad m = \overline{1, n} \quad (4a)$$

(для СМ $A_{\min}$),

$$H^{(m)} = (h_1^{(m)}, h_2^{(m)}, \dots, h_n^{(m)})^T, \quad m = \overline{1, n} \quad (4б)$$

(для СМ $A_{\max}$).

Составим из вышеуказанных СВ матрицы $L_{\min}(n \times n)$ и $H_{\max}(n \times n)$ таким образом, что k -е строки этих матриц будут состоять из СВ $L^{(k)}, H^{(k)}$ соответственно ($k = \overline{1, n}$):

$$L_{\min}(n \times n): \{l_{(\min)kj} = l_j^{(k)}; k, j = \overline{1, n}\}, \quad H_{\max}(n \times n): \{h_{(\max)kj} = h_j^{(k)}; k, j = \overline{1, n}\}.$$

Учитывая, что исходная НсМ A представима в виде выражений:

$$A = A_{\min} + A_{\Delta(\min)}, \quad (5a)$$

$$A = A_{\max} - A_{\Delta(\max)}, \quad (5b)$$

$A_{\Delta(\min)}, A_{\Delta(\max)}$ — разреженные отрицательные матрицы:

$$A_{\Delta(\min)}(n \times n): \{a_{\Delta(\min)kj} = 0, k = j; a_{\Delta(\min)kj} = a_{kj} - \min(a_{kj}, a_{jk}), k \neq j; (k, j = \overline{1, n})\},$$

$$A_{\Delta(\max)}(n \times n): \{a_{\Delta(\max)kj} = 0, k = j; a_{\Delta(\max)kj} = \max(a_{kj}, a_{jk}) - a_{kj}, k \neq j; (k, j = \overline{1, n})\};$$

$A_{\Delta(\min)} = (A_{\Delta(\max)})^T$, запишем НСЗ (2) в виде следующих равенств:

$$(A_{\min} + A_{\Delta(\min)})x = \text{diag}(\alpha)x, \quad (6a)$$

$$(A_{\max} - A_{\Delta(\max)})x = \text{diag}(\alpha)x. \quad (6b)$$

Умножим слева НСЗ (6a) на матрицу $L_{\min}$:

$$L_{\min}(A_{\min} + A_{\Delta(\min)})x = \text{diag}(\alpha)L_{\min}x, \quad (L_{\min}A_{\Delta(\min)})x = \text{diag}(\alpha - v)L_{\min}x, \quad (7a)$$

умножим слева НСЗ (6b) на матрицу

$$H_{\max}: H_{\max}(A_{\max} - A_{\Delta(\max)})x = \text{diag}(\alpha)H_{\max}x, \quad (H_{\max}A_{\Delta(\max)})x = \text{diag}(\gamma - \alpha)H_{\max}x, \quad (7b)$$

($\text{diag}(\alpha - v) = \text{diag}(\alpha) - \text{diag}(v)$, $\text{diag}(\gamma - \alpha) = \text{diag}(\gamma) - \text{diag}(\alpha)$).

В общем случае, каждое из матричных равенств (7a), (7b) можно рассматривать как НСЗ для нахождения действительных СЗ α и СВ x ; при этом критериями оптимального приближения СВ $\tilde{x}_{opt}$ для каждой из систем (7a), (7b) можно считать минимум нижеследующих среднеквадратических (с.к.) погрешностей σ_L, σ_H : обозначим в (7a) $(L_{\min}A_{\Delta(\min)})x = W_{(L)}$, $L_{\min}x = U_{(L)}$ ($W_{(L)} = (w_1^{(L)}, \dots, w_n^{(L)})^T$, $U_{(L)} = (u_1^{(L)}, \dots, u_n^{(L)})^T$), тогда (7a) запишется в виде $W_{(L)} = \text{diag}(\alpha - v)U_{(L)}$ и с.к. погрешность σ_L определятся как

$$\sigma_L = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\alpha_{(L)j} - \tilde{\alpha}_{(L)})^2, \quad \alpha_{(L)j} = \frac{w_j^{(L)}}{u_j^{(L)}} + v_j \quad (u_j^{(L)} \neq 0, j = \overline{1, n}); \quad \tilde{\alpha}_{(L)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{(L)j}. \quad (8a)$$

Аналогично, обозначая в (7b) $(H_{\max}A_{\Delta(\max)})x = W_{(H)}$, $H_{\max}x = U_{(H)}$, получаем $W_{(H)} = \text{diag}(\gamma - \alpha)U_{(H)}$; тогда с.к. погрешность σ_H можно определить в виде

$$\sigma_H = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\alpha_{(H)j} - \tilde{\alpha}_{(H)})^2, \quad \alpha_{(H)j} = \gamma_j - \frac{w_j^{(H)}}{u_j^{(H)}} \quad (u_j^{(H)} \neq 0, j = \overline{1, n}); \quad \tilde{\alpha}_{(H)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \alpha_{(H)j}. \quad (8b)$$

Аналогичные (7a), (7b), (8a), (8b) соотношения можно задействовать для поиска НП комплексных СЗ НсМ A . Для этого рассмотрим матрицы $A_{(p)}$ и $A^{(p)}$ ($p = 1, 2, \dots$):

$$A_{(p)} = A_{\min} + \frac{p}{m} A_{\Delta(\min)}, \quad (9a)$$

$$A^{(p)} = A_{\max} - \frac{p}{m} A_{\Delta(\max)} \quad (p, m \in \mathbb{N}^1, p \leq m, m \geq 2), \quad (9b)$$

последовательно определяя для каждой пары $A_{(p)}, A^{(p)}$ СВ $x^{(p)}$ и СЗ $\alpha^{(p)}$. Если для некоторого значения $\hat{p}$ ($1 < \hat{p} \leq m, \hat{p} \in \mathbb{N}^1$) с.к. погрешности вида (8a), (8b) не

стремятся к нулю (при численном решении задач (8а), (8б), то это будет означать комплексность приближаемых СВ и СЗ.

В этом случае следует переходить к НСЗ вида (1), (1а), используя в качестве НП СВ $x^{(\widehat{p}-1)}$, для которого с.к. погрешности $\sigma_L^{(\widehat{p}-1)}, \sigma_H^{(\widehat{p}-1)}$ приближения СЗ $\alpha^{(\widehat{p}-1)}$ удовлетворяют заданной точности.

З а м е ч а н и е. Для тригонометрических матриц $E_{\cos \Delta \varphi}$ (СМ), $E_{\sin \Delta \varphi}$ (кососимметричной матрицы (КсМ)):

$$E_{\cos \Delta \varphi}(n \times n): \{e_{(\cos \Delta \varphi)kj} = \cos(\varphi_j - \varphi_k)\},$$

$$E_{\sin \Delta \varphi}(n \times n): \{e_{(\sin \Delta \varphi)kj} = \sin(\varphi_j - \varphi_k)\}, \quad (k, j = \overline{1, n}).$$

СВ и СЗ соотносятся следующим образом: учитывая $E_{\cos \Delta \varphi} E_{\cos \Delta \varphi} - E_{\sin \Delta \varphi} E_{\sin \Delta \varphi} = n E_{\cos \Delta \varphi}$,

$$E_{\cos \Delta \varphi} H = \alpha H, (E_{\cos \Delta \varphi})^2 = \{H\} \operatorname{diag}(\alpha^2) \{H\}^{-1}, (E_{\sin \Delta \varphi})^2 \{H\} = \{H\} \operatorname{diag}(\alpha^2 - n\alpha), \quad (10)$$

(k -й столбец матрицы $\{H\}(n \times n)$ представляет СВ H_k ($H_k = (h_1^{(k)}, h_2^{(k)}, \dots, h_n^{(k)})^T$): ($E_{\cos \Delta \varphi} H_k = \alpha_k H_k$) ($k = \overline{1, n}$)), следует отметить:

- 1) поскольку (10) соответствует НСЗ вида
$$\begin{cases} A^2 x = -\beta^2 x, \\ A^2 y = -\beta^2 y, \end{cases} \text{ для случая чи-}$$

сто мнимого СЗ $\lambda = \pm i\beta$, это означает, что существуют пары СВ $H(H_k, H_{k+1})$ СМ $E_{\cos \Delta \varphi}$, которые являются действительными и мнимыми («взаимозаменяемыми» [1]) частями СВ $X = x + iy$ для КсМ $E_{\sin \Delta \varphi}$, $(E_{\sin \Delta \varphi})^2$, так что спектр матрицы $E_{\cos \Delta \varphi}$ состоит (в том числе) из СЗ α_k, α_{k+1} : выполняется равенство $\alpha_k^2 - n\alpha_k = \alpha_{k+1}^2 - n\alpha_{k+1}$;

2) спектр КсМ матрицы $E_{\sin \Delta \varphi}$ содержит (в том числе) чисто мнимые СЗ $\lambda_{k,k+1} = \pm i\beta_k$; в то же время из (10) следует, что $-\beta_k^2 = \alpha_k(\alpha_k - n)$, так что $\lambda_{k,k+1} = \pm i\sqrt{-\alpha_k(\alpha_k - n)}$. Учитывая, что $(2 - n) \leq \alpha_k \leq n$, можно заметить, что произведение $\alpha_k(\alpha_k - n)$ будет отрицательным при $0 < \alpha_k \leq n$, т.е. спектр СМ $E_{\cos \Delta \varphi}$ состоит (в том числе) из положительных СЗ α_k, α_{k+1} : $\alpha_k > 0, \alpha_{k+1} > 0$, для которых выполняется равенство $\alpha_k^2 - n\alpha_k = \alpha_{k+1}^2 - n\alpha_{k+1}$.

1. *Серебрякова И. Е.* Рекуррентные решения несимметричной спектральной задачи и их тригонометрическое представление. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — 96 с.

РЕСУРСОЕМКОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ МОДИФИЦИРОВАННЫХ НЕРАЗЪЕМНЫХ КЛЕЕВЫХ СОЕДИНЕНИЙ*

А. П. Соколов, А. В. Игнатов, В. Н. Щетинин, А. С. Сапелкин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Внедрение твердых тел в клеевой шов способно значительно повысить величину предельных сжимаемых напряжений [1], так как передача нагрузки в этом случае проводится через поверхности контакта металлических деталей (рис. 1), уменьшая

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта №15-08-06447.

ослабление полимерного слоя. Как показали экспериментальные исследования [2], при вдавливании внедряемых тел в поверхности склеиваемых деталей, увеличивается средний модуль сдвига клеевого шва.

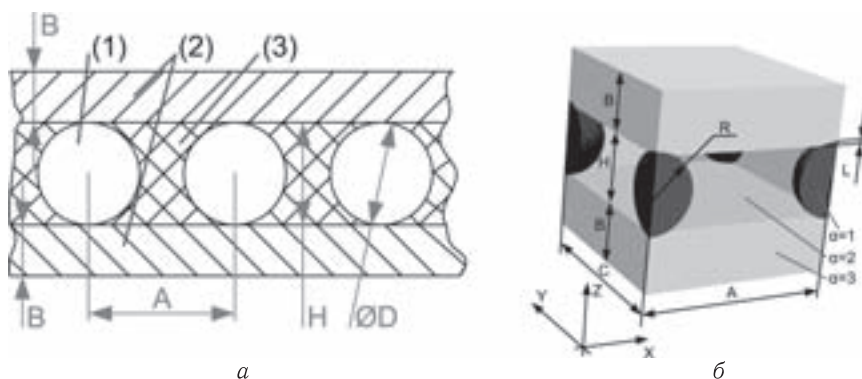


Рис. 1. Общая (а) и трехмерная (б) схемы рассматриваемого неразъемного клеевого соединения, армированного сферическими включениями: (1) — включения, (2) — склеиваемые детали, (3) — клей

Целью работы было численно определить зависимости упруго-прочностных характеристик клеевого шва, армированного сферическими включениями, от размеров и взаимного расположения внедряемых тел. Известными считались упруго-прочностные свойства отдельных компонент рассматриваемого адгезивного соединения. В задачи исследования входила проверка влияния глубины вдавливания внедряемых тел в склеиваемые поверхности на прочность клеевого соединения при сжатии и сдвиге. Решение задачи осуществлялось численно с помощью метода многомасштабной гомогенизации (МГ) [3, 4], программная реализация которого была создана ранее в рамках Распределенной вычислительной системы GCD (PBC GCD) [5].

МГ активно применяется для моделирования процессов деформирования композиционных материалов (КМ) [6–10]. В процессе проведенных экспериментальных исследований внедряемые в клеевой шов включения располагались в строго периодическом порядке, поэтому было сделано предположение о возможности применения МГ для численной оценки эффективных упруго-прочностных характеристик (ЭУПХ) соединения.

Вычислительный эксперимент по определению ЭУПХ исследуемых клеевых соединений проводился на вычислительном узле с архитектурой Intel MIC. Узел включал в себя: управляющий хост на базе двух процессоров Intel Xeon E5-2695 с общей памятью и сопроцессор Intel Xeon Phi 7120, подключенный к PCI слоту хоста:

- Intel Xeon E5-2695: а) 12 физических ядер с тактовой частотой 2,4 ГГц (24 логических ядра); б) объем оперативной памяти: 64 Гб; в) объем кэш памяти ядра: 30 Мб; г) длина векторного регистра: 256 бит.

- Intel Xeon Phi 7120: а) 61 физическое ядро с частотой 1,238 ГГц каждое (244 логических ядра); б) объем оперативной памяти: 16 Гб; в) объем кэш памяти ядра: 30 Мб; г) длина векторного регистра: 512 бит.

При фиксированных значениях параметров геометрии: $A = 4$ [мм], $R = 1,5$ [мм], $B = 5$ [мм] варьировалось значение глубины вдавливания L . Отдельные результаты

вычислений представлены (рис. 2). В связи с высокой чувствительностью модели расчета пределов пропорциональности к концентраторам напряжений, некоторые зависимости были аппроксимированы полиномами низких степеней с целью фильтрации высокочастотных осцилляций.

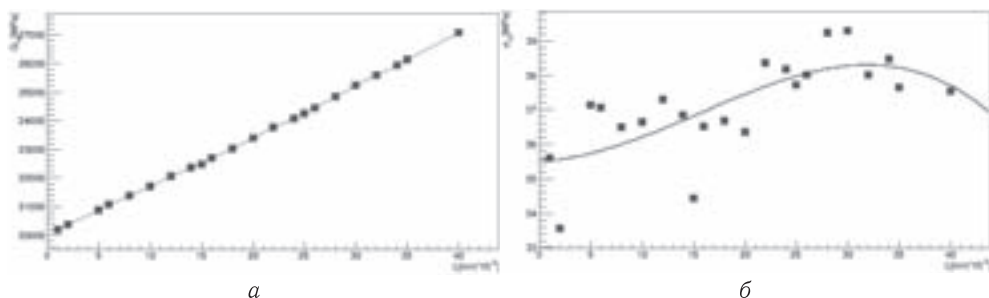


Рис. 2. Зависимости (а) модуля сдвига G_{xy} и (б) предела пропорциональности σ_{xy} ($p000E00$) при сдвиге в плоскости OXY от глубины вдавливания L

В работе были численно подтверждены результаты экспериментальных исследований проводимых ранее, что позволяет сделать вывод о возможности численного проектирования армированных неразъемных соединений рассматриваемого типа с заранее заданными характеристиками.

1. Игнатов А. В. Влияние характеристик поверхностного слоя детали на качество сборки клеевого соединения в машиностроении // Справочник. Инженерный журнал с приложениями. — 2010. — С. 17–24.
2. Игнатов А. В., Постникова Е. С. Оптимизация проектирования и сборки клеевых соединений в современном машиностроении // Главный механик. — 2014. — С. 24–29.
3. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. — М.: Наука, 1984.
4. Grigoris Pavliotis, Andrew Stuart. Multiscale Methods: Averaging and Homogenization // Texts in Applied Mathematics. — 2008. — V. 53.
5. Соколов А. П. Математическое моделирование эффективных упругих характеристик композитов с многоуровневой иерархической структурой: дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук: 05.13.18, 01.02.04, защищена 14.10.08; утв. 23.01.09 / Соколов Александр Павлович. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Москва, 2009.
6. Dimitrienko Y. I., Sborschikov S. V., Sokolov A. P., Shpakova Y. V. Computational modeling of failure of textile composites // Computational continuum mechanics. — 2013. — V. 6, No. 4.
7. Dimitrienko Yu. I., Sokolov A. P. Numerical modeling of composites with multiscale microstructure // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics. — 2011. — V. 75, Issue 11. — P. 1457–1461.
8. Li L. Y., Wen P. H., and Aliabadi M. H. Meshfree modeling and homogenization of 3d orthogonal woven composites // Composites Science and Technology. — 2011. — V. 71, Issue 15. — P. 1777–1788.
9. Яковлева Е. А. Осреднение стационарного уравнения теплопроводности для периодических сред специальной структуры // ЖВМиМФ. — 1982. — Т. 22(3). — С. 623–633.
10. Зобнин А. И. Бардзюкас Д. И. Математическое моделирование процессов в композиционных материалах периодической структуры. — М.: УРСС, 2003.

МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ*

Д. А. Тархов, Т. А. Шемякина

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе тестируются методы нейросетевого моделирования на частном варианте макрокинетической модели неизотермического химического реактора [1]. В работах авторов [2–4] исследовалась стационарная нейросетевая модель химического реактора, являющаяся приближенным решением краевой задачей для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \alpha \exp[\theta] = 0, \quad \frac{d\theta}{dx}(0) = 0, \quad \theta(1) = 0. \quad (1)$$

Задача (1) о тепловом взрыве в плоскопараллельном случае интересна тем, что известно точное решение, область существования решения и значения параметра, при которых решение задачи не существует ($\delta > \delta_{кр} \approx 0,878458$).

В данной работе продолжается исследование алгоритмов построения параметрических приближенных нейросетевых решений модели химического реактора при нестационарном процессе. Частный вариант этой модели описывается уравнением из монографии [1]:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \alpha \exp[\theta]. \quad (2)$$

Для явления теплового взрыва (самовоспламенения) к уравнению (2) добавляются начально-краевые условия:

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial x} + \sigma\theta\right)(0, t) = 0, \quad \theta(1, t) = 0; \quad \theta(x, 0) = \theta_0(x), \quad (3)$$

где σ — безразмерный параметр. Условие самовоспламенения в задаче (2), (3) определяется из соответствующего стационарного уравнения и имеет вид $\delta = \delta_{кр}$, выше которого стационарная задача (1) перестает быть разрешимой.

Решение задачи (2), (3) является возрастающей функцией от переменной t , ограниченной при $t \in (0, \infty)$ тогда и только тогда, когда существует положительное решение стационарной задачи (1). При этом $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t, x)$ является наименьшим положительным решением задачи (1). Отсутствие положительного решения задачи (1) является признаком неограниченного роста решения задачи (2), (3).

Задача (2), (3) также описывает течение вязкой жидкости. По аналогии с тепловым взрывом химического происхождения это явление, имеющее в данном случае гидродинамическую природу, было названо гидродинамическим тепловым взрывом.

В модели химического реактора в отличие от самовоспламенения в задаче о зажигании (вынужденном воспламенении) для уравнения (2) ставятся начально-краевые условия вида:

$$\theta(0, t) = 0, \quad \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} + \sigma(\theta + \theta_0)\right)(1, t) = 0, \quad \theta(x, 0) = -\theta_0(x), \quad (4)$$

Приближенное решение задачи с уравнением (2) и начально-краевыми условиями (3) в следующем виде:

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \theta(1, t) = 0, \quad \theta(x, 0) = \theta_0(x). \quad (5)$$

*Работа поддержана грантом РФФИ №14-01-00660А.

ищется в виде нейросетевого разложения вида:

$$\theta(x, \delta) = \sum_{k=1}^N c_k \exp(-a_{1,k}^2(x - \tilde{x}_k)^2 - a_{2,k}^2(t - \tilde{t}_k)^2) \operatorname{th}(a_{3,k}(\delta - \tilde{\delta}_k)^2),$$

или

$$\theta(x, \delta) = \sum_{k=1}^N c_k \exp(-a_{1,k}^2(x - \tilde{x}_k)^2 - a_{2,k}^2(\delta - \tilde{\delta}_k)^2) \operatorname{th}(a_{3,k}(t - \tilde{t}_k)),$$

параметры которого находятся в процессе поэтапного обучения сети на основе минимизации функционала ошибки. Функционал ошибки состоит из невязок в удовлетворении уравнению, начально-краевым условиям, и дополнительным условиям.

Мы использовали сети из $N = 10, 30, 50, 100, 150, 200$ нейроэлементов. Мы выбрали следующие интервалы изменения параметра $\delta \in [\delta_{\min}; \delta_{\max}]$: $[0,8; 1,0]$ и $[0,9; 1,0]$.

Проведено тестирования алгоритмов обучения нейронных сетей [5–7]. В результате численных экспериментов пришли к следующим выводам:

- точность нейросетевого приближения к решению существенно повышается, если мы увеличиваем число нейроэлементов; при этом резко растет время обучения;
- более точное нейросетевое решение получается при использовании дополнительной информации — измерений или численного решения при одном или нескольких характерных значений параметра; в этом случае роста времени обучения не происходит.

1. Худяев С. И. Пороговые явления в нелинейных уравнениях. — М.: Наука, 2003. — 268 с.
2. Тархов Д. А., Шемякина Т. А. Параметрическая нейросетевая модель неизоотермического химического реактора // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 178–179.
3. Васильев А. Н., Тархов Д. А., Шемякина Т. А. Модель неизоотермического химического реактора на основе параметрических нейронных сетей // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: Сб. статей XV Международной научно-технической конференции — Пенза: Приволжский Дом знаний, 2015. — С. 96–99.
4. Васильев А. Н., Тархов Д. А., Шемякина Т. А. Модель неизоотермического химического реактора на основе параметрических нейронных сетей. Гибридный метод // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — М.: ИНТУИТ.РУ, 2015. Т. 2. № 11. — С. 271–278.
5. Васильев А. Н., Тархов Д. А., Шемякина Т. А. Нейросетевой подход к задачам математической физики. — СПб.: Изд-во «Нестор-История», 2015. — 260 с.
6. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2009. — 528 с.
7. Тархов Д. А. Нейросетевые модели и алгоритмы. — М.: Радиотехника, 2014. — 348 с.

РАЗРЯДНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ СПОСОБ РЕАЛИЗАЦИИ CORDIC-АЛГОРИТМОВ*

В. М. Хачумов

ФИЦ ИУ РАН (ИСА РАН), Москва, Россия

В последнее время наблюдается повышение профессионального интереса к алгоритмам семейства CORDIC [1]. Это выражается, прежде всего, в создании библиотек CORDIC-алгоритмов, которые применяются в процессорах DSP [2–4], а

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-07-00096_а.

также различных приложениях на основе FPGA [5–8]. Возрастание интереса объясняется простотой аппаратной реализации и схожестью итерационных процедур вычисления математических функций, в том числе операций «поворот», «вектор», «множительно-делительная», тригонометрических, гиперболических, логарифмических и других функций, применяемых в механике, управлении, машинной графике.

Эффективное вычисление функций является принципиально важным для разработки математического обеспечения бортовых вычислителей в условиях наличия ограничений на ресурсы и память. Рассмотрим, например способ вычисления квадратного корня [1]:

$$y_{i+1} = y_i - \varepsilon_i x_i 2^{-i}, \quad x_{i+1} = x_i + \varepsilon_i y_i 2^{-i}, \quad \varphi_{i+1} = \varphi_i + \varepsilon_i \varphi_i 2^{-i}, \quad \varepsilon_i = \text{sign}(y_i - x_i 2^{-i}).$$

Начальные условия: $y_1 = 1 - x$, $\varepsilon_0 = 1$, $x_i = x$, $\varphi_i = x$. Результат: $\varphi_n = \sqrt{x}$. Для реализации этой CORDIC-операции можно применить три основных подхода. Последовательный подход связан с привлечением универсального вычислителя (рис. 1) или специализированного устройства, на котором выполняются все итерации [3]. Алгоритм реализуется за время $t_1 = m(t_{\text{сл}} + t_{\text{сдв}})$. Здесь такт работы включает время выполнения параллельного суммирования и среднее время сдвига m — разрядных операндов, приходящееся на одну итерацию. Для ускорения вычислений применяют конвейерную архитектуру [9], представленную на рис. 2.

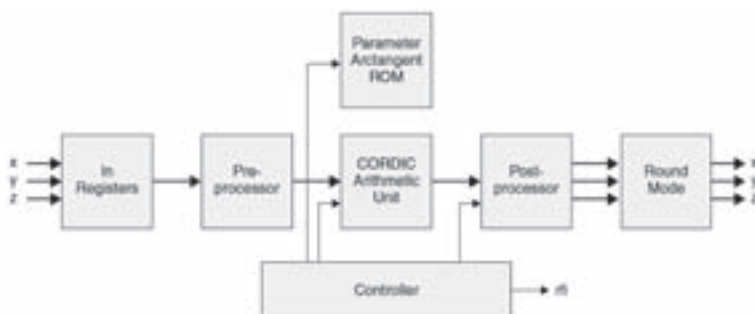


Рис. 1. Последовательная организация

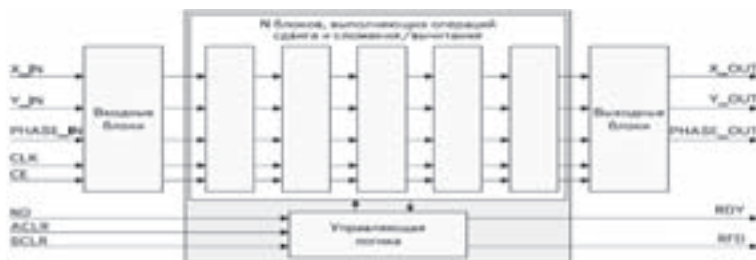


Рис. 2. Конвейерная организация

В этом случае количество операционных устройств равно числу выполняемых итераций. При потоковой обработке и условии заполнения конвейера функция будет вычисляться за время работы одного звена конвейера. Возможна и иная организация, так из равенств: $\varepsilon_i = -\text{sign}[Y \prod_{k=1}^{i-1} (1 + \varepsilon_k 2^{-k})^2 - 1]$, $x = \sqrt{y} = y \prod_{i=1}^n (1 + \varepsilon_i 2^{-i})$ следует возможность представления результата операции $x = \sqrt{y}$ в разрядно-параллельной форме. Пусть $y = 0,0y_1y_2 \dots y_m$ — нормализованное положительное

двоичное число $0,25 < y < 0,5$. Результат $0,5 < x < 0,708$ представлен разрядами $x = 0.x_1x_2 \dots x_{2m}$ (табл. 1).

Таблица 1

Вес	Положительные операнды				Отрицательные операнды							
2^{-1}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-3}	y_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-4}	y_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-5}	y_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-6}	y_5	0	0	0	y_2	y_2y_3	0	0	0	0	0	0
2^{-7}	y_6	0	0	0	y_2y_4	0	0	0	0	0	0	0
2^{-8}	y_7	y_2	y_2y_3	0	y_3	y_2y_5	y_3y_4	0	0	0	0	0
2^{-9}	y_8	y_2y_4	y_2y_3	0	y_3y_5	0	0	0	0	0	0	0
2^{-10}	y_2y_4	$y_2y_3y_5$	0	0	y_2y_6	y_4	y_2y_7	y_3y_6	y_4y_5	y_2y_3	y_2	
2^{-11}	y_3	$y_2y_3y_5$	y_2y_6	y_3y_4	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-12}	y_2y_6	y_3y_4	0	0	y_2	0	0	0	0	0	0	0
2^{-13}	y_2y_3	$y_2y_3y_4$	0	0	y_2y_5	0	0	0	0	0	0	0
2^{-14}	y_2y_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2^{-15}	y_2y_3	0	0	0	y_2	0	0	0	0	0	0	0
2^{-16}	y_2y_4	y_2y_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Из системы разрядных срезов сформированы две группы 16-разрядных двоичных операндов в соответствии с их знаками и весами. Операнды можно сложить в одном ассоциативном многоходовом суммирующем устройстве. Быстродействие оценивается по формуле $t_2 = m + \lceil \log_2(n) \rceil + 2$. Здесь m — разрядность, n — количество операндов. На основе разрядной схемы можно построить конвейер с максимальным быстродействием, поскольку в каждом звене будут выполняться только одна операция суммирования и логические операции формирования битов.

Аналогичным образом формируются разрядно-параллельные представления и других алгоритмов семейства CORDIC. Точный подсчет эффективности реализации каждой математической функции требует знания полной информации о способе организации вычислений и аппаратных затратах.

1. Байков В. Д., Смолов В. Б. Специализированные процессоры. Итерационные алгоритмы и структуры. — М.: Радио и связь, 1985. — 288 с.
2. CORDIC v6.0. LogiCORE IP Product Guide — Vivado Design Suite, PG105 Nov.18, 2015. — URL: http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/cordic/v6_0/pg105-cordic.pdf.
3. CORDIC IP Core User's Guide. © 2012 Lattice Semiconductor Corp. — IPUG81_1.3, August 2012.
4. Nikhil Dhume, Ramakrishnan Srinivasakannan. Parameterizable CORDIC-Based Floating-Point Library Operations (XAPP552 (v1.0) June 1, 2012). — URL: http://www.xilinx.com/support/documentation/application_notes/xapp552-cordic-floating-point-operations.pdf.
5. ShrugalVarde, Dr. NishaSarwade, RichaUpadhyay. Hardware Implementation Of Hyperbolic Tan Using Cordic On FPGA // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). — March — April 2013. — V. 3, Issue 2. — P. 696–699.
6. Gadekar S. R. CORDIC Algorithm for WLAN // Int. Journal of Engineering Research and Applications. — August 2015. — V. 5, Issue 8 (Part-2). — P. 1–4.

7. *Rui Xu, Zhanpeng Jiang, Hai Huang, Changchun Dong.* An Optimization of CORDIC Algorithm and FPGA Implementation // International Journal of Hybrid Information Technology. — 2015. — V. 8, No. 6. — P. 217–228. — URL: http://www.sersc.org/journals/IJHIT/vol8_no6_2015/21.pdf.
8. *Godbole B. B., Nikam R. H.* FPGA implementation of CORDIC algorithm used in DDS based modulators // International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering. — January 2015. — V. 4, Issue 1. — P. 94–97. — URL: <http://www.ijarcece.com/upload/2015/january/IJARCE2D.pdf>.
9. *Зотов В.* Разработка базовых компонентов цифровых устройств, реализуемых на базе ПЛИС FPGA фирмы Xilinx®, с помощью генератора параметризованных модулей CORE Generator // Компоненты и технологии. — 2008. — №2. — С. 49–56.

О МРІ-РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА НА ОСНОВЕ МУЛЬТИОПЕРАТОРНЫХ СХЕМ 16-ГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

Д. А. Широбоков¹, А. А. Зензинов²

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

При решении задач аэроакустики важное значение имеет точность, используемого численного метода, его возможность описывать распространение волн с малыми амплитудными и фазовыми ошибками. Одним из классов схем высокого порядка точности являются компактные мультиоператорные схемы [1]. Под такой схемой понимается линейная комбинация базисных операторов $\sum_{k=1}^M \gamma_k L_h(c_k)$.

В нашем случае для аппроксимации пространственных производных в стационарных уравнениях Эйлера используется мультиоператорная схема 16 порядка точности (при этом $M = 4$), разработанная А. И. Толстых. Ее базисные операторы имеют вид $L_h(c) = (L_l(c) + L_r(c))/2$, где $L_l = R_l^{-1} \Delta_l$ и $L_r = R_r^{-1} \Delta_r$, образованы из двухточечных операторов $\Delta_l f_j = f_j - f_{j-1}$, $\Delta_r f_j = f_{j+1} - f_j$, $R_l = I + c \Delta_l$, $R_r = I - c \Delta_r$, а параметр $c > 0,5$. Таким образом, вычисление производной сводится к вычислению четырех операторов $L_l(c_k)$ и $L_r(c_k)$ при разных значениях c_k , $k = 1, 2, 3, 4$ а вычисление действия такого оператора предполагает обращение двухточечных операторов (R_l и R_r).

При реализации параллельных вычислений на системах с разделенной памятью, необходимо минимизировать затраты на обмен информацией между процессорами. Метод решения трехмерных уравнений на основе компактных мультиоператоров может быть реализован так, что расчетная сетка и определенные на ней сеточные функции распределяются между процессорами. При этом на каждом процессоре хранятся данные (значения сеточных функций), относящиеся к определенному подмножеству узлов сетки, назовем его блоком сетки. В случае декартовой сетки блоки образуются разбиением расчетной сетки плоскостями параллельными координатным плоскостям. Если представить каждый процессор в виде единичного куба, то совокупность процессоров можно рассматривать как прямоугольный параллелепипед. При реализации рассматриваемого алгоритма процессоры обмениваются данными с соседними процессорами (два процессора соседние, если они имеют общую грань).

Далее мы будем рассматривать дифференцирование по x . Дифференцирование по другим направлениям проводится аналогично. В этом случае процессоры обмениваются с «правым» и «левым» соседями. Отметим, что при решении трехмерных

уравнений Эйлера необходимо продифференцировать 6 функций (5 производных в конвективных членах и давление). При выполнении дифференцирования необходимо организовать эффективное обращение двухточечных левосторонних и правосторонних операторов. Для каждой из этих шести функций надо обратить четыре двухточечных левосторонних оператора (R_l). Таким образом, надо обратить 24 двухдиагональные матрицы. Под обращением оператора понимается решение уравнения $R_l f = g$, относительно сеточной функции f . Это уравнение можно переписать в виде $-c_k f_{i-1} + (1 + c_k) f_i = g_i$. Зная f на левой границе, остальные значения можно найти по формуле $f_i = (g_i + c_k f_{i-1}) / (1 + c_k)$. Двигаясь вдоль координатных линий можно вычислить значения f во всех точках блока, в том числе и на его правой границе. После чего значения на правой границе необходимо передать правому процессору, для которого они будут являться начальными значениями, заданными на левой границе. Таким образом, можно определить функцию $\text{Move1}(n, k)$, обращающую двухточечный оператор в пределах блока одного процессора, где n — номер дифференцируемой функции, а k — номер обращаемого оператора. Также можно определить функцию $\text{Send1}(n, k)$, передающую значения оператора на правой границе правому процессору. Переопределим эти функции так, чтобы они зависели от обобщенного номера m ($m = 1, \dots, 24$): $\text{Move}(m) := \text{Move1}([m/4], m - [m/4])$, $\text{Send}(m) := \text{Send1}([m/4], m - [m/4])$. Такие обозначения позволят нам описать вызов этих функций при многопроцессорной реализации. Если, например, у нас есть 4 процессора по оси x , график вызова описывается табл. 1.

Таблица 1

Шаг	Процессор 1	Процессор 2	Процессор 3	Процессор 4
1	Move(1)Send(1)			
2	Move(2)Send(2)	Move(1)Send(1)		
3	Move(3)Send(3)	Move(2)Send(2)	Move(1)Send(1)	
4	Move(4)Send(4)	Move(3)Send(3)	Move(2)Send(2)	Move(1)
...				
m	Move(m)Send(m)	Move($m - 1$)Send($m - 1$)	Move($m - 2$)Send($m - 2$)	Move($m - 3$)
...				
24	Move(24)Send(24)	Move(23)Send(23)	Move(22)Send(22)	Move(21)
25		Move(24)Send(24)	Move(23)Send(23)	Move(22)
26			Move(24)Send(24)	Move(23)
27				Move(24)

При такой реализации процессоры задействованы частично на начальной и конечной стадиях процедуры, тогда как значительное время все процессоры участвуют в вычислениях. Правосторонние операторы рассматриваются аналогично.

Таблица 2

процессоров	8	27	64	125	216	360	1000
по осям	$2 \times 2 \times 2$	$3 \times 3 \times 3$	$4 \times 4 \times 4$	$5 \times 5 \times 5$	$6 \times 6 \times 6$	$10 \times 6 \times 6$	$10 \times 10 \times 10$
время, с	113	27,45	12,64	6,339	3,995	2,806	1,697
ускорение	1	4,12	8,94	17,8	28,3	40,3	66,5

Описанный алгоритм использовался при расчетах пространственного течения дозвуковой струи на декартовой сетке с числом узлов $360 \times 180 \times 180$ на многопроцессорной системе «Ломоносов». Для аппроксимации по времени использовалась

схема Рунге–Кутты четвертого порядка точности. В табл. 2 приведено время, затрачиваемое на 1 шаг по времени при различном числе, используемых процессоров, и ускорение счета по сравнению с вариантом на 8 процессорах.

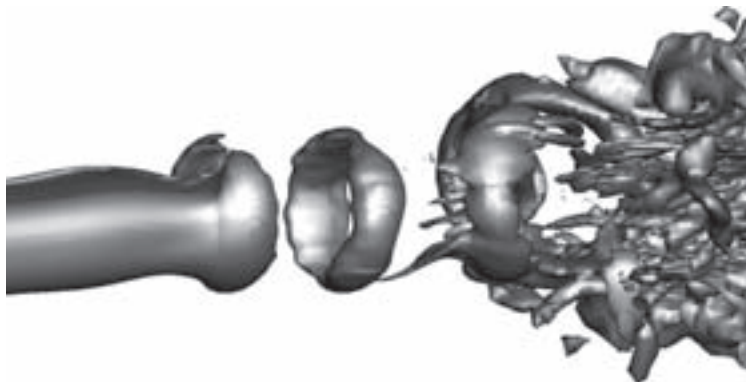


Рис. 1

На рис. 1 представлены изоповерхности завихренности, для расчета на сетке $224 \times 100 \times 100$ узлов, $t = 300$. Видно образование вихревых колец и их разрушение.

1. Толстых А. И. Об использовании мультиоператоров для построения сеточных аппроксимаций высоких порядков // ЖВМ и МФ. — 2016. — №6 (в печати).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР В КОСМИЧЕСКОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ИОННОМ ДВИГАТЕЛЕ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

В. К. Абгарян, К. И. Круглов

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

Высокочастотный ионный двигатель (ВЧИД) является одной из разновидностей [1–3] космических электроракетных двигателей (ЭРД), которые часто используются в составе двигательных установок современных космических аппаратов (КА). В настоящее время расширяется использование ЭРД для стабилизации и коррекции орбит геостационарных спутников (ГСО). Это связано с тем, что замена традиционных химических ракетных двигателей на ЭРД позволяет существенно сэкономить массу рабочего тела за счет заметного повышения удельного импульса тяги (скорость истечения рабочего тела из двигателя составляет $\sim 30\text{--}80$ км/с) при значительном ресурсе их работы, составляющем несколько десятков тысяч часов. Уменьшение массы рабочего тела может обеспечить существенный рост сроков активного существования (САС) КА. ЭРД малой мощности предполагается использовать в качестве исполнительных органов систем управления движением КА на перспективных малоразмерных космических аппаратах (МКА) в качестве корректирующей двигательной установки, обеспечивающей высокоточное управление движением МКА.

В истории развития ЭРД особо отметим имевшее место их использование при довыведении КА на расчетную орбиту при нештатном запуске отечественного спутника, а также использование ЭРД в качестве маршевой двигательной установки в 7-летней японской миссии Hayabusi 1 при полете к астероиду Итокава и обратно, а также миссии Hayabusi 2 к астероиду 1999 JU3, которая выполняется в настоящее время. Сейчас ЭРД рассматриваются в качестве основных кандидатов для использования в качестве маршевых двигателей и в других разрабатываемых миссиях по освоению глубокого космоса, в том числе при полете к Марсу и другим объектам солнечной системы.

Особенностью ВЧИД является использование высокочастотного электромагнитного поля для образования и поддержания плазменного разряда в рабочем газе в камере сгорания двигателя. При работе ВЧИД принципиально происходит нагрев элементов конструкции, из-за выпадения значительной части вводимой ВЧ-мощности в виде тепловых потоков, идущих из плазмы на поверхность элементов конструкции ВЧИД, граничащих с плазмой разряда. Такой нагрев приводит к термическим деформациям, что, в свою очередь, если не принять специальных мер, может привести к ухудшению основных характеристик выходящего пучка ионов, таких как величина ионного тока и его расходимость, что в конечном итоге приводит к уменьшению тяги. Кроме того, применяемые в двигатели материалы и собственно сама конструкция ВЧИИ должны исследоваться на устойчивость к термомеханиче-

ским нагрузкам. Поэтому на стадии проектирования ВЧИД необходимым является выполнение предварительного моделирования тепловых процессов [4, 5].

В лаборатории ВЧ ИД МАИ в настоящее время разрабатываются ВЧИД различного типаразмера. Численное моделирование нагрева конструкции ВЧИД различного диаметра было выполнено ранее [6] с использованием программного пакета программы ANSYS [7]. Комплекс экспериментальных измерений температур поверхностей в ВЧИД малой мощности (до 500 Вт) с диаметром ионного пучка 8 см были выполнены с помощью тепловизора Flir SC645 и набора хромель-алюмелевых термопар. Съемка тепловизионной картины проводилась снаружи через инфракрасное стекло, закрывавшее фланец вакуумной камеры, в которой находился работающий двигатель. Ряд вспомогательных тепловых измерений был выполнен «на воздухе». При этом в качестве модельных источников тепла вместо плазмы разряда использовалась галогеновая лампа с мощностью, соответствующей мощности плазменного разряда.

Измеренные температуры внешних поверхностей ВЧИД, которые попадали в тепловизионную картину, удовлетворительно соответствуют значениям температур, рассчитанным численно с помощью программы ANSYS. Таким образом, можно утверждать, что проведена верификация расчетной тепловой модели, в том числе. основных допущений, принятых при разработке данной численной модели расчета температурных распределений внутри ВЧИД. Это позволяет в дальнейшем использовать нетрудоемкие численные расчеты при исследовании теплового состояния «внутренних» узлов конструкции ВЧИД, в том числе и тех, которые не видны для тепловизора или тех, для которых измерение их температур представляет сложную техническую задачу.

1. *Loeb H.* Radio frequency ion beam source, Pat. US5036252, Int. Cl. H01J 27/16, filed 1989.
2. *Groh K. H. and Loeb H. W.* State-of-the-Art of Radio-Frequency Ion Thrusters // *Journal of Propulsion and Power*. — 1991. — Т. 7, №4. — С. 573–579.
3. *Обухов В. А., Григорьян В. Г., Латышев Л. А.* Источники тяжелых ионов // В сб. Плазменные ускорители и ионные инжекторы. — М.: Наука, 1984. — С. 169–188.
4. *Van Noord J. L.* NEXT Ion Thruster Thermal Model. National Aeronautics and Space Administration, Glenn Research Center, 2010.
5. *Bundesmann C., Tartz M., Scholze F., Neumann H., Leiter H. J., Scortecci F.* In Situ Thermal Characterization of the Accelerator Grid of an Ion Thruster // *Journal of Propulsion and Power*. — 2011, May–June. — V. 27, No. 3.
6. *Абгарян В. К., Круглов К. И.* Компьютерное моделирование тепловых процессов в высокочастотном ионном двигателе высокой мощности // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 25–27.
7. ANSYS. Официальный сайт: <http://www.ansys.com>.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ОБ ИЗГИБЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН*

И. Б. Бадриев¹, В. В. Бандеров¹, М. В. Макаров^{1,2}

¹КФУ, Казань, Россия; ²КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Работа посвящена численному исследованию физически нелинейных задач об изгибе трехслойных пластин. Математическая постановка сформулирована в виде

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-38-00788 и 15-38-21099).

задачи об отыскании седловой точки некоторого функционала [1–3]. Задача рассмотрена как в случае геометрически линейной, так и нелинейной, постановках. В геометрически линейном случае исследована корректность постановки. Для решения задачи предложен итерационный процесс. Разработан комплекс программ в среде Matlab [4], с помощью которого проведены численные эксперименты. Проведено сравнение результатов для физически линейного (при отсутствии ограничений) и физически нелинейного случаев.

Трехслойные конструкции нашли широкое применение в качестве несущих и управляющих поверхностей летательных аппаратов, обтекателей, теплозащитных и силовых экранов, разного рода панелей и других конструктивных элементов [5–8].

Настоящая работа посвящена численному исследованию задачи об изгибе трехслойной пластины с трансверсально-мягким заполнителем. Для описания напряженно-деформированного состояния в несущих слоях используются уравнения модели Кирхгофа–Лява, в заполнителе — уравнения теории упругости, упрощенные в рамках принятой модели трансверсально-мягкого слоя и проинтегрированных по толщине с удовлетворением условий сопряжения слоев по перемещениям [9, 10]. Кроме того, задача рассматривается при ограничении, соответствующем идеальной упруго-пластической модели для заполнителя. Обобщенная постановка задачи формулируется в виде задачи об отыскании седловой точки некоторого функционала Доказывается теорема существования и единственности решения.

Для решения задачи проводится ее конечно-разностная аппроксимация. Доказана теорема существования и единственности решения конечно-разностной задачи. Реализация разностной задачи осуществляется с помощью двухслойного итерационного процесса [11–18].

В среде Matlab разработан комплекс программ, с помощью которого проведены расчеты для модельной задачи об изгибе трехслойной пластины. Результаты расчетов соответствуют физической картине процесса деформации пластины.

1. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Гарипова Г. З., Макаров М. В. Исследование физически нелинейной задачи об изгибе трехслойной пластины // В сб.: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборник докладов. — 2015. — С. 276.
2. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Гарипова Г. З., Макаров М. В. О разрешимости нелинейной задачи о равновесии трехслойной пластины // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, №5. — С. 1034–1037.
3. Badriev I. B., Banderov V. V., Garipova G. Z., Makarov M. V., Shagidullin R. R. On the solvability of geometrically nonlinear problem of sandwich plate theory // Applied Mathematical Sciences. — 2015. — V. 9, No. 81–84. — P. 4095–4102.
4. Бадриев И. Б., Гарипова Г. З., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Расчет напряженно-деформированного состояния трехслойной оболочки с трансверсально-мягким заполнителем в геометрически линейной и физически нелинейной одномерной постановке // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ: РОСПАТЕНТ, 2015, №2015662900 от 07.12.2015.
5. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. О взаимодействии композитной пластины, имеющей вибропоглощающее покрытие, с падающей звуковой волной // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2015. — №3. — С. 75–82.
6. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.
7. Нестеров В. А. Конечно-элементный расчет трехслойной балки // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М. Ф. Решетнева. — 2011. — №2. — С. 48–53.

8. Бадриев И. Б., Задворнов О. А. Исследование разрешимости стационарных задач для сетчатых оболочек // Известия высших учебных заведений. Математика. — 1992. — № 11. — С. 3.
9. Паймушин В. Н. Нелинейная теория среднего изгиба трехслойных оболочек с дефектами в виде участков непрочности // Прикладная механика. — 1987. — Т. 23, № 11. — С. 32–38.
10. Паймушин В. Н. К вариационным методам решения нелинейных пространственных задач сопряжения деформируемых тел // Доклады Академии наук. — 1983. — Т. 273, № 5. — С. 1083–1086.
11. Badriev I. B., Banderov V. V. Iterative methods for solving variational inequalities of the theory of soft shells // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2014. — V. 35, No. 4. — P. 371–383.
12. Badriev I. B. On the solving of variational inequalities of stationary problems of two-phase flow in porous media // Applied Mechanics and Materials. — 2013. — V. 392. — P. 183–187.
13. Бадриев И. Б., Гарипова Г. З., Макаров М. В., Паймушин В. Н., Хабибуллин Р. Ф. О решении физически нелинейных задач о равновесии трехслойных пластин с трансверсально-мягким наполнителем // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2015. — Т. 157, № 1. — С. 15–24.
14. Badriev I., Banderov V. Numerical method for solving variation problems in mathematical physics // Applied Mechanics and Materials. — 2014. — V. 668–669. — P. 1094–1097.
15. Badriev I. B., Banderov V. V., Makarov M. V., Paimushin V. N. Determination of stress-strain state of geometrically nonlinear sandwich plate // Applied Mathematical Sciences. — 2015. — V. 9, No. 77–80. — P. 3887–3895.
16. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Численное решение задачи о равновесии трехслойной пластины с трансверсально-мягким наполнителем в геометрически нелинейной постановке // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, № 23. — С. 393–396.
17. Badriev I. B., Banderov V. V. Numerical solution of the equilibrium of axisymmetric soft shells // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ. — 2014. — № 5 (64). — С. 16–20.
18. Бадриев И. Б. О решении вариационных неравенств второго рода // В сб.: Сеточные методы для краевых задач и приложения Материалы Девятой Всероссийской конференции. Отв. редактор И. Б. Бадриев; сост. В. В. Бандеров. — Казань, 2012. — С. 32–35.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ВЧЕ-ПЛАЗМЫ В АРГОНЕ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ДАВЛЕНИЯХ*

И. Б. Бадриев¹, В. С. Желтухин², В. Ю. Чебакова¹

¹КФУ, Казань, Россия; ²КНИТУ, Казань, Россия

Низкотемпературная неравновесная плазма широко используется для обработки материалов с целью повышения срока службы [1, 2]. Анализ работ, посвященных моделированию ВЧЕ-разрядов, показал, что математические модели ВЧЕ-разрядов при повышенных давлениях недостаточно разработаны [3]. Как правило, в диффузионно-дрейфовом приближении применяется упрощенная схема плазмохимических реакций для аргона вполне адекватная для пониженных давлений и содержащая в себе реакции для электронов, атомных ионов, нейтральных и возбужденных атомов. Однако исследования для СВЧ-разрядов показали, что соотношение

* Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научных проектов 16-31-00378 и 15-41-02672.

концентраций атомарных и молекулярных ионов в СВЧ-плазме зависит от газовой температуры. Расчеты, проведенные по упрощенной кинетической схеме, обычно используемой при пониженных давлениях, показали [4, 5], что если при пониженных давлениях температура газа в межэлектродном пространстве практически постоянна, то при атмосферном давлении происходит значительное изменение газовой температуры в межэлектродном пространстве. В работе [5] сделан также вывод о необходимости включения в кинетическую схему молекулярных ионов и димеров аргона.

Представленная в настоящей работе самосогласованная математическая модель описывает емкостной ВЧ-разряд между двумя плоско-параллельными электродами, один из которых заземлен, а другой соединен с ВЧЕ-генератором, при этом межэлектродное расстояние меньше размеров самих электродов. В этих условиях электрическое поле близко к потенциальному, и разряд однороден вдоль электродов, что позволяет применить одномерную модель. Оценки времени и расстояния, за которое электроны теряют приобретенную от поле энергию, показывают, что при моделировании ВЧ-разряда при атмосферных давлениях необходимо использовать локальное приближение [6]. Приведенная самосогласованная модель ВЧЕ-разряда при повышенных давлениях в локальном приближении содержит в себе уравнения баланса для электронного газа, метастабильных атомов, молекулярных и атомарных ионов, а также кинетические уравнение для димера аргона и нейтральных атомов, уравнение Пуассона для потенциала электрического поля, а также стационарное уравнение теплопроводности атомно-ионного газа с граничными условиями теплообмена, рассчитываемое по усредненным параметрам. Коэффициенты скоростей процессов, проходящих при электронном ударе, зависят от локального значения приведенного электрического поля и степени ионизации с учетом электрон-электронных столкновений.

Разностная аппроксимация для уравнений конвекции-диффузии заряженных частиц строится интегро-интерполяционным методом с применением метода направленных разностей. Для решения задач Коши использовалась неявная схема Эйлера. При аппроксимации квадратичной нелинейности в правых частях уравнений используется линеаризация по Ньютону. Плотности потоков для ионного и электронного газа рассчитываются по методу типа Гуммеля [7] от решения найденного по неявной схеме. Численный алгоритм основан на опускании нелинейности по входящим коэффициентам на нижний слой. Линеаризация системы проводится по методу типа Зейделя. Линеаризация уравнения теплопроводности для атомной температуры проводилась методом простых итераций, где начальным приближением являлось значение атомно-ионной температуры на предыдущем периоде. Расчеты проводились до выхода процесса на стационарный режим, когда достигался полный баланс заряда в межэлектродном промежутке, а именно, заряд, который выносится за период колебания поля на электрод электронами, в точности компенсируется выносом положительного заряда ионами. Проведенные численные расчеты показали, что максимальная концентрация электронов составляет величину порядка $3,9 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, тогда как по данным натурных экспериментов работы [8] максимальная экспериментальная плотность электронов равна $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, по данным расчетов в этой же работе она равна $7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Результаты проведенного нами численного моделирования показали, что в случае существенного нагрева газа при повышенных давлениях, изменение газовой температуры в межэлектродном пространстве начинает существенно влиять на соотношение вкладов в образование и гибель частиц различных плазмо-химических процессов, а следовательно влияет на распределение и долю заряженных (электронов, атомарных и молекулярных

ионов), а также возбужденных частиц в разрядном промежутке, что так же должно быть учтено для случая больших межэлектродных промежутков при пониженных давлениях в математической модели работы [9].

1. Тихонова Н. В., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю., Бородаев И. А. Математическая модель высокочастотной плазменной обработки многослойных материалов заготовки верха обуви // Вестник Казанского технологического университета. — 2012. — Т. 15, № 17. — С. 36–39.
2. Абдуллин И. Ш., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю., Шнейдер М. Н. Нестационарная модель ВЧЕ-разряда при пониженном давлении // В сб.: Сеточные методы для краевых задач и приложения Материалы Десятой Международной конференции. — Казань, 2014. — С. 15–20.
3. Абдуллин И. Ш., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю. Высокочастотный емкостной разряд: моделирование (обзор) // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, № 23. — С. 9–14.
4. Чебакова В. Ю. Численное моделирование высокочастотного емкостного разряда // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2015. — Т. 157, № 2. — С. 126–140.
5. Бикчантаев Д. Х., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю. Численное исследование процесса взаимодействия высокочастотного емкостного разряда с материалами // Теория управления и математическое моделирование Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова. Удмуртский государственный университет. — Ижевск, 2015. — С. 241–242.
6. Кудрявцев А. А., Смирнов А. С., Цендин Л. Д. Физика тлеющего разряда. — СПб.: Лань, 2010. — 512 с.
7. Balcon N.P., Aanesland A., Hagelaar G. J. M. P., Boswell R., Boeuf J. P. Atmospheric pressure RF discharge in argon: optical diagnostic, fluid model and applications // 28th ICPIG, July 15-20, 2007, Prague, Czech Republic. — P. 957–960.
8. Kulikovskiy A. A. A More Accurate Scharfetter-Gummel Algorithm of Electron Transport for Semiconductor and Gas Discharge Simulation // Journal of computational physic. — 1995. — V. 119. — P. 149–155.
9. Абдуллин И. Ш., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю., Шнейдер М. Н. Моделирование высокочастотного емкостного разряда при больших межэлектродных расстояниях. I. Постановка задачи // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2013. — Т. 155, № 2. — С. 123–130.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ О ТРЕХТОЧЕЧНОМ ИЗГИБЕ КОМПОЗИТНЫХ ТЕСТ-ОБРАЗЦОВ*

И. Б. Бадриев¹, М. В. Макаров^{1,2}, В. Н. Паймушин^{1,2}, С. А. Холмогоров²

¹КФУ, Казань, Россия; ²КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Работа посвящена численному исследованию геометрически и физически нелинейной задачи о трехточечном изгибе тест-образцов из слоистых волокнистых композитов, имеющих прямоугольное поперечное сечение. Для численного решения использован метод конечных сумм (метод механических квадратур). Путем табуляции по параметру нагружения исследованы формы потери устойчивости стержня в условиях поперечного изгиба.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 16-49-02001).

В последнее время в авиационной и ракетно-космической отрасли все чаще применяются новые конструкционные материалы, позволяющие изготавливать технику разнообразного назначения с высокими удельными характеристиками. Среди прочих особое место занимают композиционные материалы. Обладая высокой удельной прочностью и жесткостью, композиты, кроме того, позволяют проектировать конструкции с требуемыми механическими свойствами в зависимости от назначения конструкций и условий их эксплуатации (см., например, [1–3]).

В настоящей работе рассматривается геометрически и физически нелинейная задача об испытании на трехточечный изгиб коротких и удлиненных тест-образцов из слоистых волокнистых композитов, имеющих прямоугольное поперечное сечение. Такие испытания регламентированы существующими в настоящее время стандартами испытаний композитов. Они проводятся с целью определения пределов прочности и модулей упругости первого рода при изгибе удлиненных тест-образцов и модулей поперечных сдвигов и пределов прочности на сдвиг при изгибе коротких тест-образцов. Результаты таких испытаний для углепластика, изготовленного из углеленты на основе препрега HSE 180 REM с прямолинейными волокнами, приведены в [4]. Их анализ показывает, что зависимости продольных и поперечных нормальных напряжений, действующих в стержне, от осевых деформаций в соответствующих направлениях для исследуемого композита являются практически линейными, тогда как зависимость касательных напряжений в поперечном направлении от деформации поперечного сдвига, определенная также в результате экспериментов, является сильно нелинейной [5]. В связи с изложенным рассматривается физически и геометрически нелинейная задача, связанная с испытанием на трехточечный изгиб слоистых волокнистых композитов, имеющих прямоугольное поперечное сечение. При рассматриваемом нагружении и закреплении образца, как показывают эксперименты, для длинных образцов при их плоском поперечном изгибе между приложенной силой и прогибом образца линейная зависимость сохраняется практически вплоть до начала процесса его разрушения, а для коротких образцов такая зависимость является нелинейной. Задача формулируется, исходя из соотношений, основанных на описании вектора перемещений произвольной точки стержня по модели Тимошенко [6, 7]. Для численного решения сформулированной задачи использовался метод конечных сумм (метод механических квадратур). В соответствии с этим методом исходные уравнения сводятся к интегро-алгебраическим уравнениям, проводится их аппроксимация на основе метода коллокаций по узлам Гаусса. Используемый численный метод позволяет весьма точно описать решения, имеющие большие градиенты изменения на весьма коротких участках. Для разрешения физической и геометрической нелинейности используется предложенный в [8–12] двухслойный итерационный процесс с опусканием нелинейности на нижний слой. Программная реализация в среде MatLAB разработанного численного метода решения сформулированной задачи позволила путем табуляции по параметру нагружения исследовать устойчивость равновесия стержня. Итерационный параметр подбирался эмпирически. Полученные результаты подтверждают предположения о том, что разрушение рассматриваемых композитов при их испытаниях на трехточечный изгиб происходит по причине реализации неклассической почти сдвиговой формы потери устойчивости (ФПУ) в условиях поперечного изгиба.

1. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. О взаимодействии композитной пластины, имеющей вибропоглощающее покрытие, с падающей звуковой волной // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2015. — №3. — С. 75–82.
2. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.

3. Бадриев И. Б., Бандеров В. В. Численное моделирование деформирования биокомпозитов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Материалы XXI международного симпозиума имени А. Г. Горшкова. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). — Москва, 2015. — С. 7–9.
4. Каюмов Р. А., Луканкин С. А., Паймушин В. Н., Холмогоров С. А. Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2015. — Т. 157, №4. — С. 112–132.
5. Паймушин В. Н., Фирсов В. А., Холмогоров С. А., Макаров М. В. Определение модуля сдвига однонаправленного волокнистого композита на основе растяжения и сжатия специальных тест-образцов // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных гетерогенных сред: Сборник материалов Всероссийской научной конференции. — М.: ИПРИМ РАН, 2015. — С. 240–242.
6. Паймушин В. Н. Проблемы геометрической нелинейности и устойчивости в механике тонких оболочек и прямолинейных стержней // Прикладная математика и механика. — 2007. — Т. 71, №5. — С. 855–893.
7. Паймушин В. Н., Шалашилин В. И. О соотношениях теории деформаций в квадратичном приближении и проблемы построения уточненных вариантов геометрически нелинейной теории слоистых элементов конструкций // Прикладная математика и механика. — 2005. — Т. 69, №5. — С. 861–881.
8. Badriev I. B., Banderov V. V. Iterative methods for solving variational inequalities of the theory of soft shells // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2014. — V. 35, No. 4. — P. 371–383.
9. Badriev I. B. On the solving of variational inequalities of stationary problems of two-phase flow in porous media // Applied Mechanics and Materials. — 2013. — V. 392. — P. 183–187.
10. Badriev I., Banderov V. Numerical method for solving variation problems in mathematical physics // Applied Mechanics and Materials. — 2014. — V. 668–669. — P. 1094–1097.
11. Badriev I. B., Banderov V. V., Makarov M. V., Paimushin V. N. Determination of stress-strain state of geometrically nonlinear sandwich plate // Applied Mathematical Sciences. — 2015. — V. 9, No. 77–80. — P. 3887–3895.
12. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Численное решение задачи о равновесии трехслойной пластины с трансверсально-мягким наполнителем в геометрически нелинейной постановке // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, №23. — С. 393–396.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО ВЫПУЧИВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЖЕНИЯХ*

**В. Г. Баженов, А. А. Артемьева, Е. В. Нагорных,
Д. А. Казаков, Т. В. Кузмичева**

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Большой вклад в постановку и решение задач устойчивости упругопластических оболочек при простых и сложных нагружениях внесли работы А. А. Ильюшина и В. Г. Зубчанинова. Анализ этой проблемы, теоретические и экспериментальные результаты исследований весьма полно изложены в [1]. Задачи устойчивости решались в бифуркационной постановке «по Эйлеру» в предположении однородности и безмоментности докритического напряженного состояния. При этом применя-

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №15-48-02126-р_поволжье_а.

лись соотношения теории деформаций А. А. Ильюшина в вариациях, а в дальнейшем — варианты общей теории пластичности А. А. Ильюшина, развитые В. Г. Зубчаниновым [1]. В связи с развитием математических моделей, вычислительной техники, численных методов и программных систем появились новые возможности решения задач устойчивости упругопластических конструкций в геометрически нелинейной постановке как неидеальных систем с начальными несовершенствами формы при сложных нагружениях. При этом вместо критических бифуркационных нагрузок определяются предельные нагрузки и соответствующие формоизменения конструкций. Для численного решения подобных квазистатических задач в теории упругости хорошо разработан метод продолжения по обобщенному параметру нагружения [2]. Для упругопластических задач этот метод неэффективен и мало пригоден, ввиду зависимости решения от истории нагружения, которое фактически не представляет свободы выбора оптимального параметра нагружения с целью регуляризации задачи в предельных точках интегральной зависимости нагрузка–перемещение.

Весьма перспективным для исследования процессов деформирования и оценки предельных состояний упругопластических тел при неоднородных напряженно-деформированных состояниях, сложных нагружениях и немалых формоизменениях является применение динамической формулировки задачи с использованием в качестве параметра нагружения модифицированного времени. В квазистатических задачах роль регуляризатора численного решения выполняют инерционные члены, вклад которых регулируется выбором соответствующей скорости нагружения и ее реверсом при разгрузениях. Отметим, что только динамическая постановка задачи позволяет моделировать закритическое поведение упругопластических конструкций — перескок к новым устойчивым равновесным состояниям.

Обзор работ, посвященных численным решениям осесимметричных геометрически нелинейных задач упругопластического деформирования и устойчивости оболочек при статических и динамических нагружениях представлен в [3–7]. Эти публикации в основном посвящены решению задач с малыми деформациями и немалыми перемещениями металлических оболочек. В [8–10] представлены теоретические и экспериментальные исследования осесимметричных (с кручением) процессов потери устойчивости цилиндрических оболочек при больших деформациях и сложных нагружениях — растяжением, кручением, внутренним давлением.

Численное решение задач, связанных с анализом неосесимметричных процессов упругопластического выпучивания оболочек вращения в трехмерной постановке методом конечных элементов трудоемко и малоэффективно без выделения больших вращений оболочки как жесткого целого, особенно при использовании производной Яуманна.

Наиболее простой способ численного исследования неосесимметричных форм потери устойчивости оболочек вращения при больших осесимметричных деформациях — разложение искомых функций в ряд Фурье по окружной координате и применение к полученной задаче конечно-разностного метода и явной схемы интегрирования по времени, которая позволяет осуществлять пошаговое перестроение осесимметричной геометрии оболочки и использовать линеаризованные кинематические соотношения в метрике текущего (актуального) состояния [3, 4]. Реализации и обоснованию этого подхода и посвящена данное сообщение. В докладе приводятся численные и экспериментальные исследования неосесимметричных форм потери устойчивости, критических нагрузок и равновесных состояний упругопластических цилиндрических оболочек при комбинированных последовательных нагружениях внутренним давлением–кручением, растяжением–кручением. Эффективность разра-

ботанного метода подтверждается хорошим согласованием теоретических расчетов с экспериментальными данными.

1. *Зубчанинов В. Г.* Устойчивость и пластичность. Т. 1. Устойчивость. — М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2007. — 448 с.
2. *Шалашилин В. И., Кузнецов Е. Б.* Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 224 с.
3. *Коробейников С. Н.* Численное решение уравнений с особенностями деформирования упругопластических оболочек вращения // *Вычисл. технологии.* — 2001. — Т. 6, №5. — С. 39–59.
4. *Аннин Б. Д., Жигалкин В. М.* Поведение материалов в условиях сложного нагружения. — Новосибирск.: Изд-во СО РАН. — 1999. — 341 с.
5. *Баженов В. Г., Баранова М. С., Кибец А. И. и др.* Выпучивание упругопластических цилиндрических и конических оболочек при осевом ударном нагружении // *Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* — 2010. — Т. 152, №4. — С. 86–105.
6. *Баженов В. Г., Ломунов В. К.* Устойчивость и закритическое состояние оболочек вращения при осевом ударе // *Прикладная механика.* — 1986. — Т. 22, №9. — С. 28–33.
7. *Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т.* Численные методы решения задач нестационарной динамики тонкостенных конструкций // *Механика твердого тела.* — 2001. — №5. — С. 156–173.
8. *Баженов В. Г., Зефиоров С. В., Крамарев Л. Н., Павленкова Е. В.* Моделирование процессов деформирования и локализации пластических деформаций при кручении-растяжении тел вращения // *Прикладная математика и механика.* — 2008. — Т. 72, №2. — С. 342–350.
9. *Баженов В. Г., Артемьева А. А.* Исследование больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при комбинированных нагружениях внутренним давлением // *Проблемы прочности и пластичности.* — 2014. — Т. 76, №3. — С. 217–223.
10. *Артемьева А. А., Баженов В. Г., Казаков Д. А., Кибец А. И., Нагорных Е. В.* О больших деформациях и предельных состояниях упругопластических оболочек вращения при комбинированных сложных нагружениях // *Прикладная математика и механика.* — 2015. — Т. 79, №4. — С. 558–569.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИОННЫХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПРЯМОГО УДАРА*

В. Г. Баженов, М. С. Баранова, Д. Л. Осетров

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Методика Кольского динамических испытаний материалов на сжатие и на растяжение позволяет реализовать диапазон скоростей деформирования $5 \cdot 10^2$ – $5 \cdot 10^3$ 1/с при умеренных степенях деформации [1, 2]. При испытаниях металлов и сплавов на растяжение до разрушения диапазон скоростей деформации сужается из-за недостаточности энергии удара, реализуемой через передающий стержень на образец. Для достижения большей энергии удара в методе прямого удара выбирается ударник значительно большего диаметра, чем мерный стержень. При реализации на вертикальной копровой установке метод прямого удара позволяет не только уве-

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (16-38-60107 мол_а_дк и 16-38-00462 мол_а).

личить скорости и степени деформации, но и охватить диапазон низких скоростей деформации до 10^1 1/с при энергии удара, достаточной для разрушения образцов колпачкового типа при растяжении. Методики обработки результатов эксперимента — построение диаграмм деформирования методом прямого удара развиты и верифицированы недостаточно по сравнению с методикой Кольского для разрезного стержня Гопкинсона. Обработка результатов испытаний образцов колпачкового типа на растяжение проводилась в предположении однородности НДС в рабочей части образцов и неизменности скорости удара. Из-за сложностей в изготовлении образцов с щелевыми вырезами и неоднородности напряженно-деформированного состояния методика не получила широкого применения и дальнейшего развития.

В России практически отсутствуют реализация метода прямого удара на вертикальных газодинамических установках для построения динамических диаграмм деформирования и исследования прочностных характеристик материалов при растяжении. Те, которые ранее были созданы, не удовлетворяют требованиям по точности для использования их при математическом моделировании процессов деформирования и оценки прочности современных конструкций.

Предлагается развитие экспериментально-расчетного метода [3] к исследованию прочностных характеристик упруговязкопластических материалов при неоднородном НДС. Полагается, что динамические диаграммы деформирования материала определены ранее при испытаниях образцов — таблеток [4]. Для реализации экспериментально — расчетного метода необходимо иметь полученные экспериментально временные зависимости сил, перемещений и скоростей перемещений на контактных поверхностях ударник — колпачок — мерный стержень. Далее осуществляется численное моделирование осесимметричного процесса деформирования и разрушения образца колпачкового типа при задании критерия прочности и кинематических граничных условиях на его контактных поверхностях. С учетом характера разрушения и вида НДС производится уточнение параметров модели разрушения как в статическом, так и в динамическом эксперименте. Представлена методика реализации и верификации разработанного подхода путем замены физического эксперимента численным. Разработана методика получения интегральных характеристик процесса деформирования образцов-таблеток при сжатии и образцов колпачкового типа при растяжении методом прямого удара с использованием двух датчиков деформаций на мерном — опорном стержне. Погрешность восстановления кинематических параметров, характеризующих перемещения контактных поверхностей колпачка, не превышает 5%, что свидетельствует о достаточной обоснованности разработанного экспериментально-расчетного подхода к исследованию деформационных и прочностных характеристик упруговязкопластических материалов. Получены результаты экспериментального и теоретического исследования процесса деформирования образцов-колпачков при наличии концентраторов напряжений в виде галтелей на внутренней и внешней поверхности рабочей части. Характер разрушения определялся локализацией сдвиговых деформаций под углом 45 градусов к оси вращения. Подобный характер разрушения был получен численным моделированием при задании в качестве критерия прочности максимума интенсивности пластических деформаций (16%). Материал образца упрочненный алюминий. По выполнению критерия достижения максимальной интенсивности пластической деформации (16%) происходит разрушение. Нормальные к поверхности разрушения напряжения в конечном элементе обнуляются.

Заметим, что исследования прочностных параметров материала на образцах колпачкового типа имеют некоторые преимущества по сравнению с корсетными осесимметричными сплошными образцами, так как позволяют реализовать более

широкий диапазон изменения вида напряженного состояния, варьируя толщиной и длиной рабочей части. При малой толщине стенки по сравнению с длиной рабочей части напряженно-деформированное состояние близко к одноосному. А при наличии концентратора напряжения — к объемному НДС. Для корсетных образцов характерно объемное напряженное состояние. В образцах колпачкового типа можно реализовать как вязкое, так и хрупкое разрушение.

Было проведено также сопоставление методик испытания по схеме разрезного стержня Гопкинсона и методом прямого удара с использованием двух датчиков деформации. В итоге сделан вывод о некоторых преимуществах по диапазону скоростей деформаций 10^2 – 10^4 1/с при скоростях удара 3–100 м/с и степеней деформаций, определяющих возможности разрушения, использования метода прямого удара в сочетании с газодинамической копровой установкой вертикального типа.

Экспериментально-расчетный метод [3] может быть также эффективно реализован при испытании образцов-таблеток на сжатие при больших деформациях с учетом трения как по схеме Кольского так и метода прямого удара при статических и динамических нагружениях.

1. *Bragov A. M., Igumnov L. A., Konstantinov A. Yu., Lomunov A. K.* A combined approach to dynamic testing of structural materials // Hopkinson Centenary Conference, Cambridge, UK, September 9–11, 2014, Fraunhofer EMI, Freiburg, Germany. — P. 51–67.
2. *Баженов В. Г., Баранова М. С., Жегалов Д. В., Жестков М. Н.* Численное моделирование экспериментов на растяжение при ударном нагружении образцов колпачкового типа на газодинамической копровой установке // Проблемы прочности и пластичности. — 2013. — Вып. 75(2). — С. 88–95.
3. *Баженов В. Г., Зефиоров С. В., Крамарев Л. Н., Осетров С. Л., Павленкова Е. В.* Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии // Патент на изобретение №2324162. Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. №13.
4. *Bazhenov V. G., Baranova M. S., Pavlyonkova E. V.* A method for research viscoplastic characteristics of materials using a vertical gas-gun stand // 10th International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, September 2–7, 2012, Fraunhofer EMI, Freiburg, Germany, 01059-p-1–01059-p-4.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ КОНСТРУКТИВНО-ОРТОТРОПНОЙ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ РАСТЯЖЕНИЯ И ИЗГИБА ГУСТО ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК*

В. Г. Баженов, М. Н. Жестков

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Изложен подход к численному моделированию НДС и устойчивости густо перфорированных пластин и оболочек при растяжении и изгибе. Задачи решены методом конечных элементов на основе теории пластин и оболочек с использованием конструктивно-ортотропной модели. Параметры ортотропного материала в виде коэффициентов снижения жесткости определялись из решения задачи деформирования циклически повторяющегося элемента конструкции (структурного элемента) на растяжение и сдвиг с различной степенью перфорации (пористости). Результаты исследования представлены на рис. 1.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-08-01129_А).

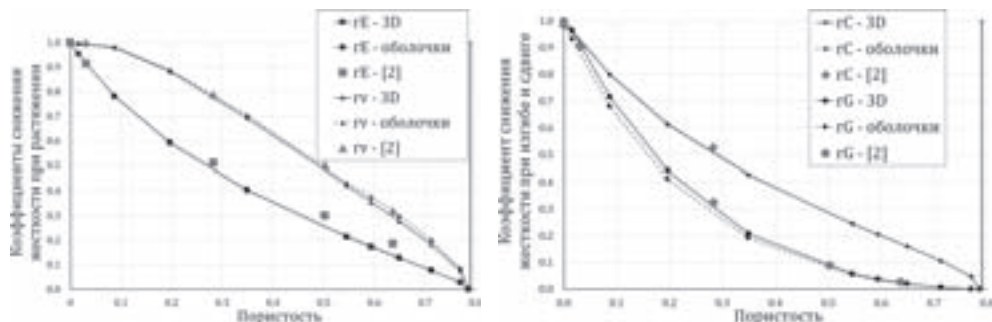


Рис. 1. Коэффициенты снижения прочности

Исследование структурного элемента проводилось методами механики сплошной среды и теории пластин и оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко. Анализ результатов показал, что коэффициенты снижения жесткостей при растяжении и изгибе для трехмерной и оболочечной модели одинаковы. Разница между ними не превышает 1,5%. Для коэффициентов снижения жесткости при сдвиге отличия между трехмерной и пластинчатой моделью отличаются менее чем на 5% только при пористости менее 0,6. Сравнение результатов, полученных аналитически [1] и численно [2], показало, что в среднем отличие коэффициентов снижения жесткости не превышает 5%. Максимальное отличие наблюдается для коэффициента снижения жесткости при растяжении и составляет порядка 11%. Таким образом, при значениях пористости менее 0,5 коэффициенты снижения жесткости можно определять с помощью теории пластин и оболочек, основанной на соотношениях Тимошенко.

Верификация численно полученных параметров ортотропии проведена на основе решения задач упругого изгиба пластины и 1/4 части цилиндрической полосы, густо перфорированных одним рядом отверстий. Показано, что использование конечных элементов конструктивно-ортотропной оболочки с параметрами, определенными из решения трехмерной задачи растяжения и сдвига структурного элемента, правомерно в задачах изгиба пластин и оболочек.

Решение задачи упругого изгиба густо перфорированной пластины было проведено в геометрически линейной и геометрически нелинейной постановках [3]. Сравнение показало, что в пределах упругости эти два подхода равнозначны (отличие между ними не превышает 1%). Влияние нелинейности геометрии проявляется только в случае локальной потери устойчивости пластины в области отверстия при высоких значениях пористости. При этом значение критического напряжения значительно превышает предел текучести материала.

Для оценки напряженно-деформированного состояния густо перфорированной пластины были получены зависимости коэффициента концентрации напряжения в зоне отверстия при изгибе и растяжении [3]. Графики изменения коэффициента концентрации напряжения представлены на рис. 2.

Показано, что при значениях пористости, близких к предельному ($\gamma_{\max} = 0,785$), коэффициент концентрации напряжения стремится к 1 как в случае растяжения, так и в случае изгиба. При стремлении пористости к 0 коэффициент концентрации напряжения при растяжении стремится к 3, что соответствует случаю растяжения бесконечной пластины с отверстием. Исследования показали, что коэффициент концентрации напряжения при растяжении не зависит от толщины пластины.

В случае изгиба бесконечной пластины с отверстием значение коэффициента концентрации напряжения стремится к 1,8 для значений коэффициента Пуассона-

на 0,3. Для толстых пластин коэффициент концентрации напряжений стремится к 1,8 при приближении значений пористости к 0. Для тонких пластин наблюдается значительное снижения коэффициента концентрации напряжений в зависимости от толщины при значениях пористости менее 0,3.

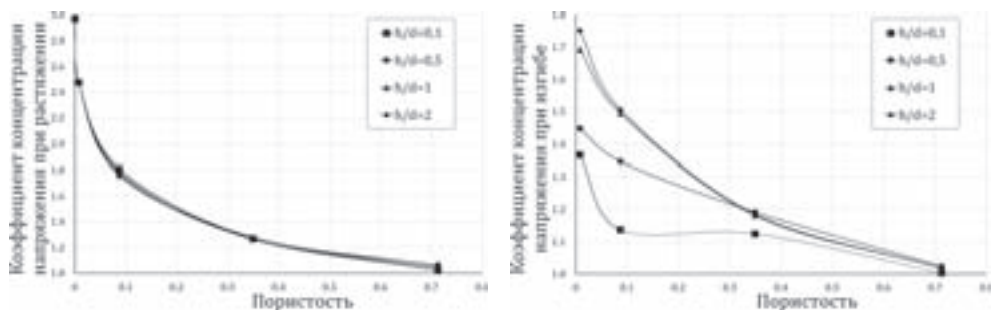


Рис. 2. Коэффициент концентрации напряжения в зависимости от пористости и толщины пластины

Конструктивно-ортотропная модель была применена для исследования устойчивости густо перфорированной цилиндрической оболочки под действием внешнего давления [2]. Получены критические значения давлений $P_{кр}$ и соответствующие формы потери устойчивости при различных значениях пористости и длины оболочки. При пористости $\gamma = 0$ для длинной оболочки критическое давление совпадает с известным значением из [4] для изотропной сплошной оболочки. При больших значениях пористости для малых длин оболочки потеря устойчивости происходит по более низким формам. Этот эффект обусловлен снижением жесткости всей оболочки вследствие увеличения густоты перфорации.

1. Григолюк Э. И., Фильштинский Л. А. Перфорированные пластины и оболочки. — М.: Наука, 1970. — С. 556.
2. Антипов А. А., Артемьева А. А., Баженов В. Г., Жестков М. Н., Кибец А. И. Численное моделирование задачи устойчивости перфорированных оболочек // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2015. — №1. — С. 21–30.
3. Антипов А. А., Жестков М. Н., Иванов В. А., Фролова И. А. Численное моделирование изгиба густо перфорированных пластин // Проблемы прочности и пластичности. — 2015. — Т. 77, №4. — С. 360–366.
4. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. — М.: Наука, 1967. — С. 545.

ПОСТРОЕНИЕ ИСТИННЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПОСЛЕ ОБРАЗОВАНИЯ ШЕЙКИ*

В. Г. Баженов, С. Л. Осетров, Д. Л. Осетров

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В настоящее время разработан широкий набор математических моделей нелинейного деформирования и разрушения упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружении, для применения которых необходимо учитывать полные истинные диаграммы деформирования и изменение вида напряженно-деформированного состояния (НДС) вплоть до разрушения образцов. Полу-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №14-08-01129_А).

чить эти данные имеющимися инструментальными средствами путем прямых измерений достаточно сложно, поскольку в лабораторных образцах возникает неоднородное и неоднородное НДС, проявляется влияние концентраторов напряжений, краевых эффектов и т. п. Традиционно деформационные и прочностные свойства материала идентифицируются на основе экспериментально-аналитических подходов, исходя из экспериментальных данных и упрощающих гипотез, накладывающих ограничения на форму образцов и вид нагружения. Эти методы позволяют получать характеристики упругопластических материалов лишь при однородном одноосном НДС, что не выполняется в реальных условиях эксперимента при больших деформациях.

Таким образом, на сегодняшний день не существует эффективных методов получения прочностных и предельных характеристик материалов при больших деформациях и неоднородном НДС с приемлемой для конструкторских расчетов точностью. В этой связи для исследования прочностных свойств материалов, особенно при больших деформациях, целесообразно развитие экспериментально-расчетного подхода, в значительной мере свободного от ограничений экспериментально-аналитических методов. Этот подход предполагает проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования лабораторных образцов или элементов конструкций без принятия априорных силовых и кинематических гипотез.

В [1–6] на основе экспериментально-расчетного подхода разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных свойств упругопластических материалов при монотонных нагружениях элементов конструкции вплоть до разрушения. Разработанные методики позволяют свести решение обратной задачи к последовательному решению ряда прямых задач, и, в конечном итоге, получить набор параметров математической модели. Область применимости экспериментально-расчетной методики, таким образом, определяется областью применимости математической модели упругопластических сред, так как безусловная сходимость итерационного процесса гарантирует нахождение искомых параметров модели с заданной точностью.

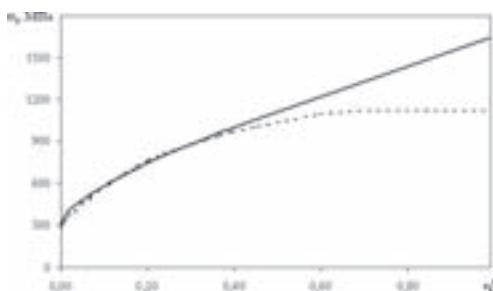


Рис. 1

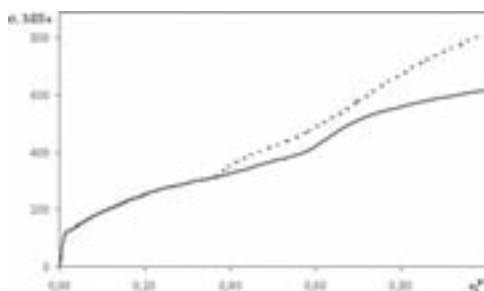


Рис. 2

На основе разработанных методик [1–6] построены истинные диаграммы деформирования при растяжении цилиндрической оболочки и цилиндрического стержня вплоть до разрушения. Результаты представлены на рис. 1, 2: рис. 1 — совмещенные по пределу текучести истинные диаграммы деформирования (зависимость интенсивности напряжений σ_i от интенсивности пластических деформаций e_i^p) стали 12Х18Н10Т до разрушения при растяжении оболочки (сплошная линия) и сплошного стержня (пунктирная линия), рис. 2 — изменение шаровой составляющей тензора напряжений (σ) от интенсивности пластических деформаций (e_i^p) в центре

шейки для оболочки (сплошная линия) и сплошного стержня (пунктирная линия) для стали 12Х18Н10Т, полученные в результате численного моделирования с использованием одинаковой истинной диаграммы деформирования (сплошная кривая на рис. 1).

Таким образом, впервые показано отличие истинных диаграмм деформирования полученных при растяжении стержней и тонких оболочек при неоднородном и неодносимом НДС после образования шейки. Сделан вывод, что после начала локализации деформаций значение интенсивности напряжений на диаграмме снижается с увеличением в шейке шаровой составляющей тензора напряжений. Как известно, рост шаровой составляющей увеличивает скорость накопления повреждений в материале, что вероятно и является причиной снижения интенсивности напряжений на диаграмме. Таким образом, на основе построенных диаграмм возможно получать поверхности разрушения и проводить оценку степени поврежденности материала в зависимости от параметров процесса деформирования и вида НДС.

1. Баженов В. Г., Зефилов С. В., Крамарев Л. Н., Осетров С. Л., Павленкова Е. В. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии // Патент на изобретение №2324162. Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. №13.
2. Баженов В. Г., Зефилов С. В., Осетров С. Л. Экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных и прочностных свойств материалов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2006. — Т. 72, №9. — С. 39–45.
3. Баженов В. Г., Зефилов С. В., Осетров С. Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость // Доклады академии наук. — 2006. — Т. 407, №2. — С. 183–185.
4. Баженов В. Г., Зефилов С. В., Осетров С. Л. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов // Деформация и разрушение материалов. — 2007. — №3. — С. 43–48.
5. Баженов В. Г., Ломунов В. К., Осетров С. Л., Павленкова Е. В. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии // Прикладная механика и техническая физика. — 2013. — Т. 54, №1. — С. 116–124.
6. Крамарев Л. Н., Жегалов Д. В. Экспериментальное и численное исследование упругопластических процессов пенетрирования // Проблемы прочности и пластичности. — 2008. — №70. — С. 79–88.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ТЕПЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ ЦИЛИНДРО-ПОРШНЕВОЙ ГРУППЫ ДВИГАТЕЛЯ*

Ф. Б. Барченко¹, В. Н. Бакулин²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия; ²ИПРИМ РАН, Москва, Россия

Надежность и ресурс поршней двигателей внутреннего сгорания зависит от их механической и тепловой нагруженности. Определение ресурса и надежности деталей двигателя производится по запасу циклической прочности, пределу текучести или прочности. Традиционно расчет этих показателей производится на одном, заранее выбранном, режиме. Двигатели автомобилей работают 90% сро-

*Работа выполняется при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №14-08-01030).

ка эксплуатации на неуставившихся режимах. Поэтому стационарный расчет теплового и напряженно-деформированного состояния поршня на одном режиме в общем случае не корректен. Моделированием прочности при нестационарном нагружении занимается ряд исследовательских центров, однако данные о тепловом нагружении в приведенных работах предполагаются известными, что возможно при доработке существующих образцов техники. Однако при создании новых и перспективных образцов техники необходимо уметь прогнозировать тепловые и механические нагрузки. В предлагаемой работе, для корректного расчета запаса циклической прочности предлагается математическая модель нестационарной работы силовой установки с поршневым двигателем и определения граничных условий для моделирования теплового и напряженно-деформированного состояния цилиндрично-поршневой группы.

Математическая модель многоцилиндрового двигателя [1] включает расчет рабочего процесса в каждом цилиндре на основе термодинамической модели, нестационарного газообмена. Параметры состояния в цилиндре рассчитываются с помощью однозонной модели, а тепловыделение и теплообмен — по известным полуэмпирическим формулам.

В связи с тем, что расчет течения в трубопроводах с помощью методов газовой динамики приводит к увеличению времени счета [2, 3], для изобарных систем наддува можно использовать упрощенный подход к моделированию — на основании термодинамического подхода [4]. Большинство современных двигателей внутреннего сгорания имеют систему турбонаддува, параметры которой оказывают значительное влияние на эффективные показатели двигателя, поэтому в модели работа турбины и компрессора моделируется с помощью их характеристик, а частота вращения ротора турбокомпрессора рассчитывается с помощью уравнения вращательного движения твердого тела.

Тепловое состояние двигателя оказывает влияние на его рабочий процесс. В разработанной математической модели температура деталей двигателя определяется на основе решения нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных элементов в двухмерной постановке. Используются треугольные симплекс элементы. Параметры теплообмена на основных поверхностях цилиндрично-поршневой группы поршня рассчитываются по известным полуэмпирическим уравнениям и экспериментальным табличным данным. Для оценки теплового состояния со стороны системы охлаждения используется упрощенная математическая модель, включающая насосы, трубопроводы, теплообменники и элементы системы управления.

Нестационарное тепловое состояние рассчитывается 1 раз за цикл двигателя [5]. При этом используются осредненные за рабочий цикл значения локального коэффициента теплоотдачи α_{cp} и результирующей температуры среды $T_{рез}$:

$$\alpha_{cp} = \frac{1}{\Delta\varphi} \int_0^{\Delta\varphi} \alpha(\varphi) d\varphi, \quad T_{рез} = \frac{1}{\Delta\varphi \alpha_{cp}} \int_0^{\Delta\varphi} \alpha(\varphi) T_{сред}(\varphi) d\varphi,$$

где $\alpha(\varphi)$ — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м² · К); $T_{сред}$ — температура окружающей среды, К; $\Delta\varphi$ — продолжительность цикла, радиан.

Для моделирования работы двигателя в составе автомобиля используется математическая модель динамики автомобиля, учитывающая работу сцепления, коробки передач и сцепление колес с дорогой [4]. Для расчета запаса циклической прочности, предела текучести, прочности предполагается использовать универсальные программы, типа ANSYS, NASTRAN и т. д.

Математическая модель и созданная программа расчета нестационарного теплового состояния двигателя была проверена сравнением результатов расчета стационарной и нестационарной задач для цилиндрично-поршневой группы 8 цилиндрового дизеля без наддува (диаметр цилиндра 130 мм, ход поршня 140 мм) после выхода теплового состояния деталей на стационарный режим. Максимальные ошибки составили: в центре камеры сгорания 4 °С (2%); на острой кромке камеры сгорания 13 °С (5%); на внешней поверхности детали 12 °С (7%). Время счета для одного шага по времени типичной конструкции дизеля грузового автомобиля на сетке содержащей 450–500 узлов составляет порядка 1,5 с на компьютере: CPU Intel i7, RAM 6Gb, Windows 64-bit. Время прогрева указанного выше двигателя с полностью открытой заслонкой составляет порядка 5–7 мин. В связи с этим расчет этого процесса занимает от 1 до 3 ч времени на грубой сетке с 3-узловыми элементами. Улучшение качества сетки и алгоритма расчета теплового состояния позволит в будущем снизить время счета в 1,5–2 раза.

Разработанная математическая модель позволит получать тепловую нагрузку на детали цилиндрично-поршневой группы, что в свою очередь позволит перейти к более обоснованному расчету усталостной прочности указанных деталей двигателей. В настоящее время отдельные части предлагаемого программного комплекса прошли апробацию. В дальнейшем предполагается создание единой программы, с помощью которой будет проводиться расчет граничных условий теплового и механического нагружения в автоматизированном режиме.

1. Барченко Ф. Б., Бакулин Д. В. Особенности численного моделирования работы многоцилиндрового двигателя // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 40–41.
2. Гришин Ю. А., Бакулин В. Н. Новые расчетные схемы на базе метода крупных частиц для моделирования газодинамических задач // ДАН. — 2015. — Т. 465, № 5. — С. 545–548.
3. Гришин Ю. А., Бакулин В. Н. Численное исследование течения в центробежном компрессоре // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, № 5. — С. 1232–1236.
4. Барченко Ф. Б., Сячинов А. В., Шишко И. Д. Моделирование работы двигателя при движении колесного транспортного средства по ездовому циклу // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2015. — № 6(663). — С. 9–19.
5. Барченко Ф. Б., Бакулин Д. В. Расчет граничных условий теплового нагружения цилиндрично-поршневой группы в жизненном цикле автомобильного дизеля // Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Труды. Т. 1 (Тезисы докладов) XXVI Международной конференции. Санкт-Петербург, 28–30 сентября 2015 г. — Санкт-Петербург: ИД «ФАРМиндекс», 2015. — С. 54–55.

РАЗВИТИЕ МЕТОДИКИ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ РАЗМЕРОВ КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ В ПЛОТНОМ ПОТОКЕ

В. Г. Баталов, Р. А. Степанов, А. Н. Сухановский

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Одним из важных узлов газотурбинных авиационных двигателей является форсунка. Наибольшее распространение в газотурбинных двигателях получили механические и пневматические форсунки, которые служат для организации качественного распыла топлива. Распыл должен быть однороден в азимутальном направлении, иметь определенный угол раскрытия и структуру потока, характеризоваться

каплями заданного распределения по размерам. В работе представлено экспериментальное исследование характеристик двухфазного потока в факеле форсунок. Регистрация оптических изображений капель проводилась при помощи PIV-системы «Полис». Схема измерений представлена на рис. 1.

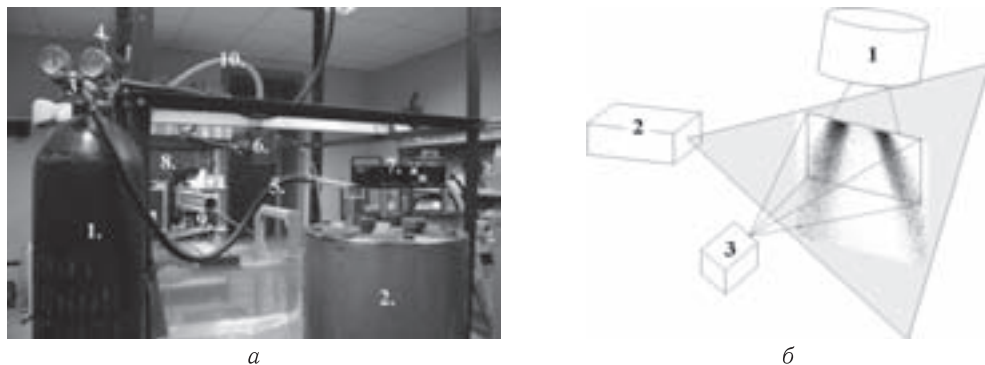


Рис. 1. Экспериментальный стенд (а), схема измерений (б): 1 — форсунка, 2 — лазер, 3 — CCD-камера

Для определения размеров капель использовались метод Direct Imaging, основанный на использовании сфокусированных изображений пар бликов и метод IPI [1], использующий расфокусированные изображения пар бликов (интерференционные образы).

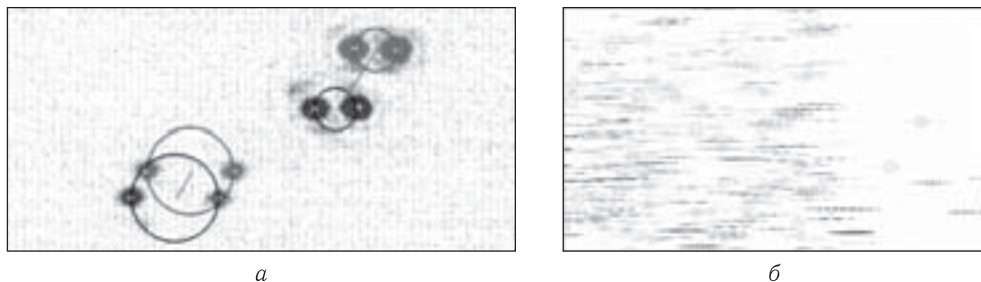


Рис. 2. Смещение и размер капель восстановленных методом Direct Imaging (а); интерференционные образы и размеры капель восстановленные методом IPI (б)

В работах [2, 3] было показано, что для единичных капель результаты измерений диаметров совпадают в диапазоне размеров капель доступных для обоих методов. Однако оставался вопрос, какой метод следует использовать, когда диапазон размеров капель слишком велик и не перекрывается ни одним из методов в отдельности. В данной работе исследованы особенности применения этих методов для измерений распыления промышленных форсунок. В ходе работы была разработана новая процедура валидации для метода Direct Imaging, с использованием вейвлет-анализа.

Примеры изображений и результатов обработки представлены на рис. 2. Для процедуры валидации предлагается использовать два изображения потока, полученных с малой (заданной) задержкой по времени [4]. Подобным образом производится съемка изображений для восстановления поля скорости методом PIV. Затем анализируется смещение пар бликов на втором изображении относительно первого. Если оба блика смещаются синхронно, то предполагается, что данная пара бликов

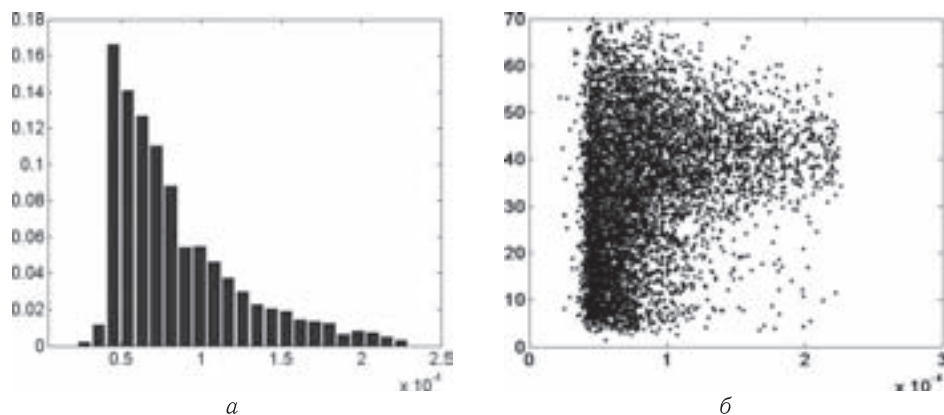


Рис. 3. Распределение по размерам (а), распределение капель в плоскости скорость–диаметр (б)

валидна и может быть использована для измерения размеров капли, в противном случае данные пары бликов не валидны и исключаются из рассмотрения. Надо подчеркнуть, что в результате использования процедуры валидации помимо получения достоверной информации о размерах капель (рис. 3, а), восстанавливается также и скорость капель (рис. 3, б). Таким образом, появляется возможность исследовать зависимость скорости капель от их размера, восстанавливать пространственное распределение расхода (в плоскости лазерного ножа).

1. Tropea C. Optical particle characterization in flows // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 2011.
2. Баталов В. Г., Костарев К. Г., Мизев А. И., Сухановский А. Н., Шмыров А. В. Оптимизация форсунки авиадвигателя: отработка методики оптических измерений характеристик факела распыла // *Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСППС'2015)*, 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 566–567.
3. Batalov V., Stepanov R., Sukhanovskii A. Comparison of direct optical and IPI methods in real flow measurements // *Proceedings 26th European Conference on Liquid Atomization & Spray Systems Bremen, Germany, 8–10 September 2014*, Editors: Lydia Achelis and Udo Fritsching. — P. 1–9. ISBN: 978-3-00-047070-7.
4. Batalov V. G., Stepanov R. A., Sukhanovskii A. N. // *Elektronnyi zhurnal «Trudy MAI»*. — 2014. — No. 76.

ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛН ЦУНАМИ В ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКЕ*

Б. В. Бошнятов^{1,2}

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Известно, что волны цунами являются одним из наиболее опасных и разрушительных бедствий, которым подвержены промышленные и гражданские сооружения, а также жители прибрежной зоны Мирового океана. Так, в трагический день 26 декабря 2004 г. волны цунами погубили более 300 тысяч человеческих жизней

*Работа поддержана грантом РФФИ №15-08-04097-а.

и нанесли огромный материальный ущерб многим странам [1]. Причиной возникновения волн цунами могут быть подводные землетрясения или другие крупномасштабные возмущения свободной поверхности океана. Как правило, их протяженность намного больше глубины воды H , поэтому волны цунами распространяются в океане как в «мелкой воде», со скоростью $\sqrt{gH} \approx 700$ км/ч, где g — ускорение силы тяжести. Такая волна обладает огромной энергией, поскольку при ее распространении в движение вовлекается вся толща океана от поверхности до дна.

Исследовать волны цунами в натуральных условиях практически не представляется возможным, поэтому для этой цели широко используются методы математического [2] и численного моделирования [3]. Эксперименты в наземных установках, как правило, отличаются высокой стоимостью, так как чтобы приблизить параметры моделирования волн к натурным условиям, приходится создавать крупномасштабные (до 300 и более метров) и дорогостоящие сооружения [4]. В работах [5–8] показано, что, использование высокоточных методов измерения амплитуды волн [9–11] в сочетании с численным экспериментом [12, 13] позволяет с достаточной полнотой моделировать и исследовать многие проблемы волн цунами и в лабораторных установках относительно небольших размеров. Наши исследования показали, что в ряде случаев воспроизводить в установке натурные значения критериев подобия нет необходимости, так как имеет место автомодельность или независимость

процессов от величины моделируемых критериев. Это, в частности, относится к наиболее трудно воспроизводимому в наземных установках критерию нелинейности A/H (A — амплитуда волны). На рис. 1 дана экспериментальная зависимость критерия скорости волны от параметра нелинейности, при распространении волн типа цунами по глубокой воде. Видно, что при $A/H < 0,1$ зависимость является автомодельной, при этом $c = \sqrt{gH}$, как и в натуральных условиях при $A/H = 10^{-4}$.

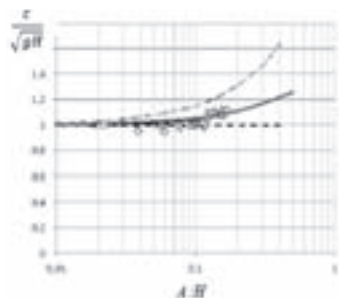


Рис. 1

Отметим, что, разработанная нами методика численного моделирования волновых процессов на основе полных уравнений Навье–Стокса (сплошная

красная линия на рис. 1), дает очень хорошее совпадение с результатами экспериментов. На рис. 1 пунктирная линия соответствует линейной, а штрих-пунктирная — нелинейной теории мелкой воды.

Однако, при взаимодействии длинных волн с затопленными преградами параметр нелинейности и вязкость играют важную роль. В работах [14, 15] показано, что при определенных условиях вблизи подводной преграды возникают крупномасштабные вихревые структуры, которые аккумулируют значительную часть энергии падающей волны. При этом, если параметр преграды $h/H + A = 0,84\text{--}0,85$ (h — высота преграды), то в вихревых структурах может аккумулироваться до 50% от энергии падающей на преграду волны. Результаты исследований [16] показали, что комплекс из двух преград, расположенных на определенном расстоянии друг от друга, оказывает еще большее влияние на энергию прошедшей волны значительно уменьшая ее. Энергия волны, прошедшей через две преграды, при расстоянии между ними $\Delta = 2H$, может быть уменьшена до 35% по отношению падающей волне.

1. Левин Б. В., Носов М. А. Физика цунами и родственных явлений в океане. — М.: «Янус-К», 2005. — 360 с.

2. Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. — Новосибирск: Наука, 1985. — 318 с.
3. Шокин Ю. И., Чубаров Л. Б., Марчук Ан. Г., Симонов К. В. Вычислительный эксперимент в проблеме цунами. — Новосибирск: Наука СО, 1989. — 168 с.
4. <http://www.ip7-marinet.eu/NCKU-super-wave-flume.html>.
5. Бошенятов Б. В., Попов В. В. Экспериментальные исследования взаимодействия волн типа цунами с подводными преградами // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2012. — Т. 55, № 9/3. — С. 145–150.
6. Boshenaytov B., Lisin D. Modeling of Tsunami Waves in an Open Hydrodynamic Channel // Proceedings of 8th International Symposium on Advanced Science and Technology in Experimental Mechanics. 3–6 November 2013, Sendai, Japan.
7. Бошенятов Б. В. Особенности моделирования волн цунами в лабораторной установке // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015., г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 384–385. (РИНЦ).
8. Бошенятов Б. В., Жильцов К. Н., Тырышкин И. М. О возможности моделирования волн цунами в лабораторных установках // Физико-технические проблемы в науке, промышленности и медицине: Сборник тезисов докладов VII Международной научно-практической конференции. — Томск, 2015. — С. 91.
9. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Семянистый А. В. Метод измерения волн малой амплитуды на водной поверхности // ПТЭ. — 2011. — № 2. — С. 116–117.
10. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В. Устройство измерения уровня воды // Патент РФ на изобретение №2485452. — Приоритет 07.10.2010. — Заявка №2010141060. — Зарегистрировано 20.06.2013.
11. Левин Ю. К., Попов В. В., Семянистый А. В. Методика измерения малых волн на водной поверхности // Датчики и Системы. — 2013. — № 1. — С. 52–53.
12. Бошенятов Б. В., Лисин Д. Г. Численное моделирование волн типа цунами в гидродинамическом лотке // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2013. — № 6(26). — С. 45–55.
13. Жильцов К. Н., Бошенятов Б. В. Численное моделирование взаимодействия волн типа цунами с двойными преградами // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник материалов Всероссийской научной конференции. Москва, 15–17 декабря 2015 г. — М.: ИПРИМ РАН, 2015. — С. 364–366.
14. Бошенятов Б. В. О подавлении волн цунами подводными преградами // ДАН. — 2013. — Т. 452, № 4. — С. 392–395.
15. Бошенятов Б. В., Жильцов К. Н. Математическое моделирование взаимодействия длинных волн типа цунами с комплексом преград // Современные наукоемкие технологии. — 2015. — № 12. — С. 20–23.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ЦУНАМИ С ПОДВОДНЫМИ ПРЕГРАДАМИ*

Б. В. Бошенятов^{1,2}, К. Н. Жильцов², В. В. Попов¹

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Одним из перспективных способов уменьшения разрушительной силы волн цунами являются подводные преграды. Экспериментальные исследования коэффициентов отражения и теоретические исследования на основе потенциальной тео-

*Работа поддержана грантом РФФИ №15-08-04097-а и, частично, Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №2014/223 (код проекта 1943).

рии длинных волн свидетельствуют, что тонкие (по сравнению с длиной волны) и непроницаемые подводные преграды малоэффективны [1–3]. Поэтому усилия научных коллективов последних десяти лет были направлены, главным образом, на исследования эффективности проницаемых [3] или подвижных (поглощающих энергию) преград [2].

Единственным исключением из общего правила является работа академика А. М. Фридмана и др. [4], в которой экспериментально обнаружено значительное снижение (до двух раз) берегового заплеска волн типа цунами после их взаимодействия с тонкими двойными преградами, установленными на некотором оптимальном расстоянии друг от друга, что до сих пор не имело должного объяснения. Одним из авторов настоящей работы была предложена гипотеза, что причиной наблюдаемого эффекта может быть образование вблизи преград крупномасштабных вихревых структур, которые аккумулируют в себе значительную часть энергии проходящей волны. Исследования [5, 6] полностью подтвердили справедливость данной гипотезы. Действительно оказалось, что за тонкой затопленной преградой в ряде случаев образуются два мощных вихря, с противоположным вращением, которые могут аккумулировать до 50% энергии от падающей волны, существенно уменьшая разрушительную силу проходящей через преграду волны типа цунами.

Целью настоящей работы является более детальное изучение данного явления, в том числе при взаимодействии с двойными преградами, для случая слабых гравитационных волн, когда амплитуда (высота) волны намного меньше начальной глубины воды лотке.

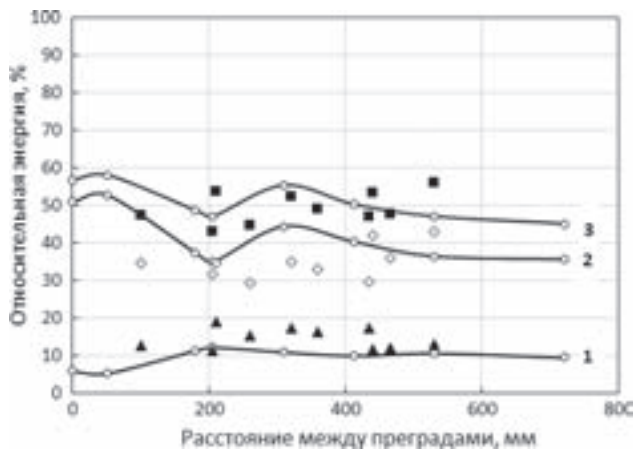


Рис. 1

Эксперименты проводились в гидродинамическом лотке ИПРИМ РАН (длина лотка 15 м, ширина 0,26 м и высота 0,35 м) где генерировалась гравитационная волна длиной $L = 3$ м и средней амплитудой A от 2,9 до 3,7 мм. Начальная глубина воды в лотке H изменялась от 100 до 104 мм. Толщина, вертикально установленных преград во всех случаях составляла 10 мм. Параметр преград $h/(H + A) = 0,83$ [5]. При помощи прецизионных датчиков уровня воды [7–9], расположенных до и после преград, измерялось изменение высоты волны во времени, что позволяло рассчитать энергии как падающей, так и прошедшей через преграду волн. Отметим, что, разработанная нами методика численного моделирования волновых процессов на основе полных уравнений Навье–Стокса [10–12], дает очень хорошее совпадение с результатами экспериментов по измерениям падающей волны, что в меньшей

степени относится к отраженным и прошедшим через преграды волнам. На рисунке представлены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные данные безразмерных энергий волн (относительно энергии падающей волны) отраженных (1) и прошедших (2) через комплекс из двух одинаковых преград в зависимости расстояния между ними. Там же приведены расчетная зависимость (3) и результаты экспериментов для суммы этих волн, которая, как видно из рис. 1, не превышает 60% от энергии падающей волны.

Таким образом, в вихревых структурах, локализованных вблизи преград и в случае, когда $A/H \ll 1$ сосредоточено не менее 40% от энергии падающей волны. Из расчетной зависимости (3) видно, что наибольшее количество энергии (до 53%) сосредоточено в вихревых структурах при расстоянии между преградами равно удвоенной начальной глубине воды в гидродинамическом лотке. Численное моделирование волновых процессов в гидродинамическом лотке проводилось при начальной глубине $H = 103$ мм и амплитуде волны $A = 3,60$ мм. Разброс экспериментальных данных, как и в работе [13], обусловлен тем, что условия эксперимента не позволяли точно задавать начальную глубину и амплитуду падающей волны.

1. Левин Б. В., Носов М. А. Физика цунами и родственных явлений в океане. — М.: «Янус-К», 2005. — 360 с.
2. Van Der Plas T. A Study into the Feasibility of Tsunami Protection Structures for Buda Aceh & A Preliminary Desing of an Offshore Rubble-Mound Tsunami Barrier. Final Thesis Report. Amersfoort: Delft Univ. Technol., 2007. 24 p. repository.tudelft.nl/assets/uuid...6870.../ceg_vanderplas_2007.pdf.
3. Irtem E., Seyfioglu E., Kabdasli S. // J. Coastal Res. 2011. Spec. Iss. 64. P. 516–520.
4. Фридман А. Н., Альперович Л. С., Шемер Л. и др. О подавлении волн цунами подводными барьерами // УФН. — 2010. — Т. 180, №8. — С. 843–850.
5. Бошенятов Б. В. О подавлении волн цунами подводными преградами // ДАН. — 2013. — Т. 452, №4. — С. 392–395.
6. Boshenyatov B. V., Lisin D. G. Role of nonlinear and viscous effects by interacting the tsunami waves with underwater obstacles // XVII ICMAR. International Conference on the Methods of Aerophysical Research. Abstracts. Part I. Novosibirsk: Avtograf. 2014. P. 35–36.
7. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Семянистый А. В. Метод измерения волн малой амплитуды на водной поверхности // ПТЭ. — 2011. — №2. — С. 116–117.
8. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В. Устройство измерения уровня воды // Патент РФ на изобретение №2485452. — Приоритет 07.10.2010. — Заявка №2010141060. — Зарегистрировано 20.06.2013.
9. Левин Ю. К., Попов В. В., Семянистый А. В. Методика измерения малых волн на водной поверхности // Датчики и Системы. — 2013. — №1. — С. 52–53.
10. Бошенятов Б. В., Лисин Д. Г. Численное моделирование волн типа цунами в гидродинамическом лотке // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2013. — №6(26). — С. 45–55.
11. Boshenyatov B., Lisin D. Modeling of Tsunami Waves in an Open Hydrodynamic Channel // Proceedings of 8th International Symposium on Advanced Science and Technology in Experimental Mechanics. 3–6 November 2013, Sendai, Japan.
12. Бошенятов Б. В., Жильцов К. Н. Математическое моделирование взаимодействия длинных волн типа цунами с комплексом преград // Современные наукоемкие технологии. — 2015. — №12. — С. 20–23.
13. Бошенятов Б. В., Попов В. В. Экспериментальные исследования взаимодействия волн типа цунами с подводными преградами // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2012. — Т. 55, №9/3. — С. 145–150.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИМПУЛЬСНЫХ РАЗРЯДОВ В ПАРАХ ЦЕЗИЯ И РТУТИ КАК МОЩНЫХ ИСТОЧНИКОВ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. М. Градов¹, С. В. Гавриш²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия; ²ЗАО СКБ «Зенит», Москва, Россия

В работе рассмотрены импульсно-периодические источники излучения лампового типа с цезий–ртуть — ксеноновым наполнением и двойными оболочками из сапфира, стабилизирующими разряд.

Сформулирована математическая модель разряда в составе внешнего электрического контура с дежурной дугой, в которой учтены газодинамические процессы в плазме [1], перенос излучения в линиях и непрерывном спектре в разряде и стенках, особенности температурного режима оболочек, разделенных газовым зазором. Обсуждается формирование информационного оснащения моделирования необходимыми свойствами плазмы [1–5] и конструкционных материалов (расчет коэффициентов тепло- и электропроводности, оптического поглощения, энтальпии плазмы и др.).

Исследовано влияние геометрических, электрических и физических параметров ламп на спектры излучения и глубину модуляции излучения в областях 1,8–4,2 мкм и 3,5–5,5 мкм. Установлена связь эксплуатационных характеристик ламп с внутренними характеристиками плазмы и температурным режимом двойных оболочек, который настолько напряжен, что стенки своим излучением ухудшают характеристики модуляции ИК-излучения.

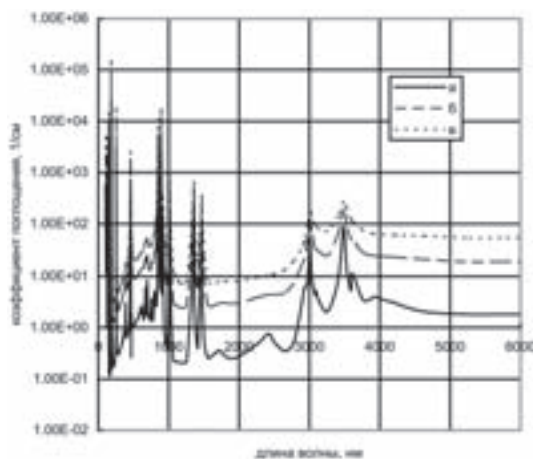


Рис. 1. Коэффициент поглощения плазмы Cs–Hg–Xe. Температура плазмы $T = 5000$ К. Параметры плазмы (общее давление в мПа, соотношение ядер Cs:Hg и Cs:Xe): а — 0,1, 1, 1,5; б — 0,5, 1, 1,5; в — 1,0, 1, 1,5

Плазма в диапазоне 3,5–5,5 мкм имеет непрерывный фон коэффициента поглощения на уровне от 0,8 до 10 см⁻¹, а с учетом линейчатой составляющей указанный коэффициент достигает уже 60 см⁻¹, т.е. плазма в данной области спектра является оптически плотной при радиусах разрядного канала R порядка 0,55 см и выше. Поэтому режим распространения излучения в разряде близок к диффузионному, и плазма светит в основном своими поверхностными слоями. В данной

ситуации увеличение удельной электрической мощности $\langle w \rangle$, сопровождающееся ростом уровня температур в плазме и, соответственно, коэффициента поглощения, или увеличение радиуса R приводят к росту оптической плотности и снижению КПД ИК-излучения. Одним из проявлений высокой оптической плотности плазмы в ИК-области является практически полное нивелирование в излучении дискретной структуры спектра, тогда как в коэффициенте поглощения эта структура хорошо просматривается (рисунки 1, 2), особенно при температурах 4000–5000 К, характерных для рассматриваемых разрядов (рис. 3).

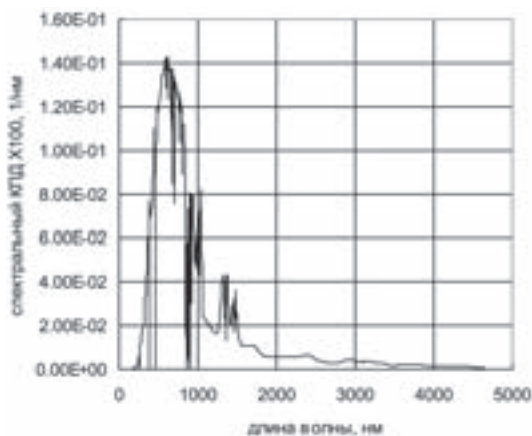


Рис. 2. Спектральное распределение КПД излучения разряда в максимуме тока. Параметры плазмы: 0,1, 1, 1,5. Внутренний радиус разрядной трубки $R = 0,75$ см, $\langle w \rangle = 4,83$ кВт/см³. Осевая температура в разряде: $T_0 = 5200$ К, средняя температура плазмы $\langle T \rangle = 4800$ К

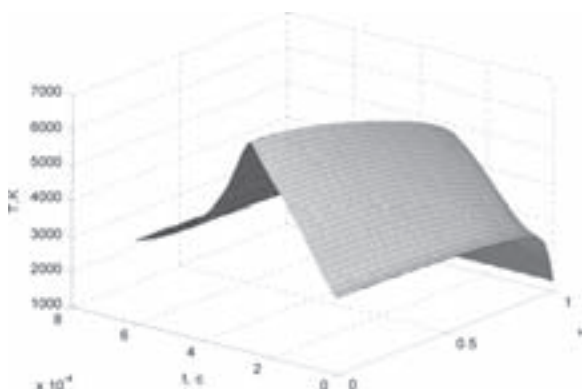


Рис. 3. Зависимость от времени и пространственной координаты $z = r/R$ температурного профиля в разряде в течение импульса напряжения и в период остывания плазмы до следующего импульса. Емкость и напряжение конденсатора 0,01 Ф и 120 В, индуктивность 8 мкГн, ток дежурной дуги 1 А, $R = 0,55$ см, длительность импульса 260 мкс

На рис. 2 видно, что линии в области 1,8–5 мкм полностью «растворились» на непрерывном фоне. В других диапазонах спектр сильно «изрезан» линиями поглощения, при этом излучение центральных «горячих» зон разряда поглощается в более холодных периферийных слоях с последующим переизлучением при более низкой температуре.

Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными по спектрам и электрическим характеристикам источников излучения.

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — 3-изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 656 с.
2. Жданов В. М. Процессы переноса в многокомпонентной плазме. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 280 с.
3. Градов В. М., Мак А. А., Щербаков А. А. Метод самосогласованного расчета систем накачки лазеров: Характеристики систем накачки с неоднородным распределением температуры в разряде ламп // Оптика и спектроскопия. — 1984. — Т. 57, №1. — С. 105–109.
4. Суржиков С. Т. Оптические свойства газов и плазмы. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. — 2004. — 576 с.
5. Градов В. М. Математическое моделирование радиационных процессов в системах сложной геометрии с селективно излучающей плазмой // Вестник МГТУ. Естественные науки. — 1998. — №1. — С. 48–58.

МАГИСТРАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА*

В. И. Гурман¹, И. С. Гусева²

¹ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Вельково, Россия;

²БГУ, Улан-Удэ, Россия

Эколого-экономические модели широко распространены на практике. Рассматривается агрегированная версия модели региона [1], описывающая взаимодействие экономической, природной и социальной составляющих с учетом инновационных процессов:

$$\begin{aligned}c &= (E - A)y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^v v - B^v u^v, \\ \dot{r} &= \dot{\bar{r}} + N(r - \bar{r}) - Cy - Du - D^z u^z + C^z z, \\ \dot{k} &= u - [\delta]k, \quad \dot{k}^z = u^z - [\delta^z]k^z, \quad \dot{k}^v = u^v - [\delta^v]k^v, \\ 0 &\leq y \leq \Gamma(k), \quad 0 \leq z \leq \Gamma^z(k^z), \quad 0 \leq v \leq \Gamma^v(k^v), \\ \dot{\theta} &= -(v + H_{inv} + H_{dif})(\theta - \bar{\theta}), \quad \theta(0) = 0.\end{aligned}\tag{1}$$

На этой модели исследуется оптимизация стратегии устойчивого развития региона с учетом реалистических ограничений модели. Это вырожденная задача [2], поэтому используется подход, основанный на магистральных решениях [3].

В модели (1) y, z, v — выпуски продукции, активного природовосстановления, активных инноваций, c — конечное потребление; (k, k^z, k^v) , $(\Gamma(k), \Gamma^z(k^z), \Gamma^v(k^v))$, (u, u^z, u^v) , $(\delta, \delta^z, \delta^v)$ — основные фонды, мощности и инвестиции и темпы амортизации; r — индекс состояния природной среды; $\theta, \bar{\theta}$ — инновационный индекс и его предельное значение; $\bar{r}(t)$ — заданная функция; A, A^z, A^v и B, B^z, B^v — коэффициенты прямых и фондообразующих затрат; C и N — коэффициенты прямого воздействия экономики на природную среду и ее самовосстановления; D, D^z —

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований: проекты 15-01-01915 А «Приближенная оптимизация управления на основе магистральных решений», 15-01-01923 А «Конструктивные методы оптимизации управления системами неоднородной структуры», 15-07-09091 А «Приближенная оптимизация ситуационного управления».

коэффициенты воздействия расширения мощностей; H_{inv} , H_{dif} — коэффициенты, отражающие влияние инвестиций и диффузии инноваций. Критерий оптимальности — функционал благосостояния $\Pi_F = \Pi(t_F)$ — конечное значение накопленного дохода за вычетом штрафа за нарушение экологических ограничений:

$$\dot{\Pi} = (pc - S(r))e^{-\rho t}, \quad (2)$$

при заданных ограничениях и заданном состоянии в начале периода $\Pi(0) = 0$, $k(0) = k_0$, $k^z(0) = k_0^z$, $k^v(0) = k_0^v$, $r(0) = r_0$, $\theta(0) = 0$, где p — индекс цен; S — штраф за нарушение экологических ограничений; ρ — коэффициент дисконтирования.

Задача решается в два этапа. На первом этапе применяется метод кратных максимумов [2], при котором управления u , u^z и u^v предполагаются неограниченными, для компонентов k , k^z и k^v имеются нижние границы $(\cdot)_l$, а верхняя $(\cdot)_u$ и нижняя $(\cdot)_l$ границы θ^j строятся как решения уравнений относительно этих переменных из (1) при $v^j = \gamma^j k_l^{v^j}$ с условиями на левом и правом концах.

Рассматривается обобщенный лагранжиан Кротова L [2], с функцией Кротова вида: $\varphi = \pi + \vartheta(k, k^z, k^v, r, \theta)$. Последовательное применение метода кратных максимумов приводит к его преобразованному виду: $L = p(B^z k_F^z + B^v k_F^v + \eta^z r_F - Q(\theta(t))) + \text{const}$. Значения k_F , k_F^z и k_F^v принимаются равными значениям на последней магистрали. Результат минимизируется по θ_F , что дает окончательное магистральное решение. Выполненные преобразования соответствуют двукратному переходу от исходной задачи к производной [2]: в итоге получается единственная фазовая переменная $\zeta = \Pi + p(Bk + B^z k^z + B^v k^v) - \mu^v \ln \gamma^v (\theta - \bar{\theta}) + \eta^z r$, где $\mu^v = p(A^v \gamma^v + \delta^v B^v)$. Имеем задачу первого порядка для уравнения

$$\dot{\zeta} = \nu(\theta, r) = \kappa(\theta)y - pB\delta k - S(r) + \eta^z(\dot{r} + N(r - \bar{r}) + im^r - ex^r) \quad (3)$$

с функционалом $I = -\zeta(t_F) \rightarrow \inf$ при начальном условии

$$\zeta(0) = \zeta_0 = p(B_0 + B^z k_0^z + B^v k_0^v) - \mu^v \ln \gamma^v (\theta_0 - \bar{\theta}) + \eta^z r_0$$

и при указанных выше ограничениях.

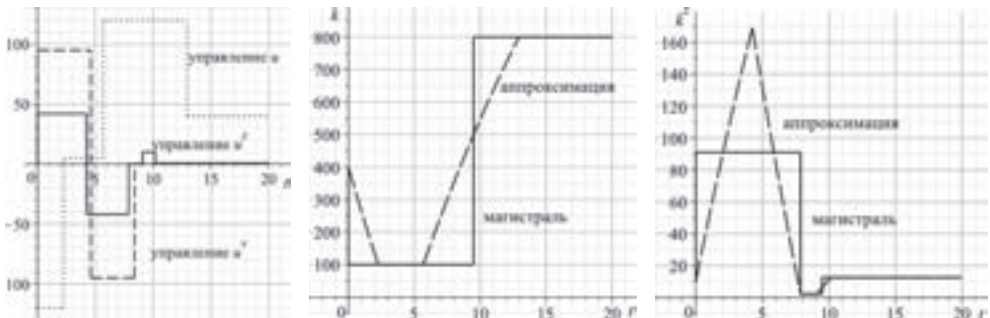


Рис. 1. Управления, магистральное решение и аппроксимация

Минимизация этого функционала сводится к максимизации правой части уравнения (3), и дает разрывное магистральное решение (второй ступени). Траектория разрывна в начальный момент и в точках переключения компонент k , внутри промежутка $(0, t_F)$, т. е. представляет собой чередование нескольких непрерывных магистралей.

Для аппроксимации магистрального решения применяется алгоритм с минимальным числом переключений исходных управлений [4]. Расчеты проводились

для условного региона. На рис. 1 представлены магистральное решение и один из членов аппроксимирующей последовательности. При магистральном решении функционал $\Pi_F = 7485$, а при аппроксимации — $\Pi_F = 7154$ (млрд. руб.). Управление, реализующее это решение, носит сложный переключаемый характер.

Решение в целом с учетом граничных условий оказывается разрывным: переходы между граничными точками и магистралью и между магистралями происходят «скачком».

Таким образом, магистральное решение задачи позволяет получить практически значимые выводы, поскольку исходные идеализирующие допущения достаточно хорошо отражает реальную ситуацию. Соответствующий критерий устойчивости развития региональной системы включает не только экономические, но и экологические, социальные и параметры инвестиционные параметры, а именно, коэффициенты фондообразующих затрат B^z и B^v . При ограниченных инвестициях магистральное решение становится приближенным и может быть использовано в качестве эффективного начального приближения для полной модели.

1. Гурман В. И. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / Под ред. В. И. Гурмана, Е. В. Рюминой. — М.: Наука, 1981. — 264 с.
2. Гурман В. И. Принцип расширения в задачах управления. — М.: Наука, Физматлит, 1997. — 288 с.
3. Гурман В. И. Магистральные решения в процедурах поиска оптимальных управлений // Автомат. и телемех. — 2003. — №3. — С. 61–71.
4. Гусева И. С. Магистральное решение второго порядка в задаче экономического роста с учетом инноваций // Вестник Бурятского гос. ун-та. — 2011. — Вып. 9. Математика и информатика. — С. 19–25.

ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫЕ СИСТЕМЫ И МАГИСТРАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В ИССЛЕДОВАНИИ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕГИОНА*

В. И. Гурман¹, И. В. Расина¹, О. В. Батурина²

¹ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия;

²ИПУ РАН, Москва, Россия

Рассматривается модель региона [1] отражающая взаимодействие трех секторов — производственного, социо-природо-восстановительного и инновационного:

$$\begin{aligned}
 c &= (E - A)y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^v d - B^v u^v, \\
 \dot{r} &= \dot{\bar{r}} + N(r - \bar{r}) - Cy - Du - D^z u^z + C^z z + im^r - ex^r, \\
 \dot{k} &= u - [\delta]k, \quad \dot{k}^z = u^z - [\delta^z]k^z, \quad \dot{k}^v = u^v - [\delta^v]k^v, \\
 0 &\leq y \leq \Gamma(k), \quad 0 \leq z \leq \Gamma^z(k^z), \quad 0 \leq v \leq \Gamma^v(k^v), \\
 \dot{\theta} &= -([v] + H_{inv} + [H_{dif}]) (\theta - \bar{\theta}), \quad \theta(0) = 0, \\
 x^i &= x_0^i (1 + \theta^i \alpha_{ij}), \quad i \in I_j, \quad \sum_{i \in I_j} \alpha_{ij} = 1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований: проекты 15-01-01915 А, 15-01-01923 А, 15-07-09091 А.

Здесь y, z, v — векторы выпусков продукции по отраслям, активного природо-социо-восстановления, активных инноваций, c — конечное потребление; (k, k^z, k^v) , $(\Gamma(k), \Gamma^z(k^z), \Gamma^v(k^v))$, (u, u^z, u^v) , $(\delta, \delta^z, \delta^v)$ — основные фонды, мощности и инвестиции (векторы) и темпы амортизации в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах (диагональные матрицы); p — матрица-строка цен (ценовых поправок); r — вектор индексов состояния природной среды и социума; θ — вектор инновационных индексов (агрегированное описание изменения за счет инноваций элементов матриц $A, A^z, B, B^z, C, D, C^z, D^z$ и других параметров); $\bar{\theta}$ — предельная граница инновационных индексов; $\bar{\tau}(t)$ — заданная функция (опорная), например получаемая из статистического прогноза; im^r, ex^r — миграционные потоки загрязнений и ресурсов; A, A^z, A^v — матрицы прямых затрат в экономическом, природо-социо-восстановительном и инновационном секторах; B, B^z, B^v — матрицы фондообразующих затрат в указанных секторах; N — матрица коэффициентов взаимовлияния компонентов природной и социальной подсистем; C — матрица коэффициентов прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем, а D, D^z — матрицы коэффициентов воздействия на указанные компоненты при инвестициях в отрасли экономики и в природо-социо-восстановительный сектор; $H_{inv}, [H_{dif}]$ — матрицы, отражающие влияние инвестиций и диффузии инноваций,

$$H_{inv} = \left[\left(\sum_i H_{ij} u^i / k^i + \sum_k H_{kj}^z u^{zk} / k^{zk} \right) \right],$$

где H_{ij}, H_{kj}^z — коэффициенты «инновационности» инвестиций в i -й отрасли (k -м секторе), относящиеся к j -му инновационному индексу; H_{dif}^j — коэффициент диффузии; выражения вида $[X]$ — диагональные матрицы, построенные из компонент вектора X ; α_{ij} — весовые коэффициенты. Матрицы B и B^z зависят от H_{inv} , что отражает факт удорожания инвестиционных проектов с ростом их инновационности.

Критерий оптимальности — максимум функционала благосостояния $\Pi_F = \Pi(t_F)$ — конечного значения накопленного дохода за вычетом штрафа за нарушение ограничений устойчивого развития $\Pi(t)$, динамика которого описывается уравнением

$$\dot{\Pi} = (pc - S(r))e^{-\rho t} = (p((E - A)y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^v v - B^v u^v) - S(s, r))e^{-\rho t} \quad (2)$$

при заданных ограничениях и заданном состоянии в начале периода:

$$\Pi(0) = 0, \quad k(0) = k_0, \quad k^z(0) = k_0^z, \quad k^v(0) = k_0^v, \quad r(0) = r_0, \quad \theta(0) = 0,$$

где p — матрица-строка прогнозируемых цен, S — штраф за нарушение условий устойчивого развития, s — вектор штрафных коэффициентов; ρ — коэффициент дисконтирования.

В [1] предложена многоступенчатая схема исследования, предполагающая поиск магистрального решения. Использовались достаточные условия оптимальности Кротова [2] и аппарат теории вырожденных задач [3]. Предполагалось, что инновационным изменениям подвергаются лишь элементы матриц A и C . Они рассматриваются как функции θ . Остальные параметры считаются константами. Восстановительный и инновационный секторы работают с полным использованием мощностей, которые принимаются линейно зависящими от основных фондов: $\Gamma^z = \gamma^z k^z$, $\Gamma^v = \gamma^v k^v$, где γ^z, γ^v — некоторые диагональные матрицы. Мощности

производственных отраслей (производственные функции) $\Gamma^i(k^i)$ считаются вогнутыми функциями. Темп дисконтирования $\rho = 0$. Ограничения на r учитываются косвенно посредством штрафов. Население и трудовые ресурсы по отраслям принимаются постоянными. Выпуски и основные фонды отраслей ограничены снизу из условий минимальной занятости населения. Матрицы D , D^z принимаются нулевыми.

Рассматриваются два этапа: 1) фиксируются θ_F , k_F , k_F^z , k_F^v как некоторые параметры и находится решение; 2) параметры варьируются и получается окончательное решение.

Далее выполняется двукратный переход от исходной задачи к производной [3]. Имеем задачу первого порядка для уравнения

$$\dot{\zeta} = v(\theta, r) = \kappa(\theta)y - pB\delta k - S(r) + \eta^z(\bar{r} + N(r - \bar{r}) + im^r - ex^r) - \eta_\theta^z(\theta)r([\gamma^v k^v] + H)(\theta - \bar{\theta}) \quad (3)$$

с функционалом $I = -\zeta(t_F)$ при начальном условии

$$\zeta(0) = \zeta_0 = p(Bk_0 + B^z k_0^z + B^v k_0^v) - \sum_j \mu^{vj} \ln \gamma^{vj}(-\bar{\theta}^j) + \eta^z r_0$$

и при указанных выше ограничениях на остальные переменные. Для полученной задачи находится магистраль [4] и рассматривается задача ее улучшения по критерию уменьшения функционала $I = -\zeta(t_F)$. Поведение исследуемой системы представляется в виде дискретно-непрерывного процесса [5] и далее используется алгоритм первого порядка [6]. Расчеты проводились для агрегированной версии модели с одномерными секторами производства, восстановления и инноваций для условного региона при $t_F = 20$, $p = 1$, $\delta = \delta^z = \delta^v = 0,05$, $A_0 = 0,5$, $A(\theta) = (1 + \theta)A_0$, $C_0 = 0,04$, $C(\theta) = (1 + \theta)C_0$, $B = 1$, $A^z(\theta) = (1 + \theta)A_0^z$, $A_0^z = 80$, $B^z = 1$, $A^v(\theta) = (1 + \theta)A_0^v$, $A_0^v = 10$, $B^v = 1$, $C^z = 1$, $k_0 = 400$, $k_0^z = 10$, $k_0^v = 6$, $\theta_0 = 0$, $\bar{\theta} = -0,8$, $r_0 = 0,8$, $\bar{r} = 1$, $N = -0,001$, $im^r = 0,1$, $ex^r = 0,1$, $S(r) = s(r - \bar{r})^2$, $s = 5000$, $y_l = 0$, $k_l = 0$, $y_u = \gamma\sqrt{k}$, $\gamma = 10$, $\gamma^z = 0,0002$, $H = 0,03$, $\gamma^v = 0,0015$.

Их результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

№	0	1	2	3	4
П	-390	-244	-95	190	228

Отрицательные значения Π_F означают, что при данных значениях параметров рассматриваемая система неэффективна по критериям устойчивого развития.

1. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / Под ред. В. И. Гурмана, Е. В. Рюминой. — М.: Наука, 2001. — 175 с.
2. Кротов В. Ф., Гурман В. И. Методы и задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1973. — 448 с.
3. Гурман В. И. Вырожденные задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1977. — 304 с.
4. Гурман В. И. Магистральные решения в процедурах поиска оптимальных управлений // Автомат. и телемех. — 2003. — №3. — С. 61–71.
5. Гурман В. И., Расина И. В. Дискретно-непрерывные представления импульсных решений управляемых систем // Автомат. и телемех. — 2012. — №8. — С. 16–29.
6. Расина И. В. Итерационные алгоритмы оптимизации дискретно-непрерывных процессов // Автомат. и телемех. — 2012. — №10. — С. 3–17.

МНОГОЭТАПНАЯ СХЕМА ОПТИМИЗАЦИИ МАНЕВРА ВЕРТОЛЕТА***В. И. Гурман¹, О. В. Фесько¹, А. С. Любавин²**¹ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Вельково, Россия;²УГП имени А.К. Айламазяна, Переславль-Залесский, Россия

Рассматривается вертолет как объект управления на стадии моделирования его параметров полета. Полная модель динамики полета включает 14 управляемых дифференциальных уравнений относительно меняющегося со временем положения и ускорения центра масс, углового положения тела и угловой скорости, а также угловой скорости ротора и крутящего момента несущего винта [1].

Рассматривается задача минимального времени перелета на заданной высоте над рельефом из точки A на поверхности Земли в другую точку B с заданной скоростью в каждой точке.

Попытки решить эту задачу с использованием точной модели оказались безуспешными. Предлагается многостадийная процедура оптимизации с использованием серии различных моделей, упорядоченных согласно принципу расширения [2] и использованием аппарата достаточных условий оптимальности Кротова [2], при этом соответствующие допустимые множества удовлетворяют соотношению: $D_{i+1} \subset D_i$, где i — номер аппроксимации.

В качестве начальной грубой модели (с допустимым множеством D_1) из всех уравнений выбрано кинематическое соотношение между положением r и скоростью v центра масс вертолета в инерциальном пространстве: $\dot{r} = v$. Добавление следующего кинематического соотношения $\dot{v} = a$ дает следующее приближение (с допустимым множеством D_2). Затем добавляется уравнение вращательного (углового) движения и динамики ротора и т. д. Ограничения на управляющие переменные в указанных выше моделях (v или a) получаются из грубых оценок в тех дифференциальных уравнениях, где они служат переменными состояния в комбинации с заданными не дифференциальными ограничениями.

Физические пространственные ограничения на скорость и ускорение вертолета вначале используются для вычисления полей $V(r)$ и $A(v)$ расширенных множеств допустимости горизонтальных скоростей и ускорений. Для первой модели рассматривается следующая задача быстрогодействия:

$$\dot{r} = v, \quad v \in V(r), \quad I = t_B - t_A \rightarrow \min, \quad (1)$$

r_A, r_B заданы. Решение находится численно в форме Беллмана благодаря малой размерности пространства состояний (два).

Обозначим за $m_{*1} = (r_{*1}(t), v_{*1}(t))$, где $v_{*1}(t) = v_*(r_{*1}(t))$.

Следующий шаг состоит в определении D_2 добавлением к (1) ограничений:

$$\dot{v} = a, \quad a \in A(v), \quad v(t_A) = v_A, \quad v(t_B) = v_B. \quad (2)$$

где v_A, v_B — заданные вектора. Строится $\tilde{m}_2 \in D_2$ как подходящая аппроксимация для m_{*1} с использованием метода Беллмана. При этом приоритет отдается решению навигационной задачи, т. е. достижению r_B по приближенно оптимальным траек-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований: проекты 15-01-01915 А «Приближенная оптимизация управления на основе магистральных решений», 15-01-01923 А «Конструктивные методы оптимизации управления системами неоднородной структуры», 15-07-09091 А «Приближенная оптимизация ситуационного управления».

ториям с анализом четырех фаз маневра. Результат достигается с использованием схемы экстремального прицеливания (элемент m_{*2}) [3].

Далее m_{*2} или $\tilde{m}_2$ рассматривается как опорный режим управления в некоторой стандартной процедуре для получения $\tilde{m}_3$ и законов изменения по времени реальных управляющих переменных с использованием полноразмерной модели из 14 уравнений. Эта процедура состоит в настройке традиционных ПИД-каналов автопилота на полученные выше опорные функции, соответствующие $\tilde{m}_2$ или m_{*2} , и в последующей компьютерной имитации получающейся замкнутой системы управления.

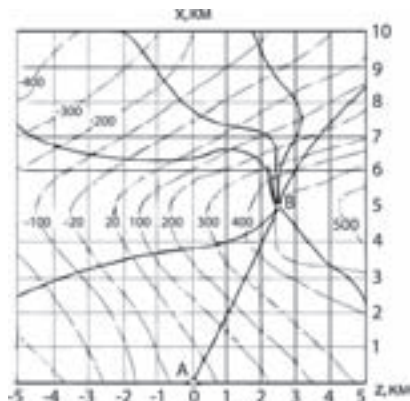


Рис. 1

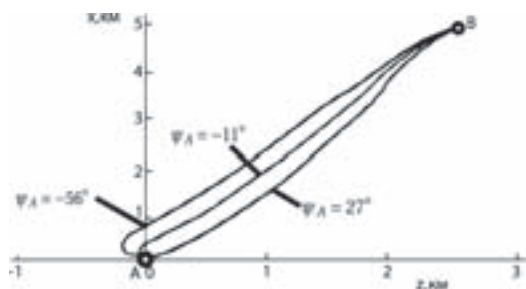


Рис. 2

В качестве примера был рассмотрен условный вертолет и соответствующая задача перелета со следующими параметрами и другими характеристиками, близкими к реальным:

$$\mathbf{V}(r) = \left\{ v: \underline{\nu} \leq |v| \leq \begin{cases} \nu = \bar{\nu} - k\theta, & \nu < \bar{\nu} \\ \bar{\nu}, & \nu \geq \bar{\nu} \end{cases} \right\},$$

$$\mathbf{A}(v) = \{a: |a| \leq 3 \text{ м/с}^2\},$$

где θ — угол наклона траектории к горизонту, $\underline{\nu} = 28$ м/с; $\bar{\nu} = 83$ м/с, $k = 222$.

Таблица 1

Аппр-ция	ν_0 , м/с; ψ_0 , град	t_{AB} , с	Δ
$\tilde{m}_2$	78; 27	86,2	0
$\tilde{m}_2$	39; -11	92,6	6,4
$\tilde{m}_2$	39; -56	100,2	14

На рис. 1 представлена заданная область карты (которая хранится в памяти компьютера вертолета) с начальной (A) и конечной (B) точками перелета

$$r_A = (0; 0); \quad r_B = (5000 \text{ м}; 25000 \text{ м}).$$

Вычисляется граница $|v| = \nu(r, \psi)$ множества скоростей $\bar{\mathbf{V}}(r)$ для каждой точки на этой карте за счет выбора различных направлений возможного полета (различных углов полета ψ) и учета наклона рельефа. Результаты исследования первой модели представлены на рис. 2.

На рис. 2 показано несколько D_1 -оптимальных траекторий полета из достаточно плотного семейства, которое генерирует $(r, v_*(r))$. Особые D_2 -квазиоптимальные траектории, соединяющие r_A и r_B , представлены на рис. 2. Соответствующие значения времени маневра и верхние оценки точности для трех вариантов начальных условий представлены в табл. 1.

Численные эксперименты с полной моделью весьма громоздки. Их общий результат состоит в незначительном увеличении времени маневра — 1–1,5 с по сравнению с временами маневра на опорных траекториях (86–100 с). Полученные оценки Δ для $\tilde{m}_2$ как квазиоптимальных решений оказались достаточными на этапе проектирования.

1. Никифорова Л. Н. Оптимальное управление вертолетом. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
2. Гурман В. И. Принцип расширения в задачах управления. — М.: Физматлит, 1985, 1997.
3. Красовский Н. Н. Теория управления движением. — М.: Наука, 1968.

ОСОБЕННОСТИ СВОЙСТВ КЛЕЕВОЙ КОМПОЗИЦИИ, МОДИФИЦИРОВАННОЙ ГРАФЕНОМ, ДЛЯ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ

Д. В. Гуськов, Ю. В. Корнев, О. В. Бойко, Х. Х. Валиев, Ю. Н. Карнет

ИПриМ РАН, Москва, Россия

В настоящее время современные композиционные материалы находят большое применение в конструкции летательных аппаратов. В связи с появлением новых высокопрочных материалов необходимо разрабатывать новые способы получения соединений конструкций. Технология склеивания является более надежной и экономичной, чем другие традиционные способы получения неразъемных соединений. Наиболее широкое применение в авиастроении получили клеи на основе эпоксидных смол благодаря высокой прочности склеивания. В настоящее время актуальными являются задачи повышения эффективности существующих клеевых композиций с минимальными затратами. Одним из таких направлений является модификация данных композиций путем добавок в их состав малых концентраций наноматериалов на основе углерода. В [1] и [2] сообщается о повышении эффективности клеевых композиций при добавлении малых концентраций нанотрубок и фуллеренов. В работе [3] на основе квантово — механических расчетов предсказано, что наиболее эффективными добавками с точки зрения улучшения взаимодействия углеродных наноматериалов с эпоксидной полимерной матрицей, являются графен или оксид графена.

В настоящей работе были исследованы образцы эпоксидной смолы ЭД-20 с различной концентрацией графена: 0,5%, 1%, 2%, 4% массовых частей относительно матрицы. Сравнение полученных результатов было проведено с вязкостными свойствами смолы без добавок и в смесях смолы с пластификатором. Оценка влияния добавок графена на реологические свойства смолы ЭД-20 проводилась при помощи реометра RheoStress RS 150 (НААКЕ, Германия). Испытания проводились при температуре 30 °С, скорости сдвига от 0 до 300 1/с, узел — конус плоскость с углом 0,2° и зазором 0,105 мм. В ходе экспериментов было выявлено, что добавки графена в ЭД-20 повышают вязкость получаемой композиции пропорционально концентрации графена.

Изучение структуры поверхности полученных композитов проведено с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) easyScan (Nanosurf, Швейцария), работавшего в полуконтактном режиме на воздухе при комнатной температуре. При визуализации особенностей структуры поверхности композитов использовалась также мода фазового контраста. Анализ снимков АСМ выявляет сложную структуру поверхности синтезированных эпоксидных композиций (рис. 1).

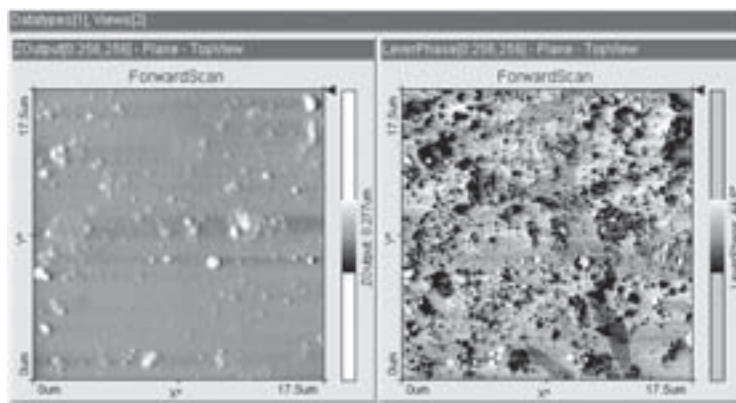


Рис. 1. АСМ изображение структуры поверхности композита: Образец с 1 массовой частью графена в эпоксидной композиции. Скан $17,5 \times 17,5$ мкм². Слева — топография, справа — фазовый контраст

Механические свойства готовых отвержденных клеевых композиций исследовались с помощью лабораторного измерительного комплекса NanoTest 600 (Micro Materials, Англия), под воздействием двух различных нагрузок (0,2 мН и 2 мН). В экспериментах по наноиндентированию при нагрузке 0,2 мН зафиксировано увеличение приведенного модуля упругости при добавках графена в состав клеевой композиции. Эффект наблюдается при добавках 0,5% и 1% графена, а значения приведенного модуля упругости принимают значения 3,42 ГПа и 3,5 ГПа. Отмечено, что все полученные клеевые композиции имеют пористую структуру. Установлено снижение упругих характеристик клеевой композиции при увеличении концентрации графена до 4% (данная клеевая композиция имеет приведенный модуль упругости ниже, чем у стандартной клеевой композиции), что, возможно связано с влиянием графена на кинетику отверждения клеевых композиций (адсорбция отвердителя на поверхности частиц графена). В эксперименте по наноиндентированию при нагрузке 2 мН не фиксируется значительного изменения механических свойств клеевой композиции, что, наиболее вероятно, связано с пористостью образцов. Испытание на расслаивание склеенных пластин из стекловолокна и титана проводились при постоянной скорости деформации 10 мм/мин. на разрывной машине UTS-10 (Ulm, Германия). Для фиксации образцов применялись клиновидные зажимы с усилием сжатия образца до 20 кН. Стекловолоконистая часть образца закреплялась в неподвижном нижнем захвате. Титановая часть, как более гибкая, фиксировалась в верхнем подвижном захвате. Полученные данные показывают, что максимальные значения в данном эксперименте были получены для образцов с 0,5% и 1% графена. Для образцов с 2% и 4% графена были получены несколько меньшие значения. Таким образом, увеличение концентрации графена в составе клеевой композиции более 1% не приводит к росту прочности клеевого соединения. По результатам механических испытаний клеевых соединений оптимальной

можно считать концентрацию добавок графена в 0,5–1%. В целом упрочняющий эффект от добавок графена в клеевые соединения достигает порядка 15–17%. Так же были выявлены зависимости нагрузки от перемещения, применявшиеся для расчета удельной работы на разрушение образцов клеевых соединений. При расчете удельной работы деформации на разрыв образцов учитывалась эффективная площадь контакта клеевого соединения. Для образцов с 0,5% и 1% графена получены близкие значения. Максимальное значение удельной работы деформации на разрыв было получено для образца с концентрацией графена 4%, в том числе, за счет большего перемещения при разрыве.

В результате проведения данного комплекса исследований установлена корреляция усиления физико-механических свойств синтезированных композитов с особенностями электронной структуры эпоксидной матрицы и графена.

1. *Dehghan M., Al-Mahaidi R., Sbarski I., Kramer Leslie.* // International Journal of Chemical, Nuclear, Materials and Metallurgical Engineering. — 2014. — V. 8, N. 2. — P. 119–124.
2. *Zhi Wang, Zhiyong Liang, Ben Wang, Chuck Zhang, Leslie Kramer.* // Composites: Part A 35 (2004) 1225–1232.
3. *Яновский Ю. Г., Никитина Е. А., Никитин С. М., Карнет Ю. Н.* // Механика композиционных материалов. — М.: Институт прикладной механики РАН, 2014. — Т. 20, №1. — С. 34–57.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДУВНЫХ ОТВЕРЖДАЕМЫХ В ОТКРЫТОМ КОСМОСЕ АНТЕНН ДЛЯ НАНОСПУТНИКОВ*

**А. А. Демин¹, Д. В. Ефремов³, А. В. Кондюрин^{1,4}, А. Ф. Мерзляков¹,
А. Л. Свистков^{1,2}, В. Н. Терпугов¹, В. С. Чудинов¹**

¹ПГНИУ, Пермь, Россия; ²ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия;

³Государственное казенное учреждение г. Москвы «Пожарно-спасательный центр», Москва, Россия; ⁴Сиднейский университет, Сидней, Австралия

В настоящее время быстрое развитие получила новая высокотехнологическая отрасль, обслуживающая беспилотную космонавтику. Это запуски сверхмалых спутников Земли, получивших название наноспутников. Они имеют массу от 1 кг до 10 кг. Часто проектируются для работы в группе спутников. Некоторые группы требуют наличия более крупного спутника для связи с Землей. Наноспутники, благодаря своей относительной дешевизне и скорости в разработке, являются хорошей платформой для исследований, позволяющих демонстрировать преимущества новых инновационных технических и технологических решений в космической технике. Основное преимущество использования наноспутников связано с низкой их стоимостью и большим разнообразием функциональности. Применяться они могут для отработки новейших космических технологий, методов и программно-аппаратных решений; использоваться в образовательных программах университетов; осуществлять экологический мониторинг; исследовать геофизические поля; выполнять астрономические наблюдения. Это быстро развивающийся новый сегмент рынка услуг, доступный для широкого круга научных центров, частных фирм,

*Исследования проводятся при поддержке грантов РФФИ №№14-08-96011p_урал_a, 15-01-07846 и 16-48-590844, а также проекта «Умник» (15-11).

образовательных учреждений (в первую очередь университетов) и отдельных лиц. На этом сегменте рынка Российская Федерация может активно участвовать в предоставлении заказчикам высокотехнологичные услуги. Уже сейчас есть ряд российских малых предприятий на платформе Сколково и Сколтеха, которые предлагают услуги запуска таких наноспутников. Большинство наноспутников имеют один или два научных прибора, некоторые имеют поверхностные или распахивающиеся солнечные батареи. Фактически происходит становление нового сегмента космической отрасли. Начиная с 2003 г., наноспутники запускались в качестве попутного груза с ракетоносителей российского, американского и европейского производства и непосредственно с борта Международной космической станции.

Одним из самых главных и одновременно сложных компонентов космических аппаратов нового поколения является антенна для наноспутника. Она должна одновременно быть мощной и минимальной по массе и размерам в сложном состоянии. Кроме того, должна быть обеспечена надежность приведения ее в рабочее состояние, возможность работать с сигналами на сверхвысоких частотах в области гигагерц и должна работать в двух радионавигационных системах, полностью или частично охватывая пространство. Разработка такой антенны является сложнейшей задачей. В НАСА и Японском космическом агентстве проводятся исследования возможности использования «парусной» конструкции. Европейское космическое агентство финансирует проект Федеральной политехнической школы Лозанны, направленный на создание плоской антенны, интегрированной на поверхность спутника. Такая антенна не создает дополнительного трения и не препятствует перемещению спутника. Аппарат должен получиться компактным и маневренным во время фазы запуска.

Перспективным с нашей точки зрения является конструкция, предложенная учеными из Массачусетского технологического института. Они разработали надувную радиоантенну, которая при запуске занимает очень мало места. К настоящему моменту уже проведены испытания новой антенны в вакуумной камере. Антенна без проблем разворачивается и обеспечивает в 10 раз более быструю и в 7 раз более дальнюю передачу данных, чем современные антенны для наноспутников. По оценкам этого достаточно, чтобы наноспутники могли связываться с наземными станциями управления, находясь на орбите Луны или даже дальше. Специалистам удалось найти безопасное и эффективное решение. Для надувания антенны, используется специальный порошок, который превращается в газ при низком давлении. Это позволяет исключить преждевременное срабатывание механизма развертывания антенны. Избыточное количество порошка при этом обеспечивает подкачку антенны в случае утечки газа в космосе.

В рамках данной работы предлагается использовать новую идею в изготовлении антенны для наноспутника. За основу предлагается взять надувную конструкцию, изготовленную из препрега, и отверждать ее в условиях открытого космоса. Это позволит получить следующие преимущества:

- сохраняются все достоинства надувных антенн (малый объем и масса, простота конструкции и надежность приведения в рабочее состояние, большие размеры и устойчивая связь на дальних расстояниях);

- дополнительными достоинствами являются прочность и долговечность конструкции. Такой антенне не страшны удары малых частиц-пылинок, двигающихся с космическими скоростями;

- отсутствие необходимости постоянной подкачки газа в надувные элементы антенны. А значит, не требуются механизмы, обеспечивающие регулировку подачи газа, дополнительные емкости с газом или емкости с химическими элементами

для его получения. Время жизни такой антенны, по оценкам, может составлять несколько лет на орбите в космосе.

В работе представлены результаты экспериментального и вычислительного моделирования рассматриваемых конструкций, в том числе эксперименты в стратосфере.

ОПЫТЫ С ГЛУБОКОВОДНЫМИ ПУЗЫРЯМИ ПРИРОДНОГО ГАЗА

А. В. Егоров¹, Р. И. Нигматулин¹, А. Н. Рожков^{1,2}

¹ИО РАН, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

В ходе экспедиции РАН «Миры на Байкале» проведены глубоководные эксперименты по отбору выходящих со дна газовых пузырей и последующему подъему отобранных субстанций со дна озера на поверхность [1–4]. В озере Байкал на глубинах ниже 380 м реализуются условия (низкая температура и высокое давление) благоприятные для образования метановых гидратов — твердых устойчивых соединений воды и метана. Отбор пузырей осуществлялся непосредственно около дна ловушками, похожими на перевернутый стакан с входом в виде воронки (рис. 1, 2). Глубоководные обитаемые аппараты (ГОА) «Мир» использовались для сбора придонных пузырей на глубинах 860 и 1400 м.

Эксперименты показали, что судьба отобранных пузырей в ловушке зависит от глубины выхода пузырей, и на которой они тут же попадали в ловушку. Пузыри с глубины 860 м при попадании в ловушку покрывались твердой гидратной оболочкой. Через несколько минут гидратные пузыри разрушались на твердые гидратные фрагменты (рис. 1). Причина разрушения гидратной оболочки — резкое снижение внутреннего давления в пузырях за счет потребления газа на формирование гидрата [1, 2]. Обладая положительной плавучестью, гидратные фрагменты скапливались в верхней части ловушки.

Образовавшаяся в воде гидратная сыпучая среда оставалась неизменной при подъеме ловушки со дна до глубины порядка 380 м — верхней границы зоны стабильности газовых гидратов (ЗСГГ). Выше этой границы гидратная сыпучая среда разложилась на воду и газ метан, как показано на рис. 1.

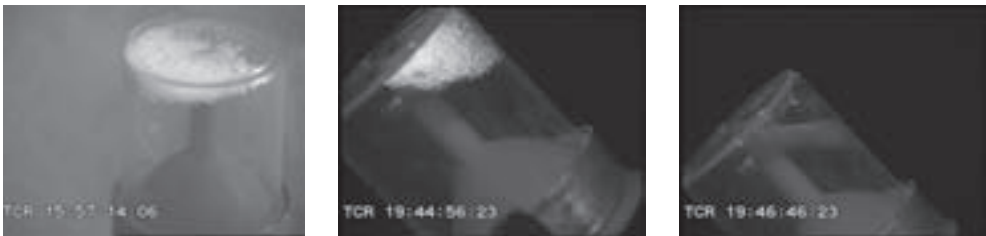


Рис. 1. Гидратная сыпучая среда в ловушке «Воронка» на глубинах 860, 366 и 325 м (слева направо). На глубине 387 м отмечена деформация гидратной сыпучей среды в ловушке. На глубине 325 м произошло разложение гидратной сыпучей среды на воду и газ метан

Иные процессы протекают с пузырями, формируемые и отбираемые на глубине 1400 м. Также как и в предыдущем случае, пузыри в ловушке покрывались твердой гидратной оболочкой, но не разрушались, а объединялись в твердую гидратную пену (рис. 2). На глубине 1400 м изменение давления внутри пузыря при образовании гидрата не было столь катастрофичным, как на глубине 860 м, что позволило пузырям избежать разрушения.

При подъеме ловушки со дна на поверхность окружающее гидростатическое давление падало. Вследствие этого из пены выходил газ метан, который вытеснял воду из ловушки, как показано на рис. 2. Твердая компонента пены сохраняла почти неизменный вид в ходе подъема ловушки со дна на поверхность.

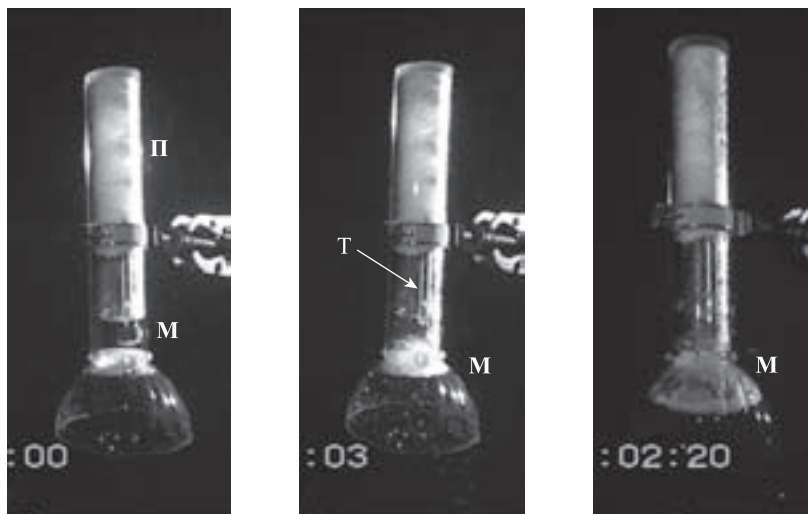


Рис. 2. Контейнер «Термо» с гидратной пеной (П) на глубинах 966, 780 и 625 м (слева направо). Диаметр цилиндрической части 70 мм. Внутри закреплен термометр (Т). Видеокдры показывают перемещение мениска (М) за счет расширения газа при подъеме ловушки со дна на поверхность

Обработка видеозаписи процесса вытеснения воды из ловушек показала, что газ в ловушке расширяется почти в точном соответствии с законом Бойля–Мариотта, в котором в качестве актуального объема принят объем ловушки, свободный от воды, а в качестве исходного — объем, занимаемый пеной в момент начала подъема [1, 2]. Такая зависимость свидетельствует о чрезвычайно высокой пористости образовавшейся пены и отсутствии образования и разложения гидратной компоненты пены при подъеме ловушки.

При помощи высокоточного термометра проведено измерение температуры внутри пены в ходе подъема ловушки со дна на поверхность. Было установлено, что при достижении ловушкой глубины, приблизительно соответствующей верхней границе ЗСГГ, наблюдается резкое падение температуры с уровня $+3,2^{\circ}\text{C}$ (температура воды в Байкале) до уровня $-0,25^{\circ}\text{C}$. После этого отрицательная температура в пене $-0,25^{\circ}\text{C}$ не изменялась вплоть до достижения поверхности. Падение температуры вызвано потреблением тепла при разложении гидрата за пределами ЗСГГ. Замерзание образующейся при этом воды замедляло разложение гидратной пены — эффект самоконсервации гидрата. Благодаря данному эффекту пенный образец доставлен на поверхность без значительного разрушения [1–3].

1. Егоров А. В., Нигматулин Р. И., Рожков А. Н. Переход глубоководных метановых пузырей в твердые гидратные формы. Препринт ИПМех РАН №1038. 2013. 34 с.
2. Egorov A. V., Nigmatulin R. I., Rozhkov A. N. Transformation of deep-water methane bubbles into hydrate // *Geofluids*. — 2014. — V. 14, No. 4. — P. 430–442.
3. Егоров А. В., Нигматулин Р. И., Рожков А. Н., Черняев Е. С. Тепловые эффекты при транспорте глубоководных гидратов метана в негерметичном контейнере. Препринт ИПМех РАН №1009. 2012. 25 с.

4. Egorov A. V., Nigmatulin R. I., Rozhkov A. N. Heat and mass transfer effects during displacement of deepwater methane hydrate to the surface of Lake Baikal. Geo-Marine Letters. 2016. DOI: 10.1007/s00367-016-0443-9.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРНО-ВЛАЖНОСТНЫХ УСЛОВИЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ

А. Ю. Ершова, М. И. Мартиросов

МАИ, Москва, Россия

При анализе прочности и надежности элементов авиационной техники (АТ), изготовленных из полимерных композиционных материалов (ПКМ) особую актуальность и значимость приобретает учет влияния экстремальных и типовых климатических воздействий, тепловых потоков двигателей, авиационного топлива, эксплуатационных жидкостей и ряда других факторов. Эти факторы могут привести к снижению механических характеристик ПКМ.

Как показывает практика, основными климатическими факторами, влияющими на прочность элементов конструкций, выполненных из ПКМ, являются изменяющиеся во времени температурно-влажностные условия окружающей среды. Известно, что ПКМ обладают способностью абсорбировать влагу из окружающей среды. Диффузия влаги в ПКМ вызывает набухание и действует на матрицу как пластификатор (размягчитель). Следствием этого является снижение температуры стеклования матрицы, что может отрицательно повлиять на прочностные характеристики материала.

В работе проводятся климатико-прочностные испытания образцов из углепластика с типовой укладкой монослоев $+45^{\circ}/-45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}$ (всего 7 монослоев). Исследуются режим RTD (Room Temperature Dry): испытания при комнатной температуре $+23^{\circ}\text{C}$ и влажности — в состоянии поставки образцов и режим ETW (Evaluated Temperature Wet): испытания влагонасыщенных образцов при повышенной температуре (температура $+80^{\circ}\text{C}$, влажность равновесная при выдержке в условиях влажности 85% и температуре $+60^{\circ}\text{C}$. Состояние поставки образцов — состояние, в котором находятся образцы сразу после изготовления, содержание влаги в них не превышает 10% от максимального влагонасыщения при относительной влажности 85%.

На основе препрега HexPly M21/40%/285T2/AS4C-6K (паспортная толщина монослоя $\sim 0,285$ мм) производства американской фирмы Hexcel Composites (углеродная ткань 285T2/AS4C саржевого переплетения на основе углеродного высокомодульного волокна Hex Tow AS4C 6K GP, пропитанная эпоксидным связующим M21 по технологии Hot Melt) была изготовлена плоская монолитная углепластиковая панель по автоклавной технологии (толщина пакета ~ 2 мм). Применительно к АТ, такой препрег может быть применен для производства сильнонагруженных деталей конструкционного назначения: панелей, лонжеронов и нервюр центроплана; панелей и лонжеронов консоли крыла; обшивок и лонжеронов стабилизатора и киля; нервюр консоли крыла, центроплана, стабилизатора и киля; балок пола и других элементов. Для изготовления панели использовался автоклав фирмы MASCHINENBAU Scholz GmbH & Co.KG (Германия). Далее из углепластиковой панели вырезались стандартные гладкие образцы для испытаний в продольном (24 штуки) и в поперечном (24 штуки) направлениях. Все образцы были подвергну-

ты неразрушающему контролю. Использовался дефектоскоп ультразвуковой Erosch 1000i фирмы Olimpus (США) и преобразователи этой же фирмы. Разработана программа испытаний исследуемых образцов, которая включала следующие эксперименты: растяжение в режиме RTD; сжатие в режиме RTD; влагонасыщение + + нагрев + растяжение в режиме ETW; влагонасыщение + нагрев + сжатие в режиме ETW.

Половина образцов (направления выреза из панели 0° и 90° были испытаны на растяжение и сжатие в режиме RTD, а остальные — в режиме ETW. Испытания на растяжение проводились по ГОСТ 25.601-80, а на сжатие — по ГОСТ 25.602-80. Эксперименты проводились на электромеханической испытательной машине INSTRON фирмы Instron Engineering Corporation (Великобритания). Машина обеспечивает точность измерения нагрузки $\pm 1\%$ от текущей величины. Захваты испытательной машины исключают проскальзывание образцов, возникновение несоосности нагружения, смятие и разрушение захватных частей образца. Нагружение образцов проводилось с постоянной скоростью. Измерение относительной деформации выполнялось с непрерывной регистрацией по показаниям тензорезисторов, установленными на образце. Приведена схема установки тензорезисторов на образцах для испытаний. Испытание прекращалось при достижении разрушения образца. Получены диаграммы деформирования в осях $P-\Delta l$ и $\sigma-\epsilon$. Исследовался характер разрушения образцов.

Влагонасыщение образцов проходило в климатической камере ТН-TG-1500 производства фирмы Lab Companion (Корея) в соответствии с ГОСТ 12423-2013 и контролировалось на образцах-спутниках. Образцы-спутники помещались в климатическую камеру вместе с образцами, предназначенными для механических испытаний, и служили для оценки количества поглощенной влаги. Наиболее интенсивное влагопоглощение наблюдалось в первые дни экспонирования. Этот процесс протекал с убывающей скоростью и обладал свойством насыщения. Считалось, что равновесное насыщение достигнуто, когда три последовательных взвешивания с интервалом 3 суток дают среднее значение изменения массы поглощенной влаги в образце менее 1% от предыдущего значения. Содержание влаги определялось по приращению массы образцов относительно их исходного состояния. Время влагопоглощения образцов составило 75 суток, максимальное влагосодержание 0,9%. Построена кривая влагонасыщения. Проведен теоретический расчет диффузии влаги по закону Фика с учетом зависимости коэффициента диффузии от температуры среды.

Для количественного учета влияния влажности и температуры на характеристики статической прочности исследуемых образцов вводятся редуцированные коэффициенты K_{BT} . Проведена статистическая обработка числовых данных экспериментов. Для каждой характеристики, полученной при испытании (разрушающая нагрузка, предел прочности и др.) рассчитаны среднее значение, стандартное отклонение и коэффициент вариации. Демонстрируются образцы до и после испытаний. Формулируются практические выводы и рекомендации по результатам проведенных в работе исследований.

Ниже приводится литература, которая использовалась при подготовке данной работы.

1. Любин Дж., Дастин С. Аэрокосмическое применение композитов // Справочник по композиционным материалам в двух книгах / Под ред. Дж. Любина. Книга 2. — М.: Машиностроение, 1988. — С. 538–566.
2. Стонтон Р. Влияние окружающей среды на свойства композиционных материалов // Справочник по композиционным материалам в двух книгах / Под ред. Дж. Любина. Книга 2. — М.: Машиностроение, 1988. — С. 280–301.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГАЗОГЕНЕРАТОРНОЙ УСТАНОВКОЙ*

М. С. Зароднюк¹, Д. Н. Свищев¹, И. Г. Донской¹, Т. С. Зароднюк²

¹ИСЭМ СО РАН, Иркутск, Россия; ²ИДСТУ СО РАН, Иркутск, Россия

Интерес к разработке установок термохимической конверсии (газификации, пиролиза, флэш-пиролиза) обусловлен с переходом на использование мало- и неуглеродных технологий, ожидаемым в ближайшем будущем. Термохимическая конверсия твердых топлив, основной из которых является газификация, развивается наиболее успешно как сегмент водородной энергетики. На сегодняшний день существует ряд серийных и опытных газогенераторных установок, которые по направлению подачи топлива и воздуха в реакционную зону можно разделить на два основных типа: прямого и обращенного. Как и в любой достаточно новой технологии возникает ряд вопросов, связанных с режимами работы таких установок. Среди них основным, конечно же, является энергетическая эффективность, но вместе с тем порождаются вопросы стабилизации технологического процесса.

Имея возможность работы с опытной установкой, авторы накопили приличную базу экспериментальных данных, а также сформировали представление об организации процесса газификации с использованием полуэмпирического подхода, который позволяет выполнить термодинамический анализ операционных параметров и оптимизацию операций по газогенератору обращенного типа [1]. Используемые модели равновесной термодинамики наряду с вычислением конечного равновесия расширены до возможности определения верхних границ характеристических функций и снабжены ограничениями на макрокинетику протекающих процессов. Опытнo-расчетным путем определены значения управляющих параметров силовой установки, таких как: расход, температура и состав дутья, расход и влажность топлива, крупность его кусков, свойства теплоизоляции реактора и др. С другой стороны, их определение возможно с использованием диффузионно-кинетических моделей [2].

В работе предлагается подход определения вышеперечисленных параметров на основе задачи оптимального управления

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x^0, \quad t \in [t_0, t_1], \quad (1)$$

$$u(t) \in U = \{u \in E^r: u_i \leq \bar{u}_i\}, \quad (2)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F(t, x(t), u(t)) dt + \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min. \quad (3)$$

где t — время из интервала $[t_0, t_1]$, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ — n -вектор фазовых координат, $u = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))$ — r -вектор управляющих воздействий. Вектор-функция $f(x(t), u(t), t)$ предполагается непрерывно дифференцируемой по всем аргументам. Задача оптимального управления состоит в поиске управления u^* , удовлетворяющего ограничениям (2) и доставляющего минимум функционалу вида (3).

При такой постановке динамическая система (1) формируется на основе законов сохранения энергии, массы и импульса. При формировании целевого функционала возможны варианты, определяющие интересующие исследователя свойства.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-37-20265).

Так, например, для определения эффективности процесса газификации в качестве подынтегральной функции F выбирается правая часть кинетического уравнения образования силового газа.

Для решения обсуждаемой задачи планируется использовать программный комплекс OPTCON, ориентированный на исследование невыпуклых задач оптимального управления [3]. Данный инструментарий успешно применялся для решения задач из различных областей: робототехники, космонавигации, технической экологии, медицины, биологии, нанофизики [см., например, 4] и других. Полученный ранее опыт позволяет надеяться на успешное решение представленной задачи оптимального управления газогенераторной установкой.

1. *Swishchev D. A., Kozlov A. N., Donskoy I. G., Ryzhkov A. F.* A semi-empirical approach to the thermodynamic analysis of downdraft gasification // *Fuel*. — 2016. — V. 168. — P. 91–106.
2. *Di Blasi C.* Dynamic behaviour of stratified downdraft gasifiers // *Chemical Engineering Science*. — 2000. — V. 55. — P. 2931–2944.
3. *Зароднюк Т. С., Горнов А. Ю.* Базовые компоненты программного комплекса OPTCON-III для решения невыпуклых задач оптимального управления // *Материалы 15-й Байкальской Всероссийской конференции «Информационные и математические технологии в науке и управлении»*. — Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2010. — С. 202–208.
4. *Горнов А. Ю., Двуреченский А. В., Зароднюк Т. С., Зиновьева А. Ф., Ненашев А. В.* Задача оптимального управления в системе полупроводниковых квантовых точек // *Автоматика и телемеханика*. — 2011. — № 6. — С. 108–114.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА ЗАВИСИМОСТИ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ОТ ВЛАЖНОСТИ ПОЧВЫ

Е. С. Засухина¹, С. В. Засухин²

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;

²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Рассматривается модель вертикального передвижения воды в почве. Считается, что почва представляет собой изотермическую пористую однородную среду. При соблюдении этих предположений движение влаги в почве хорошо описывается одномерным нелинейным уравнением с частными производными параболического типа.

Рассмотрим следующую начально-краевую задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z}, & (z, t) \in Q, \\ \theta(z, 0) &= \varphi(z), & z \in (0, L), \\ \theta(L, t) &= \psi(t), & t \in (0, T), \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{z=0} &= \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right) \Big|_{z=0} + R(t) - E(t), & t \in (0, T), \\ \theta_{\min} &\leq \theta(0, t) \leq \theta_{\max}, & t \in (0, T), \end{aligned} \quad (1)$$

где z — пространственная переменная; t — время; $\theta(z, t)$ — искомая влажность в точке (z, t) ; $Q = (0, L) \times (0, T)$; $\varphi(z)$ и $\psi(t)$ — заданные функции; $D(\theta)$ — коэффициент диффузии; $K(\theta)$ — гидравлическая проводимость; $R(t)$ — осадки; $E(t)$ — испарение.

Входящие в уравнения коэффициент диффузии $D(\theta)$ и гидравлическая проводимость $K(\theta)$ определяются по широко применяемым формулам Ван Генухтена [1]:

$$K(\theta) = K_0 S^{0,5} [1 - (1 - S^{1/m})^m]^2, \\ D(\theta) = K_0 \frac{1 - m}{\alpha m (\theta_{max} - \theta_{min})} S^{0,5-1/m} \times [(1 - S^{1/m})^{-m} + (1 - S^{1/m})^m - 2], \quad (2)$$

где $S = \frac{\theta - \theta_{min}}{\theta_{max} - \theta_{min}}$, и $K_0, \alpha, m, \theta_{min}, \theta_{max}$ — некоторые параметры. Назовем описанную задачу прямой задачей.

Формулы (2) содержат параметр K_0 , нахождение которого на практике представляет собой трудновыполнимую задачу. В [2] была предпринята попытка нахождения параметра K_0 (при этом параметры $\alpha, m, \theta_{min}, \theta_{max}$ считаются известными) в результате решения задачи оптимального управления, в которой целевая функция представляет собой среднеквадратическое отклонение решения прямой задачи (1) при выбранном K_0 от некоторой известной функции $\hat{\theta}(z, t)$, назовем ее «экспериментальными данными». Поиск численного решения такой задачи оптимального управления выявил трудности в проведении процедуры оптимизации. Итерационный процесс приводил к решению слишком медленно.

Поэтому задача нахождения параметра K_0 была рассмотрена в новой постановке. Аппроксимируем задачу (1) с помощью следующей конечно-разностной схемы:

$$\frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} = \frac{1}{h} \left(D_{i+1/2}^{n+1} \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_i^{n+1}}{h} - K_{i+1/2}^{n+1} - D_{i-1/2}^{n+1} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{h} + K_{i-1/2}^{n+1} \right), \\ 1 < i < I; \quad 0 < n \leq N, \\ \theta_i^0 = \varphi_i, \quad 0 \leq i \leq I, \quad \theta_I^n = \psi^n, \quad 1 \leq n \leq N,$$

где $\theta_i^n, D_{i+1/2}^n, K_{i-1/2}^n$ есть значения функций $\theta(z, t), D(\theta(z, t)), K(\theta(z, t))$ в точках $(ih, n\tau), ((i+1/2)h, n\tau), ((i-1/2)h, n\tau)$ соответственно. Краевое условие слева имеет вид:

$$\frac{\theta_0^{n+1} - \theta_0^n}{\tau} = \frac{2}{h} \left(D_{1/2}^{n+1} \frac{\theta_1^{n+1} - \theta_0^{n+1}}{h} - K_{1/2}^{n+1} + R^{n+1} - E^{n+1} \right), \quad 0 \leq n < N.$$

Здесь R^{n+1}, E^{n+1} есть значения функций $R(t)$ и $E(t)$ в точках $t = (n+1)\tau$.

Дискретный аналог прямой задачи выглядит следующий образом:

$$\Phi_0^n = - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{2}{h} D_{1/2}^n \right) \theta_0^n + \frac{2}{h} D_{1/2}^n \theta_1^n + \frac{1}{\tau} \theta_0^{n-1} + \frac{2}{h} (-K_{1/2}^n + R^n - E^n) = 0, \\ \theta_{min} \leq \theta_0^n \leq \theta_{max}, \quad 1 \leq n \leq N, \\ \Phi_i^n = \frac{1}{h^2} D_{i-1/2}^n \theta_{i-1}^n + \frac{1}{h^2} D_{i+1/2}^n \theta_{i+1}^n - \left\{ \frac{1}{\tau} + \frac{1}{h^2} (D_i^n + D_{i-1/2}^n) \right\} \theta_i^n + \\ + \left\{ \frac{\theta_i^{n-1}}{\tau} + \frac{1}{h} (K_{i-1/2}^n - K_i^n) \right\} = 0, \quad 1 \leq i \leq I-1, \quad 1 \leq n \leq N, \\ \Phi_I^n = \theta_I^n - \psi^n = 0, \quad 1 \leq n \leq N, \\ \theta_i^0 = \varphi_i, \quad 0 \leq i \leq I.$$

Выберем некоторый временной слой $k, 1 \leq k \leq N$. Обозначим K_0 через u и определим функцию

$$W(u) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{I-1} [\Phi_i^k(\hat{\theta}, u)]^2, \quad (4)$$

где $\Phi_i^k(\hat{\theta}, u)$, $i = 1, \dots, I$, есть значения функций Φ_i^k , $i = 1, \dots, I$, из (3), если вместо θ_i^k , $i = 0, \dots, I$, подставить значения функции $\hat{\theta}(z, t)$ в точках $(ih, k\tau)$, $i = 0, \dots, I$, соответственно. Коэффициент диффузии D и гидравлическая проводимость K в промежуточных точках вычисляются по следующим формулам:

$$D_{i-1/2}^k = \frac{1}{2}[D(\hat{\theta}_{i-1}^k) + D(\hat{\theta}_i^k)], \quad K_{i-1/2}^k = \frac{1}{2}[K(\hat{\theta}_{i-1}^k) + K(\hat{\theta}_i^k)], \quad i = 1, \dots, I,$$

где $D(\hat{\theta}_i^k, u)$, $K(\hat{\theta}_i^k, u)$, $i = 0, \dots, I$, вычисляются по формулам (2) при замене θ на $\hat{\theta}_i^k$, $i = 0, \dots, I$, и K_0 — на u .

Задача состоит в том, чтобы найти

$$u^* = \arg \min_u W(u).$$

Описанная задача решалась при следующих значениях входных параметров:

$$\begin{aligned} L &= 90 \text{ (cm)}, \quad \tau = 1 \text{ (d)}, \quad k = 1, \quad \varphi(z) = 0,3, \quad z \in (0, L), \\ \alpha &= 0,075, \quad m = 0,471, \quad \theta_{\min} = 0,065, \quad \theta_{\max} = 0,51, \\ \psi &= 0,298, \quad E = 0,0125, \quad R = 0,0, \quad I = 90. \end{aligned}$$

Численные расчеты проводились следующим образом. Сначала решалась задача (3) при $K_0 = 103,68$. Полученное решение $\theta(z, t)$ на первом временном слое принималось в качестве предписанной функции $\hat{\theta}(z, t)$. После этого происходил поиск минимума функции (4). Численная оптимизация производилась методом наискорейшего спуска. В качестве начального приближения принималось значение $u^{init} = K_0^{init} = 110$. Шаг вдоль антиградиента определялся в результате одномерной оптимизации функции, полученной в результате интерполяции целевой функции с помощью сплайнов, построенным по 40 точкам. Итерационный процесс прекращался, когда чебышевская норма градиента становилась меньше $1 \cdot 10^{-8}$. Итерационный процесс приводил к решению $u^* = 103,67695346$ за 6722 итераций. Найденное значение K_0^* отличается от истинного, как видно, менее чем на 0,003%.

1. *Van Genuchten M. Th.* A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // *Soil. Sci. Soc. Am. J.* — 1980. — V. 44. — P. 892–898.
2. *Засухина Е. С., Засухин С. В.* Нахождение параметров в модели влагопереноса в почве // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 76–78.

РАВНОВЕСНОЕ МЕХАНИКО-ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ

Б. М. Каганович, М. С. Зароднюк, С. В. Якшин

ИСЭМ СО РАН, Иркутск, Россия

Темой настоящего доклада является развитие идеи пошагового построения траекторий, выдвинутой в [1, 2] и уже обсуждавшейся на конференциях по «Вычислительной механике» [3]. Здесь акцент делается на совместном анализе элементов хаоса и порядка, обратимости и необратимости. Допустимость и эффективность такого анализа уже разъяснялась во многих работах классиков физики.

Кирхгоф применил механико-термодинамический подход для решения задачи токораспределения в электрических сетях или в многомерных проводящих средах. Действительное пространство переменных он заменил условной одномерной схемой, т. е. графом, цепью. Такое преобразование позволило использовать преимущества анализа всегда потенциальных одномерных движений. При этом положения механики и термодинамики были распространены на необратимые процессы. Ведь работа носителей зарядов по преодолению сил трения превращается в теплоту. Одновременно Кирхгоф показал, что в случае изотермического токораспределения в пассивной (без внутренних источников электродвижущих сил) цепи необратимые потери энергии оказываются минимальными. Доказанная тепловая теорема представляет частный случай сформулированной примерно через сто лет после его работ теоремы о минимуме производства энтропии. Отмеченное совмещение порядка и хаоса относится к стационарным процессам, но как показано в [2] при пошаговом моделировании последовательностью таких процессов можно описывать нестационарное движение.

Связь второго закона термодинамики с принципами «бережливости» четко объяснена Эйнштейном из уравнения равновесия между условными компонентами излучающего электромагнитное поле газа. Дискретная математическая задача определения излучаемых мольных энергий и распределения частот в поле была преобразована им в задачу вычисления непрерывных величин: концентраций и энергий компонентов. Поскольку постоянная Планка и частоты оказались включенными в выведенные формулы в виде множителей, проекции искомых величин на координаты частоты и мольной энергии стали принимать только соответствующие квантовой теории дискретные значения. Из анализа найденного Эйнштейном решения, выясняется, что в результате нагрева газа до температуры, при которой энтропия достигает максимального значения, осуществляется обратимый (без потерь энергии) процесс излучения, т. е. рост хаоса приводит к возникновению порядка. Однако при расширении пространства переменных, включения в их число частот излучаемого поля рассчитываемая энтропия вновь возрастет. Таким образом, становится возможной зависящая от физико-математической постановки решаемой задачи двойственная трактовка моделируемого движения и как обратимого, и как необратимого. Смена характеристик процесса (например, увеличения энтропии при нагревании газа и ее сохранения при излучении) подсказывает целесообразность его пошагового моделирования с соблюдением на каждом из шагов принятых закономерностей.

Из приведенных в [2] примеров поэтапного построения траекторий с точки зрения анализа взаимосвязей между хаосом и порядком рассмотрим описание гидравлического удара в многоконтурной трубопроводной сети и модель воздействия ветроэнергетических установок (ВЭУ) на природу.

Простейшая модель ударного воздействия на трубопроводную сеть (рис. 1) включила описания трех этапов суммарного процесса: 1) предварительное стационарное потокораспределение в сети; 2) мгновенные перекрытие и разрыв трубопровода в точке b ; 3) установившееся после разрыва стационарное потокораспределение, включающее утечку по условной ветви $b-1$. Удар рассчитывался по известной формуле Жуковского. В данном случае эта формула была выведена из условия равновесия (равенства работ) между перекрывающим поток устройством и жидкостью [2]. Предпосылка о переходе жидкости при ударе в идеальное состояние и адиабатичности процесса позволила перейти от использования термодинамического уравнения к уравнению равновесия механической системы. Упорядоченный «обратимый» ударный процесс привел к возрастанию

хаоса (разрушению трубопровода) и максимизации энтропии изолированной системы (жидкость, трубопровод и их окружение). Из расчета послеаварийного потокораспределения обнаружился переход на ветви 3–5 от турбулентного режима течения на первом этапе к ламинарному, что также представляет изменение уровня порядка. Определение ударного давления из уравнения равновесного состояния, функции в котором на «мгновенном» расчетном этапе не зависят от траектории достижения, позволяет признать равновесным все трехэтапное моделирование.

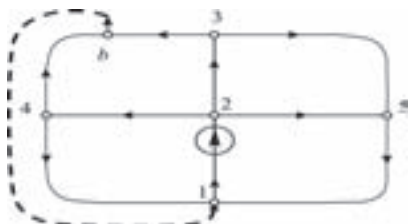


Рис. 1. Схема сети: ⊕ — источник движущего давления; — — — — условная линия движения жидкости между точкой разрыва и узлом 1

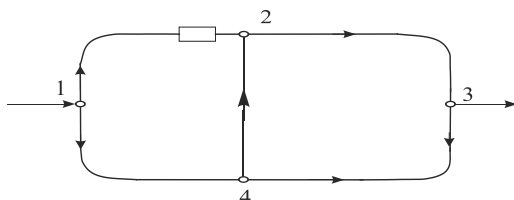


Рис. 2. Условная гидравлическая цепь: □ — ВЭУ

При моделировании воздействия ВЭУ на природу преследовалась цель выяснить саму необходимость постановки такой задачи при развитии ветроэнергетики в больших масштабах. Важность возникшего вопроса подсказывается значительным изменением режимов движения воздуха на территориях в сотни квадратных километров при эксплуатации ВЭУ с мощностями в сотни тысяч или миллионы киловатт. Для проведения анализа использовалась модель условной гидравлической цепи, отображающей область воздушных потоков, на которую воздействует ВЭУ (рис. 2). Выполненные на основе модели расчеты показали, что скорость ветра может изменяться на два–три десятка метров в секунду, а атмосферное давление — более чем на 5 мм. рт. столба. В результате этого в ходе атмосферных процессов резко меняются: соотношение между газообразной и конденсированной фазами воды, образование растворов вредных веществ на поверхности капель конденсата, выпадение осадков. Проведенное исследование подтверждает актуальность развития методов анализа и выполнения конкретных расчетов для оценки экологической эффективности ветряных электростанций.

В целом уже полученные результаты выясняют необходимость и возможность существенного расширения приложений равновесного пошагового механико-термодинамического моделирования.

1. Kaganovich B. M., Keiko A. V., Shamansky V. A., Zarodnyuk M. S. On the Interrelations Between Kinetics and Thermodynamics as the Theories of Trajectories and States // Chemical Kinetics. — Rijeka: Intech, 2012. — P. 31–60.
2. Каганович Б. М. Равновесная термодинамика. Проблемы и перспективы. Вторая редакция. — Саарбрюкен: LAP Lambert Academic Publishing, 2015. — 240 с.
3. Каганович Б. М., Зароднюк М. С. Использование механических принципов равновесия и экстремальности в анализе термодинамических систем // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая, Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 90–92.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗРЫВООПАСНЫХ СИТУАЦИЙ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ОСАДОЧНЫХ БАССЕЙНОВ

Л. В. Клочкова, Ю. А. Повещенко, В. Ф. Тишкин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Численное моделирование движения флюидов при формировании залежей углеводородов позволило исследовать сложные автоколебательные режимы этого процесса. В данной работе излагаются результаты вычислительных экспериментов для этих режимов, проведенных на основании эмпирических данных по ряду регионов, и сделанное на этом основании заключение об их характерных свойствах.

Численное моделирование движения флюидов при формировании залежей углеводородов позволило выявить сложные автоколебательные режимы этого процесса [1–3]. Для описания движения жидкостей и газов в пористой среде в работе использованы уравнения фильтрации в предположении выполнения закона Дарси, не смешиваемости фаз (например, газ-вода), изотермичности и при пренебрежении капиллярными силами. В двухфазном случае эти уравнения имеют вид [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_w S_w) = \operatorname{div}[(kK_{rw}\rho_w/\mu_w)(\operatorname{grad} P - g\rho_w\vec{k})] - q_w, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_g(1 - S_w)) = \operatorname{div}[(kK_{rg}\rho_g/\mu_g)(\operatorname{grad} P - g\rho_g\vec{k})] - q_g. \quad (2)$$

Здесь $\vec{r}$ — радиус-вектор, g — ускорение силы тяжести, $\vec{k}$ — орт, направленный вертикально вниз, P — давление, S_w — насыщенность водой, q_w и q_g — массовые расходы воды и газа на единицу объема пласта в единицу времени, $k(\vec{r})$ — тензор абсолютной проницаемости, $K_{rw}(S_w)$ и $K_{rg}(S_w)$ — фазовые проницаемости воды и газа соответственно, $\mu_w(P)$, $\mu_g(P)$ — динамические вязкости флюидов, $m(\vec{r}, P)$ — пористость пласта, $\rho_w(P)$, $\rho_g(P)$ — плотности флюидов.

Это сложная система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. По одной из переменных — давлению — она обладает свойствами, близкими к уравнениям параболического типа, по другой — насыщенности — гиперболическими свойствами, в том числе — образованием поверхностей разрыва — скачков насыщенности [5].

Область, в которой решается система, обычно обладает высокой степенью неоднородности, состоит из слоев с различными коллекторными свойствами (пористостью, проницаемостью), разрывными нарушениями, литологическими неоднородностями и другими особенностями, усложняющими как сами фильтрационные процессы, так и их численное моделирование. Для изучения подобных задач большие возможности предоставляет метод опорных операторов, позволяющий использовать неструктурированную сетку с ячейками, размеры которых могут отличаться на несколько порядков [6]. Применение его к задачам фильтрации было начато в работах [7, 8].

При численном исследовании этим методом выяснилось, что в задачах, соответствующих процессам миграции углеводородов при образовании месторождений, могут возникать автоколебательные гравитационно-реверсивные режимы. Характерный цикл протекает следующим образом: давление накопившегося газа под плохо проницаемой крышкой в некоторый момент времени может превысить некоторое критическое значение. Тогда происходит прорыв газа, причем, если это критическое давление ниже предела прочности породы, то прорыв происходит не в результате образования трещин, а вследствие быстрого продвижения газа

через участок с плохими коллекторными свойствами вследствие фильтрационной неустойчивости. Газ устремляется вверх, давление в данной области падает, возникает депрессионная воронка, что вызывает новый приток газа — до следующего достижения критического давления. В результате неравномерного продвижения газа может произойти защемление части пластовой воды в насыщенной газом области [1] и наоборот — появление довольно крупных насыщенных газом объемов в зонах, не связанных ни с каким типом ловушек. Эти «газовые пузыри» могут возникать, существовать длительное время в пульсирующем режиме, мигрировать и исчезать [9]. В них могут быть заключены достаточно крупные, промышленно значимые запасы газа. А защемленная в насыщенной газом области вода может приводить к осложнениям при бурении скважин, при разработке месторождений, при определении флюидодинамической структуры региона.

В процессе расчета автоколебательных режимов миграции выяснилось, что в фильтрационном потоке возникают зоны резких изменений свойств течения. Это могут быть области повышенной концентрации углеводородов, соответствующие месторождениям, зоны прорыва газа в виде струйных потоков с достаточно небольшим поперечным сечением струи. Поэтому для более детального исследования необходимо проводить повторные расчеты с измельчением сетки именно в этих областях. Программы автоматического локального измельчения сетки также включены в разработанную вычислительную систему.

Математическое моделирование вторичной миграции углеводородов было проведено для целого ряда регионов различного происхождения и геологического строения. Основные свойства автоколебательных процессов были примерно одинаковы, но численное экспериментирование с варьированием ряда параметров позволило оценить влияние геологических особенностей региона и скоростей поступления углеводородов.

1. Казакевич Г. И., Минервина Е. А., Повещенко Ю. А. Миграция углеводородов в процессе формирования месторождений: численное моделирование нелинейных эффектов // Докл. РАН. — 2002. — Т. 383, №1. — С. 103–105.
2. Казакевич Г. И., Повещенко Ю. А. Автоколебательные режимы формирования месторождений нефти и газа // Эволюция Вселенной и общие законы строения материи. Материалы Международной научной конференции (статьи). Москва, 2003. — С. 57–59.
3. Ключкова Л. В., Повещенко Ю. А., Тишкин В. Ф. Флюидодинамическая модель автоколебательных процессов // Сборник трудов IX Всероссийской школы семинара «Современные проблемы математического моделирования», 2012.
4. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — М.: Недра, 1982. — 407 с.
5. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М.: Недра, 1984.
6. Самарский А. А., Колдоба В. А., Повещенко Ю. А., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П. Разностные схемы на нерегулярных сетках. — Минск, 1996.
7. Дмитриевский А. Н., Лобковский Л. И., Казакевич Г. И., Повещенко Ю. А. и др. Численное моделирование движения флюидов в процессе формирования залежей углеводородов на примере Предверхооянского прогиба // Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений. — 1995. — №7. — С. 2–6.
8. Казакевич Г. И., Лобковский Л. И., Пергамент А. Х., Повещенко Ю. А. и др. Математическое моделирование процессов фильтрации углеводородов в осадочных бассейнах // ДАН. — 1997. — Т. 352, №4. — С. 527–531.
9. Казакевич Г. И., Повещенко Ю. А. Нелинейные эффекты двухфазной фильтрации при образовании месторождений углеводородов // Материалы Международной конференции «Современное состояние наук о Земле», посвященной памяти В. Е. Хаина (Москва, 2011). — С. 802.

ОСОБЕННОСТИ ОТРАБОТКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК БЕЗГАЗОГЕНЕРАТОРНОЙ СХЕМЫ НА ОГНЕВЫХ НАЗЕМНЫХ СТЕНДАХ

П. А. Коломенцев, Е. В. Суриков, Л. С. Яновский

ЦИАМ, Москва, Россия

Среди комбинированных двигательных установок (КДУ), в настоящее время, большое внимание уделяется двигателям газогенераторной схемы, в то время как КДУ безгазогенераторной схемы, имеющие лучшие массогабаритные характеристики, вызывают меньший интерес.

Данная работа посвящена отработке КДУ безгазогенераторной схемы на наполненных композиционных материалах (НКМ) на стенде с присоединенным трубопроводом, в результате которой определялись скорость газификации НКМ, его энергетическая эффективность и уровень гидравлических потерь по тракту двигателя.

Исследования показали, что скорость газификации НКМ является степенной зависимостью от плотности потока воздуха, давления и полной температуры на входе в канал горения. То есть, расход НКМ изменяется вслед за режимными параметрами на входе в двигатель (по сути, скоростью полета), а характер этого изменения определяется физико-химическими свойствами материала. Из чего следует, что при заданной конструкции двигателя увеличение или уменьшение расхода НКМ возможно только изменением площади поверхности горения или добавлением дополнительных поверхностей. Таким образом, основной задачей при отработке КДУ безгазогенераторной схемы является выбор НКМ с подходящими физико-химическими свойствами и скоростью газификации в воздушном потоке, обладающего высокой энергетической эффективностью и обеспечивающего низкий уровень гидравлических потерь.

Для каждого конкретного двигателя данная задача решается в три этапа. На первом осуществляется селекция НКМ путем проведения серии кратковременных испытаний при одинаковых режимных параметрах на входе в двигатель для нескольких материалов. На втором определяются коэффициенты зависимости скорости газификации выбранного НКМ путем проведения серии кратковременных испытаний на различных режимах. При этом необходимо точно определять размеры заряда до и после испытания (методами непосредственных измерений, погружением в жидкую среду и пр.). Также следует иметь ввиду, что скорость газификации не постоянна по длине заряда (по потоку). На третьем этапе определяются энергетическая эффективность выбранного НКМ и уровень гидравлических потерь по тракту двигателя на разных режимах работы.

Испытание двигательной установки очень затратно и, не в последнюю очередь, из-за высокой стоимости изготовления самого НКМ. Для удешевления отработки полноразмерной КДУ безгазогенераторной схемы этапы селекции НКМ и определения коэффициентов зависимости скорости газификации можно проводить на модельной установке с меньшим зарядом, но обеспечивающей идентичные параметры на входе в канал горения. При этом следует точно моделировать стабилизацию горения, так как положение вихря за стабилизатором пламени оказывает сильное влияние на скорость газификации. Практика показывает, что имеет место масштабный фактор — в полноразмерном двигателе НКМ имеет более низкую скорость газификации.

Все эти методы были успешно применены при разработке КДУ безгазогенераторной схемы, закончившейся успешными летными испытаниями.

АНАЛИЗ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ СОЛЕЙ НАКИПИ В ПЕРЕСЫЩЕННОЙ ВОДНОЙ СРЕДЕ

С. И. Кошоридзе, Ю. К. Левин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Как известно, карбонат кальция CaCO_3 при кристаллизации формирует полиморфные структуры — кальцит и арагонит [1, 2], причем в объеме водного потока формируется преимущественно арагонит. Ввиду большой практической важности данного эффекта проведем анализ вероятности образования в водной среде этих кристаллографических фаз CaCO_3 . Третью известную полиморфную структуру — ватерит не рассматриваем из-за ее нестабильности и ненадежности данных о ней в литературе [3]. Следует отметить, что гомогенная генерация зародышей в объеме водного потока имеет существенные отличия от осаждения солей (гетерогенной генерации) на стенке. В первом случае важную роль играют поверхностные явления, существенные при зарождении и росте критических зародышей кальцита и арагонита. Рассмотрим гомогенную генерацию в пересыщенном водном растворе CaCO_3 . Размер критического зародыша a_{cr} вычисляется по формуле [4–7]:

$$a_{cr} = \frac{2\sigma M}{RT\rho \ln(C/C_0)}, \quad (1)$$

где $\sigma = 0,1 \text{ Дж/м}^2$ — удельная поверхностная энергия на границе зародыша (кальцит и арагонит) с водой; $T = 295 \text{ К}$, $M = 0,1 \text{ кг/моль}$ — молярная масса молекулы CaCO_3 ; R — универсальная газовая постоянная; $C_0^c = 0,14 \text{ моль/м}^3$ и $C_0^a = 0,15 \text{ моль/м}^3$ — растворимость кальцита и арагонита в воде (равновесные концентрации раствора вблизи плоской поверхности твердой фазы), соответственно; $\rho_c = 2708 \text{ кг/м}^3$ и $\rho_a = 2937 \text{ кг/м}^3$ — плотности кальцита и арагонита, соответственно; C (моль/м³) — равновесная концентрация раствора вблизи наноразмерного критического зародыша; ρ — плотность кристалла.

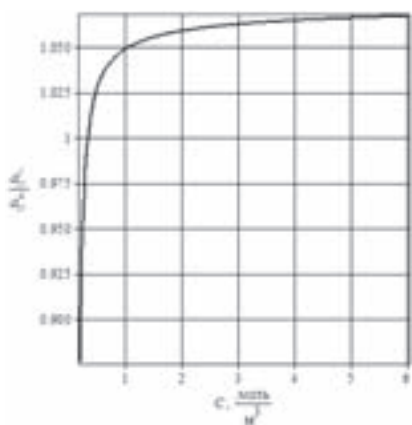


Рис. 1. Зависимость отношения a_{cr}^c/a_{cr}^a от C

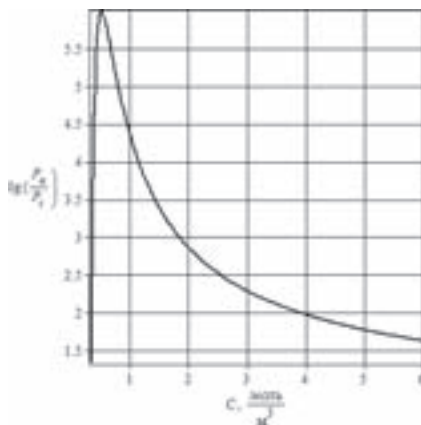


Рис. 2. Зависимость $\lg(P_a/P_c)$ от C

Используя данные о плотностях фаз находим отношение размеров критических зародышей a_{cr}^c/a_{cr}^a как функции от концентрации раствора C .

Приведенный на рис. 1 расчет демонстрирует, что образование арагонита становится более вероятным уже при небольших пересыщениях $C \geq 0,3$ моль/м³, так как у него из-за большей плотности размер зародыша меньше.

Для расчета отношения вероятностей P_a/P_c учтем, что энергия Гиббса образования критического зародыша равна одной трети ее поверхностной энергии. Считая для простоты зародыш кубическим с шестью одинаковыми квадратными гранями получим:

$$\frac{P_a}{P_c} = \frac{\exp\left(-\frac{S_a^\sigma}{3k_B T}\right)}{\exp\left(-\frac{S_c^\sigma}{3k_B T}\right)} = \frac{\exp\left(-\frac{6(a_{cr}^a)^2 \sigma}{3k_B T}\right)}{\exp\left(-\frac{6(a_{cr}^c)^2 \sigma}{3k_B T}\right)}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2) приходим к результату, показанному на рис. 2. Видно, что вероятность образования зародыша арагонита значительно больше, чем зародыша кальцита; с ростом концентрации отношение вероятностей сперва резко растет (примерно до $C \simeq 0,5$ моль/м³), а затем уменьшается, оставаясь больше единицы. Следует отметить качественный характер полученной оценки, поскольку значение σ для нанокристаллов неизвестно, то использовано его значение для макрокристаллов.

Таким образом, в результате проведенного анализа подтвержден известный экспериментальный факт, что при гомогенной генерации в объеме пересыщенного водного потока с большей вероятностью образуются критические зародыши арагонита. Причина этого состоит в меньшей поверхностной энергии зародыша арагонита из-за его большей плотности (компактности элементарной кристаллографической ячейки). С этим связан механизм противонакипного эффекта при магнитной обработке воды, представленный в работах [4–7].

1. Cefalas A. C., Kobe S., Drazic G., Sarantopoulou A., Kollia Z., Strazistar J., Meden A. Nanocrystallization of CaCO₃ at solid/liquid interfaces // Applied Surface Science. — 2008. — V. 54, No. 21. — P. 6715–6724.
2. Levin Yu. K. Generation of aragonite nanocrystals in a magnetized water flow // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5, Issue 1. — P. 23–31.
3. <https://www.mineralienatlas.de/index.php>.
4. Кошоридзе С. И., Левин Ю. К. Механизм снижения накипи при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. — 2013. — № 3. — С. 74–77.
5. Кошоридзе С. И., Левин Ю. К. Влияние магнитного поля на коагуляцию наноразмерных коллоидных частиц // ПЖТФ. — 2014. — Т. 40, Вып. 16. — С. 80–87.
6. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Model of scale deposition with magnetic water treatment // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5, Issue 1. — P. 51–71.
7. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Determining the range of dimensions of nanomechanics objects // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5, Issue 2. — P. 141–151.
8. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Z-potential of colloidal nanoparticles as a function of magnetic treatment time and temperature // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5, Issue 3. — P. 169–179.

АНАЛИЗ ОТЛОЖЕНИЙ СОЛЕЙ НАКИПИ НА СТЕНКАХ ТЕПЛООБМЕННИКА

С. И. Кошоридзе, Ю. К. Левин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Как известно, карбонат кальция CaCO_3 при кристаллизации формирует полиморфные структуры — кальцит и арагонит [1, 2], причем на стенке теплообменника осаждается преимущественно кальцит. Ввиду большой практической важности данного эффекта в (слой накипи толщиной 1 мм снижает эффективность теплопередачи на 10%) проведем анализ вероятности образования этих кристаллографических фаз CaCO_3 на стенке теплообменника. Третью известную полиморфную структуру — ватерит не рассматриваем из-за ее нестабильности и ненадежности данных о ней в литературе [3].

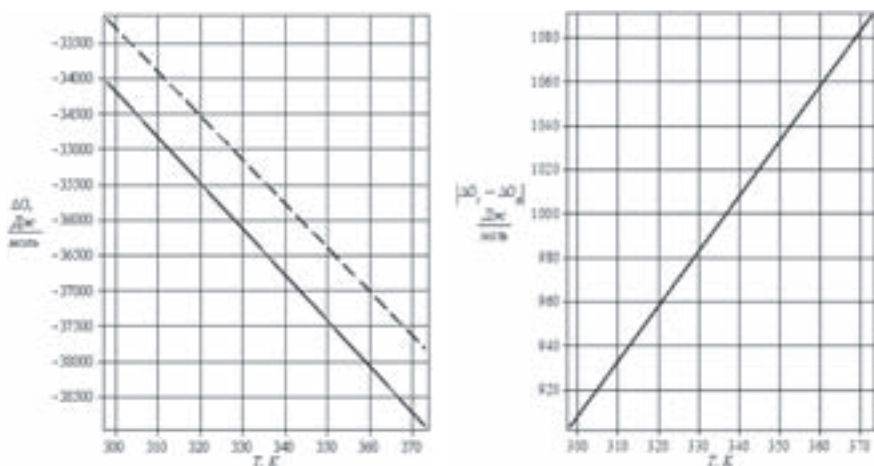
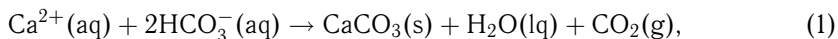


Рис. 1. Левый рисунок: зависимость энергии Гиббса образования кальцита ΔG_c (сплошная линия) и арагонита ΔG_a (штриховая линия) от температуры T . Правый рисунок: зависимость модуля разности энергий Гиббса образования кальцита и арагонита $\Delta G_c - \Delta G_a$ от температуры T

Химическая реакция образования накипи имеет вид [4]:



(aq — растворенная фаза, s — твердая фаза, lq — жидкая фаза, g — газообразная фаза). Рассчитаем изменение свободной энергии Гиббса ΔG в результате реакции (1) при постоянных температуре и давлении:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S, \quad (2)$$

где ΔH и ΔS — изменение энтальпии и энтропии веществ в ходе реакции в расчете на моль, соответственно; C_p — изобарная мольная теплоемкость.

Значения термодинамических характеристик приведены в таблице [4] для стандартных условий: $T = 298 \text{ K}$ и $p = 101325 \text{ Па}$. Зависимостью C_p и энтальпии образования HCO_3^{-} от T пренебрегаем. Энтальпия веществ при постоянном давлении p определяется формулой

$$H(T) = H + C_p(T - 298). \quad (3)$$

Зависимость энергии Гиббса образования кальцита и арагонита от температуры при протекании реакции (1) приведена на рис. 1.

Таблица 1

	Ca^{2+} (aq)	HCO_3^- (aq)	CaCO_3 (s. кальцит)	CaCO_3 (s. арагонит)	H_2O (lq)	CO_2 (g)
H , Дж/моль	–543000	–689930	–1207600	–1207800	–285830	–393510
G , Дж/моль	–553540	–586850	–1129100	–1128200	–237140	–394390
S , Дж/(К · моль)	–56,2	98,4	91,7	88	69,95	213,785
C_p , Дж/(К · моль)	25,9		83,5	82,3	75,35	37,13

Как видно из рис. 1 осаждение накипи в виде кальцита на стенке энергетически выгоднее чем арагонита. С ростом температуры относительная вероятность образования кальцита возрастает. Это объясняет известный экспериментальный факт осаждения кальцита на стенке теплообменника [6–9].

Следует отметить, что проведенный анализ выполнен в макромасштабном приближении, закономерном в случае протекания процессов массопереноса на теплообменной поверхности большого радиуса — на стенке трубы. Ситуация имеет существенные отличия от процесса массопереноса в водном объеме, где формируются наноразмерные твердые зародыши и при оценках следует учитывать законы, действующие в наномасштабных системах.

1. *Cefalas A. C., Kobe S., Drazic G., Sarantopoulou A., Kollia Z., Strazistar J., Meden A.* Nanocrystallization of CaCO_3 at solid/liquid interfaces // *Applied Surface Science*. — 2008. — V. 254, No. 21. — P. 6715–6724.
2. *Levin Yu. K.* Generation of aragonite nanocrystals in a magnetized water flow // *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. — 2014. — V. 5, Issue 1. — P. 23–31.
3. <https://www.mineralienatlas.de/index.php>.
4. *Dean J. A.* Lange's Handbook of Chemistry. — McGraw-Hill, Inc., 1999.
5. *Кошоридзе С. И., Левин Ю. К.* Влияние магнитного поля на коагуляцию наноразмерных коллоидных частиц // *ПЖТФ*. — 2014. — Т. 40, Вып. 16. — С. 80–87.
6. *Кошоридзе С. И., Левин Ю. К.* Механизм снижения накипи при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // *Теплоэнергетика*. — 2013. — №3. — С. 74–77.
7. *Koshoridze S. I., Levin Yu. K.* Model of scale deposition with magnetic water treatment // *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. — 2014. — V. 5, Issue 1. — P. 51–71.
8. *Koshoridze S. I., Levin Yu. K.* Determining the range of dimensions of nanomechanics objects // *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. — 2014. — V. 5, Issue 2. — P. 141–151.
9. *Koshoridze S. I., Levin Yu. K.* Z-potential of colloidal nanoparticles as a function of magnetic treatment time and temperature // *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. — 2014. — V. 5, Issue 3. — P. 169–179.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СТРУН

Н. Н. Светушков

МАИ, Москва, Россия

Среди практически значимых и актуальных задач, с точки зрения возможностей численного моделирования и оптимизации, можно, по всей видимости, выделить следующие три группы: расчет процессов тепловыделения в ядерных реакторах и

микро-твелах при их эксплуатации, термическая обработка заготовок из жаропрочных и жаростойких сплавов для разработки новых авиационных и ракетных двигателей, а также процессы формования нагружаемых изделий, которые используются в авиационной промышленности при производстве несущей конструкции ЛА.

В настоящее время имеется большое количество как коммерческих, так и находящихся в свободном доступе, программных продуктов, позволяющих проводить тепловые расчеты. Наиболее известным среди них является пакет ANSYS, который довольно часто применяется на промышленных предприятиях для проведения расчетов. Однако часто недостатком таких расчетов является большая погрешность вычислений, и в этом случае получаемые численные результаты несут в большей степени лишь иллюстративную информацию о происходящих тепловых процессах без реальных оценок точности вычислений. Одной из компаний в России, занимающихся внедрением пакета ANSYS (<http://www.delcam-ural.ru>), регулярно проводятся семинары по применению данного пакета, на которых обсуждаются, в том числе, и вопросы точности получаемых численных результатов. Собственный опыт автора работы с данным пакетом и выступления докладчиков показывают, что даже малые величины используемых в них параметров сходимости, не гарантируют того, что численное решение правильно аппроксимирует происходящие физические процессы. Судя по выступлениям организаторов семинаров, разработчики данного пакета прикладывают определенные усилия для повышения точности получаемых с помощью данного пакета численных результатов.

В настоящей работе для проведения вычислений применялся новый подход [1, 2], названный автором «методом струн», который основан на интегральном описании процесса теплопередачи. Отметим, что при решении задач математической физики довольно часто уделяется внимание интегральным уравнениям, в том числе и в последнее время, что связано со значительными преимуществами, которыми обладают интегральные уравнения по сравнению с дифференциальными. Большая часть известных коммерческих программных средств основаны на методах конечных элементов (МКЭ), в которых для вывода конечно-элементных уравнений используются интегральные соотношения (законы сохранения).

Что касается преимуществ интегральных уравнений, то к наиболее важным из них можно отнести именно возможность оценки ошибок дискретизации и погрешности приближенного решения. В качестве критерия, по которому производится оценка точности, в этом случае можно использовать вектор или функцию рассогласования (невязки). Другими словами, для того, чтобы можно было говорить о связи или соответствии найденного численного решения с точным решением, нужно подставить полученные численные результаты в исходное интегральное уравнение и проверить, насколько левая его часть отличается от правой, причем сделать это в каждой точке сеточного разбиения. В силу того численное интегрирование не представляет проблем (в отличие от дифференциальных операторов), то использование функции рассогласования является хорошим способом оценки погрешности численного решения. Отметим, что в разработанном методе струн система интегральных уравнений, описывающая процесс теплопередачи, не содержит никаких особенностей (ядро интегрального оператора не обращается в бесконечность ни в одной точке), и поэтому численное интегрирование не вызывает никаких дополнительных сложностей.

Предлагаемый подход имеет ряд вычислительных преимуществ по сравнению с известными методами:

— может использоваться для изделий со сложной геометрией в двумерном и трехмерном случаях с контролем точности численного решения в каждой расчет-

ной точке, что позволяет избежать «нефизичных» осцилляций в условиях больших температурных градиентов;

— для существенно неоднородных систем пропадает необходимость явным образом выделять границы областей для согласования условий непрерывности температур и тепловых потоков — интегральные уравнения уже содержат эти условия;

— довольно высокая эффективность при распараллеливании и организации многопоточковых вычислений [3].

Многолетний опыт автора в разработке прикладных программных систем для различных промышленных предприятий на основе Visual C++, включая использование специальных программных средств по созданию трехмерной графики (автором была создана программная среда для формирования трехмерных объектов на основе модели объединенного кластера), позволил разработать отдельную программную среду для выполнения расчетов по численному моделированию нестационарных тепловых процессов в различных средах [4–6].

1. Светушков Н. Н. Метод струн в задачах многомерной нестационарной теплопроводности // Информационные технологии. — 2014. — №12. — С. 14–19.
2. Svetushkov N. N. Integral approach for the numerical modeling quenching process of forming rolls // CHT-15: 6th International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, Rutgers University, Piscataway, USA, 25–29 May, 2015.
3. Светушков Н. Н. Параллельный метод струн для численного решения нелинейных задач теплопроводности // Информационные технологии. — 2015. — Т. 21, №9. — С. 689–693.
4. Светушков Н. Н. Моделирование процессов формирования жаропрочных покрытий на основе интерметаллидов с использованием диодных лазеров // Материалы XIX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова. — М., 2015. — С. 61–62.
5. Светушков Н. Н. Моделирование процессов термической обработки изделий из жаропрочных никелевых сплавов // Материалы Шестой российской национальной конференции по теплообмену, 27–31 октября 2014 г., Москва. — М.: Издательский дом МЭИ, 2014. Т. 3. — С. 223–224.
6. Светушков Н. Н. Возможности компьютерного моделирования технологических процессов термической обработки // Труды МАИ. — 2012. — №58. — С. 20.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПРИРОДНЫХ ВОДОЕМАХ*

С. В. Смирнов

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Изучение резонансных свойств прибрежных акваторий имеет большое практическое значение, поскольку резонансное усиление при определенных условиях может приводить к катастрофическому увеличению амплитуды приходящих волн различного происхождения [1, 2], представляющему опасность для населения и прибрежных инженерных сооружений. Для исследования особенностей колебаний уровня восточной части залива Посыета сотрудниками ТОИ ДВО РАН проведен

*Работа выполнена при частичной поддержке Программы Президиума РАН (проект 0262-2014-0157 по разделу «Фундаментальные проблемы математического моделирования») и Программы ДВО РАН «Дальний Восток» (проекты 15-I-4-021 и 15-I-1-034). Численные расчеты проведены в ЦКП Дальневосточный вычислительный ресурс.

натурный эксперимент с установкой пространственно распределенной системы синхронизированных по времени автономных измерителей давления в бухтах Троицы и Витязь. Интерпретация и совместный анализ результатов измерений выполнены с привлечением полученных в ИАПУ ДВО РАН пространственно-временных параметров колебаний уровня, являющихся откликами на гармонические по времени вынуждающие воздействия в численной модели мелкой воды с учетом сил трения и разностной аппроксимацией на нерегулярной треугольной пространственной сетке.

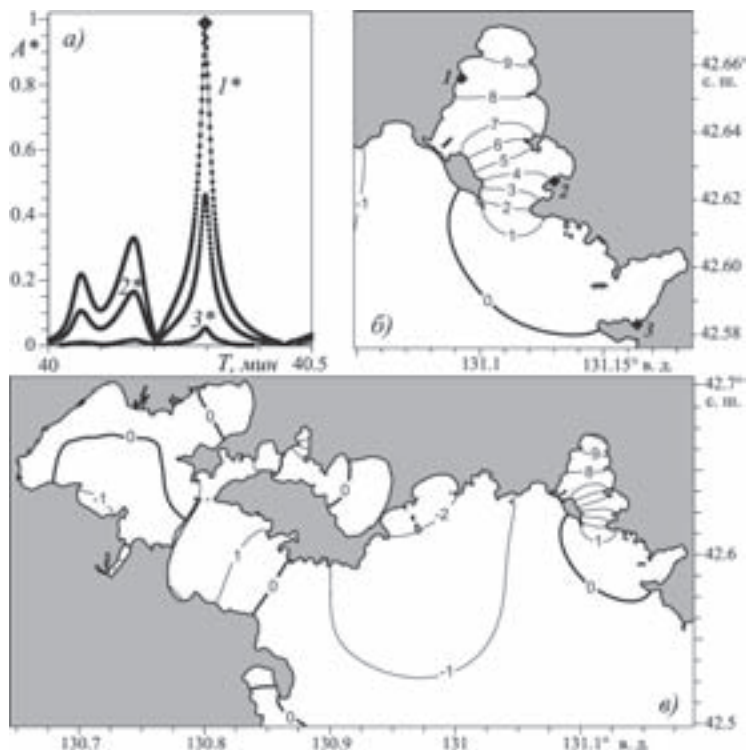


Рис. 1. а) Резонансные кривые. б) Пространственная форма вынужденного колебания с периодом 40,3 мин. в) Пространственная форма свободного колебания с периодом 40,14 мин

Численная модель основана на линеаризованной относительно основного состояния покоя системе уравнений мелкой воды в сферической системе координат с учетом внешнего воздействия и силы трения о дно, описанной линейной зависимостью от компонент скорости. Расчеты резонансного отклика водоема производятся при некоторых заданных значениях частоты и распределения амплитуды вынуждающей силы. Основные положения процедуры построения разностных аналогов уравнений на нерегулярной сферическо-геодезической треугольной сетке изложены в работе [3]. После исключения компонент скорости из системы разностных уравнений получаем систему линейных уравнений с правой частью, зависящей от вынуждающей силы. Решая эту систему итерационными методами с помощью пакетов линейной алгебры, получаем соответствующие заданным частотам пространственные распределения комплексных амплитуд колебаний уровня. Залив Посыета — полузамкнутый водоем с широким входом. Чтобы избежать трудностей с формулировкой условий на жидкой границе, в вычислительную область включено Японское море с закрытыми проливами.

Расчеты резонансного отклика проведены для последовательности значений периода колебаний в промежутке 10–50 мин с шагом 0,001 мин. По значениям решений в сеточных узлах, ближайших к местоположениям измерителей 1, 2 и 3, показанным на рис. 1, б символом $\blacklozenge$, построены резонансные кривые I^* , 2^* и 3^* , описывающие зависимость амплитуды A^* вынужденных колебаний от периода T при фиксированных амплитуде и направлении вынуждающей силы. Для направления внешней силы выбрана оценка преимущественного направления ветра по данным погоды по пункту Посьет за период времени проведения натурных измерений. Расположение пиков на резонансных кривых хорошо соответствует расположению основных максимумов энергетического спектра для данных натурных измерений. Построены пространственные формы колебаний для частот, соответствующих основным пикам резонансных кривых. Пространственные формы решений представлены приведенными действительными частями комплексных амплитуд со значениями от -10 до 10 . Явление резонанса наступает с приближением частоты колебаний вынуждающей силы к частоте собственных колебаний системы. Для расчета собственных колебаний в окрестностях хорошо выраженных максимумов энергетического спектра для данных натурных измерений применена спектрально-разностная модель [3].

В качестве примера, на рис. 1, а представлены нормированные резонансные кривые для промежутка периодов 40–40,5 мин. Вычисленные значения амплитуды показаны символами $\bullet$. На рис. 1, б показана пространственная форма колебания с периодом, соответствующим максимуму резонансной кривой, отмеченному символом $\blacklozenge$. На рис. 1, в представлена пространственная форма собственного колебания с периодом 40,14 мин, вычисленного с применением спектрально-разностной модели. Это решение характеризуется максимальными амплитудами в бухте Троицы и отсутствием значимых амплитуд на остальной акватории залива Посьета, что позволяет интерпретировать его как фундаментальную моду восточной части залива Посьета. Следует отметить хорошее соответствие форм колебаний и положений узловых линий решений, представленных на рис. 1, б и на рис. 1, в.

1. Wilson B. W. Seiches. // In: Advances in hydrosclences. V. 8 / Ven Te Chow (ed.). — N.-Y.: Academic Press, 1972. — P. 1–94.
2. Rabinovich A. B. Seiches and Harbor Oscillations // In: Handbook of Coastal and Ocean Engineering / Y. C. Kim (ed.). — Singapoure: World Scientific Publ., 2009. Chap. 9. — P. 193–236.
3. Смирнов С. В. О расчете сейшевых колебаний средней части залива Петра Великого // Сибирский журнал вычислительной математики. — 2014. — Т. 17, №2. — С. 203–216.

МОДЕЛЬ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РЕЗИНОПОДОБНЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. Л. Страхов¹, И. А. Кузьмин¹, В. Н. Бакулин²

¹ЦНИИСМ, Хотьково, Московская обл., Россия; ²ИПриМ РАН, Москва, Россия

Резиноподобные теплозащитные материалы (ТЗМ) широко применяются для внутренней теплозащиты камеры сгорания современных изделий, работающих при высоких температурах. В их состав наряду с каучуком входят наполнители в виде порошка диоксида кремния (белой сажи), технического углерода, органических и углеродных волокон [1–6].

В настоящей работе на основании анализа и обобщения результатов теоретических и экспериментальных исследований основных закономерностей теплопереноса в теплозащите камеры сгорания построена математическая модель высокотемпературных свойств резиноподобных теплозащитных материалов. Отличительной особенностью модели является учет изменения состава и структуры деструктирующего материала в процессе нагрева до высоких температур. Результаты численных исследований находятся в удовлетворительном согласовании с экспериментальными данными.

Для определения требуемых толщин теплозащиты необходима комплексная математическая модель, включающая модель теплофизических свойств ТЗМ и модель тепломассообмена в теплозащите. Эта комплексная математическая модель должна учитывать, как было сказано выше, состав и структуру ТЗМ, а также физико-химические процессы и их влияние на теплофизические свойства ТЗМ в рабочем диапазоне температур.

Такая модель может быть создана на основе общего математического аппарата теории теплозащиты, разработанного ранее в основном в [7, 8], с доработками, выходящими за пределы того круга научных проблем, на которые была ориентирована теория [7, 8]. При этом могут быть использованы в полной мере результаты экспериментальных и теоретических исследований, выполненных в последующие годы авторами работ [9–14].

Основные положения комплексной математической модели физико-химических свойств ТЗМ и работы внутренней теплозащиты изложены в статьях [15, 16].

Целью данной работы является дальнейшее уточнение математической модели и создание на этой основе алгоритма и компьютерной программы расчета высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов.

Математическая модель высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов строится с учетом превращений ТЗМ в подповерхностном слое теплозащиты, работающей при интенсивном одностороннем нагреве.

Определяемые в соответствии с моделью теплофизические характеристики пористого подповерхностного слоя разлагающейся при нагреве теплозащиты используются при решении уравнения нестационарной теплопроводности [16] в теплозащитном покрытии (ТЗП). Основные расчетные зависимости существующей математической модели высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных ТЗМ приведены в работе [15].

Выполненные уточнения математической модели заключаются в следующем.

В модель введены формулы для теплофизических характеристик, позволяющие учитывать в явной форме изменение состава и структуры каркаса пористого ТЗМ в процессе нагрева в рабочем диапазоне температур. Предполагалось, что теплозащитный материал в общем случае представляет собой четырехкомпонентную систему, состоящую из полимерной матрицы, разлагающейся при нагреве с выделением конденсированного углерода, дисперсных включений частиц диоксида кремния, технического углерода и углеродных волокон.

Для приведения четырехкомпонентной структуры к двухкомпонентным структурам использован обоснованный в работе [17] способ, согласно которому последовательно рассматриваются составленные из перечисленных выше компонентов двухкомпонентные системы.

В результате анализа литературы по теории теплопереноса в неоднородных средах [17–20] были подобраны наиболее подходящие к рассматриваемому слу-

чаю формулы для эффективных теплофизических характеристик каркаса пористого ТЗМ каждой из двухкомпонентных систем.

1. Прогнозирование и анализ экстремальных воздействий / Ю. В. Полежаев, С. В. Резник, Э. Б. Василевский и др.; Под ред. С. В. Резника. — М.: Изд-во МГТУ, 2002. — 224 с. — (Материалы и покрытия в экстремальных условиях. Взгляд в будущее: в 3 т. / Ю. В. Полежаев и др.; т. 1).
2. Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива / А. М. Губертов, В. В. Миронов, Д. М. Борисов и др.; Под ред. А. С. Коротева. — М.: Машиностроение, 2004. — 512 с.
3. *Bhuvaneshwari C. M., Sureshkumar M. S., Kakade S. D., and Manoj Gupta.* Ethylene-propylene Diene Rubber as a Futuristic Elastomer for Insulation of Solid Rocket Motors // *Defence Science Journal.* — July 2006. — V. 56, No. 3. — P. 309–320.
4. *Wai K. Ho, Joseph H. Koo, Ofodike A. Ezekoye.* Thermoplastic Polyurethane Elastomer Nanocomposites: Morphology, Thermophysical, and Flammability Properties // *Journal of Nanomaterials.* — February 2010. — V. 2010. — 11 pages. doi:10.1155/2010/583234.
5. *Ahmed A. F., Hoa S. V.* Thermal insulation by heat resistant polymers for solid rocket motor insulation // *Journal of Composite Materials.* — June 2012. — V. 46, No. 13. — P. 1544–1559.
6. *Sangita Singh, Guchhait P. K., Singha N. K., and Chaki T. K.* EPDM Nanocomposites using Polyimide as Ablator: Morphology and Thermophysical Properties // *American Journal of Macromolecular Science.* — 2014. — V. 1, No. 1. — P. 1–16.
7. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. — М.: Энергия, 1976. — 392 с.
8. Панкратов Б. М., Полежаев Ю. В., Рудько А. К. Взаимодействие материалов с газовыми потоками. — М.: Машиностроение, 1976. — 224 с.
9. Страхов В. Л., Чубаков Н. Г. Расчет температурных полей во вспучивающихся материалах // *Инженерно-физический журнал.* — 1983. — Т. 45, №3. — С. 472–479.
10. Страхов В. Л., Чубаков Н. Г. Расчет нестационарного прогрева и уноса массы вспучивающихся покрытий в горящих газовых потоках // *Инженерно-физический журнал.* — 1988. — Т. 55, №4. — С. 571–581.
11. Моделирование работы тепло- и огнезащиты с учетом процессов термического разложения, испарения-конденсации, неоднородного тепломассопереноса и вспучивания / В. Л. Страхов, А. Н. Гаращенко, Вл. О. Каледин, В. П. Рудзинский // *Тр. 2-й Рос. нац. конф. по теплообмену.* Т. 3. — М.: Изд-во МЭИ, 1998. — С. 277–280.
12. Страхов В. Л., Гаращенко А. Н., Рудзинский В. П. Моделирование работы теплозащиты и определение комплекса характеристик ее материала с учетом термического разложения и вспучивания или усадки // *Сб. докл. III межд. конф. «Идентификация динамических систем и обратные задачи».* — М.–СПб.: Изд-во МАИ, 1998. — С. 245–257.
13. Тепломассообмен в тепло- и огнезащите с учетом процессов термического разложения, испарения-конденсации, уноса массы и вспучивания-усадки / В. Л. Страхов, А. Н. Гаращенко, Г. В. Кузнецов, В. П. Рудзинский // *Математическое моделирование.* — 2000. — Т. 11, №5. — С. 107–113.
14. Страхов В. Л., Гаращенко А. Н., Кузнецов Г. В., Рудзинский В. П. Высокотемпературный тепломассоперенос в слое влагосодержащего огнезащитного материала // *ТВТ.* — 2000. — Т. 38, вып. 6. — С. 958–962.
15. Страхов В. Л., Кузьмин И. А. Математическое моделирование физико-химических свойств внутренней теплозащиты // *Механика и процессы управления.* — М.: РАН, 2014.
16. Страхов В. Л., Кульков А. А., Кузьмин И. А. Система компьютерного моделирования работы внутренней теплозащиты // *Новые технологии.* Т. 1. Материалы XII Всероссийской конференции, посвященной 70-летию Победы. — М.: РАН, 2015. — С. 3–11.
17. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. — Л.: Энергия, 1974. — 264 с.

18. Миснар А. Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. — М.: Мир, 1968.
19. Чудновский А. Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. — М.: ГФМЛ, 1962. — 456 с.
20. Методы вычисления физико-химических величин и прикладные расчеты. — Л.: Химия, 1977. — 360 с.

ОСОБЕННОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК ГАЗОГЕНЕРАТОРНОЙ СХЕМЫ

Е. В. Суриков, М. С. Шаров, Л. С. Яновский

ЦИАМ, Москва, Россия

В последние годы в нашей стране и за рубежом ведутся активные работы по радикальному совершенствованию характеристик летательных аппаратов путем разработки и внедрения в качестве двигательных установок комбинированных двигательных установок (КДУ) газогенераторной схемы на твердых энергонаполнителях [1].

Особенностью таких КДУ является то, что они разрабатываются в качестве интегрированной с летательным аппаратом системы, что предопределяет методологию их комплексного проектирования и экспериментальной отработки.

Высокая интеграция корпуса летательного аппарата с комбинированным двигателем проявляется в подходе к проведению испытаний. При разработке перспективных КДУ обычно выполняют комплекс испытаний, который включает [1]: 1) продувку воздухозаборного устройства в аэродинамической трубе; 2) определение в аэродинамической трубе характеристик внешнего обтекания летательного аппарата; 3) огневые стендовые испытания (ОСИ) КДУ с присоединенным трубопроводом подачи горячего воздуха; 4) ОСИ КДУ в составе летательного аппарата в свободной струе воздуха; 5) летные испытания КДУ в составе летательного аппарата.

КДУ является комбинированным двигателем. Газогенератор (ГГ), по существу, представляет собой автономный модуль, генерирующий и распределяющий двухфазную горячую смесь для дожигания в прямоточной камере дожигания (КД). При наличии требования по регулированию расхода продуктов газогенерации огневая отработка газогенератора с узлом регулирования представляет собой отдельную, достаточно сложную задачу, которая может быть решена в ходе автономных испытаний.

Отдельным автономным испытаниям подвергается также обычно интегрируемая с камерой дожигания разгонная ступень с твердым энергонаполнителем со сбрасываемыми или несбрасываемыми элементами.

Эти испытания не специфичны и в достаточной степени стандартны. Они проводятся в дополнение к вышеприведенному комплексу испытаний.

Селекция и выбор твердых энергонаполнителей в ходе автономных огневых испытаний газогенераторов КДУ проводятся на универсальной рабочей площадке стенда Ц-22 НИЦ ЦИАМ. Снаряженный ГГ устанавливается на ступень, размещенный под бронекрышкой. Продукты газогенерации поступают в уловитель, подающий их в циклон с системой водяного душирования. Стенд Ц-22 оборудован системами измерения, автоматического сбора и обработки экспериментальных данных, автоматизированного управления работой ГГ.

Для экспериментальной отработки различных конструкций регуляторов расхода продуктов газогенерации стенд Ц-22 оборудован системами пневматического и механического управления приводами регуляторов.

Помимо этапа экспериментальной отработки узла регулирования расхода продуктов газогенерации, обязательным является этап комплексной отработки камеры дожигания КДУ с одновременной селекцией рецептур новых энергонаполнителей на режимах дожигания, успешно прошедших этап испытаний в автономном ГГ.

Огневые стендовые испытания КДУ на стенде с присоединенным трубопроводом подачи горячего воздуха на вход в КД являются наиболее объемными в ходе отработки нового двигателя. Они предшествуют ОСИ КДУ в составе летательного аппарата в свободной струе воздуха и летным испытаниям. При проведении испытаний двигателя на присоединенном трубопроводе горячий поток воздуха направляется прямо в КД и соответствует реальным параметрам на входе в КД при полете летательного аппарата на заданной высоте и с заданной скоростью.

В ЦИАМ для испытаний КДУ с присоединенным трубопроводом используется два рабочих участка на испытательных стендах Ц-16 (ТБК) и Ц-17Т. Отличительной особенностью является то, что на обоих стендах реализована система выхода на заданный режим по расходу и температуре воздуха через байпасный трубопровод, а также система безимпульсной подачи горячего воздуха к объекту испытаний, что позволяет с большой точностью определять силу тяги, создаваемую КДУ во время работы. Стенды Ц-16 (ТБК) и Ц-17Т оборудованы системами измерения температур, давления, силы тяги, нагрева подаваемого воздуха, термостатирования, автоматического сбора и обработки экспериментальных данных, улавливания и очистки продуктов сгорания и автоматизированного управления работой двигателя.

Обработка результатов экспериментов на стендах с присоединенным трубопроводом проводится в соответствии с разработанной методикой [2]. В соответствии с методикой определяются основные характеристики эффективности рабочего процесса и работоспособности конструкции газогенератора и камеры дожигания.

Таким образом, накопленный опыт наземной экспериментальной отработки КДУ на испытательных стендах ЦИАМ позволяет отметить следующие характерные особенности.

1. Автономная отработка ГГ и стартовой ступени КДУ.
2. Огневая отработка для регулируемых КДУ регулятора расхода продуктов газогенерации в составе автономного натурного газогенератора. Данный этап может предшествовать или быть параллельным (на начальном этапе работ) этапу ОСИ КДУ на стенде с присоединенным трубопроводом подачи горячего воздуха.
3. Этап выбора твердого энергонаполнителя для КДУ, после успешной отработки серии новых рецептур в условиях автономного ГГ, проводится на режимах дожигания продуктов газогенерации в условиях стендовой КДУ при ОСИ на стенде с присоединенным трубопроводом горячего воздуха.
4. Огневые испытания стендовой и натурной КДУ на стендах с присоединенным трубопроводом подачи горячего воздуха.
5. Огневые испытания натурной КДУ в свободной струе.
6. Летные испытания КДУ.

Данная методология экспериментальной наземной отработки новых КДУ, с учетом особенности выбора базового состава твердого энергонаполнителя, успешно используется в ЦИАМ в настоящее время. Это позволяет существенно сократить сроки внедрения новых твердых энергонаполнителей и обеспечить выполнение в сжатые сроки проводимых работ по перспективным КДУ.

1. Обносков Б. В., Сорокин В. А., Яновский Л. С. и др. Конструкция и проектирование комбинированных ракетных двигателей на твердом топливе / Учебник под общ. ред. В. А. Сорокина. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 303 с.
2. Сорокин В. А., Яновский Л. С., Козлов В. А. и др. Ракетно-прямоточные двигатели на твердых и пастообразных топливах. Основы проектирования и экспериментальной отработки / Под ред. Ю. М. Милехина и В. А. Сорокина. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 320 с.

АВТОНОМНАЯ ОТРАБОТКА ЭНЕРГОНАПОЛНИТЕЛЕЙ ДЛЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Е. В. Суриков, А. П. Ширин, Л. С. Яновский

ЦИАМ, Москва, Россия

Эффективность использования комбинированных двигательных установок газогенераторной схемы во многом определяется энергетическими возможностями энергонаполнителей. Существует ряд изделий, в которых по условиям применения требуется обеспечить низкую скорость деструкции наполнителя.

Работа посвящена отработке высокоэнергетических твердых наполнителей с низкой скоростью деструкции. В качестве окислителя в составе энергонаполнителей выступают перхлораты аммония, калия, а в качестве горючего используются полиборид алюминия, алюминиевый порошок с добавкой магния в разных пропорциях. Коэффициент обеспеченности окислителем составляет не более 0,2.

Высокоэнергетическим твердым наполнителям с низкой скоростью деструкции свойственны проблемы, связанные с диспергированием и последующим выносом продуктов газогенерации из-за большой доли к-фазы.

Для исследования энергобаллистических характеристик твердых энергонаполнителей и определения работоспособности модельных зарядов наполнителей в условиях автономного модельного газогенератора была проведена серия испытаний на установке экспериментального комплекса НИЦ ЦИАМ. В условиях модельного газогенератора определялись равновесный состав и свойства продуктов деструкции твердых энергонаполнителей, была проведена отработка воспламенительного устройства. По результатам испытаний определены баллистические и энергетические характеристики твердых энергонаполнителей, проведен анализ шлакования сопловых отверстий и полости модельного газогенератора.

Комплексный анализ результатов испытаний показал, что для созданных твердых энергонаполнителей высокое давление приводит к существенной неустойчивости рабочего процесса в газогенераторе, заключающейся в высокой интенсивности агломерационных процессов в камере газогенератора, препятствующих выносу продуктов газогенерации. Для твердых энергонаполнителей с низкой скоростью деструкции, в составе которых отсутствуют добавки в виде гранул алюминиевого порошка с добавкой магния, удается добиться стабилизации рабочего процесса с полным выносом продуктов газогенерации путем снижения давления в газогенераторе.

Показано влияние содержания частиц алюминия и магния в составе твердого энергонаполнителя на зашлаковку соплового отверстия модельного газогенератора.

По результатам испытаний выработаны рекомендации по проведению дальнейших исследований на режимах дожигания продуктов газогенерации в камере дожигания модельной КДУ.

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ГОДУНОВА, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЕ КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ АППРОКСИМАЦИИ В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

В. Ф. Тишкин, М. Е. Ладонкина

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

При численном решении задач гидродинамики широко применяется метод С. К. Годунова [1], который и в настоящее время не потерял своей актуальности. Как известно, в одномерном случае этот метод можно рассматривать как последовательное проектирование начальных данных на кусочно-постоянные функции, решения задачи Римана с начальными кусочно-постоянными данными на границах ячейки сетки и затем использование этого решения в качестве новых начальных данных на момент $t + \Delta t$. При этом, получается решение первого порядка точности. В работе [2, 3] получено обобщение этой процедуры, когда проектирование осуществляется на кусочно-полиномиальные функции и показано, что получающиеся формулы совпадают со схемами разрывного метода Галеркина, если в последнем в качестве потоковых функций используются потоки Годунова.

В многомерном случае ситуация несколько иная. Возникает более сложная задача в окрестностях вершин и ребер ячеек. В настоящее время точного решения такой задачи не существует. Однако, ввиду конечной скорости распространения возмущения для гиперболических задач, область влияния таких данных вблизи этих точек и ребер не превышает $c\Delta t$, где c — максимальная скорость распространения возмущений. В данной работе, используя результаты [4–6] показано, что схема, полученная при проектировании такого решения на пространство кусочно-полиномиальных функций при стремлении Δt к нулю переходит в систему дифференциально-разностных уравнений, которая совпадает со схемой разрывного метода Галеркина в многомерном случае.

1. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Мат. сборник. — 1959. — Т. 47(89):3. — С. 271–306.
2. Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. О методах типа Годунова высокого порядка точности // Доклады академии наук. — 2015. — Т. 461, № 4. — С. 390–393.
3. Ладонкина М. Е., Тишкин В. Ф. Обобщение метода Годунова, использующее кусочно-полиномиальные аппроксимации // Дифференциальные уравнения. — 2015. — Т. 51, № 7. — С. 899–907.
4. Меньшов И. С. Повышение порядка аппроксимации схемы Годунова на основе решения обобщенной задачи Римана // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1990. — Т. 30, № 9. — С. 1357–1371.
5. Тешуков В. М. Распад произвольного разрыва на криволинейной поверхности // ПМТФ. — 1980. — № 2. — С. 126–133.
6. Тишкин В. Ф., Жуков В. Т., Мышецкая Е. Е. К обоснованию схемы Годунова в многомерном случае // Матем. моделирование. — 2016. — Т. 28, № 2. — С. 86–96.

КОНВЕКЦИЯ В ТЕРМОСТАТЕ ПРИ ОБЪЕМНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ИЗ РАСТВОРОВ

А. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Проведенные в термостате технологические эксперименты на Земле и в космосе по программе EURECA (1992–1993 гг.) по кристаллизации фосфатов кальция из растворов CaCl_2 и $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$ в буферном растворе KCl показали, что размер кристаллов гидроксипатита, выращенных в условиях невесомости, в десять — сто раз больше, чем у их земных аналогов [1]. Такое большое отличие в размерах, выращенных кристаллов, указывает на то, что массоперенос в космическом и массоперенос в земном эксперименте были различными.

Цель данной работы состояла в том, чтобы проиллюстрировать влияние возможного конвективного перемешивания в термостате на динамику и характер образования фосфата кальция при разных гравитационных условиях (чисел Грасгофа). В работе рассмотрены всевозможные механизмы перемешивания растворов: за счет диффузии, тепловой, концентрационной и тепло-концентрационной конвекции с учетом химической реакции и стехиометрического соотношения баланса массы.

Постановка задачи. Космические и земные эксперименты проходили в одинаковых и хорошо термостатированных резервуарах, состоящих из трех частей, заполненных различными растворами. Схема расположения резервуаров показана на рис. 1.

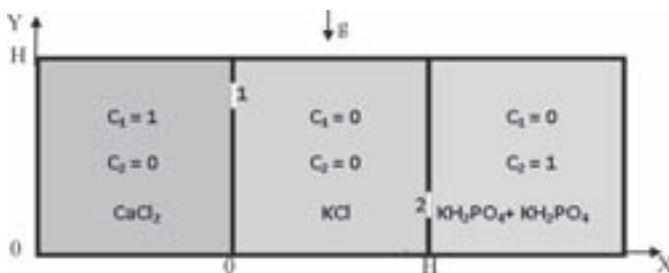


Рис. 1. Схема экспериментов [1] и начальные концентрации компонент (средняя область является расчетной в математической модели)

На рис. 1 в левой части находится резервуар, содержащий CaCl_2 , в правой части находится резервуар, содержащий раствор $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$, средняя камера полностью заполнена буферным раствором KCl . Средний резервуар является реактором, где и происходит образование фосфата кальция. После одновременного открытия на вертикальных стенках реактора отверстия «1» — слева и «2» — справа (рис. 1) происходит взаимодействие растворов (CaCl_2) — компонента C_1 и ($\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$) — компонента C_2 с образованием продукта реакции — фосфата кальция — компонента C_3 .

Математическая модель. В математической модели только средняя квадратная область является расчетной областью (со стороны раной H). Эта область, является кристаллизатором разных компонент, диффузионно поступающих из левого «1» и правого «2» резервуаров. В модели предполагается, что химическая реакция происходит мгновенно при взаимодействии компонент и не учитывается возможность образования нескольких модификаций фосфатов кальция, моделируется изменение концентраций C_1 и C_2 с образованием продукта C_3 .

Математическая модель основана на решении системы двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, уравнения переноса тепла и трех уравнений переноса массы, с источниковыми членами f_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Задача характеризуется следующими безразмерными параметрами подобия: числами Грасгофа: $Gr = g\beta_T\Delta TH^3/\nu^2$, $Gr_{1C} = g\beta_{1C}\Delta C_1 H^3/\nu^2$, $Gr_{2C} = g\beta_{2C}\Delta C_2 H^3/\nu^2$; числом Прандтля $P_r = \nu/a$ и числами Шмидта: $Sc_1 = \nu/D_1$, $Sc_2 = \nu/D_2$, где ΔT , ΔC_1 , ΔC_2 — характерные масштабы температуры и концентраций; $\mathbf{g}$ — вектор ускорения силы тяжести; коэффициенты β_T , β_{1C} , β_{2C} — коэффициенты теплового и концентрационного расширения; ν — кинематической вязкости; a — температуропроводности; D_1 , D_2 — диффузии компонент. Поскольку продукт реакции C_3 образуется из компонент C_1 и C_2 в пропорции как 5/3, поэтому правые части f_i в уравнениях переноса были взяты следующего вида: $f_1 = k_1\delta(5C_1 + 3C_2)$, $f_2 = -k_2\delta 5C_1$, $f_3 = -k_3\delta 3C_2$, $f_4 = k_4\delta(5C_1 + 3C_2)$, где $\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } C_1 C_2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } C_1 C_2 = 0 \end{cases}$ k_i — константы, определяемые кинетикой химической

реакции. На всех границах (кроме участков границы «1» и «2», см. рис. 1) приняты условия прилипания теплоизоляции и непроницаемости, для отверстия «1» на левой вертикальной границе области ($x = 0$, $0,68 < y < 0,81$): $C_1 = 1$, для отверстия «2» на правой вертикальной границе области ($x = 1$, $0,2 < y < 0,34$): $C_2 = 1$. Предполагается, что поступление компонент из отверстий «1» и «2» в реактор осуществляется диффузионным способом (рис. 1). Начальные условия ($t = 0$): $u = 0$, $v = 0$, $T = 0$, $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, $C_3 = 0$. На рис. 1 указаны начальные условия концентраций, как для расчетной области, так и для соседних резервуаров. Моделирование осуществлялось с помощью конечно-разностного пакета программ. Подробнее математическая модель и результаты описаны в работе [2].

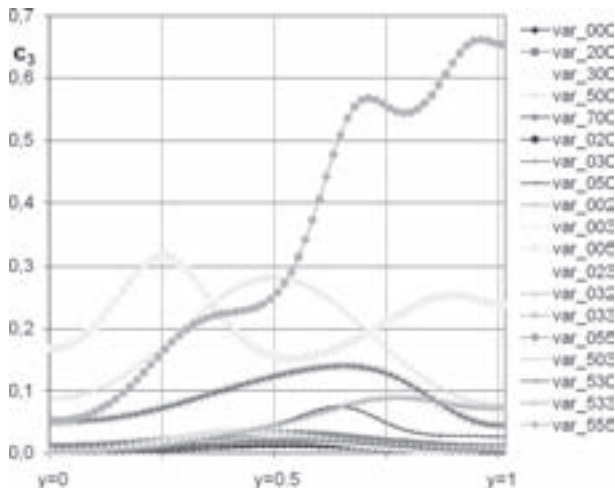


Рис. 2. Профили концентрации C_3 в среднем вертикальном сечении ($x = 0,5$) для разных значений числа Грасгофа

Результаты. На рис. 2 показан итоговый график с профилями концентрации C_3 в среднем вертикальном сечении ($x = 0,5$) для разных комбинаций тепловой, концентрационной и термо-концентрационной конвекции, где приняты следующие обозначения кривых — var_knm, что соответствует следующим значениям чисел Грасгофа: $Gr = 10^k$, $Gr_{1C} = 10^n$, $Gr_{2C} = 10^m$. Зависимости на рис. 2 показывают

разнообразие распределений фосфата кальция C_3 в зависимости от гравитационных условий для момента безразмерного времени $t = 2$. Процесс кристаллизации в экспериментах [1] проходил дольше, чем $t = 2$ ($t > 2$), поэтому влияние конвекции может быть еще более существенным, чем это изображено на рис. 2.

Выводы. Показаны возможные механизмы перемешивания при выращивании фосфата кальция на Земле и в условиях микрогравитации: диффузия; тепловая конвекция, (вызванная выделением скрытой теплоты кристаллизации); концентрационная конвекция и термо-концентрационная конвекция. Показано, что времена транспортировки при конвективном перемешивании меньше, чем при диффузии, но скорость и масса образования фосфата кальция зависит не только от времени и интенсивности конвекции, но и от структуры конвективного перемешивания.

1. *Suvorova E. I., Christensson F., Lundager Madsen H. E., Chernov A. A.* Terrestrial and Space-grown HAP and OCP Crystals: Effect of Growth Conditions on Perfections and Morphology // J. Crystal Growth 186 (1998) 262–274.
2. *Федюшкин А. И.* Влияние гравитации на массоперенос при кристаллизации фосфатов кальция из растворов в термостатированных условиях. — Препринт ИПМех РАН, №1092, Москва, 2015, 27 с. ISBN 978-5-91741-135-4.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ С МНОГОСТАДИЙНЫМ ГИДРОРАЗРЫВОМ ПЛАСТА*

М. Р. Хамидуллин, А. Б. Мазо, К. А. Поташев

КФУ, Казань, Россия

Введение. Одним из наиболее эффективных методов увеличения нефтеотдачи пластов с низкой проницаемостью и пористостью за счет вовлечения в разработку трудноизвлекаемых запасов нефти является бурение горизонтальных скважин (ГС) с проведением на них многозонного гидравлического разрыва пласта (МГРП). Моделированию двухфазной фильтрации в трещиноватых коллекторах посвящены некоторые работы. В частности, в [1] автором предложен многомасштабный алгоритм на основе метода конечных суперэлементов для решения задач двухфазной фильтрации в трещиноватых средах. В работе [2] представлена математическая модель двухфазной фильтрации в нефтяном пласте с тектоническими нарушениями типа «сдвиг» и «сброс». Течения флюида по трещине разлома описывается специальной системой уравнений фильтрации, осредненных по ширине трещины разлома.

Модель, предлагаемая в данной работе для моделирования притока двухфазной жидкости к ГС с МГРП, учитывает течения в пласте и трещинах гидроразрыва.

Постановка задачи. Рассматривается двухфазная фильтрация в окрестности горизонтальной скважины (ГС), простимулированной трансверсальными трещинами многостадийного гидравлического разрыва пласта (МГРП) (рис. 1).

Декартова система координат xuz с вертикальной осью z выбирается таким образом, чтобы ось y была направлена вдоль ствола скважины радиуса r_w и длины L . Начало отсчета соответствует началу перфорированного участка скважины. Коллектор D представлен прямоугольным параллелепипедом с закругленными кра-

* Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научных проектов №15-41-02699, №15-41-02698.

ями. Кровля *Top* пласта *D* непроницаема, толщина пласта постоянна и равна *H*. Абсолютную проницаемость неоднородного коллектора с пористостью $m = m(x, y, z)$ обозначим через $k = k(x, y, z)$, а удельную (на единицу толщины пласта) гидропроводность через $\sigma = k/\mu$, где μ — вязкость флюида. Стенки трещин представим парой прямоугольных плоскостей размерами $H \times 2h$ (рис. 1), с расстоянием между ними 2δ (раскрытие трещины). Трещины МГРП имеют проницаемость k_f и расположены на расстоянии $2d$ друг от друга.

Поверхность *Bot* отделяет от подстилающей водонасыщенной толщи *W* слабопроницаемая перемычка толщины h_b и проницаемость k_b . Характерная проницаемость пласта k_0 , подошвы $k_b \ll k_0$, $h_b \ll H$.

Контур питания пласта представлен на контуре Γ и под подошвой давление близко к гидростатическому p_Γ , на скважине $p = p_w < p_\Gamma$.

В безразмерных переменных

$$\begin{aligned}\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} &= \frac{x, y, z}{H^0}; & \bar{p} &= \frac{p - p_w}{p_\Gamma - p_w}; & \bar{k} &= \frac{k}{k^0}; \\ \bar{\sigma} &= \frac{\sigma}{\sigma^0}, & \sigma^0 &= \frac{k^0}{\mu_w}; & \bar{u} &= \frac{u}{u^0}, & u^0 &= \sigma^0 \frac{p_\Gamma - p_w}{H^0}; \\ \bar{t} &= \frac{t}{t^0}, & t^0 &= \frac{H^0(S^* - S_*)m^0}{u^0}; & \bar{m} &= \frac{m}{m^0}; & \bar{H} &= \frac{H}{H^0}.\end{aligned}$$

уравнения для давления и водонасыщенности в коллекторе *D* принимает вид (черта над безразмерными величинами опущена)

$$\varepsilon_p \frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad \vec{u} = -\sigma \operatorname{grad} p, \quad \sigma \sim 1. \quad (1)$$

$$\varepsilon_p = \frac{\beta(p_\Gamma - p_w)}{m^0(S^* - S_*)} \sim 10^{-2} - 10^{-3} \ll 1.$$

$$m \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(f(S)\vec{u}) = 0, \quad m \sim 1; \quad (2)$$

$$f(s) = \frac{k_w(S)}{\Phi(S)}, \quad \Phi(S) = k_w(S) + k_\mu k_o(S),$$

$$k_\mu = \frac{\mu_w}{\mu_o}, \quad k_w(S) = S^A, \quad k_o(S) = (1 - S)^B,$$

$$\sigma = k(x, y, z)\Phi(S), \quad k \sim 1.$$

Уравнения (1)–(2) работают в области *D* (рис. 1) — это прямоугольный параллелипипед с закругленными краями, внутри которой есть вырезы: γ — цилиндр радиуса r_w длиной L — скважина; и прямоугольные вертикальные разрезы F_i размером $2h \times 1$ нулевой толщины, но имеющие 2 плоскости F_i^- и F_i^+ с нормальными направлениями $n^\pm = \pm y$.

Граничные условия для уравнений (1), (2) имеют следующий вид:

$$u_n = -\sigma \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{при} \quad z = 1; \quad (3)$$

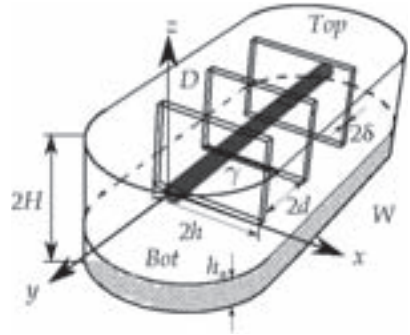


Рис. 1. Схема ГС с МГРП

$$-\sigma \frac{\partial p}{\partial n} = -\text{Nu} \cdot p, \quad \text{Nu} = \frac{k_b H^0}{k^0 h_b}; \quad S = 1 \quad \text{при} \quad z = 0; \quad (4)$$

$$p = 1, \quad S = S_\Gamma \sim 1 \quad \text{при} \quad (x, y, z) \in \Gamma, \quad (5)$$

$$p = 0 \quad \text{при} \quad (x, y, z) \in \gamma, \quad p = 0 \quad \text{при} \quad (x, y, z) \in F_i^\pm. \quad (6)$$

Безразмерные уравнения для давления в трещинах можно записать так

$$\Delta_{xz} p^f + \frac{1}{2M} \sigma \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{F_i^\pm} = 0, \quad (7)$$

$$x = \pm h_i, \quad z = 0, 1: \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0;$$

$$\gamma, \quad x^2 + z^2 = r_w^2: \quad p^f = 0.$$

Уравнение для водонасыщенности S^f выглядит так:

$$M^f \frac{\partial S^f}{\partial t} + \nabla(f(S^f) \vec{u}^f) + \frac{1}{2M} (f(S) u_y) \Big|_{F^\pm} = 0; \quad M^f = \frac{k^0}{k^f} \frac{m^f}{m^0}. \quad (8)$$

Подчеркнем, что функция Баклея–Леверетта в последнем члене этого уравнения, моделирующего приток воды из коллектора в скважину, вычисляется на берегах трещины F^+ и F^- со стороны коллектора, так же как и скорости суммарного потока $u_y^\pm = -\sigma \partial p / \partial y$, $y \rightarrow y_i \pm 0$. Граничные условия для этого уравнения не нужны.

Итак, математическая модель двухфазной фильтрации к добывающей ГС с МГРП в безразмерном виде состоит из уравнений (1)–(6) в коллекторе D и (7), (8) в трещинах.

Временная дискретизация дифференциальных уравнений (1)–(8) строилась на основе IMPRES метода — явная по насыщенности и неявная по давлению. Пространственная аппроксимация уравнений производилась методом конечных объемов (МКО).

1. *Томин П. Ю.* Применение многомасштабных алгоритмов для решения задач многофазной фильтрации в анизотропных средах // Препринт ИПМ им. Келдыша, №14, Москва, 2011.
2. *Мазо А. Б., Калинин Е. И., Булыгин Д. В.* Моделирование двухфазной фильтрации в окрестности тектонического разлома нефтяного пласта // Георесурсы. — 2013. — Т. 53, №3. — С. 14–16.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА СИСТЕМЫ АСТРООРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

С. В. Цаплин, С. А. Болычев

СГАУ, Самара, Россия

Современные системы астроориентации космических аппаратов (КА) на основе оптикоэлектронных астродатчиков позволяют измерять параметры астроориентации в любой момент времени по изображениям звезд произвольного участка небесной сферы без прерывания плановой работы КА. В состав системы астроориентации входят несколько блоков определения координат звезд (БОКЗ) и измеритель угловых скоростей (ИУС), размещенных на специальной термостабилизированной платформе. Общий вид такой платформы приведен на рис. 1.

На борту КА платформа подвержена влиянию тепловых и механически воздействий, поэтому для обеспечения точности астроориентации необходимо прогнозировать ее термомеханическое состояние с учетом всех факторов, воздействующих на КА. Допустимыми считаются угловые отклонения посадочных мест приборов БОКЗ и ИУС, вследствие деформаций конструктивных элементов платформы, не более чем на 5'' по сравнению с первоначальным недеформированным состоянием.

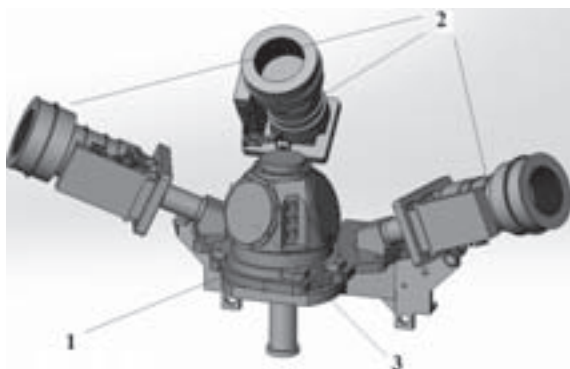


Рис. 1. Общий вид платформы системы астроориентации КА: 1 — платформа, 2 — БОКЗы, 3 — ИУС

Для поддержания стабильной температуры платформы используется жидкостная система обеспечения теплового режима с теплоносителем, циркулирующим в каналах платформы и кронштейнах БОКЗ-ов.

В работе рассматривается влияние тепловыделения приборов БОКЗ и ИУС на терморасстраиваемость платформы.

Общий вид расчетной модели приведен на рис. 2.

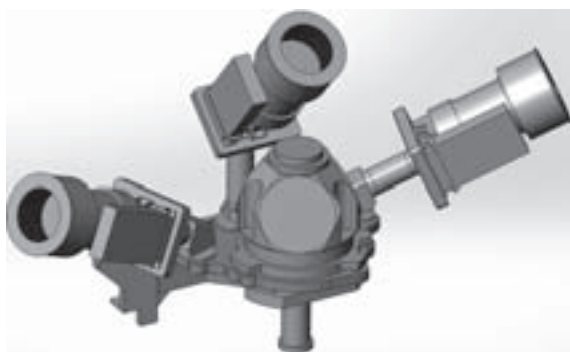


Рис. 2. Общий вид расчетной модели

Предполагается, что конструктивные элементы платформы изготовлены из алюминия АМГ-6, для термостабилизации используется теплоноситель ЛЗ-ТК-2, а тепловыделение приборов составляет: БОКЗ — 18 Вт, ИУС — 40 Вт.

Постановка задачи определения угловых отклонений посадочных мест БОКЗ и ИУС под действием внутренних источников тепла включает в себя [1]:

— систему стационарных уравнений гидродинамики для течения теплоносителя в каналах платформы и кронштейнов БОКЗ-ов;

- систему стационарных уравнений теплопроводности для всех элементов модели с учетом течения теплоносителя;
- систему стационарных уравнений упругости для конструктивных элементов платформы.

Задача решалась методом конечных элементов в программном пакете ANSYS. В результате решения получены стационарное поле скоростей теплоносителя в каналах, стационарное поле температур всей модели с учетом движения теплоносителя, поле смещений конструктивных элементов платформы под действием градиентов температуры. Стационарное поле температур модели приведено на рис. 3.

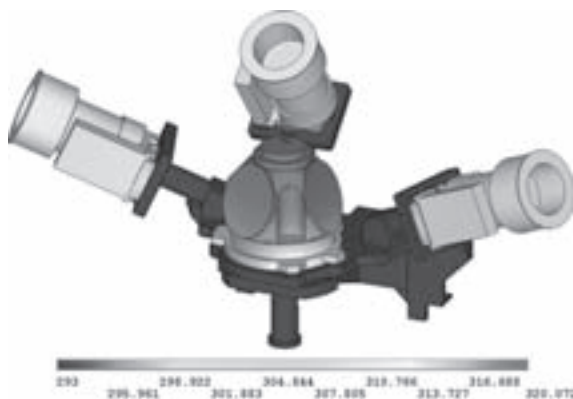


Рис. 3. Поле температур (в кельвинах) по всей модели в стационарном состоянии

Показано, что угловые отклонения посадочных мест приборов БОКЗ и ИУС не превышают 1° .

1. Цаплин С.В, Болычев С.А. Обеспечение теплового режима БОКЗ системы астроориентации космического аппарата на основе решения связанной термупругой задачи // Труды IV Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (IV Козловские чтения), Самара, 14–18 сентября 2015.

ОБРАЗОВАНИЕ ГИДРАТА ПРИ УТИЛИЗАЦИИ ДВУОКСИ УГЛЕРОДА В ПОДЗЕМНЫХ РЕЗЕРВУАРАХ

Г. Г. Цыпкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

В последние два десятилетия большое внимание уделяется уменьшению выбросов в атмосферу парниковых газов, вызывающих глобальные изменения климата [1]. Одним из наиболее распространенных парниковых газов является углекислый газ. В качестве перспективной технологии утилизации CO_2 предлагается его закачка в глубоко залегающие проницаемые горные породы, например, в угольные пласты или истощенные месторождения природного газа, когда происходит вытеснение остаточного метана [2]. При подземном способе утилизации возникает проблема утечки газа из подземного хранилища. Решение этой проблемы упрощается, если газ будет находиться в гидратном состоянии при низкой температуре, когда хранение тех же объемов осуществляется при пониженном давлении. Такие

условия реализуются в арктических областях и районах распространения вечной мерзлоты.

В [3, 4] представлена математическая модель инъекции углекислого газа в истощенное месторождение углеводородов, содержащее метан и воду в свободном состоянии. Вода в свободном состоянии взаимодействует с поступающим углекислым газом и происходит образование гидрата. В данной работе математическая модель обобщена на случай инъекции двуокиси углерода в жидкой фазе.

Рассмотрим инъекцию жидкой углекислоты в однородный низкотемпературный пласт с пористостью ϕ , проницаемостью k , температурой T_0 и давлением P_0 , насыщенный гетерогенной смесью метана и воды в свободном состоянии. Термодинамические условия существования компонент таковы, что точка (T_0, P_0) соответствует области существования метана и воды в свободном состоянии. Будем рассматривать небольшие значения водонасыщенности S_w , которые не превышают порог протекания, что позволяет считать воду неподвижной. При инъекции двуокиси углерода в жидкой фазе и контакте с водой образуется гидрат CO_2 и за фронтом вытеснения газообразного метана формируется область, насыщенная жидкой углекислотой и гидратом (рис. 1). Основные уравнения, описывающие процессы переноса в обеих областях, представляют собой законы сохранения масс и энергии, законы Дарси для метана в газовой фазе и жидкой углекислоты, уравнения состояния и термодинамические соотношения. В рассматриваемом диапазоне параметров задача сводится к решению параболических уравнений для давления и температуры в каждой области. Условия на неизвестной подвижной границы образования гидрата CO_2 представляют собой условия баланса масс метана (1) и диоксида углерода (2), а также баланса энергии (3):

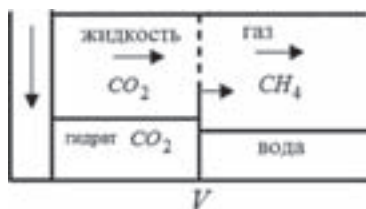


Рис. 1

$$\phi(1 - S_w)V_n = -\frac{k(1 - S_w)}{\mu_m}(\text{grad } P)_{n+}, \quad (1)$$

$$\phi\left(1 - S_h + S_h \frac{\rho_c^h}{\rho_c}\right)V_n = -\frac{k(1 - S_h)}{\mu_c}(\text{grad } P)_{n-}, \quad (2)$$

$$\phi S_h \rho_h q_h V_n = -\lambda_- (\text{grad } T)_{n-} + \lambda_+ (\text{grad } T)_{n+}, \quad (3)$$

В предположении о постоянстве начальных и граничных условий для давления и температуры аналитическое решение задачи в одномерном приближении выражается через интегралы вероятности. Подставляя полученное решение в условия (1)–(3), получаем систему трансцендентных уравнений, которая решалась численно.

Расчеты показывают, что температура имеет наибольшее значение на поверхности раздела. Увеличение температуры на фронте обусловлено выделением тепла из-за образования гидрата CO_2 . При высоких скоростях инъекции повышение температуры является максимальным, а при уменьшении скорости происходит рассеивание энергии в области перед фронтом. Формально задача имеет решение при любых значениях параметров, но решение может не удовлетворять термодинамическим условиям существования компонент, зависящим от локальных значений давления и температуры. На рис. 2, 3 представлены критические диаграммы, иллюстрирующие область существования решения, при проницаемостях $k = 3 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2$ и $k = 10^{-15} \text{ м}^2$.

При параметрах, соответствующих критической кривой 1, условия на поверхности раздела таковы, что происходит образование гидрата метана, а кривая 2 соответствует условиям кипения жидкой углекислоты и образованию углекислого газа. Таким образом, предложенная математическая модель применима только в области I (заштрихованная область). В области II математическая модель должна быть модифицирована и учитывать испарение жидкой углекислоты, а в области III необходимо принимать во внимание образование гидрата метана.

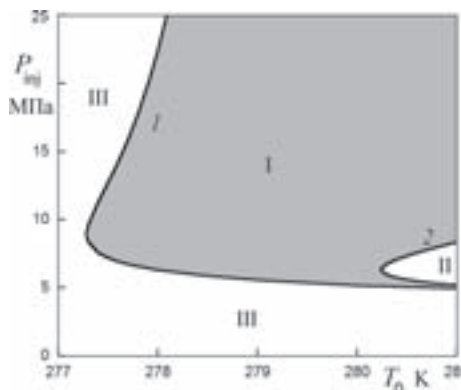


Рис. 2

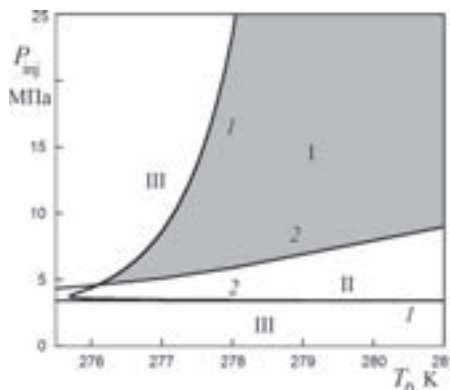


Рис. 3

На представленных рисунках показано влияние проницаемости на область существования режима закачки жидкой углекислоты с образованием гидрата CO_2 . При увеличении проницаемости области деформируются, критическая кривая 1 сдвигается в область более низких температур, а верхняя ветвь критической кривой 2 поднимается. Это объясняется тем, в высокопроницаемых породах давление на фронте растет медленнее из-за более интенсивного оттока метана, затрудняя образование гидрата. С другой стороны меньшее давление на фронте способствует вскипанию жидкой углекислоты, что уменьшает область существования термодинамически непротиворечивого решения. Численные эксперименты показывают, что в высокопроницаемых породах верхняя ветвь кривой 2 всегда располагается выше нижней ветви кривой 1. Поэтому область существования решения расположена между верхними ветвями кривых 1 и 2 и для ее нахождения достаточно вычислить положения верхних ветвей. Также проведено исследование влияния пористости, температуры, давления и водонасыщенности пласта на область существования рассматриваемого режима инъекции.

1. Bradshaw J., Cook P. Geological sequestration of carbon dioxide // *Environmental Geosciences*. — 2001. — V. 8, No. 3. — P. 149–151.
2. Oldenburg C. M., Pruess R., Benson S. M. Process modeling of CO_2 injection into natural gas reservoirs for carbon sequestration and enhanced gas recovery // *Energy Fuel*. — 2001. — V. 15. — P. 293–298.
3. Цыпкин Г. Г. Математическая модель инъекции углекислого газа в пласт с образованием гидрата // *Докл. РАН*. — 2014. — Т. 458, №4. — С. 422–425.
4. Цыпкин Г. Г. Образование гидрата углекислого газа при его инъекции в истощенное месторождение углеводородов // *Известия РАН. МЖГ*. — 2014. — №6. — С. 101–108.

ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ НА БАЗЕ ВЕБ-КОНФЕРЕНЦИЙ

А. С. Алексейчук

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время в ВУЗах нашло применение большое количество систем дистанционного обучения (СДО), основанных на гипертекстовых технологиях. Органичным дополнением учебного процесса при дистанционном обучении студентов инженерных специальностей являются системы реального времени, в частности, системы веб-конференций, позволяющие всем участникам учебного процесса видеть и слышать друг друга и совместно работать с мультимедийными объектами. Для воссоздания полноценного учебного процесса по математическим дисциплинам разрабатываемая программная система должна иметь специальные функции, позволяющие обеспечивать всестороннее взаимодействие преподавателя и студентов. К ним относятся следующие функции: показ презентаций, работа с виртуальной доской, обмен файлами, текстовый чат, показ своего рабочего стола, средства проверки знаний по математическим дисциплинам. Кроме того, управление процессом обучения требует выработки решений о сложности решаемых заданий на основе опыта и знаний специалистов (преподавателей). Таким образом, система дистанционного онлайн-обучения должна включать алгоритмы вывода рекомендаций, реализованные при помощи методов искусственного интеллекта (ИИ).

Автором предложен и разработан программный комплекс, реализующий обучение в режиме веб-конференции и управление учебным процессом при помощи экспертной системы, работающей на основе методов ИИ. Комплекс состоит из пяти основных компонент:

- клиентское веб-приложение, реализующее режим веб-конференции со всеми специальными функциями;

- серверное веб-приложение, включающее в себя серверные алгоритмы (back-end) и шаблоны веб-интерфейса (front-end), загружаемого в браузер пользователя. Экспертная система с методами искусственного интеллекта включена в серверные алгоритмы;

- медиасервер, предназначенный для передачи аудио- и видеопотоков и для синхронизации работы всех пользователей в режиме реального времени;

- HTTP-сервер, предназначенный для приема HTTP-запросов от клиентов, перенаправления их серверному приложению и выдачи клиентам результатов обработки запросов;

- система управления базой данных (СУБД), предназначенная для долговременного хранения информации в базе данных на сервере, выполнения запросов на чтение и запись информации, а также администрирования базы данных.

Подробная структурная схема программного комплекса показана на рис. 1 в виде UML-диаграммы.

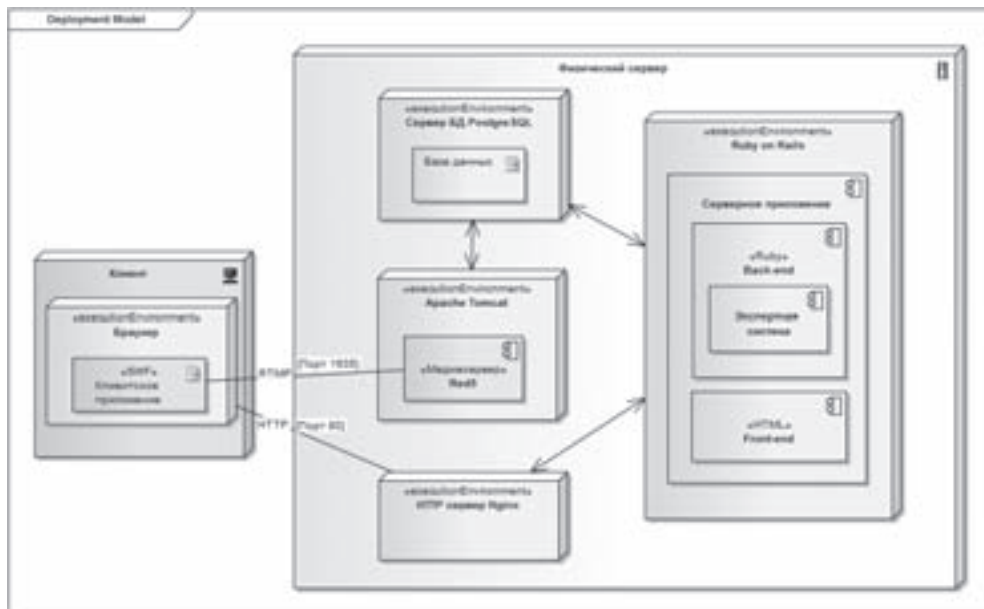


Рис. 1

Все перечисленные компоненты реализованы с использованием стека широкодоступных технологий веб-программирования: Ruby, Ruby on Rails, Java, Red5, Flash, HTML, JavaScript.

Ruby — это динамический объектно-ориентированный язык программирования с открытым исходным кодом. Язык обладает независимой от операционной системы реализацией многопоточности и строгой динамической типизацией. Ruby — полностью объектно-ориентированный язык, и любые данные в нем являются объектами. Ruby поставляется с большой стандартной библиотекой для работы с различными сетевыми протоколами, форматами представления данных (в том числе XML), средствами отладки, кодировками, матрицами и т. д., что позволяет использовать его для разработки сложных серверных алгоритмов, включающих методы ИИ.

Ruby on Rails, или просто Rails — это многоуровневый фреймворк для построения веб-приложений, основанный на архитектуре Модель–Представление–Контроллер (Model–View–Controller, MVC). Фреймворк написан на языке Ruby. Rails предоставляет множество функций, обеспечивающих удобную разработку, стабильную и безопасную работу всего серверного приложения: компоненты для авторизации, управления правами доступа, управления сессиями, генерации SQL-запросов, автоматического тестирования приложения и т. д. Методы ИИ могут быть реализованы благодаря наличию множества бесплатных библиотек для Rails с открытым исходным кодом, например, RubyFann — библиотека для работы с нейронными сетями, FuzzyLogic — библиотека для работы с нечеткими множествами, Fuzzy Associative Memory — библиотека функций для разработки систем нечеткого вывода. Недостающие или не отвечающие требованиям алгоритмы могут быть дополнены или переработаны разработчиком самостоятельно. Веб-интерфейс системы (front-end) представляет собой набор шаблонов HTML-страниц, содержимое

которых формируется Rails-приложением и передается в браузер на компьютере пользователя.

Клиентское приложение разработано на основе технологии Flash, реализующей необходимые для работы в онлайн-режиме элементы мультимедиа: растровую и векторную графику, звук, видео, интерактивные графические объекты. К преимуществам Flash-технологии относятся ее кросс-платформенность и отсутствие необходимости устанавливать какие-либо программы для работы с ней — достаточно лишь зайти на веб-страницу, содержащую встроенное с помощью специальных тэгов HTML клиентское приложение.

Медиасервер служит для приема и ретрансляции аудио — и видеопотоков от клиентских компьютеров, синхронизации событий, выполнения запросов к базе данных. Медиасервер рассматриваемого программного комплекса создан на основе Red5. Это свободно распространяемый медиасервер с открытым исходным кодом, написанный на языке Java и предоставляющий базовые возможности взаимодействия клиентов: передача и прием аудио — и видеопотоков, синхронизация событий между клиентами. Более сложная логика, требуемая для работы рассматриваемого приложения (распределение ролей пользователей, учет посещаемости, сохранение информации в базу данных и т. п.), создается путем расширения базового класса Red5. Благодаря кросс-платформенности технологии Java разработанный медиасервер может работать на любой серверной платформе — Linux, Unix, Windows Server.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНЦИИ В СЕКТОРЕ МЕДИЦИНСКИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Е. А. Бабенко, Е. А. Клёнов, А. А. Кухтичев, С. В. Скородумов

МАИ, Москва, Россия

Рынки высокотехнологичной продукции с каждым годом развиваются все динамичнее и требуют новых подходов к анализу конкуренции [1–3]. В данной работе исследуется новый рынок высокотехнологичной продукции — сектор медицинских информационных систем. Под медицинской информационной системой (МИС) понимается автоматизированная система поддержки принятия решений для лечебно-профилактических учреждений (ЛПУ), в которой объединены электронная медицинская карта (ЭМК), данные медицинских исследований в цифровой форме, данные мониторинга состояния пациента (собираемые с медицинских приборов), средства коммуникации между медицинскими специалистами, финансовая и административная информация и др. Сектор МИС включает в себя системы для стационаров, поликлиник и амбулаторий, санаториев. Основных модули, с помощью которых реализуются функции МИС, представлены в табл. 1.

Для анализа системы конкуренции на рынке МИС используется программно-аппаратный комплекс (ПАК) Competition [4], в основе которого лежит модель глобальной конкуренции (МГК) [5]. МГК является расширением классической модели пяти сил М. Портера [6], которая учитывает не все аспекты влияния и взаимодействия участников рынка, а также не анализирует структуру рынка во всей его полноте. Новизна модели заключается во введении шестой силы влияния агентов рынка — «комплементоров», которые выступают в роли неявных участников рынка, оказывающих влияние на конкурентоспособность основных игроков рынка, а также во введении дополнительных иерархических рыночных подсистем,

Таблица 1

Основные модули МИС

	Стационары	Поликлиники и амбулатории	Санатории
Регистратура	+	+	+
Просмотр наличия мест	+	—	+
Очередь пациентов	+	+	+
Ведение ЭМК	+	+	+
Реанимация	+	—	+
Реабилитация	+	—	+
Операционный блок	+	—	—
Скорая помощь	+	+	—
Диспансерный учет	—	+	—
Управление лечением	+	+	+
Управление лекарствами	+	+	+
Управление питанием	+	—	+
Формирование отчетности	+	+	+
Администрирование	+	+	+

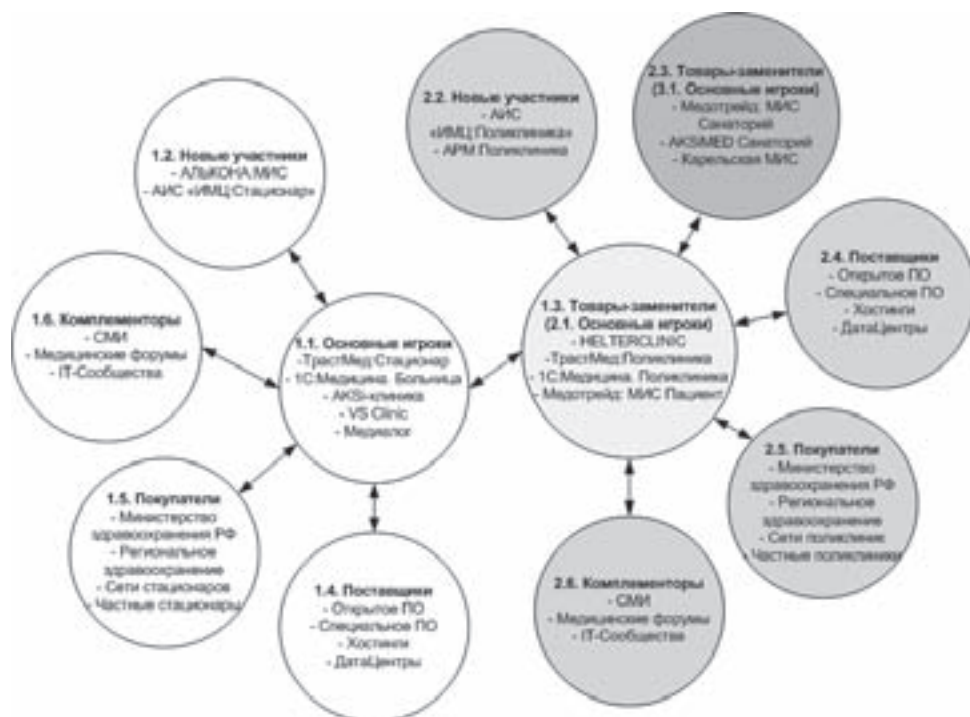


Рис. 1. Модель глобальной конкуренции для сектора МИС

описывающих систему конкуренции более детально и формирующих фрактальную модель глобальной конкуренции. МГК для сектора МИС представлена на рис. 1, где основными игроками на первом уровне иерархии являются МИС для стационаров.

ПАК Competition представляет собой инструментарий, формирующий рекомендации для системных аналитиков в процессе разработки оптимальной стратегии компании на основе прогнозирования развития рынка и состоит из модуля автоматизированного сбора данных (МАСД) и системы поддержки принятия решений (СППР).

В результате работы ПАК Competition основным игрокам предлагается внедрить новые свойства в МИС для получения конкурентных преимуществ, а именно: модуль использования встраиваемых устройств микроэлектроники (ВУМ), что позволит отслеживать показания медицинских диагностических приборов, к которым подключен пациент, контролировать удаленный ввод лекарств, обеспечить своевременную экстренную помощь и в целом — непрерывный удаленный контроль состояния здоровья пациента, снизит нагрузку на инфраструктуру стационара и оптимизирует рабочие процессы, приведя к повышению качества работы медицинского учреждения.

1. *Бабенко Е. А., Клёнов Е. А.* Проектирование (BI) информационного портала для конкурентного анализа высокотехнологичных компаний IT-отрасли // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — 888 с.
2. *Бабенко Е. А., Клёнов Е. А.* Автоматизация сбора данных в системе Competition // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — 624 с.
3. *Клёнов Е. А., Скородумов С. В.* Архитектура программно-аппаратного комплекса Competition // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — 760 с.
4. *Бабенко Е. А., Клёнов Е. А., Еришов Д. М., Скородумов В. С.* Свидетельство №12-416 о регистрации объекта интеллектуальной собственности «Программно-аппаратный комплекс Competition конкурентного анализа сегмента рынка» / Зарегистрирован в Государственном реестре Госстандарта России 25 дек 2012. Москва 2012.
5. *Бабенко Е. А.* Разработка SaaS-приложения конкурентного анализа в секторе объектов авиационной техники // Вестник МАИ. — Т. 20, №1.
6. *Michael E. Porter.* The Five Competitive Forces that Shape Strategy, Harvard Business Review, January, 2008, p. 86.

РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА ТЕМУ «ПОИСК АССОЦИАТИВНЫХ ПРАВИЛ»

В. И. Виноградов, В. И. Круглов

МАИ, Москва, Россия

Для закрепления теоретических знаний по теме «Поиск ассоциативных правил» наиболее полезным является проведение расчетно-практических работ по самостоятельному выполнению студентами вычислений с использованием алгоритмов Apriori и FP-Growth.

Задача поиска ассоциативных правил для случая бинарного вектора признаков ставится следующим образом: задана обучающая выборка с данными в виде таблицы «объект–признак» K , где по строкам располагаются значения признаков M_j , характеризующих объекты G_i . Значениями признаков M_{ij} являются 0 или 1, которые соответствуют отсутствию или наличию признака j у объекта i .

Ассоциативным правилом P , выделяемым из таблицы значений K , называется правило:

$$P: A \rightarrow B, \quad \text{где } A, B \subseteq M.$$

Алгоритм Apriori включает в себя следующие этапы:

- 1) поиск частых множеств признаков (frequent itemset mining), поддержка которых больше минимально заданной (minsupport);
- 2) выделение среди них ассоциативных правил, достоверность которых больше минимально заданной (minconfidence).

Выполняемые расчеты сопровождаются самостоятельным вычислением студентами значений поддержки частых множеств признаков и достоверности ассоциативных правил.

Алгоритм FP — Growth включает в себя следующие этапы его выполнения:

- 1) построение префиксного FP-дерева (frequent pattern tree);
- 2) рекурсивная процедура поиска частых наборов признаков по FP-дереву, на основе вычисления поддержки и ее сравнения с minsupport;
- 3) выделение среди них ассоциативных правил, достоверность которых выше minsupport.

Для проведения практических работ помимо теоретического материала необходимо предоставить студентам:

- демонстрационные примеры для иллюстрации выполнения практической работы поиска ассоциативных правил для каждого из методов;
- набор вариантов исходных данных в виде таблиц «объект–признак» для каждого студента и задаваемые студентам для указанных исходных данных значения поддержки частых множеств признаков и достоверности ассоциативных правил.

Требуется просчитать и получить ответы для каждого варианта исходных данных.

Отметим, что анализируемые данные таблицы «объект–признак» и показатели минимальной поддержки и достоверности необходимо подобрать так, чтобы результатом поиска явилось бы нахождение не очень большого количества ассоциативных правил, удовлетворяющих условиям minsupport и minconfidence, поиск которых явился бы для обучаемых не слишком трудоемким.

Для подготовки перечисленных выше материалов разрабатывается программное обеспечение для генерации случайным образом таблиц «объект–признак» заданной размерности, отбору частых наборов признаков, определения для них значений поддержки, минимальной поддержки и последующей генерации ассоциативных правил со своими значениями достоверности, а также последующего определения минимального значения достоверности для заданного набора данных.

Описанные практические работы подготовлены и частично апробированы при проведении спецкурсов на кафедре «Математическая кибернетика» МАИ.

КОМПЬЮТЕРНАЯ ПОДДЕРЖКА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОЙ АТТЕСТАЦИИ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Т. Б. Волкова, В. Л. Шубин

МАИ, Москва, Россия

При подготовке к проведению заключительного тестирования (аттестации) по различным дисциплинам большое количество времени преподавателем тратится на подготовку экзаменационных билетов. Это объясняется тем, что билеты для экзаменов и зачетов каждый год должны составляться и подписываться заново

(или переутверждаться), программы для различных групп даже одного факультета могут быть различны, учебные программы для бакалавров и для специалистов могут различаться глубиной изложения материала и сложностью задач, включаемых в билеты; перечень и содержание задач в билетах могут различаться в зависимости от специальности, оформление билетов также может изменяться.

Для автоматического формирования комплектов экзаменационных билетов по дисциплинам математического цикла создана компьютерная система, которая позволяет преподавателю для формирования билетов: задавать признаки формирования билетов и их структуру; определять целевую направленность такого набора (указывать факультет, специальность, группы); задавать информацию для формирования «шапки» билетов (год, преподаватель, название предмета); выбирать разделы курса для заключительного контроля знаний и добавлять новые; выбирать вопросы и задачи для включения в билеты из каждого раздела и добавлять новые; редактировать полученный вариант билетов автоматически или вручную; сохранять полученные комплекты билетов и распечатать их.

Разработанная система инвариантна к дисциплине, для которой формируются билеты. Однако при создании билетов по математическим дисциплинам мы столкнулись с определенными трудностями. К ним относятся особенности отображения математических формул и постановок задач, содержащих математические выражения. Здесь возможны два пути: вручную вбивать формулы в специальные формы системы или создавать программу перевода текстового файла, содержащего математические символы, в коды, удобные для отображения. Для этого используются специальные плагины, позволяющие преобразовывать выражения, содержащие математические формулы, в специальное визуальное отображение с возможностью динамической настройки или в простое статическое изображение.

Инструменты разработки системы: ресурс создается на условиях локальной сети кафедры и базируется на широко распространенной платформе Apache + PHP + MySQL + Javascript + JQuery. В качестве промежуточного инструментария используется Dreamweaver (редактор) и Denwer (локальный интернет-сервер).

При разработке системы используется стандартная структура клиент-серверной архитектуры.

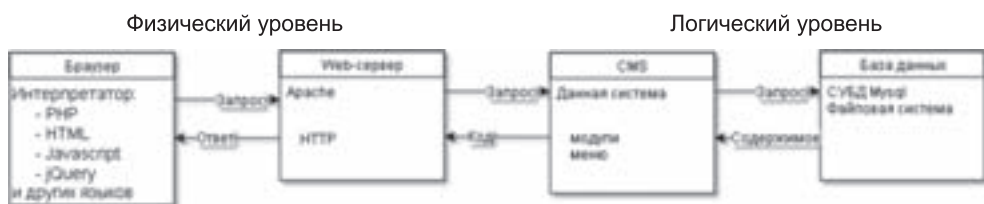


Рис. 1. Клиент-серверная архитектура на примере разработанной системы

Программная реализация состоит из самой системы, реализованной по принципу интернет-ресурса под управлением CMS (Content management system), и базы данных, в которой в цифровом виде хранится вся необходимая информация. Система управления контентом используется для обеспечения и организации совместного процесса создания, редактирования и управления данными, хранящимися на сервере. Структурированными данными, которыми оперирует система, являются: билеты и наборы билетов; вопросы, из которых состоят билеты; шаблоны экзаменационных билетов.

Система формирования билетов в тестовом режиме используется на кафедре «Математическая кибернетика» МАИ.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В СРЕДЕ EXCEL

О. Л. Демидова

МАИ, Москва, Россия

Предлагается базовый курс для изучения численных методов студентами технических факультетов МАИ. Традиционно курс «Численные методы» объединяет большинство разделов высшей математики: общей алгебры, математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений. Фактически курс «Численные методы» переводит исследование из области теоретических вопросов в сферу прикладного применения. Курс численных методов также можно трактовать как своеобразное связующее звено между высшей математикой и информационными технологиями, которое позволяет моделировать практически любые физические процессы в рамках виртуальной реальности.

Несмотря на то, что под дисциплину «Численные методы» для студентов разных специализаций на технических факультетах МАИ выделяется различное количество часов, тем не менее, этот курс должен охватывать основные темы. Классическая трактовка подразумевает обсуждение методов решения нелинейных уравнений, систем линейных и нелинейных уравнений, методов приближения функций, а также решения задачи Коши и краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Классический курс может быть также дополнен задачами оптимизации, или задачами решения уравнений в частных производных. Для всех задач курса обычно обсуждаются методы вычислений, последовательности преобразований и способы анализа полученных результатов. Отдельным элементом задач численных методов считается графическая интерпретация вычислительного процесса.

Несомненно, что все задачи численных методов можно программировать, но для этого необходима не только соответствующая материальная база, но также знания языков программирования. Объем работ, которые необходимо выполнить для программирования в общем виде заданного метода, претендует скорее на расчетно-графическую, или курсовую работу в зависимости от вида конкретизации задачи. Поэтому, часто практические занятия по численным методам проводятся с привлечением среды MATLAB или различных сайтов-калькуляторов. При этом формируются только исходные данные, а сама процедура построения алгоритма прячется за хорошо отлаженными процедурами MATLAB или в готовых программных продуктах сайтов-калькуляторов, что не способствует развитию навыков отладки алгоритма.

Отличительной особенностью нового курса численных методов является подбор задач для практических занятий, лабораторных работ или контрольных работ по классическим методам с привлечением среды Excel, дополненные комментариями к их решению. В пособие включено девять основных тем классических методов вычислений, подборка стандартных задач по вариантам и методов их решений. Практически любую задачу из курса классических численных методов можно решить с помощью таблиц Excel только в рамках стандартных арифметических операций. Логичное копирование составленных формул по таблице моделирует цикличность нужных операций, а сопровождение расчетов соответствующими диаграммами-графиками Excel раскрывает геометрический смысл вычислений, а порой указывает на ошибки в вычислениях. Кроме того, таблицы легко позволяют выполнять параметрические исследования.

Построенная таким образом стратегия вычислений для конкретного метода легко преобразуется в программу на любом языке программирования высокого уровня. Полученный программный код студент может тестировать, опираясь на

результаты расчеты, выполненные в среде Excel, которые в электронных таблицах хорошо визуализируются. Таким образом, за время, отведенное для занятия, можно составить собственную стратегию расчета для большинства численных методов, нарисовать графики, выполнить параметрическое исследование и оценить объем будущей работы для программирования этого метода.

Предложенный курс готов к публикации.

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

В. В. Киндинова, Е. О. Кринецкий, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время принятие решений по управлению сложными объектами или процессами в самых различных областях требует предварительных оценок конечного результата при помощи системного анализа и имитационного моделирования. Имитационное моделирование (ИМ) — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему, с которой проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе. ИМ — частный случай математического моделирования, принципиально отличающийся тем, что использование ЭВМ в ИМ играет определяющую роль. ИМ — раздел информационных технологий и вместе с информационными технологиями переживает этап стремительного развития и популярности.

В высшей школе существуют определенные традиции преподавания этой дисциплины. Обычно в процессе обучения рассматриваются такие вопросы как виды моделей и методов моделирования, этапы моделирования, тестирование и исследование свойств имитационной модели, инструментальные средства автоматизации моделирования, планирование и проведение направленных вычислительных экспериментов на имитационной модели, графическое представление результатов моделирования. Обычно практическое обучение проводится на базе какого-либо одного метода и реализующего его пакета. Наиболее популярным является дискретно-событийное моделирование с использованием языка моделирования GPSS и поддерживающих его средств. В последние годы благодаря активной обучающей позиции фирмы AnyLogic Company стало развиваться многоподходное имитационное моделирование, объединяющее системную динамику, агентное и дискретно-событийное моделирование на базе пакета AnyLogic. Обучающие задачи — это, главным образом, адаптированные к учебному процессу задачи экономики: моделирование производственных систем и логистических процессов, маркетинг, моделирование бизнес-процессов; процессов социологии и политологии; моделирование транспортных, информационных и телекоммуникационных систем.

В работе анализируется опыт преподавания ИМ на кафедре вычислительной математики и программирования МАИ и проблемы, которые обнаружились в этой области в последнее время.

Дисциплина преподается студентам старших курсов в течение ряда лет. Программа курса была разработана старейшим сотрудником кафедры 806 доцентом Ю. А. Шебеко. Теоретический курс выдержан в традиционном ключе хотя и иллюстрирован яркими оригинальными примерами. В практическом курсе студенты изучали системно-динамический метод моделирования на базе пакета Ithink. В помощь обучающимся был разработан задачник, содержащий набор паттернов экономических процессов возрастающей сложности.

В последние годы, после приобретения МАИ пакета AnyLogic курс был расширен. В настоящее время студенты изучают помимо системной динамики также и дискретно-событийное и агентное моделирование (многоподходное моделирование) с использованием автоматизированных средств моделирования пакета AnyLogic.

Анализируя текущую ситуацию, хочется отметить следующие моменты, как наиболее важные.

Во-первых, курс очень насыщенный. В течение семестра студенты должны изучить теоретические основы ИМ и освоить работу в двух программных средах Ithink и AnyLogic. В этом не было бы ничего страшного, если бы не проблемы самого ИМ. К сожалению, в ИМ отсутствуют методически обоснованные принципы построения хороших имитационных моделей для широкого класса сложных систем. Богатые анимационные возможности позволяют студентам быстро разработать красочный динамичный интерфейс, что создает иллюзорное представление о хорошей имитационной модели, хотя по своим потенциальным возможностям модель может и не решать серьезных задач. Эту проблему для ряда систем можно было бы преодолеть опираясь на знания из другие дисциплины. Так, для задач дискретно-событийного моделирования методологической основой можно считать Теорию массового обслуживания. Для задач системной динамики очень были бы полезны знания из теории моделирования и теории динамических систем. Но на факультете прикладной математики они не преподаются.

Во-вторых, традиционно ИМ в учебном процессе нацелено на решение главным образом задач экономики. И в авиационно-космической отрасли рассматриваются только экономические задачи из области управления производственными, логистическими, экономическими и т. п. бизнес-процессами. Однако существуют задачи имитационного моделирования сложных систем, свойственные только авиационно-космической отрасли. К таким задачам можно отнести задачи управления сложным космическим аппаратом, управление беспилотниками, управление мусоровозами для сборки космического мусора и т. п. Подборка, постановка таких задач и адаптация их к учебному процессу должна осуществляться совместно со специалистами соответствующей предметной области. В настоящее время остро ощущается отсутствие хороших учебных пособий/задачников, содержащих задачи моделирования сложных систем аэрокосмического профиля.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В. В. Киндинова, Е. О. Кринецкий, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

Одним из важных этапов имитационного исследования является этап формализации объекта моделирования. Формализация выполняется на основе содержательного описания моделируемой системы. Задача формализации — дать описание моделируемой сложной системы, свободное от второстепенной информации с позиции целей моделирования. Другими словами, задача формализации — выработать формальное представление логико-математической модели объекта моделирования. Сложность процесса формализации побуждает исследователей исключать этот этап. Для простых моделей процесс формализации считается неоправданным. Однако для серьезных задач он расширяет возможности имитационного исследования.

В имитационном моделировании (ИМ) могут применяться различные схемы формализации и структуризации, каждая из которых опирается на свою мате-

матическую теорию и исходит из своего представления об изучаемом процессе. При имитационном исследовании сложной системы (СС) возникает проблема стандартизации описания составляющих ее элементов, подсистем, а также функционирования и взаимодействия элементов, подсистем. При выборе той или иной схемы формализации процесса функционирования основную роль играют два соображения: обеспечить требуемую точность решения задачи; получить как можно более простую модель [1]. Желание дать единое математическое описание всем элементам сложной системы приводит к созданию все более и более общих схем, предназначенных для формализации реальных объектов. В качестве достаточно общей абстрактной схемы функционирования элементов СС будем использовать понятие агрегата, а естественным обобщением агрегата будем считать системы, построенные из совокупности агрегатов или А-системы [1].

В работе предлагается формальное представление трех моделей полимодельного комплекса (ПМК), разработанного для исследования динамики и реинжиниринга процессов функционирования многономенклатурного складского комплекса (МСК) авиазапчастей [2]. Формальное представление разработано с использованием агрегативно-декомпозиционного и теоретико-множественного подходов.

МСК как сложную систему S можно рассматривать на разных уровнях детализации от уровня $j = 0$, когда система представлена как черный ящик, до наиболее детального уровня $j = k$, когда система представлена совокупностью m_j взаимосвязанных подсистем. Каждая подсистема рассматривается в виде агрегата A_j^i , а вся система на j -м уровне рассматривается в виде агрегативной системы — А-системы S_j , множество агрегатов которой $A_j = \{A_j^i\}$, $i = 1 \dots m_j$. Множество Q_j — множество связей между агрегатами j -го уровня, $Q_j = \{Q_{ik}^j\}$, где Q_{ik}^j — это множество связей между агрегатами A_k^i и A_j^i уровня j , $i, k = 1 \dots m_j$.

Введем понятие *модели сложной системы* как представления системы на некотором уровне абстракции, позволяющего достичь некоторые цели моделирования. Другими словами определим $M(S)$ кортежем $\{AM, QM, EM\}$: пусть j — уровень детализации S , E — некоторое определенное множество целей моделирования S , тогда $AM = \{A_j^i\}$, $i = m_{j-1} \dots m_j + k_j$, $QM = \{Q_{ik}^j\}$, $i, k = m_{j-1} \dots m_j + k_j$; $EM = \{EM_h^j\}$, $h = 1 \dots p$. Здесь AM и k_j — соответственно множество и количество агрегатов уровня j , на которых выполняется построение модели, m_j — номер первого выделенного агрегата, $AM \subseteq A_j$; QM — множество связей между выделенными агрегатами уровня j , $QM \subseteq Q_j$; EM и p — соответственно множество и количество целей, которые позволяет достичь рассматриваемая модель, $EM \subseteq E$. Для рассматриваемой в работе системы E — множество целей моделирования МСК, $E = \{E_i\}$, $i = 1 \dots 7$. Множество E включает:

E_1 — оценить качество функционирования процессов «как есть» в зоне приемки для обработки потока деталей заданной интенсивности;

E_2 — определить предельную пропускную способность зоны приемки при технологии «как есть»;

E_3 — определить область допустимых значений параметра «количество сотрудников зоны приемки»;

E_4 — определить оптимальное количество сотрудников зоны приемки;

E_5 — определить эффективную технологию диспетчеризации грузов в зоне приемки (пример частной задачи совершенствования логистических процессов);

E_6 — проверить применимость решений, полученных в зоне приемки, чтобы не нарушить сбалансированность процессов полного цикла переработки от поступления на склад до отгрузки;

E_7 — определить предельную пропускную способность зоны приемки и условия, при которых она достигается.

В работе построено три модели S-системы. Формальное представление моделей:

$M1 = \{A1, Q1, E1\}$, где $A1 = \{A_i^j\}$, $i = 1, j = 1$; $Q1 \subseteq \emptyset$; $E1 = \{E1_h^1\}$, $h = 1 \dots 3$; $E1_1^1 = E_1$; $E1_2^1 = E_3$; $E1_3^1 = E_4$;

$M2 = \{A2, Q2, E2\}$, где $A2 = \{A_i^k\}$, $i = 1 \dots m_k$; $Q2 = \{Q_{ij}^k\}$, $i, j = 1 \dots m_k$; $E2 = \{E2_h^k\}$, $h = 1 \dots 4$; $E2_1^k = E_1$; $E2_2^k = E_4$; $E2_3^k = E_2$; $E2_4^k = E_5$;

$M3 = \{A3, Q3, E3\}$, где $A3 = \{A_1^1, A_2^1, A_3^1\}$; $Q3 = \{Q_{ij}^1\}$, где $i, j = 1 \dots 3$; $E3 = \{E3_h^1\}$, $h = 1, 2$; $E3_1^1 = E_6$; $E3_2^1 = E_7$.

Модель $M1$ — модель первого уровня ($j = 1$) зоны приемки, аналитическая, система массового обслуживания (СМО). Модель $M2$ — модель подробного уровня детализации ($j = k$) зоны приемки, имитационная, гибридная. Модель $M3$ — модель первого уровня ($j = 1$) всего технологического процесса, включающего три этапа обработки (этап I — приемка, этап II — размещение и хранение, этап III — комплектация и отгрузка), имитационная, дискретно-событийная.

Взаимодействие моделей можно вербально описать следующими сценариями.

Первый сценарий. Определить на модели $M1$ оптимальное и минимальное количество сотрудников, показатели функционирования (длина очереди на обслуживание, загруженность персонала, среднее время нахождения детали в очереди и т. д.) этапа I — приемки. Сравнить результаты расчетов на модели $M1$ с результатами имитации моделей $M2$ и $M3$ на тех же исходных данных. Совпадение результатов подтверждает адекватность моделей $M2$ и $M3$.

Второй сценарий. Провести имитацию модели $M2$. Провести имитационный эксперимент на модели $M3$, используя в качестве входных параметров значения результатов, полученных на модели $M2$. С помощью этого эксперимента проверить, как решение, полученное на модели $M2$, влияет на согласованность процессов полного цикла обработки. В случае несогласованности процессов, условия и результаты имитации модели $M2$ не принимаются.

Третий сценарий. Провести вариационные эксперименты на модели $M3$ и подобрать значения параметров (количество сотрудников на обработку габаритных и негабаритных деталей, характеристики входного потока), при которых достигается предельная пропускная способность зоны приемки и согласованность процессов всех этапов обработки. Полученные значения параметров проверить на модели $M2$.

1. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1968. — 356 с.
2. Киндинова В. В. Имитация, анализ и реинжиниринг операционных процессов складского комплекса авиазапчастей // Вестник МАИ. — 2012. — Т. 19, №3. — С. 212–220.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ПОИСКА НЕЧЕТКИХ ДУБЛИКАТОВ ОТДЕЛЬНЫХ ФРАГМЕНТОВ ИСХОДНОГО КОДА ПРОГРАММ ПРИ ПРОВЕРКЕ НА ПЛАГИАТ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Е. Е. Киреева

МАИ, Москва, Россия

Одна из основных проблем современной системы образования в Российской Федерации — несамостоятельность и недобросовестность студентов при выполнении лабораторных и курсовых работ в учебном процессе. Развитие информационных

технологий (ИТ) и широкое распространение сети Интернет позволяет студентам применять различные методы несамостоятельного написания работ. Широко стоит проблема и в технических ВУЗах, обучающие студентов основам программирования. Для облегчения работы преподавателей, проверяющих лабораторные и курсовые работы (цель которых — написание программного кода), необходима система, которая будет автоматически выявлять плагиат среди работ.

В 2011 г. на кафедре «Вычислительная математика и программирование» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) в учебный процесс была внедрена система *Checker* — автоматизированная система проверки лабораторных работ студентов. Аутентификация производится по электронному адресу сдающего. С письмом должно быть отправлено вложение: исходный текст программы (посылается одним файлом или архивом). Тем самым уже накоплена база исходных кодов программ студентов предыдущего поколения. В докладе предлагается интегрировать разрабатываемую систему поиска нечетких дубликатов исходных кодов программ в систему *Checker*.

Перечислим методы, использующие для изменения внешнего вида программы: добавление/удаление комментариев в коде программы; перестановка отдельных блоков и/или функций внутри программы; разбиение программы на несколько файлов; слияние нескольких файлов, из которых состоит программа, в один; переименование переменных, функций, классов, атрибутов и др. частей кода. Тем самым изменяется лишь внешнее (визуальное) представление, но не внутренняя логика работы. Этим можно воспользоваться и попытаться «нормализовать» программу — привести к единому виду исходный код программы. После нормализации применяются алгоритмы (среди которых алгоритм шинглов) для поиска нечетких дубликатов отдельных фрагментов кода программы в базе нормализованных исходных кодов программ.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ АЛГОРИТМА СЖАТИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ ГРАФОВ

К. Г. Крашенинников

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время задачи, связанные с обработкой больших графов, возникают в различных сферах, начиная от ИТ, и заканчивая прикладными задачами геномики, логистики, физики. Основной проблемой при этом является большой размер обрабатываемых графов. В данной работе рассматривается алгоритм сжатия невзвешенных разреженных графов. Такие графы отражают топологию отношений без учета весов. Их также используют в случае, когда решение задачи со взвешенным графом является алгоритмически сложным. Примерами задач, приводящих к использованию таких графов, могут служить: моделирование физических процессов (например, задачи теории протекания), карта дорог, web-граф, социальный граф и т. д.

В работе исследуется и разрабатывается параллельная версия алгоритма сжатия Boldi–Vigna. Алгоритм заключается в последовательном обходе вершин графа окном просмотра. Внутри окна просмотра происходит сжатие данных. Сжатие происходит по следующему принципу: для каждого узла i , выбирается такой предшествующий узел j , что количество общих элементов в списках смежности максимально

в данном окне просмотра. Далее происходит сжатие узла i в два этапа: сжимается общая часть $\text{sim}(i, j)$ и упаковываются дополнительные элементы списка смежности. Общая часть представляется как битовая маска списка смежности узла i . Для сжатия общей части используется алгоритм RLE, для сжатия дополнения используется сначала разностное кодирование, а после интервальное кодирование. Затем сжатые данные объединяются и записываются в файл посредством битового кодирования.

В результате получаем бинарный файл, где каждое окно и каждый список смежности представлен независимо, т. е. при наличии оглавления можно получить доступ к заданному узлу либо окну просмотра по сдвигу от начала файла. Тем самым достигается возможность локальной обработки графа без полной его декомпрессии.

В работе данный алгоритм был реализован в трех версиях: последовательной, параллельной на основе технологии OpenMP и гибридной (последовательной, ускоренной за счет GPU).

Последовательная реализация представляет реализацию, соответствующую исходному алгоритму.

Версия OpenMP является модернизированной последовательной реализацией т. е. граф разбивается на n частей (каждая часть, кроме одной, должна быть кратна размеру окна просмотра). Затем каждая часть обрабатывается параллельно.

В результате экспериментов получено, что при наличии более, чем n ядер у процессора, коэффициент ускорения близок к n . В то время при наличии только n ядер коэффициент ускорения будет порядка $n - 1$.

Для тестирования были использованы как ориентированные, так и неориентированные разреженные графы, сгенерированные при помощи алгоритмов R-MAT и SSCA2. R-MAT-графы хорошо моделируют реальные графы из социальных сетей, в то время как SSCA2-графы представляют собой большой набор независимых компонент, соединенных друг с другом ребрами.

Исследование производительности последовательной реализации ^{argmax} показало, что наиболее медленным участком является нахождение $j(|\text{sim}(i, j)|)$ для каждого элемента i в окне просмотра. Данная часть алгоритма занимает более 90% всего времени для графов, включающих более 5000 узлов. По этой причине было принято решение использовать GPU для ускорения данной части.

Гибридная реализация представляет собой последовательную реализацию алгоритма с параллельным нахождением j -го элемента на GPU. То есть алгоритм выделяет b блоков по t нитей в каждом. Каждый блок обрабатывает свой i -й элемент. Каждая нить в блоке производит сравнение i -го элемента с соответствующим каждой нити j -м элементом и сохраняет количество сходств. Далее, для каждого i -го элемента, происходит поиск максимально схожего j -го элемента на основе алгоритма редукции. Сжатие узлов, входящих в окно просмотра, происходит на CPU последовательно.

В работе приводятся временные показатели различных алгоритмов: реализация однопоточного алгоритма на CPU, многопоточная реализация на CPU на основе технологии OpenMP, и комбинированная реализация с использованием как CPU, так и GPU. В последнем случае также учитывается время передачи данных из оперативной памяти в память GPU.

Вычислительный эксперимент проводился на рабочих станциях с процессорами Intel Core i5/i7, с памятью 16 Гб и с видеоускорителями NVIDIA GTX 660/GTX 960.

Сравнение временных показателей трех реализаций сжимающего алгоритма показало, что GPU дает серьезный прирост для графов с большим количеством схожих узлов. В то время как для графов с малым количеством подобных узлов скорость GPU-обработки приближается к скорости OpenMP реализации. Наиболее вероятной причиной этого поведения является латентность доступа к памяти и промахи кэширования. Также, можно отметить, что использование видеокарт NVIDIA новых поколений (GTX 960, по сравнению с GTX 660), дает серьезный прирост в производительности при том же количестве блоков/нитей.

В результате проведенных экспериментов установлено:

- реализация алгоритма на OpenMP более эффективна по времени чем последовательная реализация;

- передача данных из памяти CPU в память GPU занимает не более 1,5% от времени работы GPU;

- в большинстве случаев скорость сжатия графа с использованием GPU оказывается выше скорости параллельной реализации на CPU;

- скорость сжатия графа с использованием GPU зависит от статистических свойств графа.

Таким образом, технология CUDA и использование GPU как сопроцессора дает существенный прирост производительности при обработке больших графов на ординарном оборудовании, что позволяет значительно увеличить размерности решаемых задач обработки реальных графов.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ ВИРТУАЛЬНЫХ РАБОЧИХ МЕСТ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ КАФЕДРЫ

С. С. Крылов, А. А. Рыбалко

МАИ, Москва, Россия

Основная идея виртуализации рабочих мест заключается в физическом переносе вычислительных и информационных ресурсов с рабочего места пользователя, т. е. студента или сотрудника кафедры на удаленный производительный, надежный и защищенный сервер.

Инфраструктура виртуальных рабочих мест (ВРМ) обеспечивает доступ пользователя к персональной виртуальной рабочей станции, доступ к которой осуществляется через специализированный протокол удаленной работы. Такой подход имеет ряд преимуществ в сравнении с традиционной архитектурой с «толстыми» клиентами на персональных рабочих станциях:

- экономия средств на обновлении парка рабочих за счет использования морально устаревших станций в роли терминалов;

- оптимизация развертывания и сопровождения рабочих мест на основе централизованного серверных ресурсов с возможностью управления, обслуживания и резервирования из единой точки доступа;

- расширение спектра «штатных» рабочих мест учебной лаборатории за счет возможности удаленного доступа на виртуальную рабочую станцию с персональных устройств, таких как ноутбуки, планшеты и смартфоны.

Главным преимуществом решения ВРМ над классическим терминальным доступом является более высокий уровень инкапсуляции рабочих сред пользователей [1]. С одной стороны, это влечет дополнительные накладные расходы на организацию системы, связанные с необходимостью выделять ресурсы для рабо-

ты нескольких десятков одинаковых виртуальных ОС со всеми приложениями, с другой — чрезмерное потребление ресурсов одним приложением, либо сбой ОС или приложений у одного из пользователей, никак не отразится на работе остальных ВРМ, так опасная ситуация будет локализована внутри ВРМ. Данный подход предоставляет больший уровень безопасности благодаря следующий функциональным возможностям:

- инкапсуляция ВРМ ограничивает возможности заражения рабочих станций пользователей вредоносным ПО;

- применение индивидуальных системных настроек/групповых политик/набора программ для каждого пользователя, что обеспечивает больший уровень гранулярности при настройке безопасности по сравнению с классическими терминальными решениями;

- ВРМ могут быть размещены в отдельном сегменте сети, доступ к которому предоставляется только по специализированным протоколам удаленного доступа, исключая возможность распространения вредоносного программного обеспечения по сети;

- возможность автоматического восстановления эталонного состояния ВРМ после завершения сеанса работы пользователя, что исключает возможность сохранения экземпляров вредоносного ПО на зараженных ВРМ;

- централизованное обновление и тиражирование ПО в кратчайшие сроки.

Наличие ПО виртуализации и стека установленного в виртуальных машинах системного и прикладного ПО достаточно для запуска виртуального рабочего места. Однако, использование платформы виртуализации рабочих мест и, в частности, основной ее компонент, брокер соединений, значительно улучшает управляемость и автоматизацию системы, делает работу с ней более удобной как для администраторов, так и для пользователей, а также реализует целый ряд уникальных возможностей. К ним относятся подключение периферийного оборудования, политики безопасности и защита сетевых взаимодействий.

В качестве основы для построения решения виртуализации рабочих мест планируется использовать платформу Horizon [2] компании VMware. Выбор платформы обусловлен наличием поддержки всего функционала для быстрой подготовки лабораторий, проведения занятий со студентами на различном ПО, в том числе востребованного устаревшего ПО с использованием старых версий библиотек, которые не поддерживаются в современных ОС Windows 8.1/10.

1. Рыбалко А. А. Виртуализация как основа систем компьютерной безопасности нового поколения // Вестник Московского авиационного института. — 2009. — Т. 16. № 2.
2. <http://www.vmware.com/files/pdf/techpaper/VMware-Reference-Architecture-Horizon-6-View-Mirage-Workspace.pdf>.

КОМПОНЕНТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

С. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

Написание программы представляется совершенно независимым проектом, разрабатываемым с нуля. Однако это не слишком рациональный способ создания программ, и сегодня большинство из них создается по иной методологии. Суще-

ствует альтернатива — *повторное использование заранее разработанных и отлаженных программ или их частей*. Высокая степень повторного использования кода означает, что при создании программы разработчик пишет только часть кода, а остальная часть — это вставленные в программу компоненты, написанные и отлаженные опытными программистами.

Растущая популярность повторного использования кода привела к возникновению нового термина, *компонентно-ориентированное программирование*, который подразумевает не только объектно-ориентированное программирование, но и встроенные механизмы, упрощающие повторное использование кода. Организация приложения в виде набора компонентов — это мощное средство программирования, позволяющее программисту справляться со все более сложными задачами. Путем разделения программы на независимые компоненты программист может понизить видимый уровень ее сложности. При компонентно-ориентированном подходе программа организуется как набор компонентов, которые можно использовать, не вникая в детали их внутренней реализации. Суммарный эффект такого подхода состоит в снижении общей сложности программы.

Несмотря на то, что язык C# можно использовать для написания приложений практически любого типа, одной из самых значительных областей его применения является создание компонентов. Компонентно-ориентированное программирование настолько существенно для C#, что его иногда называют компонентно-ориентированным языком (*component-oriented language*). Поскольку C# и среда .NET Framework разрабатывались с ориентацией на компоненты, компонентная модель программирования здесь в значительной степени упрощена по сравнению с более ранними решениями.

Компонент — это независимый модуль, предназначенный для многократного использования и предоставляемый пользователю в двоичном формате.

Компонент определен как независимый модуль. Это означает, что каждый компонент вполне самодостаточен. Другими словами, компонент обеспечивает полный набор функций. Его внутренняя работа закрыта для «внешнего мира», но при этом реализация может быть изменена без последствий для кода, в котором используется этот компонент. Компонент предназначен для многократного применения. Это означает, что компонент может использовать любая программа, которой требуются его функции. Программа, которая использует компонент, называется клиентом (*client*). Таким образом, компонент может работать с любым количеством клиентов. Компонент представляет собой отдельный модуль. Это очень важно. С точки зрения клиента компонент выполняет конкретную функцию или набор функций. Функциями компонента может воспользоваться любое приложение, но сам компонент не является автономной программой. Наконец, компонент должен быть представлен в двоичном формате. Это принципиально важно. Хотя использовать компонент могут многие клиенты, они не имеют доступа к его исходному коду. Функциональность компонента открыта для клиентов только посредством его *public*-членов. Другими словами, именно компонент управляет тем, какие функции оставлять открытыми для клиентов, а какие — держать «под замком».

Принципиально важное значение здесь имеет модель, которая реализует компоненты. Для того чтобы клиент мог использовать компонент, необходимо, чтобы и клиент, и компонент использовали один и тот же набор правил. Набор правил, определяющих форму и поведение компонента, и называется компонентной моделью (*component model*). Именно компонентная модель определяет характер взаимодействия компонента и модели. Для эффективного использования компонентов клиенты и сами компоненты должны подчиняться правилам, определенным ком-

понентной моделью. По сути, компонентная модель представляет своего рода контракт между клиентом и компонентом, который обе стороны согласны выполнять.

Благодаря особенностям работы средств языка C#, любой его класс полностью соответствует общему определению компонента. Для того чтобы класс стал компонентом, он должен следовать компонентной модели, определенной средой .NET Framework. Этого совсем не трудно добиться: такой класс должен реализовать интерфейс System.ComponentModel.IComponent. При реализации интерфейса IComponent компонент удовлетворяет набору правил, позволяющих компоненту быть совместимым со средой .NET Framework. Несмотря на простоту реализации интерфейса IComponent, во многих ситуациях лучше использовать альтернативный вариант — класс System.ComponentModel.Component. Класс Component обеспечивает стандартную реализацию интерфейса IComponent. Он также поддерживает другие полезные средства, свойственные компонентам. Опыт показывает, что большинству создателей компонентов удобнее выводить их из класса Component, чем самим реализовать интерфейс IComponent, поскольку в первом случае нужно попросту меньше программировать. Компонент должен быть скомпилирован с получением dll-, а не exe-файла. В среде разработки Visual Studio IDE для построения компонента необходимо создать проект библиотеки классов (Class Library project), для компилятора командной строки нужно задать /t:library.

Среда .NET и язык C# предусматривают очень гибкую организацию модулей компиляции, пространств имен и сборок. Просмотр сборок возможен с помощью утилиты *деассемблирования* в промежуточный язык (ildasm.exe), которая посредством удобного графического интерфейса позволяет просмотреть содержимое сборки: пространства имен, типы, элементы типов и т. д.

При обучении компонентному программированию необходимо рассматривать модули компиляции, пространства имен и сборки, а также основные подходы к конфигурированию этих важных элементов C# и .NET. Студентам также полезно разработать компоненты и использовать их для решения поставленной задачи.

1. Герберт Шилдт. Полный справочник по C# / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2004. — 752 с.
2. Чарльз Петцольд. Программирование в тональности C# / Пер. с англ. — М.: Русская Редакция, 2004. — 512 с.

ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД К СОЗДАНИЮ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОГО ИНТЕРФЕЙСА (UI) В СОВРЕМЕННЫХ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМАХ

С. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

Пользовательский интерфейс — важная составляющая любой системы. Почти каждая современная система имеет ту или иную форму пользовательского интерфейса, который обеспечивает взаимодействие между пользователем и системой. Поэтому необходимо уделять особое внимание разработке и внедрению пользовательского интерфейса. При его разработке объектно-ориентированное программирование (ООП) может быть столь же полезно, как и при разработке других аспектов системы.

При обучении дисциплине «Инструментальные средства разработки прикладных программных систем» (ИСРППС) студенты знакомятся с мощным средством ускоренной разработки приложений Microsoft Visual Studio .NET, получают навы-

ки визуального проектирования приложений C# с использованием инструментальных средств Microsoft Visual Studio. Важно также рассмотреть следующий круг вопросов: применение ООП к разработке пользовательского интерфейса; важность развязки пользовательского интерфейса; модели, помогающие развязать пользовательский интерфейс.

Необходимо знать, как приступить к разработке пользовательского интерфейса. При разработке пользовательского интерфейса должны применяться те же принципы объектно-ориентированного подхода, что и при разработке других частей системы. Слишком часто пользовательские интерфейсы просто «навешивают» на систему после ее создания. При выполнении объектно-ориентированного анализа (ООА) и объектно-ориентированного проектирования (ООПр) системы нужно помнить о пользовательском интерфейсе. Если ООА или ООПр выполнены неправильно, то могут быть упущены существенные требования, предъявляемые к создаваемому интерфейсу, и в результате обнаружится, что интерфейс: 1) недостаточно гибок для желаемого уровня функциональности или 2) его не удастся приспособить к будущим изменениям.

В системе подчас необходимо предусмотреть несколько различных, зачастую несвязанных пользовательских интерфейсов. Каждый из интерфейсов обращается к одной и той же системе, но методы обращения и способы отображения информации различны. Требования к пользовательскому интерфейсу могут постоянно изменяться, чтобы предоставить доступ к новым возможностям и устранить обнаруженные недостатки. Поэтому пользовательский интерфейс должен быть спроектирован таким образом, чтобы он был достаточно гибким и легко адаптировался к переменам. Лучше всего разработать систему так, чтобы она была полностью независимой от пользовательского интерфейса. Тогда к ней можно добавить новый вид интерфейса, либо изменить уже существующий интерфейс; причем изменения в самой системе не потребуются. Более того, систему, независимую от пользовательского интерфейса, можно тестировать даже тогда, когда разработка интерфейса еще не завершена. Именно независимость системы от пользовательского интерфейса облегчает обнаружение его недостатков и ошибок в самой системе.

Шаблон проектирования Модель/Вид/Контроллер (Model View Controller — MVC) предлагает такой подход к разработке пользовательского интерфейса, при котором основная система полностью от него независима.

Шаблон MVC — это всего лишь один из возможных методов разработки объектно-ориентированного пользовательского интерфейса. Существуют и другие приемлемые методы, но шаблон MVC — метод, прошедший проверку временем и популярный среди разработчиков программного обеспечения. При разработке пользовательского интерфейса, особенно для Web-приложений, скорее всего, будет использоваться именно шаблон MVC.

Альтернативами шаблону Модель/Вид/Контроллер являются шаблон Модель/Документ/Представление (Document/View/Model), предложенный в библиотеке базовых классов Microsoft (Microsoft Foundation Classes, MFC) и шаблон проектирования Presentation Abstraction Control (PAC).

Шаблон Модель/Вид/Контроллер развязывает пользовательский интерфейс, разбивая его проект на следующие части: 1) модель, представляющая систему, 2) вид, отображающий модель, 3) контроллер, обрабатывающий данные, вводимые пользователем. Каждая из частей этой триады MVC имеет свой уникальный круг обязанностей.

Модель ответственна за доступ к функциям ядра системы, доступ к информации о состоянии системы и систему уведомления об изменении состояния. Мо-

дель — это слой триады MVC, который управляет поведением ядра и состоянием системы. Система может иметь несколько различных моделей. Модель — это всего лишь объект, который представляет систему.

Контроллер — это тот слой триады MVC, который интерпретирует данные, вводимые пользователем. В ответ на данные, вводимые пользователем, контроллер посылает команду модели или виду для изменения состояния или выполнения какого-либо действия.

Вид — это тот слой триады MVC, который отображает графическое или текстовое представление модели. Вид получает всю информацию о состоянии модели от самой модели.

Единственной связью между моделью и ее представлением является связь через службу уведомления об изменении состояния системы. Если вид или контроллер заинтересованы в уведомлении об изменении состояния, они регистрируются в модели. При изменении состояния модели, она просмотрит список зарегистрированных объектов и проинформирует каждый объект об изменении состояния. Для создания службы уведомления модель, как правило, задействует паттерн проектирования Observer (наблюдатель). Использование шаблона MVC позволяет создавать сколько угодно представлений базовых моделей, которые при выполнении могут отображаться на экране. Вид не требует контроллера, если он не принимает событий от пользователя, или имеет один контроллер.

Как и любой шаблон, Модель/Вид/Контроллер имеет свои недостатки: акцент на обработке данных, сильную связь между видом/контроллером и моделью и высокую вероятность неэффективной работы. То, как проявятся указанные недостатки, зависит: 1) от поставленной задачи и 2) предъявляемых ею требований.

Способность отвечать возникающим требованиям принуждает заботиться о гибкости проекта. Шаблон MVC предполагает стабильную модель и изменяющееся представление (вид). Если система достаточно статична, а требования к ней заранее четко определены, можно использовать альтернативу MVC, например, шаблон PAC (Presentation Abstraction Control).

В ходе практических занятий по ИСРППС студенты осваивают один из подходов к созданию графического пользовательского интерфейса — схему MVC. Они разрабатывают и реализуют его средствами языка C# для конкретной поставленной задачи, используя паттерны проектирования Observer (наблюдатель), Composite (компоновщик), Strategy (стратегия).

1. Мейер Б. Объектно-ориентированное конструирование программных систем. — М.: Русская Редакция, 2005.
2. Гамма Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. — С.-Петербург: Питер, 2006.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ В МАИ

М. Е. Кули-заде, Е. П. Скороход

МАИ, Москва, Россия

Современные студенты адаптивны и быстро реагируют на изменения условий, которые диктует ИТ-среда. Стремительное развитие информационных технологий, с одной стороны, и значительное уменьшение количества часов в учебном процессе,

в частности на физику, с другой стороны, заставляет предпринимать активные шаги в пересмотре методик и к изменению в какой-то мере самих устоявшихся концепций подбора излагаемого материала в сфере образования.

Фактическая картина сокращения курса физики в технических вузах (в том числе и МАИ) имеет более чем мрачный вид. Традиционно сложившийся для большинства технических вузов трехсеместровый курс (в среднем с 4 часами в неделю) урезан по ряду специальностей до двух семестров. То есть, реальное время, в течение которого студент технического вуза слушает физику, неумолимо сокращается. Даже на том уровне, который называют уровнем минимальной достаточности, с такими часами средний студент физику не освоит. В этих условиях возникает необходимость создания электронных лекций и методических пособий.

В классическом понимании процесс образования опирается на изложение лекционного материала и последующую его обработку (семинары, практические занятия). В новых условиях возникают естественные вопросы: чем отличается обычная лекция (с мелом у доски) от электронной, и как сделать так, чтобы она удовлетворяла запросам обеих сторон образовательного процесса — преподавателя и студента?

Лекция — традиционная форма представления учебного материала в аудитории. В этом случае предполагается, что познавательный процесс сопровождается изложением основных формул и их выводом на доске, проведением эксперимента или наглядных пособий, студент активно смотрит, слушает и главное использует моторику (записывает).

Потребительские тенденции в обществе разрушительно сказываются на образовании в целом. Нельзя условно «нажать кнопку» и стать знающим и образованным, тем более специалистом-инженером. Прежнее увлечение в прошлом веке — разгадывать кроссворды и на перегонки решать задачки, заменено на компьютерные игры с участием суперменов и стрельб. Понятно, что в первом случае молодежь приобретала знания, во втором, ее используют как потребителя с целью дебилизации.

Игра для преподавателя остается лишь в непосредственной беседе со студентом: «знаешь — не знаешь» и таких попыток надо бы предоставить от трех до пяти раз. При таком подходе трех часов, отведенных на выполнение лабораторных работ, не хватает, в журнале появляются не аттестованные студенты, несмотря на то, что работы по снятию показаний выполнены у всех, и, как следствие, жалобы и недовольство начальства.

С развитием информационных технологий в образовании появился такой важный ресурс, как электронные лекции. Под электронными лекциями принято понимать набор учебных материалов в электронном виде, включающий текст лекций, демонстрационный материал, дополнительные сведения по теме лекций, набор задач и др., оформленные в виде отдельных файлов.

Сегодня стало очевидным, что электронное обучение — это не временное увлечение, а жизненно важная необходимость. Нами подготовлены следующие электронные пособия:

1. Гаврилова А. Ю., Кули-заде М. Е., Скороход Е. П. «Основы волновой механики и лазерной теории».

2. Гаврилова А. Ю., Кули-заде М. Е., Скороход Е. П., Ципенко А. В. «Физика для информатиков». Часть 1. «Динамика поступательного и вращательного движения».

3. Гаврилова А. Ю., Кули-заде М. Е., Скороход Е. П., Ципенко А. В. «Физика для информатиков». Часть 3. «Колебания и волны».

Однако при всех перечисленных достоинствах применения электронного обучения мы сталкиваемся с рядом трудностей:

- проблема качества электронных курсов (кто и как может их оценить);
- правовые проблемы, связанные с защитой интеллектуальной собственности;
- финансовые, касающиеся затрат на подготовку электронных курсов их обновление;
- кадровые проблемы, связанные с подготовкой преподавателей, способных и желающих разрабатывать и постоянно обновлять такие курсы.

Нет возражений, что преподаватель, используя технологии электронного обучения, может обучить большее число студентов, но всегда ли это принесет желаемый эффект?

Не следует забывать и традиционный процесс обучения «лицом к лицу», когда преподаватель имеет необходимую для обучения обратную связь сразу же, реагирует на нее, «по ходу» перестраивая учебный материал, имеет возможность «прописывать» необходимые связи» и исправлять на глазах студентов с известной долей юмора их заблуждения.

Проследим весьма скромные результаты «пилотного» варианта, относящиеся к анализу работы первого курса радио-факультета, абитуриенты которого не сдавали ЕГЭ по физике, а были зачислены по результатам ЕГЭ по информатике. Поток состоял из 61 студента, включая 4 иностранцев из юго-восточной Азии. По отведенным часам: 34 — лекции, по 10 ч семинары в каждой из двух групп, по 30 человек в каждой.

На первой лекции была проведена тестовая контрольная по проверке школьных знаний. Эта контрольная составлена преподавателями из кафедрального методического совета. В нее вошли 10 школьных задач. Результаты, оцениваемые 10 баллами (каждая по одному баллу) представлены на рис. 1.

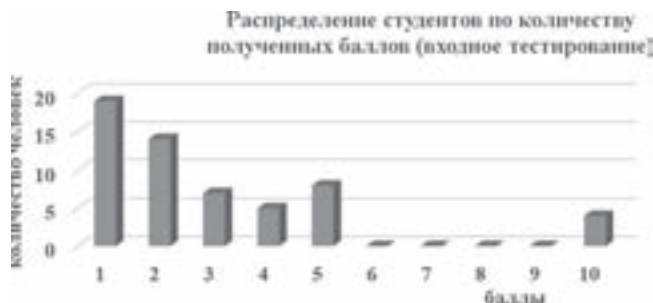


Рис. 1. Результаты входного тестирования

Первый пик на баллах меньше 5 соответствует с натяжкой троичным знаниям. Пик на 10 отражает подготовку иностранных студентов (стыдно, не правда ли?)

На рис. 2 показаны результаты самостоятельной работы студентов. Основными требованиями являлись составление конспектов электронного курса лекций «Физика для информатиков», часть 1, «Динамика поступательного и вращательного движения», результаты удовлетворительные.

В конце семестра проводился зачет с оценкой. Этот зачет сдали на «хорошо» и «отлично» иностранные студенты, из оставшихся 57 студентов потока оценку «удовл.» получили три человека. Выпускать поток на сессию с такими знаниями всем понятно, что нельзя. Пришлось организовывать зачет-консультацию. Все сидят в аудитории. Один из смельчаков подходит сдавать. Получает задачу и вопрос, пишет

ответ без шпаргалок, затем дополнительный вопрос. С заданиями справляются единицы. В сумме на такой зачет-консультацию ушло 43 полных часа (4 встречи) дополнительного, неоплачиваемого времени лектора. Без этого поток из 61 студента недосчитал бы порядка 60% студентов, сдавших в сессию экзамен по физике. На рис. 3 показаны результаты сдачи экзамена потоком студентов после проведения консультаций, на которых преподаватель работал со студентами индивидуально. В среднем на каждого студента был потрачен 1 академический час времени.

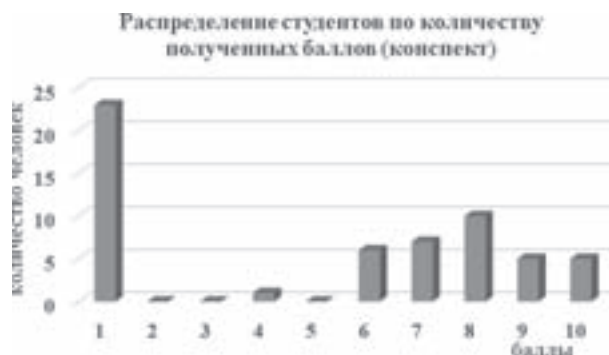


Рис. 2. Результаты проверки письменного конспекта электронного курса

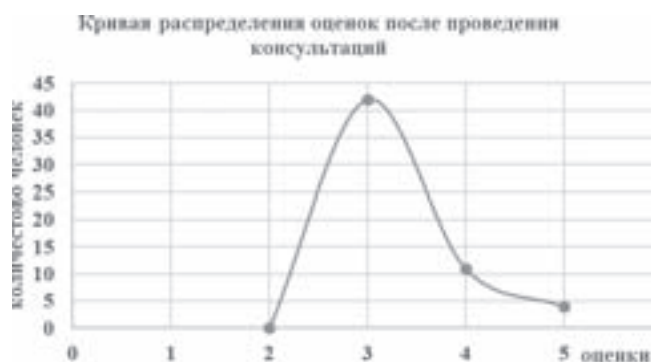


Рис. 3. Результаты сдачи экзамена после проведения зачета-консультации

Проделанный подсчет показывает, что из 54 часов, отведенных в сумме потоку на лекции и семинары, без дополнительных индивидуальных проверок и консультаций, положительных результатов не достичь.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕДИЦИНСКОЙ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ЦИФРОМЕД» В ПРОЦЕССЕ ВРАЧЕБНО-ЛЕТНОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ

А. А. Кухтичев, С. В. Скородумов

МАИ, Москва, Россия

От качества медицинского обследования специалистов авиационной отрасли опасных для здоровья профессий (к которым относятся пилоты, штурманы, космонавты и др.) зависит жизнь и здоровье многих людей. Из всех видов професси-

онального медицинского обследования наиболее качественным является врачебно-летная экспертиза (ВЛЭ) летного состава. Основные задачи ВЛЭ — ранняя диагностика, лечение и профилактика заболеваний, с целью обеспечения безопасности полетов. ВЛЭ проводится врачебно-летными комиссиями, куда входят разнопрофильные специалисты авиационно-космической медицины с подготовкой в области хирургии, терапии, офтальмологии, неврологии и др., а также в их работе принимают участие представители авиационного командования. За время проведения ВЛЭ накоплен большой опыт, выработаны организационные и экспертные принципы, разработаны медицинские стандарты летной пригодности. Для сохранения кадров и обеспечения летного долголетия в гражданской, государственной и экспериментальной авиации, а также в пилотируемой космонавтике в РФ создана и успешно функционирует система медицинского обеспечения полетов (МОП). Эта система позволяет, кроме решения вопросов о годности к летной работе, осуществить комплекс профилактических, реабилитационных, лечебных мероприятий.

В гражданской авиации стран — участниц Международной организации гражданской авиации предпринимаются попытки унифицировать методы ВЛЭ, критерии годности и медицинской квалификации летного и диспетчерского состава по состоянию здоровья. В ряде стран ВЛЭ — это составное звено системы наблюдения за состоянием здоровья летного состава, наряду с предполетным контролем и периодическим (ежемесячным или ежеквартальным) углубленным медицинским осмотром.

Медицинская информационно-аналитическая система (МИАС) «ЦифроМед» позволит решать задачи биологической обратной связи (БОС), связанные с профилактикой, выявлением и лечением патологий до, во время и после ВЛЭ: применение технологий БОС подразумевает измерение, обработку и контроль показателей жизнедеятельности организма человека как конечного пользователя системы; привязку медицинских данных (показателей здоровья) пользователя к определенному врачу или группе врачей (экспертов), которые могут в реальном времени наблюдать за показателями жизнедеятельности пользователя системы; выявление заболеваний на ранней стадии, уведомление и оперативное лечение; проведение консультаций и семинаров с участием специалистов.

Медицинская информационно-аналитическая система «ЦифроМед» состоит из нескольких подсистем: помимо автоматизированных рабочих мест (АРМ) специалистов медицинских учреждений и специалистов (экспертов) отрасли авиации и космонавтики, включает в себя государственные органы управления здравоохранения, предоставляющие услуги сервисов цифровой медицины; средства связи, включающие в себя мобильный телефон, носимые и вживляемые устройства микроэлектроники (НУМ и ВУМ), медицинский хаб и другие устройства, которые фиксируют показатели жизнедеятельности пользователя (параметры здоровья), передавая их в центр обработки данных (ЦОД), где формируется электронная медицинская карта (ЭМК) на базе международной классификации болезней (МКБ-10).

Прототип медицинской информационно-аналитической системы «ЦифроМед» разрабатывается Московским авиационным институтом в виде программно-аппаратного комплекса, который позволит осуществлять непрерывный контроль физического состояния пользователей системы на основе измерений показателей их здоровья с помощью носимых устройств микроэлектроники, используя технологии биологической обратной связи.

СТУДЕНТЫ И ОТЛАДКА ПРОГРАММ

В. Н. Лукин

МАИ, Москва, Россия

Проблема. Некачественные программы стали, к сожалению, обыденностью нашей жизни. В свет выходят плоды деятельности наскоро подучившихся программистов, которых соблазняет возможность, не особо утруждаясь, быстро заработать: при минимальном уровне владения инструментом и отсутствии ответственности программа сооружается легко, если цель ее тестирования не добиться качества, а поскорее закончить все тесты.

Замечено, что на отладку программы времени требуется, по крайней мере, вдвое больше, чем на написание кода. Поиск и исправление ошибок обычно происходит в напряженной обстановке, при дефиците времени и в условиях, когда, казалось бы, программа уже есть и вот-вот должна заработать, но не делает этого. Вот здесь и возникает соблазн сэкономить время и сдать, что получилось, заказчику.

Естественно ожидать, что тема отладки должна занимать значительное место в курсе обучения программированию. Однако это далеко не так. После краткого рассказа о том, как добиться, чтобы программа заработала, забота о ней перекладывается на студента, который с трудом еще выпутывается из синтаксических ошибок. То, что у него получилось, тестируется одним-двумя тестами и с горем пополам сдается преподавателю. Из методов отладки объясняются самые простые. Анализ кода применяется, если преподавателю нужно указать, где студент ошибся, а доказательство корректности не используется вовсе. Итак, программист неумелый готов пополнить армию подобных.

Справедливости ради заметим, что обучение отладке — не такое простое дело, отладка во многом сродни искусству, хотя определенные подходы к ней есть, и их следует знать. Литературы на эту тему тоже мало. Что можно дать в итоге студенту?

Отладка. Отладка — итерационный процесс, состоящий из этапов тестирования, поиска места ошибки, изменение программы для ее устранения.

Тестирование предназначено для выявления факта наличия ошибки, причем автор программы и пользователь имеют разные взгляды на корректность программы.

Для поиска места ошибки определяются пути в управляющем графе программы, которые могли к ней привести. В простых случаях ошибка локализуется быстро, а сложные заставляют задуматься. Гипотеза о предполагаемом месте ошибки проверяется до точной локализации, текст исправляется и тестируется как на корректность изменения, так и на наведенные ошибки. Процесс повторяется, пока ошибка не будет ликвидирована.

Исправление занимает незначительное время по сравнению с локализацией. При обнаружении наведенной ошибки ищется ее место и выясняется причина ее появления, которая может быть и в небрежном исправлении, и в низком качестве кода. В последнем случае требуется стилистическая правка программы, что чревато новыми ошибками.

Возникает вопрос, не превысит ли время сходимости этого процесса плановое время разработки? К сожалению, бывает, что программист, небрежно изготовив текст программы, убивает уйму времени, чтобы заставить ее работать правильно. В конце концов, когда станет совсем ясно, что сроки срываются, он сдает, что получилось.

Раз время отладки намного превышает время написания кода, не следует жалеть усилия на качественный текст, чтобы облегчить жизнь и себе, и другим. Для этого нужно придерживаться стиля, который позволит разобраться в сути про-

граммы. К сожалению, написание витиеватого текста — распространенная болезнь начинающих программистов.

Тестирование. Основная роль тестирования состоит в выявлении тех ошибок, которые нанесут неприемлемый ущерб. При его подготовке формируется полный набор тестов и определяется конец отладки. В процессе тестирования программа применяется к данным, которые в принципе могут задаваться пользователем. Этот очевидный факт не всегда просто объяснить студентам, которые хуже всего готовят тесты на некорректные данные.

Так как автор программы хорошо знаком с ее текстом, при тестировании он обычно использует метод белого ящика. Но если студент не учел проверку некорректных данных, он и тест на них не подготовит! Тогда применяется черный ящик. Тесты готовятся как для корректных, так и для некорректных исходных данных.

Методы белого ящика основан на анализе управляющей структуры программы. Обычно используются способы тестирования базового пути, условий, циклов, потоков данных. Первый дает возможность получить оценку комплексной сложности и на ее основе определить необходимое количество тестовых вариантов. Второй позволяет строить тестовые варианты для проверки логики. Третий проверяет простые и вложенные циклы на однократное, типичное и предельное число повторений. Четвертый служит для анализа информационной структуры.

Методы черного ящика позволяют исследовать входо-выходные соотношения, характерные для предметной области. Определяются некорректные или отсутствующие функции, ошибки доступа к данным, ошибки инициализации и завершения. Наиболее распространен способ разбиения по эквивалентности, при котором область данных делится на классы, где программа ведет себя предположительно одинаково. Способ диаграмм причин и следствий характерен для модели конечного автомата, в графе которого ребра направлены от причин к следствиям.

Локализация. Часто для локализации используются методы «грубой силы»: печать состояния памяти, расстановка контрольных операторов и использование отладочных программ. Этим методам обычно и учат студентов. Но при поиске ошибок, полученных после тестирования, эффективнее анализ кода. Он требует больше умственных усилий, но позволяет точнее обнаружить причину ошибки. В процессе отладки по симптомам ошибки определяются данные, имеющие к ней отношение, формулируется гипотеза, объясняющая эффект, которая и подтверждается анализом текста. Есть и другие пути исследования, их выбирают в зависимости от типа программы.

Методы «грубой силы» обычно используются в отчаянной ситуации, когда гипотезы не подтверждаются, а программист устал. Тогда применяют отладочную печать, прерывание выполнения в контрольных точках, в крайнем случае, пошаговое исполнение.

Обучение. Обучение отладке трудно хотя бы потому, что серьезные методы преподаватель должен демонстрировать на достаточно сложных программах, которые студент не может понять. Приходится ограничиваться методами «грубой силы», которые не дают полного представления об отладке. Тем не менее, что-то сделать можно. Так, студент должен:

- не экономить на качестве кода;
- разбираться в сообщениях транслятора;
- уметь составлять тесты и интерпретировать результаты их прогонов;
- понимать смысл результатов с точки зрения предметной области;
- владеть методами и инструментами отладки;
- знать типичные ошибки, синтаксические и семантические.

Со стороны преподавателя полезно требовать от студента следующее:

- ясность стиля программного текста;
- тестовые варианты хотя бы на очевидные правильные и неправильные случаи;
- разъяснения принятых программных решений;
- не принимать не отлаженные программы.

Конечно, все это требует времени, но в противном случае придется жертвовать качеством. Студенту следует разъяснять основные приемы анализа кода, демонстрировать типичные ошибки, давать задачи на понимание текста программы, на поиск ошибки и ее исправление.

1. Гласс Р. Программирование и конфликты. — СПб: Символ-Плюс, 2010.
2. Лукин В. Н. Сопровождение систем и стиль программирования // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.

ТЕХНОЛОГИИ ДОКУМЕНТООБОРОТА В ИНЖЕНЕРНОЙ ОТРАСЛИ

Н. Л. Малинина, О. Л. Демидова

МАИ, Москва, Россия

Мотивом для написания статьи послужили устойчивые слухи, о том, что лицензия на применение Microsoft Office в учебном процессе финансироваться не будет. Главным аргументом послужило то обстоятельство, что обучение современным версиям Microsoft Office не присутствует в учебных планах никаких специализаций института. Собственно все совершенно логично: мы и не должны этому обучать. Это с одной стороны. А с другой стороны: все-таки следует дать в руки студентам какой-нибудь инструмент для расчетов, составления отчетов и представления сделанной работы.

Итак, насколько реально обеспечить документооборот в инженерных отраслях с помощью уже бесплатных версий Microsoft Office или с помощью широко рекламируемого, тоже бесплатного, продукта Open Office, который собственно также является продуктом Microsoft Office? Применение этих продуктов в документообороте нельзя назвать импортозамещением, поскольку их создателем является компания Microsoft, которая, собственно, и разработала Open Office для того, чтобы избежать проблем с антимонопольным законодательством.

Для грамотного сравнения следует выделить основные свойства, необходимые для работы инженера, а именно, для расчетов, для написания статей или отчетов, для презентаций сделанной работы. Эти свойства можно разделить на три группы: возможности, необходимые для написания отчетов; возможности, необходимые для расчетов; возможности, необходимые для презентаций.

Для отчета или статьи необходимы следующие возможности редактора: структурирование текста для последующего создания оглавления, сквозная нумерация рисунков, таблиц и формул, организация ссылок на источники, вставка объектов (рисунков и таблиц), редактор формул, инструменты для работы с большими документами и инструменты для импортирования текста в другие форматы, в частности в PDF.

В полной мере этими возможностями обладает только версии Word 2010 и выше. Для сравнения, Open Office не вполне владеет аппаратом структурирования текста и некорректно работает с форматами документов. Часто для создания отчетов нужны различные средства рисования. В этих случаях на помощь инжене-

ру придет такой графический продукт, как Microsoft Visio. Никакие графические средства Microsoft Word не смогут быть конкурентами редактору Visio, поскольку не обладают для этого ни достаточными средствами, ни возможностями масштабирования и сохранения масштаба.

Безусловно, что любой отчет можно написать с помощью возможностей, которые представляет нам программа Latex. Документы, созданные в Latex, могут без особых ухищрений сразу печататься в электронной типографии. Эти документы обладают небольшим объемом и могут импортироваться через интернет без особых трудностей. Однако следует отдавать себе отчет, что существуют и определенные неудобства при создании документов в Latex. Научиться работать в Latex не так просто, да и увидеть текст можно только после компиляции. Объекты вставляются в тело документа Latex только в небольшом числе графических форматов, объекты вставляются в документ Latex строго по одному, после каждой следующей вставки необходима компиляция всего документа.

Для осуществления инженерных расчетов в таблицах необходимо иметь вычислительные возможности и средства для отображения результатов расчетов. Наши оппоненты и сторонники программирования на алгоритмических языках скажут, что электронные таблицы — это инструментарий для бухгалтеров, и, по своему, будут правы. Действительно, вычислительные возможности электронных таблиц, а также возможности для программирования в них, естественно существенно ниже, чем возможности программ на языках высокого уровня. Тем не менее, электронные таблицы Microsoft Excel, не смотря на то, что создавались исключительно для бухгалтеров и экономистов, представляют хорошие возможности для широкого круга инженерных вычислений.

С каждой новой версией офиса появляются и новые возможности для вычислений в них. В опции «Поиск решений» версий 3 и 7 представляют только линейную и квадратичную оптимизацию, для которой можно использовать либо метод Ньютона, либо метод сопряженных градиентов. В версии 10 уже доступны генетические алгоритмы для надстройки «Поиск решений». Также, начиная с версии 7, значительно улучшаются возможности для разработки фильтров, что, безусловно, улучшит возможности работы со статистическими данными. Некоторое изменение происходит и в области условного форматирования, что, безусловно, приятно для лучшей визуализации результатов, но, возможно, не настолько жизненно необходимо в инженерных расчетах.

Следует также отметить, что в электронных таблицах Microsoft Office, особенно начиная с версии 7, существуют очень хорошие возможности для визуализации результатов расчетов. В программах на языках высокого уровня эти возможности для визуализации (графическое представление результатов) приходится программировать каждый раз отдельно. В Microsoft Excel существует также возможность импорта в них результатов расчетов полученных в программах на языках высокого уровня, таких как Фортран, Си++, и т. д., в ячейки Microsoft Excel, и получения визуализации расчетов с помощью графических средств электронных таблиц. Это повышает эффективность работы при представлении результатов. В старших версиях, кроме того, можно не просто импортировать результаты расчетов для последующей визуализации, но линковать всю программу в ячейку Excel.

Продукт MatLab, который в данный момент применяют для обучения на инженерных специальностях, обладает широким спектром типовых задач, дает определенные возможности для вычислений и хорошо визуализирует расчеты, но скрывает свои внутренние алгоритмы. Однако лицензия на работу с MatLab существенно дороже, чем лицензия на работу с целым пакетом Microsoft Office.

Все расчеты и написанные по ним отчеты приходится представлять для третьих лиц в виде презентаций. Для этих целей существует средство разработки презентаций Power Point. При этом, только, начиная с седьмой версии Microsoft Office, ряд слайдов можно получить, используя структуру текста, одним движением мыши, а функция двух мониторов позволяет делать доклад без его предварительного заучивания наизусть. Кроме того, в последних версиях появилась возможность сохранения презентации в виде набора рисунков или в формате PDF, что исключительно хорошо влияет на возможности надежного отображения созданной информации на других компьютерах.

ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЕ ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВИЧНОЙ СТРУКТУРИЗАЦИИ И ПРЕДАНАЛИЗА РАЗНОРОДНЫХ МАССИВОВ ИНФОРМАЦИИ

О. В. Решетникова, Ю. А. Иванова

ДВГУПС, Хабаровск, Россия

Текущий этап развития информационных технологий характеризуется нарастанием объемов накапливаемой информации. При необходимости анализа гигантских объемов данных (Big Data) приходят на помощь методы интеллектуального анализа (Data Mining) и реализующие их экспертные системы. Все они способны с высочайшим качеством производить необходимую обработку массивов и непрерывных потоков данных в режиме реального времени. Но подобного класса информационные системы характеризуются узкой применимостью и строгой конкретизацией структуры поступающих на вход данных. Как правило, источниками данных для экспертных систем выступают аппаратно-программные сущности (датчики, регистраторы и т. п.), генерирующие и предустановленным способом форматирующие показания.

Иначе обстоит дело со слабоструктурированными данными или данными неоднородной структуры, в общем объеме которых совершенно не очевидны объекты анализа. Информация подобного плана приобретает поступлением из нескольких разных источников и по определению не может быть однородной. Следовательно — невозможен и единый шаблон обработки. Но, тем не менее, упорядоченность в таких данных всегда есть, и ее можно выявить. Значит, перед выполнением собственно анализа (впоследствии вполне автоматизируемого), требуется предварительная формализация структуры представленных данных. Именно такая цель и поставлена в настоящей работе — построение инструментального программного средства для выполнения первичной структуризации и преданализа разнородных информационных массивов (ИПСИ).

Для решения поставленной задачи нет необходимости создания автоматизированной системы. Во-первых — потребность в ней явно не может быть частой. Во-вторых — в терминах Data Mining подобная структуризации операция называется первичной классификации и имеет целью получения из общего объема выборок данных, значимых для некоторой оценки. Даже в экспертных системах настройка на ее выполнение производится методами обучения с учителем, т. е. с участием человека. Следовательно, целевой продукт — ИПСИ — должен относиться к категории интерактивных программных средств с графическим интерфейсом. Основными его функциями будут являться: визуализация исследуемой выборки, манипуляции с

визуальным представлением выборки (типа «отобразить», «скрыть»), расчет некоторых статистических оценок, сохранение шаблона выявленной структуры.

В реализации стартовой версии ИПСИ принято решение темпорально определить единственный источник получения исследуемой выборки. А именно: им может являться таблица реляционной базы данных произвольных структуры и размера. Многообразие возможных СУБД также временно, на период проработки базовых решений, ограничен MS SQL Server. В дальнейшем разнообразие потенциальных источников планируется существенно расширить. Средой разработки принята система MS Visual Studio, языком программирования — C#.

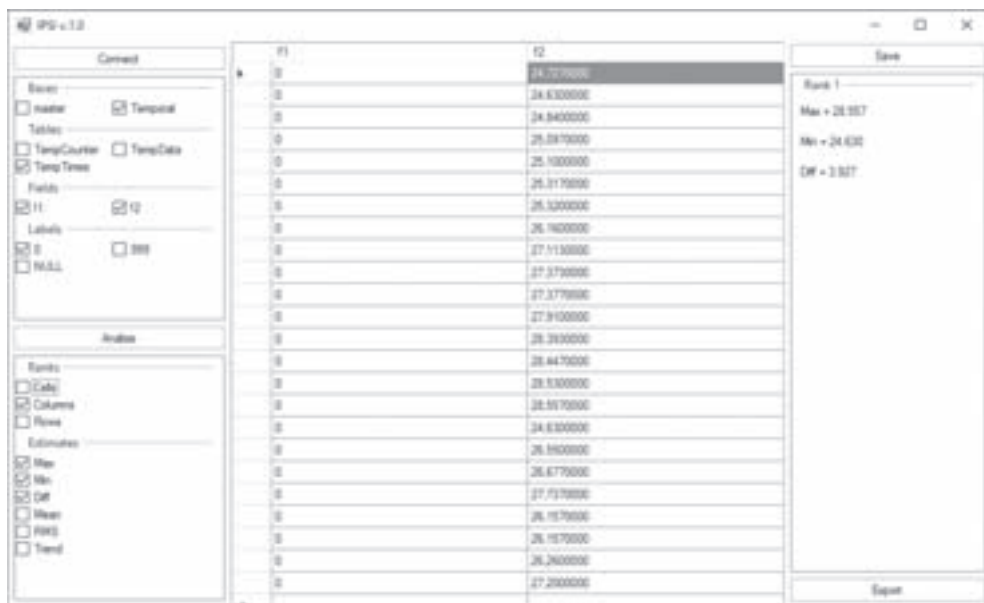


Рис. 1. Основной графический интерфейс ИПСИ

В структуре ИПСИ, помимо оконной формы, реализующей графический интерфейс с пользователем, выделяется четыре компонента.

- Коммуникационный компонент. Его задачи: подключение к указанному источнику — таблице в некоторой базе данных; чтение заданного количества записей; загрузка их во внутреннюю структуру, доступную остальным компонентам ИПСИ.

- Компонент анализа структуры. Его задача: выявление потенциальных классифицирующих меток, позволяющих отнести записи и их поля к значимой для анализа выборке. Данная операция производится путем оценки повторяемости значений в столбцах. Окончательное же решение о составе набора классифицирующих меток принимает пользователь.

- Компонент базового математического анализа. Его задача: вычисление основных статистических оценок по данным из значимой выборки. В частности компонент в текущей версии позволяет рассчитать максимальное, минимальное, среднее значения, среднеквадратичное отклонение, наклон линии тренда.

- Компонент экспорта. Его задачи: выгрузка полученной значимой выборки в файл формата Excel, в котором можно произвести более глубокий анализ; сохранение шаблона классификации данных из исследованной таблицы в формате конструкции SELECT языка SQL.

Графический интерфейс ИПСИ (рис. 1) интуитивно понятен и привычен для пользователя, имеющего навык работы со средами визуальной разработки. В окне формы выделено три области: навигации, визуального представления выборки (рабочей) и результатов вычислений по выборке. Для начала работы над новой таблицей пользователь должен указать ее в области навигации. Далее автоматически производится загрузка образа записей таблицы в рабочую область и выявление потенциальных классифицирующих меток. Полученный набор потенциальных классифицирующих меток накладывается на структуру исследуемой таблицы и отображается в области навигации. Отмечая нужные метки, пользователь может визуально оценить соответственно получаемую для предварительного анализа выборку. Для помощи в этой оценке автоматически производится сопутствующий расчет интересующих статистических характеристик получаемой выборки. По принятии пользователем решения об успешности первичной структуризации остается сохранить главный результат работы с ИПСИ — шаблон классификации данных для текущей таблицы.

Разработанное инструментальное программное средство призвано содействовать в решении задачи первичной структуризации и классификации неоднородных массивов данных. Работа с ИПСИ производится в интерактивном режиме с сопутствующей визуализацией производимых действий. Результат использования ИПСИ на текущем этапе может быть использован для формирования прямого запроса к базе данных на выборку только значимой информации, подлежащей дальнейшему углубленному анализу, в том числе и автоматическому. Данное программное решение является первым шагом к построению комплексного средства, способного принимать и классифицировать информацию из самых разнообразных источников.

ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ИЗВЛЕЧЕНИЯ ВРЕМЕННОГО КОНТЕКСТА ИЗ ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ

М. К. Ридли

МАИ, Москва, Россия

В связи с быстрым развитием сети Интернет и необходимостью структуризации данных, количество которых возрастает с огромными скоростями, поиск и агрегация релевантных данных становится все более сложной задачей. Для упрощения навигации по данным и возможности извлечения знаний критически важной считается концепция семантической разметки, которую в настоящее время тяжело применять как из-за недостаточно высокого качества автоматического выделения сущностей, так и из-за отсутствия эффективных подходов к учету их контекста.

Определение временного контекста является одним из наиболее практически значимых, поскольку позволяет организовывать упоминания о тех или иных событиях во времени, позволяет производить оценку их динамики путем внесения временного измерения, и относится к числу наиболее информативных признаков при склеивании различных упоминаний одних и тех же событий. Для английского языка разработан стандарт разметки TimeML [1], задающий формат аннотации текста временными указателями, и решена проблема автоматического извлечения временных указателей (таких как «позавчера» и «8 ноября»). Для русского языка эти задачи решены в основном на уровне филологических исследований [2] или простых словарных методов [3].

Тем не менее, для практических приложений решения этих двух задач недостаточно: почти всегда требуется не сам временной указатель, а его разрешение на мо-

мент или отрезок времени в реальном мире относительно некоторого референтного момента. Рассмотрим выражение «пресс-служба компании вчера сообщила, что председатель правления запланировал визит во Францию на следующую неделю», опубликованное в тексте новости от 17 декабря. В данном случае разработанное программное обеспечение способно различить два объекта: упоминание от 16 декабря события «визит председателя правления во Францию» и собственно событие, которому система сопоставит временной промежуток с 21 по 27 декабря.

В условиях глобализации и языкового многообразия, столь естественного для сети Интернет, поддержка единственного языка и отсутствие учета культурных особенностей неприемлемы с практической точки зрения. К сожалению, в большинстве существующих методов и программных реализаций эти проблемы опускаются, поскольку разработки ведутся для конкретного языка в конкретной стране.

Например, для жителей Российской Федерации выходными днями являются суббота и воскресенье, первый день в неделе — понедельник, зима длится с декабря по февраль. Однако данные понятия не являются универсальными: у жителей южного полушария лето начинается в декабре, а заканчивается в феврале. В ряде государств, таких как Израиль, выходными являются пятница и суббота, а новая неделя начинается с воскресенья.

К тому же, люди разной культуры привыкли к определенному формату записи времени (24-часовой формат или 12-часовой), даты (dd.mm.yyyy или mm.dd.yyyy) и к часовому поясу. Таким образом, для практически результативной обработки временного контекста важно учитывать локализацию источника сообщения, которая выявляется по источнику, языку и логически с помощью метода исключения (запись 14.03 невозможна в формате mm.dd) с запоминанием и учетом старых результатов разбора.

Вышеперечисленные культурные особенности и косвенные высказывания учтены в разработанном программном обеспечении, которое основано на системах правил, качественно поддерживающих 10 основных мировых языков, и специализированном движке статистического вывода, занимающимся построением максимально правдоподобных гипотез и учетом ретроспективных сведений.

1. *Pustejovsky J., Ingria B., Sauri R., Castano J., Littman J., Gaizauskas R., Setzer A., Katz G., Mani I.* The Specification Language TimeML // *The Language of Time: A Reader* Mani / Eds. Pustejovsky J., Gaizauskas R. — Oxford University Press, 2005.
2. *Крапивный Ю. Н., Касаткина Г. В.* Проблемы и методы извлечения темпоральных знаний из текстов на естественном языке // *Электротехнические и компьютерные системы*. — 2013. — № 09(85). URL http://storage.library.opu.ua/online/periodic/ee_85/170179.pdf.
3. *Власова Н. А.* Об одной проблеме автоматического извлечения временной информации из русскоязычных текстов // *Программные системы: теория и приложения: Электрон. научн. журн.* — 2014. — Т. 5, № 4(22). — С. 231–242.

ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ GOOGLE В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Л. Н. Чернышов

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия

Использование Интернета в технологии проведения практических и семинарских занятий в вузах все больше становится актуальным в условиях интенсификации труда преподавателей, повышения требований к качеству подготовки студентов

[1–3]. Особенно это относится к преподаванию дисциплин, связанных с информационными технологиями. Удобной площадкой для поддержки учебного процесса является площадка Google Drive (Google Диск), активно используемая автором в последние годы.

Среди аналогичных облачных хранилищ, таких как Яндекс.Диск или DropBox, Google Диск выгодно отличается тем, что в нем поддерживается технология Google Apps, предоставляющая возможность создавать сценарии и даже полноценные web-приложения.

Для проведения занятий в облачном хранилище Google создается структура папок, содержащих следующие файлы: журнал посещений, журнал оценок, задания и указания к ним, материалы по дисциплине, файл для вопросов и ответов и другие. Для каждого студента создается его личная папка, куда он размещает выполненные задания. Журнал посещений должен иметь наименования колонок по датам, журнал заданий — колонки с вариантами и оценками заданий, колонки итоговых и рубежных контролей. Папки и файлы имеют владельца, список пользователей совместного доступа и режимы доступа для пользователей: чтение, комментирование, редактирование. Обычно эту начальную настройку выполняют вручную и, как правило, ограничиваются простой структурой.

Файловая система Google-диска имеет полезные особенности: 1) файл или папка может принадлежать нескольким папкам; 2) в одной папке может быть несколько папок (файлов) с одинаковыми именами. Принадлежность файлу папке можно установить в скрипте функцией `addFile`. При организации структуры папок для учебного процесса это позволяет упростить некоторые действия. Например, папка с материалами по дисциплине должна принадлежать папкам каждой группы. Если выполненное студентом задание находится в папке «Задание 1» в его личной папке, то для преподавателя удобно организовать одну папку «Задание 1», в которой сразу видны задания всех студентов.

Имея навыки программирования на языке GScript несложно написать набор скриптов, автоматизирующих рутинные операции для файлового хранилища. В докладе рассматривается набор скриптов, который может использоваться на разных этапах учебного процесса по освоению дисциплин.

К первой группе относятся скрипты, выполняющиеся однократно в начале семестра:

- создание первоначальной структуры папок и файлов с заданными правами доступа по дисциплине;
- автоматическое формирования содержимого таблиц со списками студентов (оценки, посещение) и колонками с датами согласно календарно-тематическому плану дисциплины и колонками с вариантами и оценками по заданиям;
- генерация номеров типовых заданий для студентов;
- раздача вариантов заданий по определенным правилам;
- генерация шаблонов для отчетов по выполнению заданий (лабораторных работ), включая титульные листы, структуру отчетов и т. п.

Ко второй группе относятся скрипты, выполняющиеся в процессе освоения дисциплины:

- проверка факта выполнения или степени готовности заданий;
- автоматическое выставление оценок с учетом сроков выполнения на основе predetermined формул вычисления итоговых оценок и оценок промежуточного контроля;
- контроль содержания заданий (наличие обязательных пунктов задания, проверка соответствия решения условию задания, выявления плагиата и т. п.);

— интеграция с внешними web-приложениями, например, приложениями для тестирования;

— автоматическая рассылка почтовых сообщений.

Здесь перечислены задачи, для которых скрипты уже опробованы и освоены. Хотя круг задач может быть расширен в зависимости от особенностей дисциплины и потребностей преподавателя. Так, совместный доступ к папкам и файлам можно использовать для совместной работы бригады студентов над проектом. Использование Google-форм позволяет организовать тестирование, которое можно проводить как в аудитории, так и в режиме онлайн.

Для поддержки учебного процесса в компьютерных классах обычно используются ресурсы локальной сети, например, для предоставления места хранения студенческих работ. На вузовских порталах также организуются всевозможные информационные ресурсы: списки групп, расписание, журналы успеваемости и т. п. Но безусловно облачные технологии гораздо удобнее: преподаватель может общаться со студентами вне аудитории, может использовать то же хранилище для своих данных. И, главное, самостоятельно расширять возможности облачного хранилища.

Как показал опыт, написание скриптов на GScript не сложнее написания макросов в Microsoft Office. Документы и таблицы в технологиях Google по структуре и возможностям аналогичны офисным документам и таблицам. Обмен полезными скриптами можно организовать средствами того же Google Диска. Автор готов предоставить доступ к примерам использования скриптов.

1. *Ананченко И. В.* Облачные технологии в высшем образовании // Современные наукоемкие технологии. — 2015. — №5. — С. 48–52. URL: <http://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=35037> (дата обращения: 09.03.2016).
2. *Газейкина А. И., Кувина А. С.* Применение облачных технологий в процессе обучения школьников // Педагогическое образование в России. — 2012. — №6.
3. *Кузьмина М. В., Пивоварова Т. С., Чупраков Н. И.* Облачные технологии для дистанционного и медиаобразования. Уч.-методическое пособие. — 2013. URL: <http://www.ifap.ru/library/book535.pdf> (дата обращения: 09.03.2016).

ЧЛЕН-КОРРЕСПОНДЕНТ РАН У.Г. ПИРУМОВ (1931–2015)

Пирумов Ульян Гайкович (26 октября 1931 г., Москва — 24 февраля 2015 г., Москва) — российский ученый в области физической газовой динамики, вычислительной математики, математического моделирования аэрокосмических систем, член-корреспондент Российской академии наук (с 1997 г.).

Награды. Премия им. Н.Е. Жуковского (1964 г.), Государственная премия СССР (1979 г., 1987 г.), звание Заслуженный деятель науки РФ (1996 г.).

Биография. Родился в Москве в семье инженера. После окончания с отличием Московского физико-технического института в 1955 г. поступил на работу в НИИ тепловых процессов, где работал в должностях инженера, старшего научного сотрудника, начальника группы, начальника сектора. В 1960 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1969 г. — докторскую. В МАИ работал с 1976 г. в должности заведующего кафедрой «Вычислительная математика и программирование». В 1976 г. У.Г. Пирумову было присвоено звание профессора.

В период с 1955 г. до начала 1960-х годов У.Г. Пирумов занимался развитием аналитических методов решения задач внешней и внутренней газовой динамики. Им были поставлены и решены задачи пространственного обтекания конуса и тел, близких по форме к конусу, неравномерным сверхзвуковыми потоками, задача пространственного обтекания гиперзвуковым потоком эллиптических конусов под углом атаки. Развита метод малых возмущений применительно к расчету пространственных течений в конических соплах. В начале шестидесятых годов им начаты исследования по созданию методов профилирования оптимальных сопел реактивных двигателей с учетом неравновесных физико-химических превращений, за которые в 1964 г. он был удостоен премии им. Н.Е. Жуковского. У.Г. Пирумов является автором «Руководства для конструкторов по профилированию сопел» и соответствующего стандарта, которые использовались и до настоящего времени используются в практике ведущих КБ страны. Исследование потерь импульса, связанных с неравновесными процессами, позволили значительно улучшить характеристики сопел реактивных двигателей. За комплекс теоретических, расчетных и экспериментальных исследований по соплам реактивных двигателей У.Г. Пирумов удостоен в 1979 г. Государственной премии СССР. В период с 1965 г. У.Г. Пирумовым проведен цикл исследований по течениям высокотемпературного газа и плазмы при наличии неравновесных физико-химических процессов. Разработанные им теоретические и расчетные методы исследования неравновесных течений используются при решении задач, связанных с движением газа в соплах и струях, в каналах МГД-генераторов и газодинамических оптических квантовых генераторов. В этот же период Пирумовым У.Г. разработаны численные методы решения задач физической газовой динамики, которые позволяют рассчитывать течения газа в каналах сложных форм в различных энергетических установках, таких как: парогенераторы



ТЭС, сопла реактивных двигателей, каналы МГД — генераторов и различных типах двигателей внутреннего сгорания. К числу таких методов принадлежат известные в стране и за рубежом метод решения релаксационных уравнений и метод решения обратной задачи теории сопла.

Являясь заведующим кафедрой «Вычислительная математика и программирование» МАИ (с 1976 г.), У.Г. Пирумов много сделал для повышения уровня подготовки выпускаемых специалистов. Им была организована уникальная система обучения студентов по вычислительной математике, физической газовой динамике и информационным технологиям. Для прочтения спецкурсов был приглашен ряд ученых с мировым именем, работающих в институтах академии наук и на ведущих предприятиях авиационно-космического и оборонного комплекса России. В результате на кафедре к середине 1980-х годов в основном из выпускников факультета «Прикладная математика и физика» была создана научная школа, широко известная в России и зарубежом. Научным коллективом под руководством У.Г. Пирумова создан универсальный комплекс физико-математических моделей и прикладных программ, позволяющий эффективно решать важные народно-хозяйственные задачи. Был проведен цикл исследований высокотемпературных технологических процессов, развито научное направление по охране воздушного бассейна от загрязнений токсичными компонентами. Разработаны математические модели, предложен новый метод подавления окисей углерода и азота при выбросе их из экспериментальных наземных установок, двигателей внутреннего сгорания различного назначения, парогенераторов ТЭС. Техническое решение внедрено на ряде ведущих предприятий страны. За эти исследования У.Г. Пирумов удостоен второй Государственной премии СССР в 1987 г. Исследование процесса неравновесной конденсации, протекающего в высокоскоростных потоках, позволило впервые с единых кинетических позиций дать обобщение и интерпретацию явлений неравновесной конденсации и на этой основе предложить принципиально новый метод получения ультрадисперсных порошков, применимый, в частности, в порошковой металлургии и других областях техники.

В 1990-е годы были развиты математические модели новых технологических процессов, в том числе получения ультрадисперсных порошков, детонационного и непрерывного напыления, лазерно-электрического метода нанесения покрытий. По программе «Шаттл–Мир» под руководством У.Г. Пирумова были проведены исследования по силовому и тепловому воздействию струй, истекающих из сопел жидкостных реактивных двигателей малой тяги космического корабля «Шаттл» и космической станции «Мир» на элементы конструкции системы «Шаттл–Мир». За данный цикл работ У.Г. Пирумову в 1996 г. присвоено звание «Заслуженный деятель науки РФ». Результаты исследований У.Г. Пирумова постоянно внедрялись в промышленность и народное хозяйство, он имеет 14 авторских свидетельств, под его руководством подготовлены и защищены 30 докторских и кандидатских диссертаций. Он является автором более 200 научных работ, среди которых 3 учебных пособия для ВТУЗов, справочники АН СССР и 11 монографий. Две монографии переведены за рубежом. У.Г. Пирумов вел большую научно-организационную работу, являлся членом Национального Комитета по теоретической и прикладной механике, членом и председателем оргкомитетов ряда всероссийских и международных конференций. У.Г. Пирумов являлся председателем диссертационного Совета при МАИ. В 1997 г. У.Г. Пирумов был избран членом-корреспондентом Российской Академии Наук по отделению «Проблемы машиностроения, механики и процессы управления». За период с 1997 г. он был организатором и председателем оргкомитетов 17 международных конференций. Совместно с научным центром

«Нелинейная волновая механика и технология» РАН был организован по программе «Интеграция» успешно функционирующий Учебно-научный центр «Нелинейная волновая механика и экология». Являлся научным руководителем ряда научных проектов РФФИ, Министерства образования и науки РФ. У.Г. Пирумов руководил научно-исследовательскими и опытно-конструкторскими работами по авиационно-космической тематике выполняемых в интересах таких предприятий и организаций, как МИТ, НИИТП, ЭНЕРГОМАШ, ЦНИИМАШ, НИХТИ, КБ «САЛЮТ», ГИПРОНИИАВИАПРОМ и др.

У.Г. Пирумов является известным ученым в области газовой динамики, неравновесных физико-химических процессов в высокотемпературных газовых потоках и двухфазных смесях, проектирования оптимальных сопел реактивных двигателей и математического моделирования технологических процессов [1–15]. Им развиты фундаментальные аналитические и численные методы исследований течений газа в соплах с учетом неравновесного протекания химических реакций, возбуждения колебательных степеней свободы, неравновесной конденсации и кристаллизации, неравновесного движения многофазных смесей, предложены оригинальные численные методы решения задач физической газовой динамики, в том числе решение обратной задачи теории сопла, решение релаксационных уравнений. Им предложены современные методы проектирования сопел, развиты и внедрены в промышленность ряд новых технологических процессов, выполнен цикл работ по исследованию гемодинамики крупных кровеносных сосудов, а также по охране воздушного бассейна. Полученные У.Г. Пирумовым результаты широко признаны отечественным и мировым научным сообществом.

1. *Пирумов У.Г.* Обратная задача теории сопла и численное решение внутренних задач газовой динамики // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике: Сб. — М.: Изд-во МГУ, 1974. — 110 с.
2. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Течения газа в соплах. — М.: Изд-во МГУ, 1978. — 351 с.
3. *Горбунов В.Н., Пирумов У.Г., Рыжов Ю.А.* Неравновесная конденсация в высокотемпературных потоках газа. — М.: Машиностроение, 1984. — 200 с.
4. *Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.* Сверхзвуковые неизобарические струи газа. — М.: Машиностроение, 1985. — 248 с.
5. *Pirumov U.G., Roslyakov G.S.* Gas Flow in Nozzles. — Berlin, Heidelberg, New-York, Tokyo: Springer-Verlag, 1986. — 426 p.
6. *Пирумов У.Г.* Обратная задача теории сопла. — М.: Машиностроение, 1988. — 240 с.
7. *Gorbunov V.N., Pirumov U.G., Ryzhov Yu. A.* Nonequilibrium Condensation in High Speed Gas Flows. — New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1988. — 290 p.
8. *Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г.* Газовая динамика сверхзвуковых неизобарических струй. — М.: Машиностроение, 1989. — 320 с.
9. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Газовая динамика сопел. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1990. — 368 с.
10. *Пирумов У.Г.* Аналитическое исследование плоского сверхзвукового изоэнтропического течения в канале постоянного сечения и в примыкающем сопле Лавала с угловой точкой. — М.: Изд-во МАИ, 1992. — 60 с.
11. *Пирумов У.Г.* Численные методы: Учебное пособие. — М.: Изд-во МАИ, 1998. — 188 с.
12. *Пирумов У.Г.* Математическое моделирование в проблемах охраны воздушного бассейна. — М.: Изд-во МАИ, 2001. — 340 с.
13. *Пирумов У.Г.* Численные методы. Учебное пособие для студентов вузов. — 2-е изд. — М.: Дрофа, 2003. — 224 с.
14. Численные методы. Сборник задач. Учебное пособие для вузов / Под ред. У.Г. Пирумова. — М.: Дрофа, 2007. — 144 с.
15. *Пирумов У.Г.* Численные методы: теория и практика. Учебное пособие для бакалавров. — М.: Юрайт, 2012. — 421 с.

СПИСОК ОРГАНИЗАЦИЙ

АО “Концерн «Струйные технологии»”, Санкт-Петербург, Россия
АО “«Корпорация «Московский институт теплотехники»” (АО “«Корпорация «МИТ»”), Москва, Россия
Белорусский государственный университет (БГУ), Минск, Беларусь
Бурятский государственный университет (БГУ), Улан-Удэ, Россия
Бухарский инженерно-технологический институт (БухИТИ), Бухара, Узбекистан
Владивостокский государственный университет экономики и сервиса (ВГУЭС), Владивосток, Россия
Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ), Волгоград, Россия
Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова (ВНИИА им. Н. Л. Духова), Москва, Россия
Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук (ВЦ ДВО РАН), Хабаровск, Россия
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской академии наук Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия
Государственное казенное учреждение г. Москвы «Пожарно-спасательный центр», Москва, Россия
Дальневосточный государственный университет путей сообщения (ДВГУПС), Хабаровск, Россия
Дальневосточный федеральный университет (ДВФУ), Владивосток, Россия
Донской государственный технический университет (ДГТУ), Ростов-на-Дону, Россия
ЗАО СКБ «Зенит», Москва, Россия
ЗАО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия
Запорожский национальный университет (ЗНУ), Запорожье, Украина
Институт автоматизации проектирования Российской академии наук (ИАП РАН), Москва, Россия
Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИАПУ ДВО РАН), Владивосток, Россия
Институт геохимии и аналитической химии им. В. И. Вернадского Российской академии наук (ГЕОХИ РАН), Москва, Россия
Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук (ИДСТУ СО РАН), Иркутск, Россия
Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), Москва, Россия
Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета им. М. К. Аммосова (ИМИ СВФУ), Якутск, Россия
Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук (ИММ КазНЦ РАН), Казань, Россия
Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского научного центра Российской академии наук (ИМех УНЦ РАН), Уфа, Россия
Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН), Пермь, Россия

- Институт океанологии им. П. П. Ширшова Российской академии наук (ИО РАН), Москва, Россия
- Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук (ИОА СО РАН), Томск, Россия
- Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша), Москва, Россия
- Институт прикладной механики Российской академии наук (ИПриМ РАН), Москва, Россия
- Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН), Москва, Россия
- Институт проблем нефти и газа Сибирского отделения Российской академии наук (ИПНГ СО РАН), Якутск, Россия
- Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН), Москва, Россия
- Институт проблем химической физики Российской академии наук (ИПХФ РАН), Черноголовка, Московская обл., Россия
- Институт программных систем «УГП имени А. К. Айламазяна» (УГП имени А. К. Айламазяна), Переславль-Залесский, Россия
- Институт программных систем им. А. К. Айламазяна Российской академии наук (ИПС РАН), Ярославская обл., Переславский район, с. Вельково, Россия
- Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук (ИСЭМ СО РАН), Иркутск, Россия
- Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения Российской академии наук (ИСМАН), Черноголовка, Московская обл., Россия
- Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Российской академии наук (ИТПМ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН), Томск, Россия
- Институт химической кинетики и горения Сибирского отделения Российской академии наук (ИХКГ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ), Казань, Россия
- Казанский научный центр Российской академии наук (КазНЦ РАН), Казань, Россия
- Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ (КНИТУ–КАИ), Казань, Россия
- Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия
- Кубанский государственный университет (КубГУ), Краснодар, Россия
- Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ), Москва, Россия
- Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Москва, Россия
- Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия
- Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ), Долгопрудный, Московская обл., Россия
- Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия

- Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (НИИМ ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИПММ ТГУ), Томск, Россия
- Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (НИИПМЭ МАИ), Москва, Россия
- Научно-исследовательский машиностроительный институт (НИМИ), Москва, Россия
- Научный центр нелинейной волновой механики и технологии Российской академии наук (НЦ НВМТ РАН), Москва, Россия
- Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (СГУ), Саратов, Россия
- Национальный исследовательский Томский государственный университет (ТГУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» (НИЦ «Курчатовский институт»), Москва, Россия
- Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (НГТУ), Нижний Новгород, Россия
- Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- НИИ кардиологии им. А. Л. Мясникова, Москва, Россия
- НИИ НПО «Луч», Подольск, Московская обл., Россия
- Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин) (НГАСУ (Сибстрин)), Новосибирск, Россия
- Новосибирский государственный технический университет (НГТУ), Новосибирск, Россия
- Новосибирский государственный университет (НГУ), Новосибирск, Россия
- Новосибирский государственный университет экономики и управления (НГУЭУ), Новосибирск, Россия
- НПО «Трибофатика», Гомель, Беларусь
- Объединенный институт высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН), Москва, Россия
- ООО «ЛОКиП», Москва, Россия
- ООО «Параллелз Рисерч», Москва, Россия
- ООО Судостроительная компании «Аэроход» (ООО СК «Аэроход»), Нижний Новгород, Россия
- ООО «Текон Мембранные Технологии», Москва, Россия
- Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), Пермь, Россия
- Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (ПГУПС), Санкт-Петербург, Россия
- Приокский государственный университет (ПГУ), Орел, Россия
- Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева (РКК «Энергия»), Королев, Московская обл., Россия
- Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), Санкт-Петербург, Россия

- Российский государственный социальный университет (РГСУ), Москва, Россия
- Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королева (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия
- Санкт-Петербургский Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ ВМА (СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (СПбГМТУ), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (НИУ ИТМО), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия
- Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А. (СГТУ имени Гагарина Ю. А.), Саратов, Россия
- Сибирский государственный университет геосистем и технологий (СГУГиТ), Новосибирск, Россия
- Сибирский федеральный университет (СФУ), Красноярск, Россия
- Сиднейский университет (University of Sydney), Сидней, Австралия
- Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ), Томск, Россия
- Университет де Планалту Катариненсе (UNIPLAC), Лажес, Бразилия
- Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (Институт системного анализа РАН) (ФИЦ ИУ РАН (ИСА РАН)), Москва, Россия
- Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия
- Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского (ЦАГИ), Жуковский, Московская обл., Россия
- Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова (ЦИАМ), Москва, Россия
- Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИМаш), Королев, Московская обл., Россия
- Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения (ЦНИИСМ), Хотьково, Московская обл., Россия
- Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова (ЧГУ им. И. Н. Ульянова), Чебоксары, Россия
- Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (ЮУрГУ (НИУ)), Челябинск, Россия
- Южный научный центр Российской академии наук (ЮНЦ РАН), Ростов-на-Дону, Россия

АДРЕСНАЯ КНИГА

Абгарян Вартан Карленович	vka.mai@mail.ru
Абгарян Каринэ Карленовна	kristal83@mail.ru
Абгарян Микаэл Вартанович	chatebrian@mail.ru
Абдрахманова Алиса Ильгамовна	a061093@mail.ru
Абдрашитов Алексей Алланович	abdary@mail.ru
Абросимов Николай Анатольевич	abrosimov@mech.unn.ru
Абруков Виктор Сергеевич	abrukov@yandex.ru
Абузаров Мустафа Хасьянович	abouziar@mech.unn.ru
Аджиев Сергей Загирович	adzhiiev@nm.ru
Аксенова Ольга Анатольевна	olga.a.aksenova@gmail.com
Алабужев Алексей Анатольевич	alabuzhev@icmm.ru
Алексанина Марина Георгиевна	margeo@mail.ru
Алексеев Алексей Кириллович	aleksey.k.alekseev@gmail.com
Алексейчук Андрей Сергеевич	alexejchuk@gmail.com
Алексин Владимир Адамович	aleksin@ipmnet.ru
Амелюшкин Иван Алексеевич	amelyushkin_ivan@mail.ru
Андрущенко Виктор Анатольевич	andrusvictor@ya.ru
Антоновский Иван Владимирович	antonovskij@mail.ru
Аракелян Артур Давидович	arthur.arakelyan26@gmail.com
Архипов Владимир Афанасьевич	leva@niipmm.tsu.ru
Астафуров Сергей Владимирович	svastafurov@gmail.com
Аульченко Сергей Михайлович	aulchsm@mail.ru
Афанасьева Мария Николаевна	mary.mai.8@yandex.ru
Бабаков Александр Владимирович	babakov@icad.org.ru
Бабенко Екатерина Алексеевна	dewdroping@gmail.com
Бабешко Владимир Андреевич	babeshko41@mail.ru
Бабешко Ольга Мефодиевна	babeshko49@mail.ru
Бадриев Ильдар Бурханович	ildar.badriev1@mail.ru
Баженов Валентин Георгиевич	bazhenov@mech.unn.ru
Бакулин Владимир Николаевич	vbak@yandex.ru
Барченко Филипп Борисович	barchenco@mail.ru
Басалаев Артем Викторович	artem.v.basalaev@gmail.com
Баталов Владимир Геннадьевич	vbatalov@icmm.ru
Батурина Ольга Владимировна	ol.baturina@mail.ru
Белашова Ирина Станиславовна	irina455@inbox.ru
Бильченко Григорий Григорьевич	ggbil2@gmail.com
Бильченко Наталья Григорьевна	bilchnat@gmail.com
Бишаев Александр Михайлович	bishaev@bk.ru
Благовещенская Екатерина Анатольевна	kblag2002@yahoo.com
Бобылев Александр Александрович	abobylov@gmail.com
Богданов Андрей Николаевич	bogdanov@imec.msu.ru
Борисов Сергей Анатольевич	bsa@cosmos-plm.ru
Бочарников Владимир Максимович	vova.m.bocha@gmail.com
Бошенятов Борис Владимирович	bosbosh@mail.ru
Будкина Елена Михайловна	emb0909@rambler.ru

Буляккулов Марсель Маратович
Бураго Николай Георгиевич
Быков Леонид Владимирович
Быков Никита Валерьевич

marselmb@mail.ru
buragong@yandex.ru
bykov@mail.ru
nik.bkv@gmail.com

Ванькова Ольга Сергеевна
Васильев Александр Николаевич
Великодный Василий Юрьевич
Вецель Сергей Сергеевич
Виноградов Владимир Иванович
Виноградов Юрий Иванович
Власова Наталья Сергеевна
Волкова Татьяна Борисовна
Волокитин Олег Геннадьевич

olga0014@gmail.com
a.n.vasilyev@gmail.com
Vvelikodny@mail.ru
sergikvec@mail.ru
vvinogradov@inbox.ru
yuvino@rambler.ru
n.s.vlasova@gmail.com
tbvolkova@mail.ru
volokitin_oleg@mail.ru

Гайнулина Лейсан Радифовна
Галютин Виктор Борисович
Гаспарян Мовсес Манвелович
Гафиятов Рамиль Накипович
Гидаспов Владимир Юрьевич
Глуховская Юлия Исааковна
Головастов Сергей Викторович
Головешкин Василий Адамович
Голуб Виктор Владимирович
Голубев Виктор Константинович
Горохов Василий Андреевич
Горшков Александр Анатольевич
Градов Владимир Михайлович
Гришин Юрий Аркадьевич
Грудницкий Виктор Георгиевич
Губайдуллин Дамир Анварович
Гувернюк Сергей Владимирович
Гузенко Андрей Александрович
Гурман Владимир Иосифович
Гусев Евгений Леонидович
Гусева Ирина Сергеевна

leysan5684@yandex.ru
vicgal3012@mail.ru
mouses.gasparyan@gmail.com
gafiyatov@mail.ru
gidaspov@mail.ru
gljul@bk.ru
golovastov@yandex.ru
nikshevolog@ya.ru
golub@ihed.ras.ru
sikapul2@yandex.ru
vas-gor@rambler.ru
ag60341@gmail.com
gradov@bmstu.ru
grishin@power.bmstu.ru
vgrudnitsky@gmail.com
gubaidullin@imm.knc.ru
guv@mail.ru
a_guzenko_89@mail.ru
vig70@mail.ru
elgusev@mail.ru
ig_19@mail.ru

Данилкин Евгений Васильевич
Демарева Анастасия Вячеславовна
Демидова Ольга Львовна
Диденко Алексей Александрович
Димаки Андрей Викторович
Добровольский Сергей Владимирович
Дудко Ольга Владимировна
Дьяченко Наталия Владимировна

evgen-85-blackjack@yandex.ru
ivdemarev@mail.ru
demis806@gmail.com
aanm_didenko@rambler.ru
dav@ispms.tsc.ru
dobrovol'skiy_s@mail.ru
dudko@iacp.dvo.ru
nat230209@yandex.ru

Евдокимова Ольга Владимировна
Егорян Армен Джиганович
Ежов Алексей Дмитриевич
Елесин Александр Владимирович
Еремеев Владимир Олегович
Ершова Алена Юрьевна

evdokimova.olga@mail.ru
arche_hl@mail.ru
ezzhov@gmail.com
elesin@mech.unn.ru
eremeev.vladimir.o@gmail.com
Yershova_A@mail.ru

Жарова Ирина Константиновна	zharova@niipmm.tsu.ru
Жильцов Константин Николаевич	konstantin@niipmm.tsu.ru
Жирнов Николай Сергеевич	qpalm2170@yandex.ru
Замураев Владимир Павлович	zamuraev@itam.nsc.ru
Заранкевич Илья Андреевич	zarankevich@yandex.ru
Зароднюк Максим Сергеевич	max@isem.irk.ru
Зароднюк Татьяна Сергеевна	tzarodnyuk@gmail.com
Засухин Сергей Владимирович	s.zasukhin@yandex.ru
Засухина Елена Семеновна	zasuhina@ccas.ru
Захаров Николай Никодимович	iam-ras@mail.ru
Захарова Ольга Сергеевна	zakharovaos.mex@gmail.com
Зензинов Андрей Александрович	andrey.zenzinov@gmail.com
Зленко Николай Алексеевич	nikolay.zlenko@tsagi.ru
Золоторев Николай Николаевич	nikzolotorev@mail.ru
Зуев Юрий Владимирович	yuri_zuev@bk.ru
Иванов Игорь Эдуардович	ivanovmai@mail.ru
Иванова Юлия Александровна	ivanovaju@yahoo.com
Иванова Юлия Евгеньевна	ivanova@iacp.dvo.ru
Игнатов Алексей Владимирович	avi@bmstu.ru
Каганович Борис Моисеевич	thermo@isem.irk.ru
Казанский Александр Валентинович	kazansky@iacp.dvo.ru
Калинин Алексей Вячеславович	kalinin_a.vyach@mail.ru
Калинина Анна Павловна	kalinina@itam.nsc.ru
Калясов Павел Сергеевич	a.fevralskih@gmail.com
Карцева Елена Юрьевна	kartsevaelena@mail.ru
Кибец Александр Иванович	kibec@mech.unn.ru
Киндинова Виктория Валерьевна	hamstervill@mail.ru
Киреева Елена Евгеньевна	elena_kireeva@ymail.com
Кленов Евгений Александрович	eaklenov@gmail.com
Клименко Людмила Сергеевна	lyudmilaklimenko@gmail.com
Клочкова Людмила Викторовна	klud@imamod.ru
Коломенцев Петр Александрович	kolomentsev@ciam.ru
Кондратьева Людмила Александровна	liudmila.kondratieva@inbox.ru
Кононов Дмитрий Сергеевич	dr.kononoff@yandex.ru
Конопельчев Михаил Александрович	konopelchevm@gmail.com
Константинов Максим Валерьевич	konst@smate.msk.ru
Корнев Юрий Витальевич	hhv1v@mail.ru
Корчуганов Александр Вячеславович	avkor@ispms.ru
Коряков Михаил Николаевич	mkoryakov@bmstu.ru
Косарева Алена Александровна	kos-hellen@yandex.ru
Костюшин Кирилл Владимирович	kostushink@niipmm.tsu.ru
Котельников Михаил Вадимович	mvk_home@mail.ru
Котов Михаил Алтаевич	mikhail_kotov88@mail.ru
Кочетков Анатолий Васильевич	kochetkov@mech.unn.ru
Кошоридзе Семен Иосифович	koshoridze-semen@yandex.ru
Кравцов Яков Исаакович	kravtsov_1934@mail.ru
Крайнов Алексей Юрьевич	akrainov@ftf.tsu.ru
Крашенинников Константин Геннадьевич	kostia_k@bk.ru
Крикунова Анастасия Игоревна	utro-2007@mail.ru

Кринецкий Евгений Олегович	papakren@mail.ru
Круглов Кирилл Игоревич	k.kruglov.mai@ya.ru
Крыжевич Дмитрий Сергеевич	kryzhev@ispms.ru
Крылов Сергей Сергеевич	krylov@mail.ru
Крылова Екатерина Юрьевна	kat.krylova@bk.ru
Крысько Вадим Анатольевич	tak@san.ru
Крюков Виктор Георгиевич	vkrioukov@mail.ru
Кузенов Виктор Витальевич	vik_kuzenov@mail.ru
Кузнецов Гений Владимирович	kuznetsovgv@tpu.ru
Кузнецов Евгений Борисович	kuznetsov@mail.ru
Кузнецова Елена Владимировна	cmmass@mail.ru
Кузнецова Светлана Валентиновна	k_svetlana_valen@mail.ru
Кули-заде Марина Евгеньевна	kuli_marina@mail.ru
Кунец Дина Сергеевна	dk1424@nyu.edu
Кутыш Иван Иванович	ecogibent@mail.ru
Кухтичев Антон Алексеевич	a.kukhtichev@mail.ru
Лазовская Татьяна Валерьевна	tatianala@list.ru
Лалин Владимир Владимирович	vllalin@yandex.ru
Лаптева Анастасия Александровна	lanastal@mail.ru
Ларина Елена Владимировна	larinaelenav@gmail.com
Левин Юрий Константинович	iam-ras@mail.ru
Лемза Александр Олегович	alsu-24@yandex.ru
Леонов Сергей Сергеевич	powerandglory@yandex.ru
Лепешинский Игорь Александрович	igorlepeshe@yandex.ru
Линник Елена Юрьевна	ElenkaLinnik@gmail.com
Лобанов Игорь Александрович	a.ji@bk.ru
Лукин Владимир Николаевич	lukinvn@list.ru
Максимов Федор Александрович	f_a_maximov@mail.ru
Маламанов Степан Юрьевич	stevmal@mail.ru
Малыхина Галина Федоровна	g_f_malychina@mail.ru
Мальцев Марат Сергеевич	mario-marat@mail.ru
Манцыбора Александр Анатольевич	manzubor@iacp.dvo.ru
Марков Андрей Алексеевич	markov.ipm@yandex.ru
Маров Михаил Яковлевич	marovmail@yandex.ru
Марфин Евгений Александрович	marfin_ea@mail.ru
Маслов Евгений Анатольевич	maslov_eugene@mail.ru
Махров Владислав Петрович	k608@mai.ru
Меньков Георгий Борисович	gmenkov@narod.ru
Михайловский Константин Валерьевич	konst_mi@mail.ru
Михалин Вячеслав Алексеевич	slavamix@list.ru
Молчанов Александр Михайлович	alexmol_2000@mail.ru
Мурашкин Илья Владимирович	murashkin@inbox.ru
Нагнибеда Екатерина Алексеевна	e_nagnibeda@mail.ru
Надирадзе Андрей Борисович	nadiradze@mail.ru
Насань Олег Александрович	oleg.nasan@gmail.com
Нгуен Вьет Куанг	quang35288@mail.ru
Нечаев Юрий Иванович	nechaev@mail.ifmo.ru
Никитин Александр Дмитриевич	nikitin_alex@bk.ru
Никитин Илья Степанович	i_nikitin@list.ru

Никитин Петр Васильевич
Никифоров Анатолий Анатольевич
Новосельцева Надежда Александровна
Нуриев Артем Наилевич

petrunecha@gmail.com
anikiforov1@yandex.ru
knadya2004@mail.ru
nuriev_an@mail.ru

Орлов Максим Юрьевич
Осипов Александр Леонидович
Острик Афанасий Викторович
Охотников Дмитрий Иванович

orloff_m@mail.ru
alosip@mail.ru
ostrik@ficp.ac.ru
dmitry.okhotnikov@gmail.com

Панасенко Александр Викторович
Пантюхов Александр Леонидович
Панченко Галина Леонидовна
Пестренин Валерий Михайлович
Петров Александр Георгиевич
Петров Михаил Васильевич
Петров Олег Николаевич
Пивоваров Дмитрий Евгеньевич
Погудалина Светлана Владимировна
Подрыга Виктория Олеговна
Полоник Марина Васильевна
Полуянова Елена Владимировна
Поляков Сергей Владимирович
Попов Владимир Васильевич
Потапов Игорь Иванович
Преснецова Виктория Юрьевна
Прозорова Эвелина Владимировна

akpanas@mail.ru
alexander.pantukhov@gmail.com
panchenko.21@yandex.ru
pestreninvm@mail.ru
petrovipmech@gmail.com
petrovMikhVas@gmail.com
petr_oleg@mail.ru
pivovarov@imec.msu.ru
svetli4ok2011@mail.ru
pvictoria@list.ru
polonik@mail.ru
poluyanova94@bk.ru
polyakov@imamod.ru
popov@iam.ras.ru
potapovii@rambler.ru
alluvian@mail.ru
e.prozorova@spbu.ru

Рагозина Виктория Евгеньевна
Расина Ирина Викторовна
Рассадкин Юрий Павлович
Ревизников Дмитрий Леонидович
Решетников Вячеслав Анатольевич
Решетникова Ольга Владимировна
Ридли Михаил Кристофорович
Рогаев Константин Сергеевич
Рожков Алексей Николаевич
Рожнов Алексей Владимирович
Ромашин Сергей Николаевич
Рулева Лариса Борисовна
Русakov Сергей Владимирович
Рябинин Анатолий Николаевич

ragozina@vlg.ru
irinarasina@gmail.com
iam-ras@mail.ru
reviznikov@inbox.ru
vresh031152@mail.ru
ov13r@yandex.ru
litridl@gmail.com
rogaev@ftf.tsu.ru
rozhkov@ipmnet.ru
rozhnov@ipu.ru
sromashin@yandex.ru
ruleva@ipmnet.ru
rusakov@psu.ru
a.ryabinin@spbu.ru

Савельев Александр Дмитриевич
Савельев Алексей Сергеевич
Савин Андрей Валерьевич
Садовский Владимир Вадимович
Салтыкова Ольга Александровна
Самсонов Кирилл Сергеевич
Сапелкин Арсений Сергеевич
Сафаров Исмоил Ибрагимович
Светушков Николай Николаевич

savel-cc09@yandex.ru
aleksey.schumacher@gmail.com
savin@jettechnologies.ru
sadovi4@mail.ru
olga_a_saltykova@mail.ru
sams1@bk.ru
asapelkin@bmstu.ru
safarov54@mail.ru
svt.n.n@mail.ru

Северина Наталья Сергеевна	severina@mai.ru
Севрюкова Александра Владимировна	alexandra.sevryukova@gmail.com
Селезнев Роман Константинович	rkseleznev@gmail.com
Семенов Александр Сергеевич	semenov_alex@yahoo.com
Семенчукова Валерия Сергеевна	vsemen2008@mail.ru
Семянистый Алексей Владимирович	axayaz@yandex.ru
Сергеев Александр Сергеевич	sergeev00765@mail.ru
Серебрякова Ирина Евгеньевна	iri.serebry@yandex.ru
Скородумов Станислав Владимирович	sv.skorodumov@gmail.com
Скороход Елена Пантелеймоновна	e.p.skopohod@mail.ru
Смирнов Сергей Викторович	smirnoff@iacp.dvo.ru
Снигерева Борис Александрович	snigerev@imm.knc.ru
Собачкина Наталья Леонидовна	sobachkinanat@mail.ru
Соколов Александр Павлович	alsokolo@bmstu.ru
Соколов Алексей Борисович	sokolovab63@ya.ru
Соколов Евгений Иванович	falcon_falcon@list.ru
Солодовников Сергей Иванович	sis63@yandex.ru
Стасенко Альберт Леонидович	stasenko@serpantin.ru
Сторожев Дмитрий Алексеевич	dmitry.stor@gmail.com
Стреляев Юрий Михайлович	strelkiny@gmail.com
Султанов Ленар Усманович	Lenar.Sultanov@kpfu.ru
Суржиков Сергей Тимофеевич	surg@ipmnet.ru
Суров Виктор Сергеевич	svs@csu.ru
Сызранова Нина Геннадьевна	nina-syzranova@ya.ru
Тархов Дмитрий Альбертович	dtarkhov@gmail.com
Терехова Наталья Михайловна	terekh@itam.nsc.ru
Терешин Валерий Алексеевич	terva@mail.ru
Терпугов Виктор Николаевич	terpugov@psu.ru
Тишкин Владимир Федорович	v.f.tishkin@mail.ru
Ткаченко Людмила Александровна	luda_tkachenko@inbox.ru
Торопецкий Константин Викторович	ktoropetsky@gmail.com
Третьяков Павел Константинович	paveltr@itam.nsc.ru
Трушина Вероника Павловна	veronika07-92@mail.ru
Тупикин Андрей Викторович	tupikin@itam.nsc.ru
Турчак Леонид Иванович	l.turchak@yandex.ru
Тырымов Александр Александрович	tyrymov2010@yandex.ru
Усанина Анна Сергеевна	usaninaanna@mail.ru
Фахрутдинов Ленар Рустамович	bishchumbek@gmail.com
Февральских Андрей Владимирович	a.fevralskih@gmail.com
Федорова Татьяна Георгиевна	tanusha2884@mail.ru
Федюшкин Алексей Иванович	fai@ipmnet.ru
Фроленкова Лариса Юрьевна	larafrolenkova@yandex.ru
Фролко Павел Александрович	sstifler@yandex.ru
Хакимов Аким Гайфуллинович	hakimov@anrb.ru
Халидов Искандер Анасович	iskander.khalidov@gmail.com
Хамидуллин Марсель Рашитович	marseille.ksu@gmail.com
Хачумов Вячеслав Михайлович	vmh48@mail.ru
Хмель Татьяна Алексеевна	khmel@itam.nsc.ru

Цаплин Сергей Васильевич	tsaplin@samsu.ru
Цветков Григорий Александрович	tsgr@inbox.ru
Цвык Рувим Шахнович	tsvyk@iao.ru
Цыпкин Георгий Геннадьевич	tsyarkin@ipmnet.ru
Чебакова Виолетта Юрьевна	vchebakova@mail.ru
Чекмарев Дмитрий Тимофеевич	4ekm@mm.unn.ru
Чернов Анатолий Альбертович	chernov@kinetics.nsc.ru
Чернышов Лев Николаевич	levchern@gmail.com
Чулюнин Алексей Юрьевич	chulyu-n@mail.ru
Шарафутдинов Ильдар Закирович	shiaz@yandex.ru
Шаров Михаил Сергеевич	sharov@ciam.ru
Шевелев Юрий Дмитриевич	shevelev@icad.org.ru
Шемет Людмила Александровна	shemetla@yandex.ru
Шеметов Андрей Владимирович	andrvhka@mail.ru
Шемакина Татьяна Алексеевна	sh_tat@mail.ru
Ширин Алексей Павлович	shirin@ciam.ru
Широбоков Дмитрий Алексеевич	shibo2506@yandex.ru
Ширшов Ярослав Николаевич	yns@bk.ru
Шоркин Владимир Сергеевич	vshorkin@yandex.ru
Шошин Дмитрий Викторович	shoshin86@mail.ru
Шупчинская Карина Сергеевна	corin-s@rambler.ru
Шустов Станислав Алексеевич	shustov.st@yandex.ru
Щербаков Дмитрий Валерьевич	dmitrii.shcherbakov@phystech.edu
Щербаков Сергей Сергеевич	sherbakovss@mail.ru
Щетинин Виталий Николаевич	sch_vitaliy@mail.ru
Юрченко Андрей Владимирович	yurch77@gmail.com
Якушев Владимир Лаврентьевич	yakushev@icad.org.ru
Якушина Светлана Ивановна	jakushina@rambler.ru
Якшин Сергей Владимирович	s.yakshin@isem.irk.ru
Янышев Дмитрий Сергеевич	dyanishev@gmail.com

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Babakov A. V. 18

Kazansky A. V. 165

Абашев В. М. 20

Абгарян В. К. 474

Абгарян К. К. 407, 409

Абгарян М. В. 209, 211

Абдрахманова А. И. 285, 324, 393

Абдрашитов А. А. 185

Абдуллин А. Л. 116

Абросимов Н. А. 287, 289

Абруков В. С. 410

Абузяров К. М. 118

Абузяров М. Х. 118

Аванесян В. П. 152

Аверина А. М. 221, 222

Аверьков И. А. 121

Аджиев С. З. 119

Аксенова О. А. 213

Алабужев А. А. 56, 57

Алексанин А. И. 167

Алексанина М. Г. 167

Алексеев А. К. 412

Алексейчук А. С. 547

Алексин В. А. 231

Амелюшкин И. А. 59

Андрущенко В. А. 169, 269

Анисимов М. Ю. 80

Антоновский И. В. 91, 93

Аракелян А. Д. 121

Артемьева А. А. 481

Архипов В. А. 61, 171

Астафуров С. В. 291, 293, 328

Аульченко С. М. 174

Афанасьева М. Н. 414

Афанасьева С. А. 378

Ахмедов М. Ш. 382

Ахтерьяков А. В. 80

Бабайлов А. А. 219

Бабаков А. В. 18

Бабенко Е. А. 549

Бабешко В. А. 295

Бабешко О. М. 297

Бадриев И. Б. 475, 477, 479

Баженов В. Г. 349, 481, 483, 485, 487

Бакулин В. Н. 21, 24, 62, 122, 271, 300, 322, 369, 489, 531

Банах В. А. 175

Бандеров В. В. 475

Баранов Н. А. 233

Баранова М. С. 483

Баринев В. Ю. 97

Барченко Ф. Б. 489

Басалаев А. В. 215

Баталов В. Г. 491

Батурина О. В. 502

Белашова И. С. 301, 303

Белов Н. Н. 378

Белоусов К. И. 21, 62

Бережной Д. В. 316

Березовская К. А. 116

Бивол Г. Ю. 135

Бильченко Г. Г. 199, 201

Бильченко Н. Г. 199, 201

Битюрин В. А. 21, 62, 122

Бишаев А. М. 209, 211

Благовещенская Е. А. 416

Бобылев А. А. 303

Богданов А. Н. 235

Богдевич Ю. Р. 435

Богомоллов Г. Н. 367

Бойко О. В. 507

Болтаев З. И. 382

Болычев С. А. 542

Бондарев А. Е. 412

Борина А. П. 305

Борисов С. А. 82, 241

Бочарников В. М. 203

Бошнятов Б. В. 24, 493, 495

Брагов А. М. 307

Будкина Е. М. 417

Буляккулов М. М. 65

Бураго Н. Г. 26, 310

Быков Л. В. 100, 103, 257, 335

Быков Н. В. 67, 419

Валиев Х. Х. 507

Вальгер С. А. 263

Ванькова О. С. 125

Васильев А. Н. 421

- Веденяпин В. В. 119
Великодный В. Ю. 21, 62, 122
Вецель С. С. 362
Виноградов В. И. 551
Виноградов Ю. И. 312, 314
Власова Н. С. 419
Волков Е. Н. 271, 364
Волкова Т. Б. 552
Володин В. В. 136, 203
Володина О. В. 407
Волокитин О. Г. 178
Волохов В. М. 121
- Гавриш С. В. 498
Гайнулина Л. Р. 316
Галютин В. Б. 423
Галютин О. А. 423
Ганиев Р. Ф. 28, 69
Гапонов С. А. 236
Гарбарук В. В. 416
Гасилин В. В. 127
Гаспарян М. М. 218
Гафиятов Р. Н. 72
Герасимова А. М. 49
Гидаспов В. Ю. 105, 129, 132
Гладской И. Б. 297
Глазова Е. Г. 118
Глуховская Ю. И. 82, 241
Головастов С. В. 135
Головешкин В. А. 269
Голуб В. В. 135, 136, 203
Голубев В. К. 425
Гольдфельд М. А. 125
Горохов А. Н. 307
Горохов В. А. 318
Горшков А. А. 301
Горшкова Е. М. 297
Градов В. М. 204, 498
Григорьев А. С. 291
Гришин Ю. А. 427, 429
Гришина В. Г. 229
Грудницкий В. Г. 30, 33
Губайдуллин Д. А. 70, 72, 74, 76, 78
Гувернюк С. В. 238
Гузенко А. А. 91, 93
Гурман В. И. 500, 502, 505
Гусев Е. Л. 320, 322
Гусева А. 441
Гусева И. С. 500
Гуськов Д. В. 507
- Давыдов Р. Л. 324
Данилкин Е. В. 271, 364
Демарева А. В. 326
Демидова О. Л. 554, 573
Демин А. А. 509
Дербакова Е. П. 215
Диденко А. А. 80
Димаки А. В. 328
Димитриенко Ю. И. 139
Добровольский С. В. 82, 241
Донской И. Г. 515
Дудко О. В. 330
Дыренков А. В. 122
Дьяченко Н. В. 84
- Евдокимова О. В. 332
Егоров А. В. 511
Егорян А. Д. 140
Ежов А. Д. 335
Елесин А. В. 287
Елецкий Ю. Б. 295
Елисеев С. В. 409
Еремеев В. О. 244
Еремин В. В. 187
Еремин И. В. 435
Еремкин И. Н. 20
Ершова А. Ю. 513
Ефремов Д. В. 509
- Жарова И. К. 171
Желаев И. А. 204
Желтухин В. С. 477
Жестков М. Н. 485
Животов Н. П. 20
Жильцов К. Н. 495
Жирнов Н. С. 219
Жуков А. С. 171
Журавлев А. А. 409
- Замураев В. П. 20, 34, 246
Заранкевич И. А. 91, 93
Зарипов Р. Г. 74
Зароднюк М. С. 515, 518
Зароднюк Т. С. 515
Засухин С. В. 516
Засухина Е. С. 516
Захаров А. А. 139, 218
Захаров Н. Н. 152
Захарова О. С. 337
Зензинов А. А. 471
Зленко Н. А. 431

Знаменская И. А. 196
Золоторев Н. Н. 171
Зольников К. П. 345, 348
Зуев Ю. В. 91, 93

Иванов И. Э. 36, 40, 52, 105, 196
Иванова Ю. А. 575
Иванова Ю. Е. 376
Игнатов А. В. 464
Ипатов С. И. 359

Каверзнева Т. Т. 421
Каганович Б. М. 518
Кагенов А. М. 435
Казаков Д. А. 318, 481
Казанский А. В. 165, 167
Кайсина М. И. 57
Калинин А. В. 433
Калинина А. П. 20, 34, 246
Кальясов П. С. 244
Капустин С. А. 318
Карнет Ю. Н. 507
Картаев Е. В. 174
Карцева Е. Ю. 180
Кибец А. И. 326
Ким В. 211
Киндинова В. В. 555, 556
Киреева Е. Е. 558
Клёнов Е. А. 549
Клименко Л. С. 86
Клосс Ю. Ю. 218
Клочкова Л. В. 521
Ковтанюк Л. В. 339, 341
Козулин В. С. 141
Коломенцев П. А. 523
Комар Л. А. 385
Кондратьева Л. А. 273
Кондюрин А. В. 385, 509
Кононов Д. В. 129
Конопельчев М. А. 343
Константинов А. Ю. 307
Константинов М. В. 312
Корнев Ю. В. 507
Коробков С. С. 204
Корчуганов А. В. 345, 348
Коряков М. Н. 139
Косарева А. А. 144
Коста В. Ж. 127
Костюшин К. В. 435
Котельников М. В. 221, 222
Котов В. Л. 346

Котов М. А. 182
Кочетков А. В. 118, 307
Кошоридзе С. И. 524, 526
Кравцов Я. И. 185
Крайнов А. Ю. 171
Крашенинников К. Г. 559
Кривокорытов М. С. 136
Крикунова А. И. 38
Кринецкий Е. О. 555, 556
Круглов В. И. 551
Круглов К. И. 474
Кружилин В. С. 401
Крыжевич Д. С. 345, 348
Крылов С. В. 118
Крылов С. С. 561
Крылова Е. Ю. 349, 352
Крысько В. А. 352, 362, 401
Крюков В. Г. 116, 127
Крюков И. А. 36, 40, 52, 105, 193
Кузенов В. В. 248
Кузмичева Т. В. 481
Кузнецов Г. В. 249
Кузнецов Е. Б. 354, 414, 417
Кузнецова Д. А. 356
Кузнецова Е. В. 555, 556
Кузнецова С. В. 562, 564
Кузьмин И. А. 531
Кули-заде М. Е. 566
Кунец Д. С. 416
Кунова О. В. 89
Куратов С. Е. 193
Кустова Е. В. 89
Кутыш А. И. 146
Кутыш Д. И. 146
Кутыш И. И. 146
Кухтенкова А. А. 301
Кухтичев А. А. 549, 569

Ладонкина М. Е. 537
Лазовская Т. В. 421, 437
Лалин В. В. 356
Лалина И. И. 356
Ландик Л. В. 371
Лаптева А. А. 330
Ларина Е. В. 36, 40
Левин Ю. К. 21, 62, 122, 524, 526
Лемза А. О. 339
Леонов С. С. 354
Лепешинский И. А. 91, 93
Линник Е. Ю. 346
Липницкий Ю. М. 187

Лисенко А. В. 219
Лобанов И. А. 439
Лозовой В. В. 332
Ломовской В. А. 301
Лукин В. Н. 571
Любавин А. С. 505
Любимов Д. Ю. 229

Мазо А. Б. 540
Макаров М. В. 475, 479
Максимов Ф. А. 238, 252, 255
Маламанов С. Ю. 42
Малинина Н. Л. 573
Малыхина Г. Ф. 441
Мальцев М. С. 385
Манцыбора А. А. 358
Маракасов Д. А. 175
Марков А. А. 95, 97
Маров М. Я. 359
Мартыросов М. И. 513
Мартыненко С. И. 121
Мартынов Д. В. 229
Марфин Е. А. 185
Марышев Б. С. 86
Маслов Е. А. 61, 171
Матвеев А. М. 369
Махров В. П. 100
Мелихов И. В. 119
Меньков Г. Б. 314
Мерзляков А. Ф. 509
Меснянкин С. Ю. 335
Милицын А. В. 441
Михайлов Д. О. 215
Михайловский К. В. 222, 387
Михалин В. А. 187
Мишенков С. Ю. 80
Модин И. А. 307
Моисеенков М. С. 454
Мокеев Д. А. 341
Молчанов А. М. 100, 103, 257
Москаленко О. А. 132
Мурашкин И. В. 169
Мухин А. С. 295

Нагнибеда Е. А. 144, 148
Нагорных Е. В. 481
Надирадзе А. Б. 225
Нарзуллаев Ф. С. 382
Насань О. А. 404
Нгуен В. К. 362
Недбай А. Я. 271, 343, 364

Нерсисян Д. А. 196
Нечаев Ю. И. 443, 445
Нигматулин Р. И. 511
Никитин А. Д. 310
Никитин И. С. 26, 310
Никитин П. В. 65, 82, 241
Никифоров А. А. 76
Новосельцева Н. А. 289
Нуриев А. Н. 260, 337

Орлов М. Ю. 367
Орлова Ю. Н. 367
Осетров Д. Л. 483, 487
Осетров С. Л. 487
Осипов А. Л. 150, 448
Осипова З. П. 215
Остапенко Н. А. 252, 255
Острик А. В. 369
Охотников Д. И. 43

Паймушин В. Н. 479
Панасенко А. В. 180
Панин С. С. 69
Пантюхов А. Л. 276, 449
Панченко Г. Л. 341
Папкова И. В. 352
Пестренин В. М. 371
Пестренина И. В. 371
Петров А. Г. 262
Петров М. В. 395
Петров О. Н. 451
Пивоваров Д. Е. 46
Пирумов У. Г. 105
Повещенко Ю. А. 521
Погудалина С. В. 263
Подрыга В. О. 227
Полозова Т. Н. 107
Полоник М. В. 358
Полуянова Е. В. 49
Поляков С. В. 227
Попов В. В. 21, 24, 62, 122, 495
Потапов А. П. 215
Потапов И. И. 262
Поташев К. А. 540
Преснецова В. Ю. 374
Пресняков В. В. 387
Прозорова Э. В. 278
Псахье С. Г. 291, 293, 328, 345, 348

Рагозина В. Е. 330, 376
Расина И. В. 502

- Рассадакин Ю. П. 152
Ребров А. К. 249
Ревизников Д. Л. 28, 69, 109, 409
Резник С. В. 222
Решетников В. А. 91, 93
Решетникова О. В. 575
Ридли М. К. 577
Рогаев К. С. 378
Рогоза А. Н. 28
Рожков А. Н. 511
Рожнов А. В. 439
Ромашин С. Н. 374, 380
Рулева Л. Б. 182
Русаков С. В. 454
Рыбалко А. А. 561
Рябинин А. Н. 47
- Савельев А. Д. 265
Савельев А. С. 89
Савин А. В. 189
Садовский В. В. 433
Сазанович В. М. 175
Салтыкова О. А. 352, 362
Самонов А. С. 219
Самсонов К. С. 49
Сапелкин А. С. 387, 464
Сафаров И. И. 382
Светушков Н. Н. 527
Свистков А. Л. 385, 509
Свищев Д. Н. 515
Северина Н. С. 129, 425
Севрюкова А. В. 49
Селезнев Р. К. 50, 248
Семенов А. С. 456
Семенчукова В. С. 429
Семянистый А. В. 280
Сергеев А. С. 457
Серебрякова И. Е. 459, 462
Скоблова А. А. 221, 222
Скородумов С. В. 549, 569
Скорород Е. П. 566
Сластушенский Ю. В. 28
Смирнов В. Е. 409
Смирнов С. В. 529
Снигирев Б. А. 78
Собачкина Н. Л. 191
Соколов А. Б. 80
Соколов А. П. 387, 464
Соколов Е. И. 189
Солодовников С. И. 182
Сон Э. Е. 38
- Сосновский Л. А. 404
Способин А. В. 109
Стасенко А. Л. 59
Степаненко Е. Н. 110
Степанов Р. А. 491
Сторожев Д. А. 193
Страхов В. Л. 531
Стреляев Ю. М. 389
Стрижак П. А. 249
Сулейманов А. Ф. 47
Султанов Л. У. 285, 324, 393
Суржилов С. Т. 50, 182, 193, 206
Суриков Е. В. 523, 534, 536
Суров В. С. 110
Сухановский А. Н. 491
Сухарев Т. Ю. 69
Сызранова Н. Г. 113, 269
Сысоев Н. Н. 196
- Тарасевич А. 40
Тарасова А. Г. 343
Тархов Д. А. 421, 437, 467
Телятников И. С. 332
Терехова Н. М. 236
Терешин В. А. 305
Терпугов В. Н. 385, 509
Тишкин В. Ф. 521, 537
Ткаченко Л. А. 74
Токталиев П. Д. 121
Торопецкий К. В. 159, 162
Третьяков П. К. 20, 141, 154
Трушина В. П. 150, 448
Тупикин А. В. 20, 141
Турчак Л. И. 233, 282
Тырымов А. А. 391
- Уафа Г. Н. 297
Уафа С. Б. 332
Уваров С. И. 407
Украинский Л. Е. 28, 69
Умаров Л. М. 97
Усанина А. С. 61
- Фарапонов В. В. 171
Фахрутдинов Л. Р. 393
Февральских А. В. 244
Федорова Н. Н. 125, 263
Федорова Т. Г. 395
Федосов О. Ю. 378
Федюшкин А. И. 538
Фесько О. В. 505

- Филимонов И. А. 97
Фомин Е. В. 167
Фроленкова Л. Ю. 374
Фролко П. А. 107
- Х**акимов А. Г. 397
Халидов И. А. 213
Хамидуллин М. Р. 540
Хачумов В. М. 468
Хмелевс А. 219
Хмель Т. А. 157
Холмогоров С. А. 479
- Ц**аплин С. В. 542
Цветков Г. А. 282
Цвык Р. Ш. 175
Цыпкин Г. Г. 544
- Ч**ебакова В. Ю. 477
Чекмарев Д. Т. 433
Черемисин Ф. Г. 218
Чернов А. А. 159, 162, 410
Чернышов Л. Н. 578
Чудинов В. С. 509
Чулюнин А. Ю. 266
Чурилов Ю. А. 318
- Ш**абаров В. В. 244
Шарафутдинов И. З. 89, 148
Шаров М. С. 534
Шевелев Ю. Д. 113
Шематович В. И. 282
Шемет Л. А. 399
- Шеметов А. В. 401
Шемякина Т. А. 467
Шеремет М. А. 178
Шестернин А. Н. 175
Шестопапов В. Л. 295
Шеховцов В. В. 178
Шилько Е. В. 291, 293, 328
Ширин А. П. 536
Широбоков Д. А. 471
Ширшов Я. Н. 196
Шмаков А. Г. 159, 162
Шоркин В. С. 374, 380
Шошин Д. В. 326
Шубин В. Л. 552
Шувалов П. В. 229
Шупчинская К. С. 389
Шустов С. А. 52
- Щ**ербаков Д. В. 229
Щербаков С. С. 399, 404
Щетинин В. Н. 387, 464
- Ю**гов Н. Т. 378
Юрченко А. В. 449
Юрьев А. И. 100
- Я**ковлева Т. В. 349, 401
Якушев В. Л. 26, 310
Якушина С. И. 380
Якшин С. В. 518
Яновский Л. С. 523, 534, 536
Янышев Д. С. 100, 103, 257