



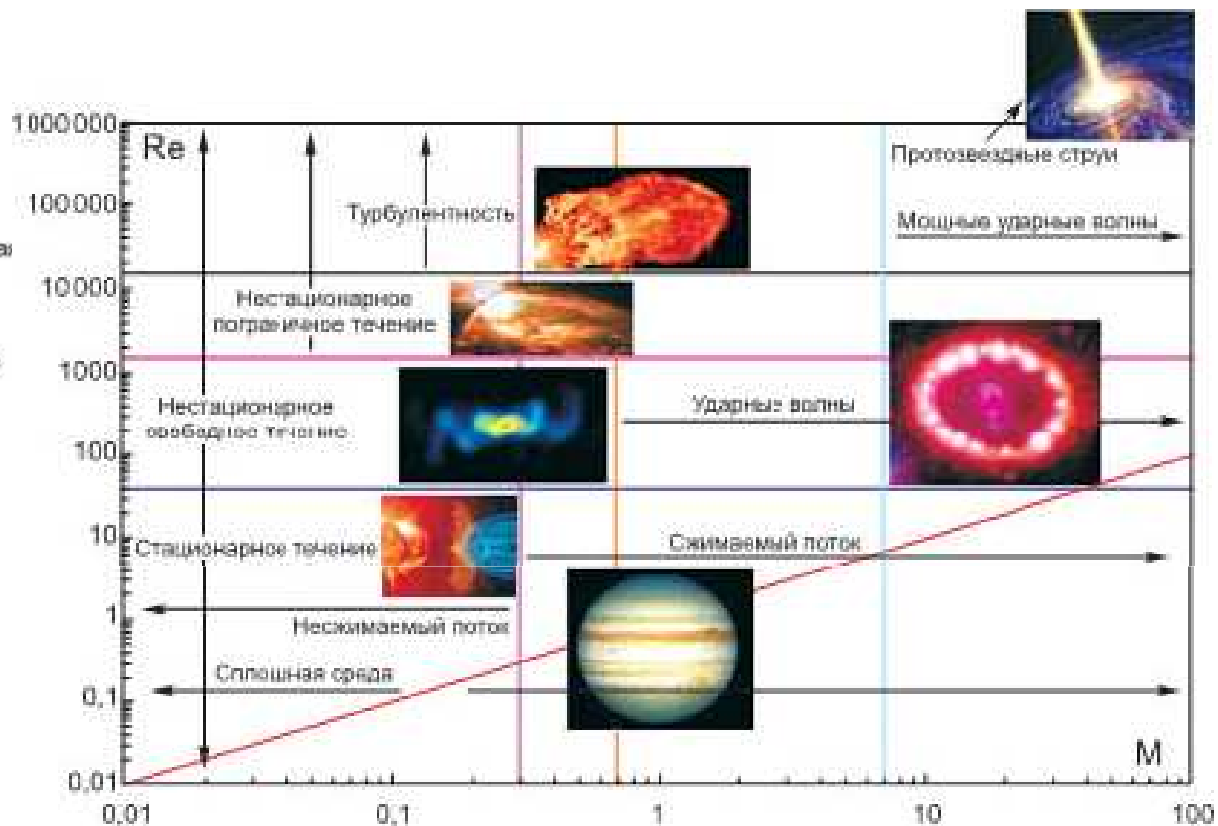
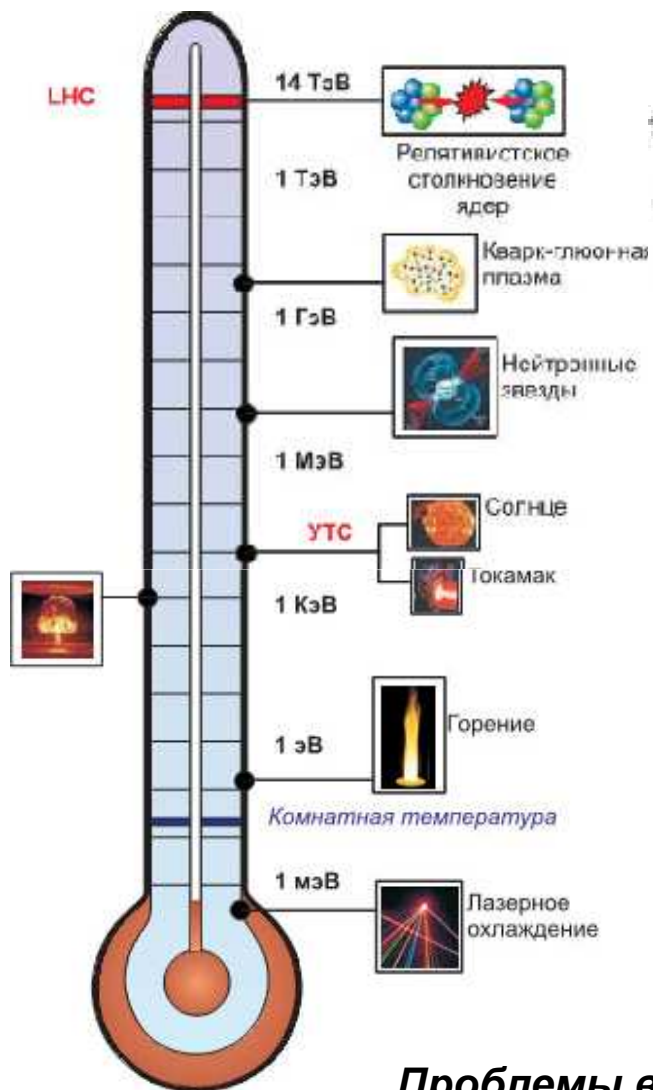
энергомашиностроение.

6

Лекция №2,3 КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

- Общие понятия и основы теории подобия
- Теплоотдача при свободном движении жидкости
- Теплоотдача при вынужденном движении жидкости
- Особенности теплоотдачи при течении газа с большими скоростями
- Связь между коэффициентом трения и коэффициентом теплоотдачи

Шкала температур и гидродинамические режимы



Физика высоких плотностей энергии. При взрыве сверхновой типа Ia число Маха изменяется от 0,01 в области термоядерного горения до 100 в ударной волне от взрыва ее поверхности. В большинстве астрофизических явлений $Re > 10^6$

Проблемы в термодинамике:

- 1) установление границ квазиклассичности (модель Томаса–Ферми)
- 2) термодинамика вырожденной сжатой плазмы

α для разных условий

Свободная гравитационная конвекция в газах	5 — 30
Свободная конвекция воды	10 ² — 10 ³
Вынужденная конвекция газов	10 — 500
Вынужденная конвекция воды	500 — 2•10 ⁴
Кипение воды	2•10 ³ — 5•10 ⁵
Жидкие металлы	10 ² — 3•10 ⁴
Пленочная конденсация водяных паров	4•10 ³ — 1,5•10 ⁴
Капельная конденсация водяных паров	4•10 ⁴ — 1,2•10 ⁵

Общие понятия и основы теории подобия

Конвективным теплообменом или теплоотдачей называют **процесс теплообмена**, который осуществляется между какой-либо твердой поверхностью и омывающей ее жидкостью или газом. Изучают и рассчитывают конвективный теплообмен на основе закона Рихмана-Ньютона:

$$q = \alpha(T_{жс} - T_{ст})$$

Теория подобия состоит из трех основных теорем. **Первая теорема подобия** гласит: у подобных явлений значения одноименных критериев подобия одинаковы, индикаторы подобия равны единице. Для получения критериев подобия дифференциальные уравнения, описывающие процесс, должны быть подвергнуты преобразованию подобия, которое заключается в следующем.

$$w_x \frac{dT}{dx} = a \frac{d^2T}{dx^2}; w_x' \frac{dT'}{dx'} = a' \frac{d^2T'}{dx'^2}; w_x'' \frac{dT''}{dx''} = a'' \frac{d^2T''}{dx''^2}$$

$$C_w = \frac{w_x''}{w_x'}; C_T = \frac{T''}{T'}; C_x = \frac{x''}{x'}; C_a = \frac{a''}{a'} \quad (1)$$

$$C_w w'_x \frac{C_T}{C_x} \cdot \frac{dT'}{dx'} = C_a a' \frac{C_T}{C_x^2} \cdot \frac{d^2 T'}{dx'^2}$$

$$\frac{dT'}{dx'} \cdot \frac{C_w C_x}{C_a} w'_x = a' \cdot \frac{d^2 T'}{dx'^2} \quad (2)$$

Комплексы, составленные из констант подобия, называют **индикаторами подобия**:

$$\frac{C_w C_x}{C_a} = 1 \quad \frac{w'_x}{a'} = \frac{w''_x}{a''} = \text{Pe} \quad (3)$$

Полученный комплекс безразмерен и носит название **критерия подобия Пекле**. Аналогично с помощью других дифференциальных уравнений, описывающих данное явление, могут быть получены необходимые критерии подобия.

Критерии подобия могут быть составлены из величин, входящих в условия однозначности, тогда они носят название **определяющих**, или содержать искомую величину, тогда критерий является **определяемым**.

Вторая теорема подобия говорит о том, что математическое описание изучаемого явления должно быть представлено в виде критериального уравнения, т. е. функциональной зависимости между определяемым критерием и определяющими константами. Значение второй теоремы подобия заключается в том, что она указывает, как должны быть обработаны результаты исследований изучаемого явления. При обработке результатов эксперимента в виде критериального уравнения последним можно пользоваться для всех подобных явлений.

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Gr}, \text{Pr})$$

Третья теорема подобия: подобными следует считать такие явления, для которых математическое описание совпадает и одноименные определяющие критерии подобия численно равны.

Критерий теплоотдачи (Нуссельта)

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l_0}{\lambda_{\text{ж}}}$$

Критерий динамического подобия (Рейнольдса)

$$\text{Re} = \frac{w l_0}{\nu}$$

Критерий Грасгофа

$$\text{Gr} = \frac{g l_0^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$$

Критерий Пекле

$$\text{Re} \cdot \text{Pr} = \text{Pe} \quad (4)$$

Критерий Прандтля

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$$

Уравнение подобие

$$f(\text{Re}, \text{Eu}) = 0$$

При обработке опытных данных по теплообмену очень важным является усреднение зависящих от температуры физических параметров или выбор так называемой определяющей температуры, по которой находят их значения. Определяющую температуру можно выбирать различно в зависимости от условий поставленной задачи. В некоторых случаях определяющей температурой служит средняя температура жидкости $T_{ж}$, которую находят по зависимости

$$T_{ж} = T_{ст} \pm \Delta T$$

где $T_{ст}$ – рассматриваемые стенки

ΔT – среднелогарифмический температурной напор

$$\Delta T = \Delta T' \frac{\frac{\Delta T''}{\Delta T'} - 1}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}}$$

$$\Delta T' = T'_{ж} - T'_{ст}$$

$$\Delta T'' = T''_{ж} - T''_{ст}$$

' и '' — рассматриваемые сечения потока. В некоторых случаях в качестве определяющей температуры принимают среднюю температуру стенки $T_{ст}$ или среднеарифметическую температуру $T_m = (T_{ж} + T_{ст}) / 2$

Обычно в критериальных уравнениях указывается, какая температура была принята определяющей, для этого используются подстрочные индексы.

Теплоотдача при свободном движении жидкости

Движение среды, омывающей твердую поверхность, если оно вызвано разностью плотностей нагретых и холодных частиц, называют **свободным**.

Для возникновения свободного движения жидкости необходима разность температур.

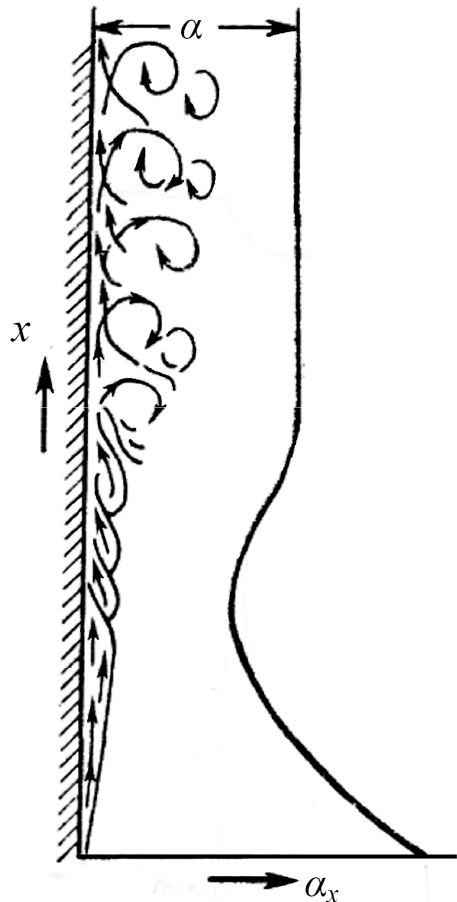


Рис. 1. Изменение коэффициента теплоотдачи по высоте трубки

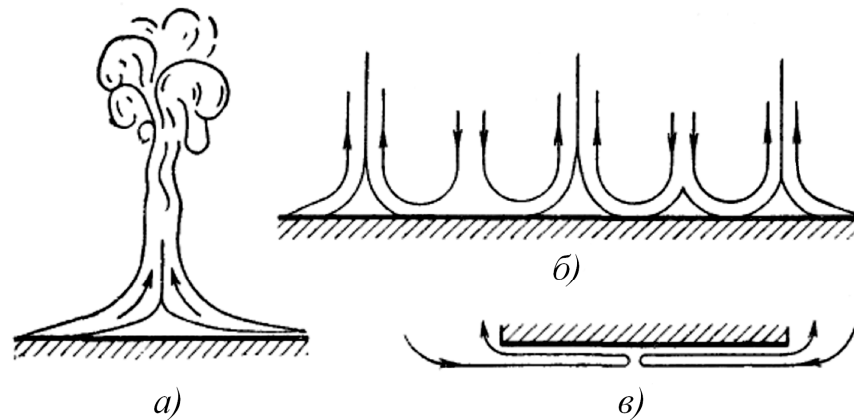


Рис. 2. Характер свободного движения жидкости около нагретых плит

$$Nu_m = C(Pr \cdot Gr)_m^n$$

Таблица 1.

$Gr \cdot Pr$	C	n
$<10^{-3}$	0,5	0
$10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,18	$\frac{1}{8}$
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,54	$\frac{1}{4}$
$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$	0,135	$\frac{1}{3}$

Теплоотдача в ограниченное пространство

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{Q}{F\Delta T} \delta \quad (5)$$

$$\lambda_{\text{экв}} = \varepsilon \lambda$$

$$\varepsilon = 0,18(\text{Gr} \cdot \text{Pr})_{\text{ж},\delta}^{0.25} \quad (6)$$

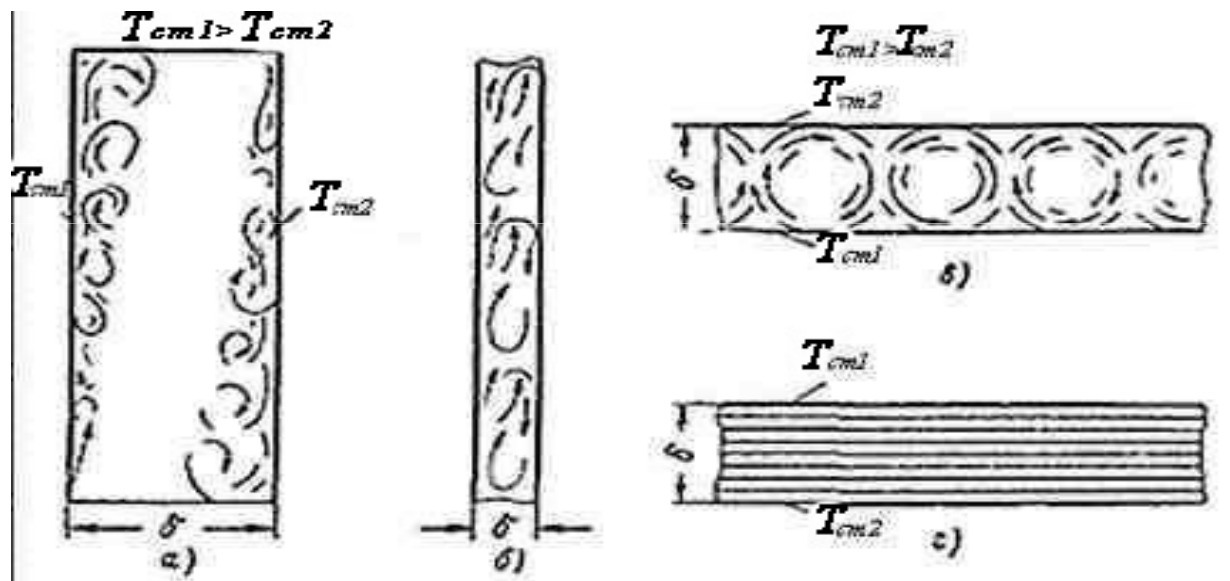
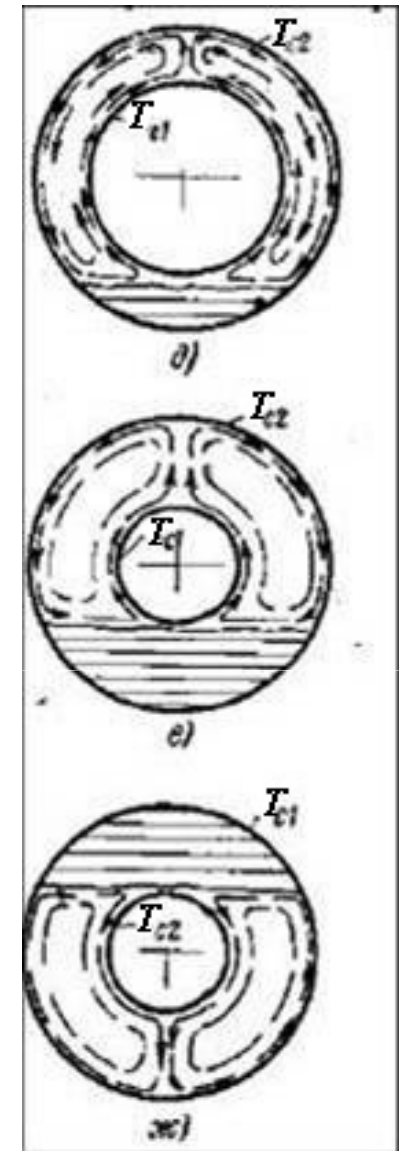


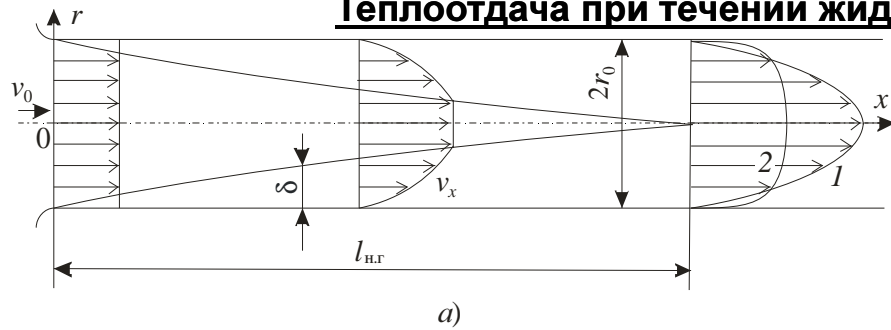
Рис. 3. Конвективные токи в ограниченном пространстве



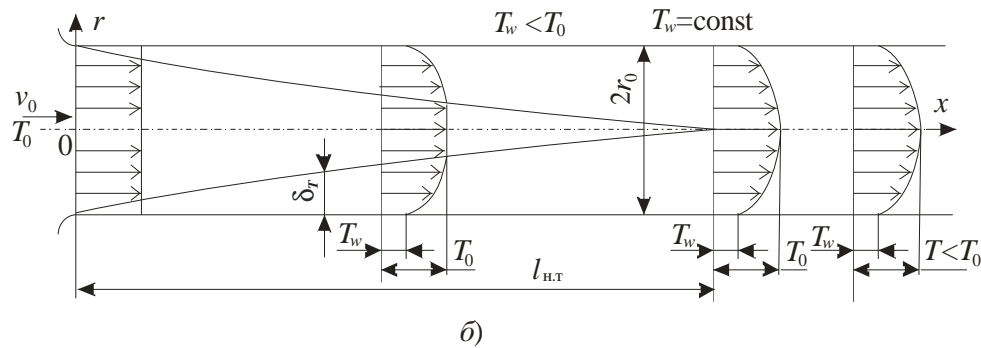
$$\text{Re} = \frac{wd_{\text{экв}}}{\nu}$$

Теплоотдача при вынужденном движении жидкости

Теплоотдача при течении жидкости в трубах



Расстояние, отсчитываемое от входа, на котором устанавливается постоянное распределение скоростей, носит название **начального участка гидродинамической стабилизации $l_{н.г.}$**



Расстояние от входа до сечения, в котором пограничные слои смыкаются, называют **начальным тепловым участком $l_{н.т.}$**

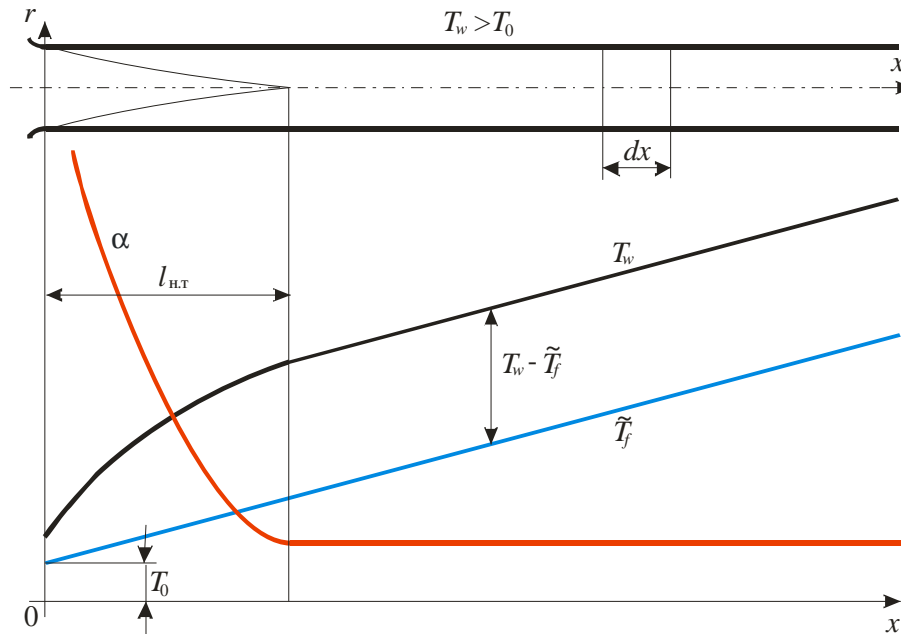
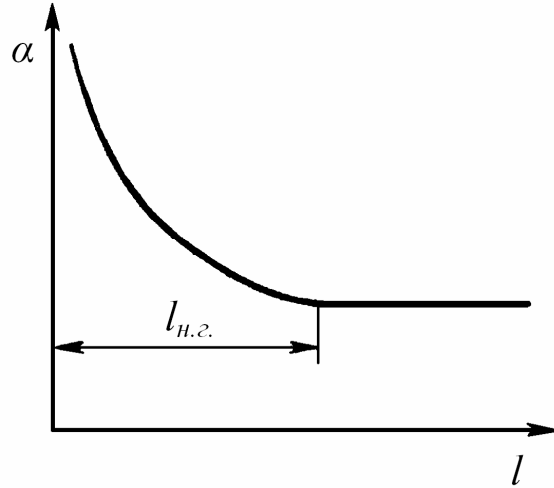


Рис. 4.2. Изменение температуры стенки $T_{ст}$, средней температуры жидкости T и коэффициента α по длине трубы при постоянном тепловом потоке на стенке

Расстояние, отсчитываемое от входа, на котором устанавливается постоянное распределение скоростей, носит название **длины гидродинамического начального участка $l_{н.з.}$ или участка гидродинамической стабилизации.**

$$q = -\lambda \frac{dT}{dy} \quad \alpha = -\frac{\lambda dT}{dy(T_{жс} - T_{см})}$$



При ламинарном течении любой жидкости:

$$Nu_{жс} = 0,15 Re_{жс}^{0,33} Pr_{жс}^{0,43} Gr_{жс}^{0,1} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_{см}} \right)^{0,25} \quad (7)$$

При развитом турбулентном режиме:

$$Nu_{жс} = 0,021 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,43} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_{см}} \right)^{0,25} \quad (8)$$

Рис. 5. Изменение коэффициента теплоотдачи при входе в трубу

Для воздуха или двухатомных газов упрощается так как $Pr=0.71$ и $Pr_{жс}/Pr_{см}=1$ и принимает вид:

$$Nu_{жс} = 0,018 Re_{жс}^{0,8} \quad \epsilon_R = 1 + 1,77 \frac{d_{экв}}{R}$$

Таблица 2. Поправочный коэффициент $\epsilon_l = f(l/d, Re_{жс})$

$Re_{жс}$	Отношение l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$2 \cdot 10^3$	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1

Теплообмен при поперечном омывании труб

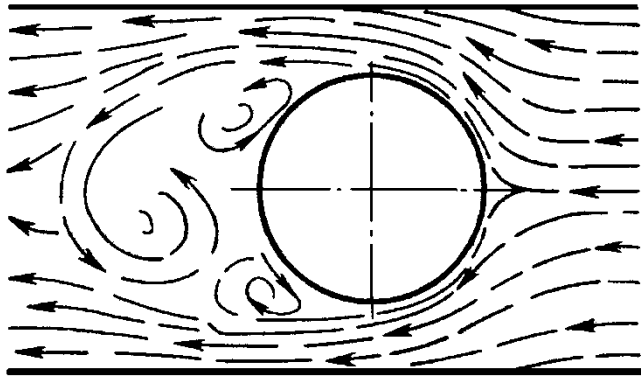


Рис. 6. Характер обтекания цилиндрической трубы

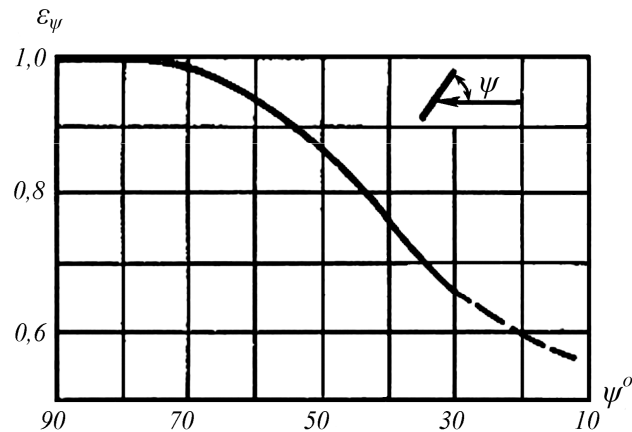


Рис. 8. Влияние угла атаки на коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании труб

Таблица 4. $\alpha_{\psi} = \varepsilon_{\psi} (\alpha_{\psi=90})$ (10)

ψ	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_{ψ}	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

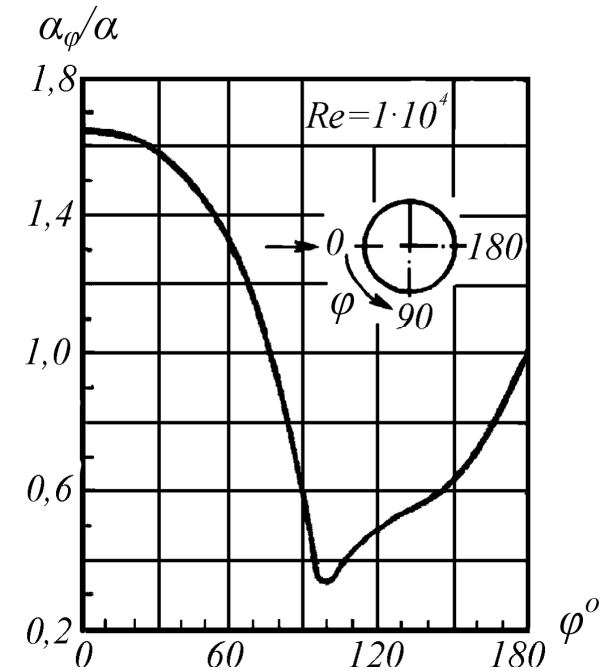


Рис. 7. Изменение коэффициента

Для расчета средней величины теплоотдачи трубы:

$$Nu_{жс} = C Re_{жс}^n Pr_{жс}^{0,38} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} \quad (9)$$

Таблица 3.

Re	C	n
$10^2 - 10^3$	0,59	0,47
$10^3 - 10^{5.2}$	0,21	0,62

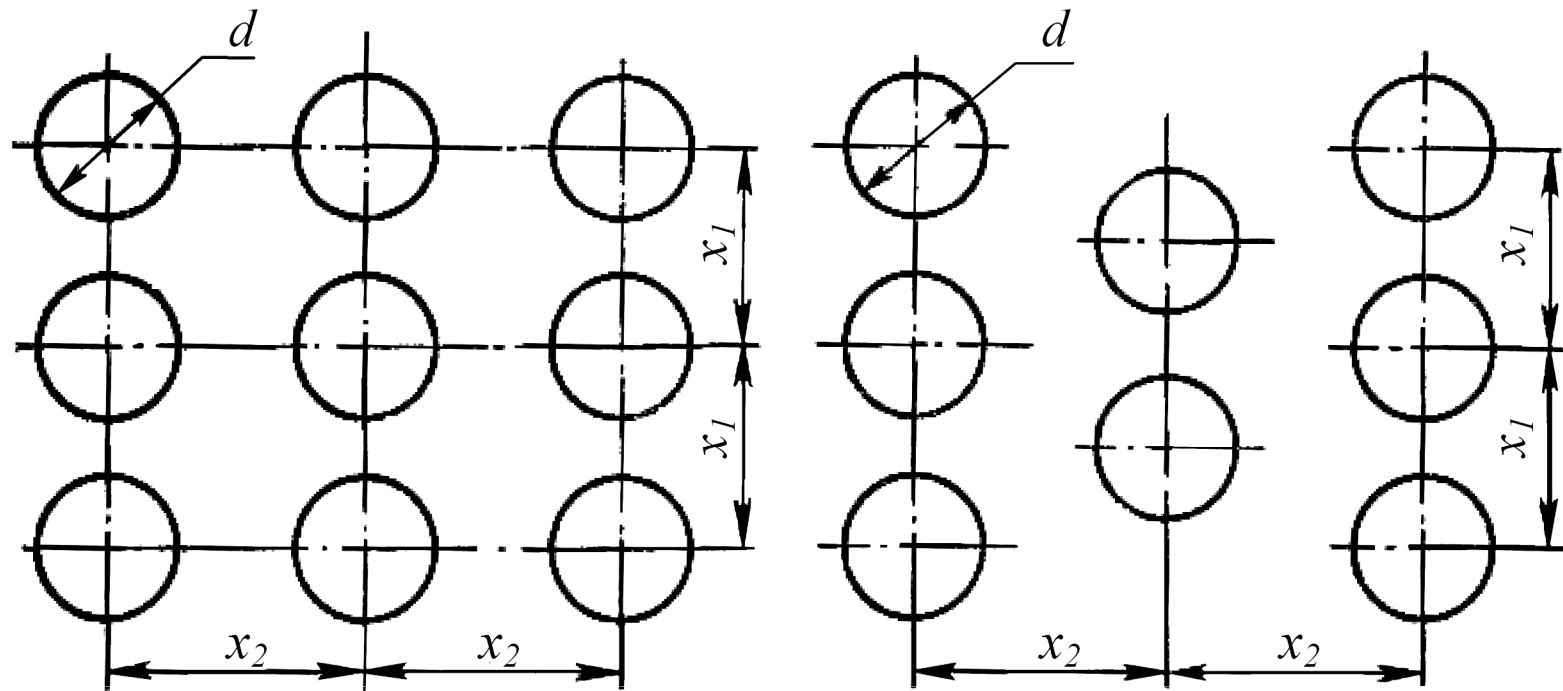


Рис. 9. Коридорное и шахматное расположение труб в пучке

$$Nu_{жс} = 0,23 Re_{жс}^{0,65} Pr_{жс}^{0,33} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}$$

$$Nu_{жс} = 0,41 Re_{жс}^{0,6} Pr_{жс}^{0,33} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}$$

$$Nu_{жс} = 0,21 \cdot Re^{0,65}$$

$$Nu_{жс} = 0,37 \cdot Re^{0,6}$$

$$\alpha_{экв} = \frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \dots + \alpha_n F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

Теплообмен при продольном обтекании плоской пластины

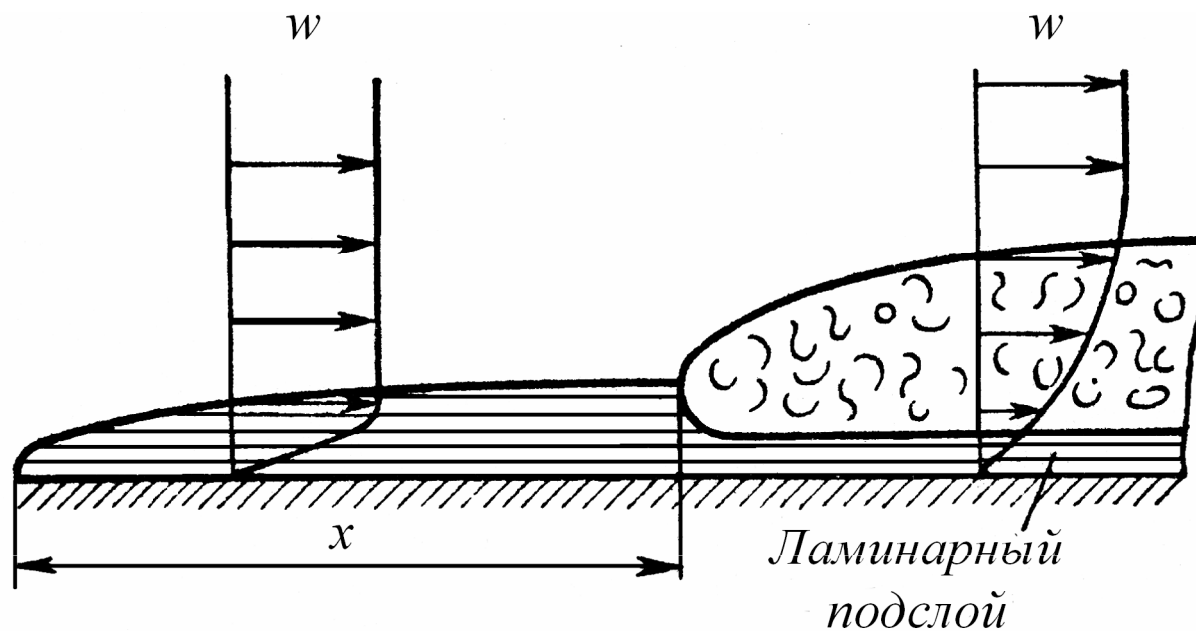


Рис. 10. Толщина ламинарного пограничного слоя в направлении движения жидкости (газа)

$$Nu_{ж} = C Re_{ж}^n Pr_{ж}^{0,43} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}$$

Ламинарный режим для $Re < 4.5 \cdot 10^5$, $C = 0,76$, $n = 0,5$

Турбулентный режим для $Re > 4.5 \cdot 10^5$, $C = 0,037$, $n = 0,8$

Особенности теплоотдачи при течении газа с большими скоростями

$$T_0 = T_{\text{жс}} + \frac{w^2}{2c_p} \quad q = \alpha \left(T_{\text{жс}} + r \frac{w^2}{2c_p} - T_{\text{см}} \right)$$

$$T_r = T_{\text{жс}} + r \frac{k-1}{2} T_{\text{жс}} M^2 = T_{\text{жс}} \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right)$$

$$r = \frac{T_r - T_{\text{жс}}}{T_0 - T_{\text{жс}}} = \frac{T_r - T_{\text{жс}}}{\frac{w^2}{2c_p}}$$

$$q = \alpha (T_r - T_{\text{см}})$$

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{M}, \frac{T_{\text{см}}}{T_r}) \quad \text{где} \quad \text{M} = \frac{w}{a}$$

w – скорость потока

a – скорость звука

$$T_r = T_{\text{жс}} + r \frac{w^2}{2c_p}; \quad \frac{w^2}{2c_p} = \frac{k-1}{2} M^2 T_{\text{жс}}$$

Связь между коэффициентом трения и коэффициентом теплоотдачи

$$q = -\lambda \frac{dT}{dn} \qquad R = \mu \frac{dw}{dn} \qquad \frac{q}{R} = -\frac{\lambda dT}{\mu dw}$$

$$\frac{dT}{dw} = \frac{\Delta T}{\Delta w}; \quad \Delta T = T_{жс} - T_{ст}; \quad \Delta w = w_{жс} - w_{ст};$$

$$\frac{dT}{dw} = \frac{\Delta T}{\Delta w} = \frac{T_{жс} - T_{ст}}{w_{жс}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda \rho}{\mu} w_{жс} c_{жс}$$

Основное уравнение гидродинамической теории теплообмена.

$$q = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{T_{ст} - T_{жс}}{w_{жс}} R$$

Для жидкости с $Pr=1$: $Nu_{жс} = \frac{1}{2} c_{жс} Re_{жс}$

$$q = \alpha(T_{ст} - T_{жс}); \quad R = c_{жс} \frac{\rho w_{жс}^2}{2}$$

Для жидкости с $Pr \neq 1$: $Nu_{жс} = \frac{1}{2} c_{жс} Re_{жс} Pr_{жс}^{\frac{1}{3}}$

Для продольно обтекаемой пластины при ламинарном режиме обтекания $r = \sqrt{Pr}$, а при турбулентном $r = \sqrt[3]{Pr}$. При ламинарном режиме течения жидкости внутри круглой трубы теоретический расчет дает выражение $r = 2 Pr$. При турбулентном течении в пограничном слое в трубах приближенный расчет коэффициента восстановления может быть проведен путем обобщения гидродинамической теории теплообмена на условия течения потока с высокими скоростями.

Аналогия Рейнольдса

Рассмотрим метод определения коэффициента теплоотдачи в турбулентном пограничном слое по известному коэффициенту трения, предложенный О. Рейнольдсом.

Пусть по каналу с плоскими стенками, расстояние между которыми равно $2h$, движется турбулентный поток жидкости. Расположим оси координат следующим образом: ось x совместим с осью канала; ось y направим от оси канала перпендикулярно к стенке. Пусть течение происходит с постоянным вдоль оси канала градиентом давления, тогда

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

откуда

$$\tau = \tau_{cm} \frac{y}{h}, \quad (2)$$

где τ - касательное напряжение, переменное по длине h ; τ_{cm} - касательное напряжение на стенке.

Итак, при течении в канале с плоскими стенками распределение касательного напряжения по его высоте h линейное. Такое обстоятельство значительно упрощает определение искомой зависимости между коэффициентами теплоотдачи и трения.

Для ламинарного течения справедливы следующие соотношения

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{dw_x}{dy}, \quad (3)$$

$$\frac{q}{\rho c} = a \frac{d\vartheta}{dy}. \quad (4)$$

$\vartheta = T - T_{cm}$ - температура, избыточная по отношению к температуре стенки T_{cm} ; T - температура, переменная по толщине пограничного слоя.

Рассматриваемый метод О. Рейнольдса основан на нескольких допущениях.

Первое допущение состоит в том, что для турбулентного течения форма соотношений (3), (4) сохраняется, но в них следует заменить ламинарные коэффициенты переноса V и a на турбулентные. Для турбулентного течения (с учетом сказанного) соотношения (3), (4) примут вид:

$$\frac{\tau}{\rho} = \varepsilon_{\sigma} \frac{dw_x}{dy}, \quad (5)$$

$$\frac{q}{\rho c} = \varepsilon_q \frac{d\vartheta}{dy}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{\sigma} = \frac{A_{\sigma}}{\rho}$ - кинематический коэффициент турбулентной вязкости;

$\varepsilon_q = \frac{A_q}{\rho c}$ - турбулентный коэффициент температуропроводности

Отметим, что коэффициенты переноса при ламинарном течении V и a зависят от физических свойств жидкости, тогда как соответствующие коэффициенты при турбулентном течении ε_{σ} и ε_q зависят от параметров потока в данной точке.

Третье допущение состоит в том, что коэффициенты турбулентного переноса ε_{σ} и ε_q считаются одинаковыми для каждой точки исследуемого потока, т. е. $\varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_q$; это допущение составляет сущность метода, который, иногда называют «аналогией Рейнольдса». Путем деления выражения (5) и (6) с

$$\frac{\tau c}{q} = \frac{dw_x}{d\vartheta} \quad (7)$$

В рассматриваемом канале касательное напряжение изменяется согласно (2). Нетрудно доказать, что плотность теплового потока от оси канала до стенки будет изменяться также линейно.

Для того чтобы связать коэффициент трения с коэффициентом теплоотдачи, необходимо записать (7) для условий на стенке

В результате интегрирования уравнения (8) с учетом, что его левая часть есть постоянная величина, при следующих граничных

$$\frac{\tau_{cm} c}{q_{cm}} = \frac{dw_x}{d\vartheta} \Big|_w \quad (8)$$

условиях: при $y = 0, w_x = 0, \vartheta = T - T_{cm} = 0$

$$\frac{\tau_{cm} c}{q_{cm}} = \frac{W_0}{\vartheta_0} \quad (9)$$

при $y = h, w_x = W_0; \vartheta_0 = T_0 - T_{cm}$ (здесь W_0, T_0 – скорость и температура на оси канала)

Профили скорости и температуры по сечению рассматриваемого канала изменяются мало (исключая пограничный слой), поэтому допустим, что средние по сечению канала значения скорости W_{cp} и температура T_{cp} равны их значениям на его оси W_0 и T_0 . Используя вместо средних значений скорости и температуры их значения на оси канала, можно написать

$$\tau_{cm} = C_{\text{жс}} \frac{\rho W_0^2}{2}, \quad q_{cm} = \bar{\alpha} \vartheta_0, \quad \tau_{cm}(x) = c_{\text{жс}} \frac{\rho W_0^2}{2}, \quad q_{cm} = \alpha_x \vartheta_0, \quad (10)$$

где $C_{\text{жс}}$ и $c_{\text{жс}}$ – среднее и локальные значения коэффициентов трения,
и $\bar{\alpha}$ – α_x среднее и локальные значения коэффициентов теплоотдачи.

$$St = \frac{C_{\text{жс}}}{2} \frac{1}{Pr^{\frac{2}{3}}}. \quad (11) \quad \text{Для случая, когда критерий Прандтля } Pr = 1 \quad St = \frac{C_{\text{жс}}}{2} \quad (12)$$

Тройная аналогия

Уравнения энергии и движения пограничного слоя становятся тождественными при условии

$$Pr = Le = Sc = 1 \quad \text{и} \quad \partial p / \partial x = 0$$

$$St_T = St_D = C_f / 2 \quad (13)$$

Критерии подобия

№№	Формула	Пояснение
1	$A = \frac{E_0}{R_{\mu} \cdot T}$	Критерий Аррениуса (Arrhenius) характеризует соотношение между энергией активации и потенциальной тепловой энергией. Используется в анализе массопереноса
2	$Al = W_A / W$	Критерий Альфвена (Alfven) – характеризует отношение магнитных сил к силам инерции - аналог критерия Кармана, где $V_A = W_A$ – альфвеновская скорость
3	$Ar = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$	Критерий подобия массовых сил и силы вязкого трения. Используется в анализе явлений плавучести, в том числе - при анализе процессов переноса в псевдооживленных слоях. В последнем случае критерий записывается в виде $Ar = \frac{g \cdot L^3}{\mu^2} (\rho_s - \rho)^2$, где индекс s относится к твердой фазе
4	$Ar^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\nu^2}{g(1 - \rho'')} \right]^{\frac{-1}{3}}$	Критерий Архимеда представляет собой отношение двух «внутренних» линейных масштабов потока
5	$B = \frac{W}{(2gR)^{1/2}}$	Критерий Буссинески (Boussinesq) – отношение инерциальных и гравитационных сил
6	$Bd = \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_g) \cdot D^2}{\sigma}$	Критерий Бонда (Bond) является мерой отношения силы тяжести и силы поверхностного натяжения. Используется в анализе двухфазных сред. Иногда называется числом Этвеша
7	$Bi = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_w}$	Критерий Био (Bio) характеризует меру отношения теплового потока, отводимого от стенки конвекцией, и теплового потока в твердом теле на поверхности
8	$Bl = \frac{\rho \cdot W}{\mu \cdot (1 - \varepsilon) \cdot s}$	Критерий Блейка (Blake) характеризует соотношение между инерционной силой и силой вязкости при течении в пористых структурах. В формуле обозначено: ε - объемная пористость, s - поперечное сечение твердой частицы
9	$Bm = \frac{\tau \cdot l}{\mu \cdot W}$	Критерий Бингама (Bingham) характеризует соотношение между пределом текучести неньютоновской жидкости и вязким напряжением сдвига
10	$Bo = \frac{C_p \rho W}{\sigma_0 T^3}$	Критерий Больцмана (Boltzmann), характеризующий радиационно-конвективное соотношение составляющих потока теплоты в среде с постоянными теплофизическими свойствами
11	$Br = \frac{\mu W^2}{\lambda \Delta T}$	Критерий Бринкмана (Brinkman) представляет меру отношения вязкости к теплопроводности

12	$\mathbf{Bs} = \frac{W \cdot l}{D_a}$	Критерий Боденштейна (Bodenstein) используется в анализе химических реакторов и является мерой отношения скорости течения и скорости диффузии в аксиальном направлении
13	$\mathbf{C} = \frac{\rho \cdot W^2}{E}$	Критерий Коши (Cauchy) является мерой отношения скоростного напора и объемного модуля упругости в потоке сжимаемой жидкости
14	$\mathbf{Ca} = \frac{2(p - p_s)}{\rho \cdot W^2}$	Число кавитации является мерой отношения статического напора, равного разности статического давления и давления насыщения при температуре в потоке, к скоростному напору
15	$\mathbf{Co} = \frac{g \cdot \rho^2 \cdot r \cdot l^3}{\lambda \cdot \mu \cdot \Delta T} \quad \mathbf{Co} = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{\mu^2}{g \cdot \rho^2} \right)^{\frac{1}{3}}$	Число конденсации. В первом виде - есть модифицированная форма числа Нуссельта. Во втором виде - есть комбинация (произведение) критериев Архимеда, Прандтля и Якоба
16	$\mathbf{C}_H = \frac{l_0}{r_L}$	Коэффициент Холла (Hall) - гирочастота / частота столкновений, где l_0 - длина свободного пробега и r_L - ларморовский радиус
17	$\mathbf{Ca} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$	Число Карно характеризует эффективность идеального (теоретического) цикла
18	$\mathbf{Ch} = \frac{B^2 \cdot l^2}{\rho \nu \eta}$	Критерий Чандрасекара (Chandrasekhar) - характеризует отношение магнитных сил к силам диссипации, где B - магнитная индукция
19	$\mathbf{Cl} = \frac{l \cdot W^3 \cdot \rho}{\lambda \Delta T}$	Критерий Клаузиуса (Clausius) - фактор масштаба кинетической энергии потока к масштабу теплопроводности
20	$\mathbf{C} = (V_A / V)^2 = \mathbf{Al}^2$	Критерий Коулинга (Cowling) показывает соотношение магнитных и инерциальных сил
21	$\mathbf{Cr} = \frac{\mu \cdot a}{\sigma \cdot l}$	Критерий конвульсивного движения - эффект диффузии/ эффект поверхностного натяжения
22	$\mathbf{C}_D = \frac{g \cdot (\rho_s - \rho)}{\rho_s \cdot W^2} l$	Коэффициент лобового сопротивления тела плотностью ρ_s (капля, пузырек или другой движущийся объект) 20

23	$Cp = \frac{\mu W}{\sigma}$	Критерий капиллярности – число сил вязкости к поверхностному натяжению
24	$De = \left(\frac{\rho \cdot W \cdot D}{\mu} \right) \left(\frac{L}{2R} \right)^{\frac{1}{2}}$	Критерий Дина (Dean) является мерой отношения сил инерции, вязкого трения и центробежных сил. Используется в анализе течений в изогнутых трубах и каналах с радиусом кривизны R
26	$E = \frac{W^2}{c_p \cdot \Delta T}$	Критерий Эккерта (Eckert) используется в анализе течений сжимаемого газа
27	$Ek = \frac{(v / 2\Omega \cdot l^2)^{1/2}}{(Ro / Re)^{1/2}}$	Критерий Экмана (Ekman) - сила вязкости/ сила Кориолиса, где Ω – вращательная угловая скорость
28	$El = \frac{\theta \cdot \mu}{\rho \cdot R^2}$	Критерий упругости (эластичности) является мерой отношения силы упругости и инерционной силы. Используется в анализе течений неньютоновских жидкостей
29	$Eo = \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_g) \cdot l^2}{\sigma}$	См. комментарий к критерию Бонда
30	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot W^2}$	Критерий подобия полей давления - число Эйлера (Euler). Является мерой отношения сил давления и инерции в потоке
31	$f_{Da} = \frac{2\Delta p}{\rho \cdot W^2} \frac{D}{l}$	Фактор трения Дарси (Darcy) - общая формулировка коэффициента пропорциональности в формуле Дарси-Вайсбаха
32	$f_F = \frac{\Delta p}{2\rho \cdot W^2} \frac{D}{l}$	Фактор трения Фаннинга (Fanning) является аналогом фактора трения Дарси с коэффициентом пропорциональности $\frac{1}{4}$
33	$Fo = \frac{a \cdot \Delta T_0}{l^2}$	Критерий тепловой гомохронности - число Фурье (Fourier). Характеризует сходственные моменты времени
34	$Fr = \frac{W^2}{g \cdot l}$	Критерий гравитационного подобия - число Фруда (Froude). Характеризует меру отношения сил инерции и тяжести в однородном потоке

35	$\mathbf{Ga} = \frac{gl^3}{\nu^2} = \frac{\mathbf{Re}^2}{\mathbf{Fr}}$	Критерий подобия полей свободного течения (число Галилея) является мерой отношения сил молекулярного трения и тяжести в потоке \mathbf{Ga} (Galilei)
36	$\mathbf{Gay} = \frac{1}{\beta \cdot \Delta T}$	Критерий Гей-Люсака (Gay-Lussac) – величина, обратная относительному изменению объема в случае нагрева
37	$\mathbf{Gi} = \frac{W_*}{k \cdot T}$	Критерий Гиббса (Gibbs) характеризует соотношение между работой образования критического зародыша и энергией тепловых флуктуаций (k - постоянная Больцмана)
38	$\mathbf{Gz} = \frac{m \cdot c_p}{\lambda \cdot l}$	Критерий Гретца (Gretz) является мерой отношения расходной теплоемкости потока и конвективным потоком теплоты
39	$\mathbf{Gr} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot l^3}{\nu^2}$	Критерий Грасгофа (Grashof) является мерой отношения массовой силы, обусловленной разностью плотностей теплой и холодной жидкостей, и силой вязкого трения
40	$\mathbf{H} = \frac{B \cdot l}{(\mu\eta)^{1/2}} = (\mathbf{Rm} \cdot \mathbf{Re} \cdot \mathbf{C})^{1/2}$	Другая запись критерия Хартмана (Hartman)
41	$\mathbf{Ha} = \mu H l \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}$	Число Гартмана, характеризующее отношение магнитной силы к силе вязкости, умноженное на магнитное число Рейнольдса
42	$\mathbf{Hd} = \frac{f \cdot V \cdot \Delta p}{\bar{q} \cdot \bar{p}}$	Критерий Ходжсона (Hodgson) характеризует соотношение между частотой пульсаций Δp давления в объеме $\frac{V}{\bar{q}}$ при среднем объемном расходе \bar{q} и среднем давлении \bar{p}
43	$\mathbf{Hk} = \frac{\rho \cdot W^2}{E} = \mathbf{M}^2$	Критерий Хука (Hooke) – инерция/ сжимаемость по аналогии с критерием Коши
44	$\mathbf{Ho} = \frac{W \cdot \Delta T_0}{L}$	Критерий гидродинамической гомохронности. Характеризует скорость изменения поля скоростей течения среды во времени
45	$\mathbf{j} = \mathbf{St} \cdot \mathbf{Pr}^2$	Число Кирпичева является критерием подобия нестационарных процессов теплообмена между телом и окружающим его средой
46	$\mathbf{Ja} = \frac{K \rho^*}{\rho}$	Критерий Якоба (Jakob) представляет меру отношения теплоты фазового превращения к теплоте перегрева (переохлаждения) одной из фаз в объемных единицах. В форме $\frac{q}{r \rho w} \equiv \frac{\mathbf{Nu}}{\mathbf{K} \mathbf{Pe}}$ является мерой отношения скорости фазового превращения $\frac{q}{r \rho}$ к скорости $\frac{ql}{r \rho v} \equiv \frac{\mathbf{Nu}}{\mathbf{K} \mathbf{Pr}}$ течения данной фазы. В форме $\frac{q}{r \rho}$ является мерой отношения инерционных сил в потоке, возникающих под влиянием процесса фазового превращения, к силам

47	$\mathbf{j}_H = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot W} \left(\frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} \right)^{\frac{2}{3}}$	Фактор Чилтона-Колберна (Chilton-Colburn). Используется в анализе конвективного теплообмена. Более распространена запись в виде $\text{St} \cdot \text{Pr}^{\frac{2}{3}}$
48	$\mathbf{k} = \frac{r}{c\Delta T}; \frac{r}{\Delta h}$	Тепловой критерий фазового превращения (введен С.С. Кутателадзе) является мерой отношения теплового потока, идущего на фазовое превращение вещества, к теплоте перегрева (переохлаждения) одной из фаз по отношению к температуре насыщения
49	$\mathbf{Ka} = \sqrt{\frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{3w^2}}$	Критерий Кармана (Karman) характеризует степень турбулентности потока
50	$\mathbf{Kn} = \frac{l_0}{l}$	Критерий Кнудсена (Knudsen) - отношение длины свободного пробега к характерному размеру
51	$\mathbf{Ki} = \frac{q \cdot L}{\lambda \cdot (T_c - T_o)}$	Фактор Колборна (Colborne) – фактор теплоотдачи, где T_c – температура среды, T_o – начальная температура тела
52	$\mathbf{Ku} = \frac{w''_{кр} \sqrt{\rho_g}}{\sqrt[4]{g \cdot (\rho_l - \rho_g) \cdot \sigma}}$	Критерий Кутателадзе (Kutateladze) легкой фазы двухфазного потока - мера отношения приведенной скорости легкой фазы и критической скорости, соответствующей потере устойчивости
53	$\mathbf{L} = x/l$	Критерий геометрического подобия - отношение текущей координаты к характерному размеру
54	$\mathbf{Le} = \frac{D_i}{a}$	Число Льюиса (Lewis) - отношение коэффициента диффузии к температуропроводности
55	$\mathbf{Lo} = \frac{W}{c}$	Критерий Лоренца (Lorentz) определяет величину релятивистских эффектов, где c – скорость звука
56	$\mathbf{Lu} = \frac{\mu_0 \cdot V_A \cdot l}{\eta} = \mathbf{Al} \cdot \mathbf{Rm}$	Критерий Лундквиста (Lundquist) – $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ сила к диффузионной составляющей магнитного сопротивления, где V_A – альфвеновская скорость
57	$\mathbf{M} = \frac{W}{a}$	Число Маха (Mach) - отношение скорости к местной скорости звука
58	$\mathbf{Ma} = \frac{bl\Delta T}{\mu\alpha}, \text{ где } b = \frac{\partial \sigma}{\partial T}$	Число Марангони соотношение между термокапиллярной и силой молекулярного трения

59	$\mathbf{M} = \frac{W}{\alpha}$	Число Маха-Майевского является отношением между скоростью течения среды и скоростью распространения в ней упругих деформаций
60	$\mathbf{Mm} = \frac{W}{W_A} = \mathbf{Al}^{-1}$	Магнитное число Маха – сила инерции к силе магнитного поля
61	$\mathbf{Nt} = \frac{F}{\rho \cdot l^2 \cdot W^2}$	Критерий Ньютона (Newton) – внешние наложенные силы / инерциальные силы
62	$\mathbf{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$	Критерий Нуссельта (Nusselt) характеризует соотношение между конвективным тепловым потоком и тепловым потоком за счет теплопроводности жидкости на поверхности тела
63	$\mathbf{Oh} = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \cdot l \cdot \sigma}}$	Критерий Онезорге (Ohnesorge) характеризует соотношение между силами вязкости, инерции и поверхностного натяжения
64	$\mathbf{Pe} = \frac{W \cdot l}{a}$	Критерий теплового подобия - число Пекле (Peclet). Является мерой отношения конвективного и молекулярного переносов теплоты в потоке
65	$\mathbf{Po} = \frac{D^2 \cdot \Delta p}{\mu \cdot l \cdot W}$	Критерий Пуазейля (Poisueille) характеризует отношение сил давления и сил вязкости
66	$\mathbf{Pr} = \frac{\mathbf{Pe}}{\mathbf{Re}} = \frac{\nu}{a}$	Критерий подобия температурных и скоростных полей - число Прандтля (Prandtl). Является мерой подобия температурных и скоростных полей в потоке
67	$\mathbf{Ra} \equiv \mathbf{Gr} \cdot \mathbf{Pr}$	Критерий Рэля (Rayleigh) используется в анализе свободно-конвективного теплообмена
68	$\mathbf{Re} = \frac{W \cdot l \cdot \rho}{\mu}$	Критерий режима течения - число Рейнольдса (Reynolds). Характеризует гидродинамический режим течения, являясь мерой отношения в потоке сил инерции и молекулярного трения
69	$\mathbf{Re}_m = \frac{W \cdot l}{\eta}$	Магнитное число Рейнольдса Re
70	$\mathbf{Ri} = (N \cdot H / \Delta W)^2$	Критерий Ричардсона (Richardson) показывает соотношение эффектов Бьюэнса (Buoyancy) и эффектов вертикального шира, где $N = (g/H)^{1/2}$ 24 - частота, H – вертикальный размер

71	$\mathbf{Ro} = (W / 2\Omega \cdot l \cdot \sin \Lambda)^2$	Критерий Россби (Rossby) – сила инерции / кориолисова сила, где - координата точки на поверхности Земли
72	$\mathbf{S} = \frac{v}{l^2 \cdot f}$	Критерий Стокса (Stokes) – является мерой отношения затухания вязкости к частоте вибрации
73	$\mathbf{Sc} = \frac{v}{D}$	Критерий Шмидта (Schmidt) характеризует соотношение между кинематической вязкостью и молекулярной диффузией и отражает меру подобия полей скорости и концентрации
74	$\mathbf{Sf} = \frac{\sigma_0 \cdot l \cdot T^3}{\lambda}$	Критерий Стефана (Stefan) – число сложного теплообмена, характеризующее радиационную энергию и составляющую за счет теплопроводности
75	$\mathbf{Sh} = \frac{W_D \cdot l}{D}$	Критерий Шервуда (Sherwood) характеризует меру отношения потока массы и молекулярной диффузии
76	$\mathbf{St} \equiv \frac{\mathbf{Nu}}{\mathbf{Re} \cdot \mathbf{Pr}} = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot W}$	Критерий Стентона (Stanton) характеризует меру отношения теплового потока на стенке и теплового потока, переносимого движущейся средой
77	$\mathbf{Sr} = \frac{f \cdot l}{W}$	Критерий Струхала (Strouhal) используется в анализе колебательных явлений в потоке
78	$\mathbf{Ta} \equiv \frac{\mathbf{We}}{\mathbf{Re}} = \frac{\mu \cdot W}{\sigma}$	Критерий Тейлора - число капиллярности (Taylor) является мерой отношения силы вязкости и силы поверхностного натяжения. Используется в анализе двухфазных сред. Иногда называется критерием Вебера-Рейнольдса
79	$\mathbf{Th} = \frac{C_p \rho W}{\varepsilon \sigma_0 T^3}$	Критерий Тринга (Thring) – транспорт за счет конвективного теплообмена к радиационному транспорту - то же, что и число Больцмана, где ε – степень черноты поверхности
80	$\mathbf{We} = \frac{D \cdot W^2 \cdot \rho}{\sigma}$	Критерий Вебера (Weber) является мерой отношения инерционной силы и силы поверхностного натяжения при движении двухфазной среды в трубе диаметром D

Контрольные вопросы

- Общие понятия и основы теории подобия
- Изменение коэффициента теплоотдачи по высоте трубки
- Теплоотдача в ограниченное пространство
- Теплоотдача при свободном движении жидкости
- Теплоотдача при вынужденном движении жидкости
- Особенности теплоотдачи при течении газа с большими скоростями
- Связь между коэффициентом трения и коэффициентом теплоотдачи
- Первая теорема подобия
- Вторая теорема подобия
- Третья теорема подобия
- Аналогия Рейнольдса