

энергомашиностроение.

6

Лекция №12

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ

- Вынужденная конвекция при турбулентном течении жидкости
- Методы расчета теплообмена в турбулентном пограничном слое

Возникновение турбулентного течения

Тщательное исследование движения жидкости в трубах при $Re \sim Re_{кр}$ показало, что в одном и том же сечении трубы происходит чередование ламинарного и турбулентного режимов течения. Это явление носит название *перемежаемости*. Причина перемежаемости заключается в том, что турбулентность зарождается в дискретных областях потока в виде пробок, протяженность которых зависит от числа Re . В качестве количественной меры перемежаемости служит коэффициент перемежаемости γ , показывающий, какую долю некоторого промежутка времени в определенном месте трубы существует турбулентное течение.

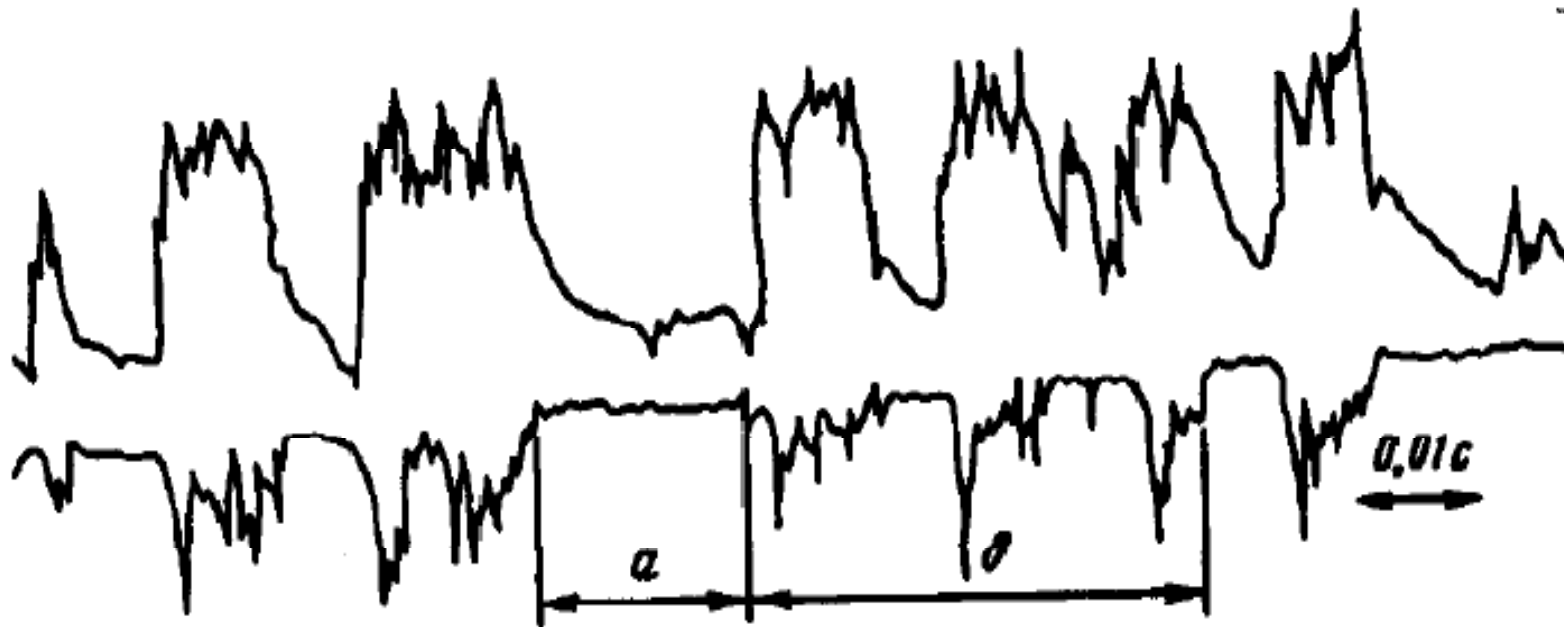


Рис. 19. Диаграмма пульсаций продольной составляющей скорости в переходной области течения в пограничном слое на пластине:
а - ламинарное течение; б - турбулентное течение; $y = 0,4$ мм - верхняя кривая; $y = 2,1$ мм - нижняя кривая

$$Re_{кр} = \left(\frac{w_{\infty} x}{\nu} \right) = 0.35 \dots 2.8 \cdot 10^6 \quad (184)$$

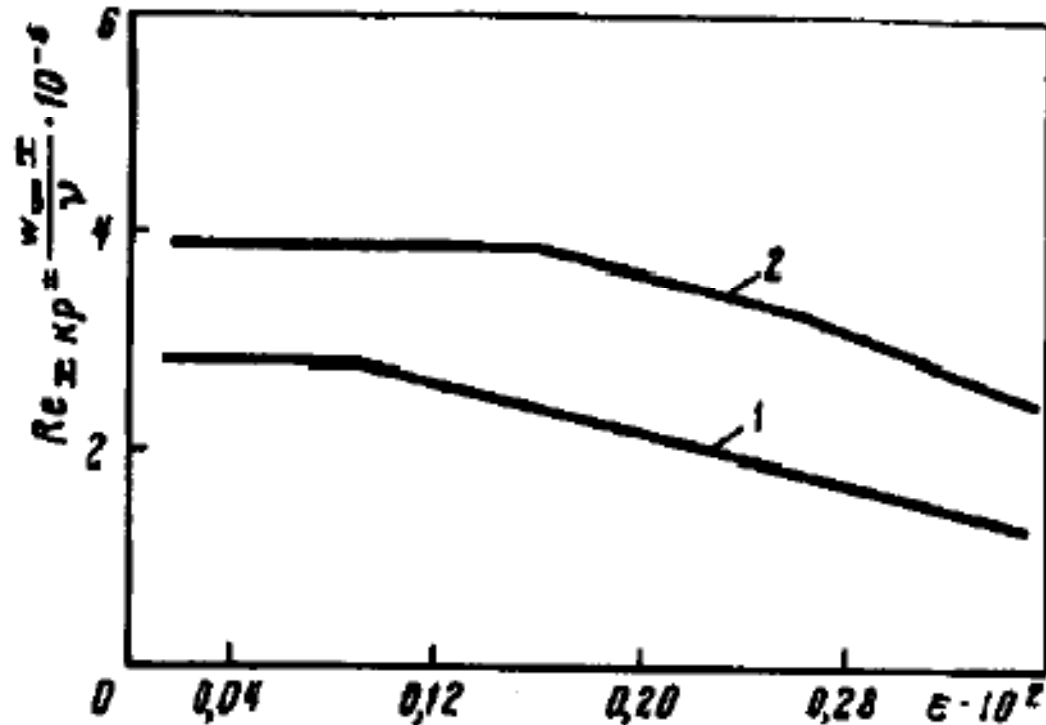


Рис. 20. Влияние степени турбулентности ϵ на $Re_{кр}$ для плоской пластины, обтекаемой в продольном направлении (по данным Шубауэра и Скремстеда):
 1- ламинарное течение;
 2- турбулентное течение

Уравнения турбулентного пограничного слоя

$$\begin{aligned} \rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} - \rho \bar{v}_y \bar{v}_x \right) \\ c_p \left(\rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p \bar{v}_y \bar{\theta} \right) + \bar{w}_x \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \quad (185)$$

$$\rho \bar{w}_x \frac{\partial \bar{N}}{\partial x} + \rho \bar{w}_y \frac{\partial \bar{N}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} - \rho \bar{v}_y \bar{C}' \right)$$

$$\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} = 0$$

$$\frac{d \text{Re}^{**}}{dX} + f \text{Re}_L (1 + H) = \text{Re}_L \frac{C_{f_0}}{2} (\psi + b)$$

$$\frac{d \text{Re}_T^{**}}{dX} + \frac{d \text{Re}_T^{**}}{\Delta T} \frac{\Delta T}{dX} = \text{Re}_L St_0 (\psi_S + b_T) \quad (186)$$

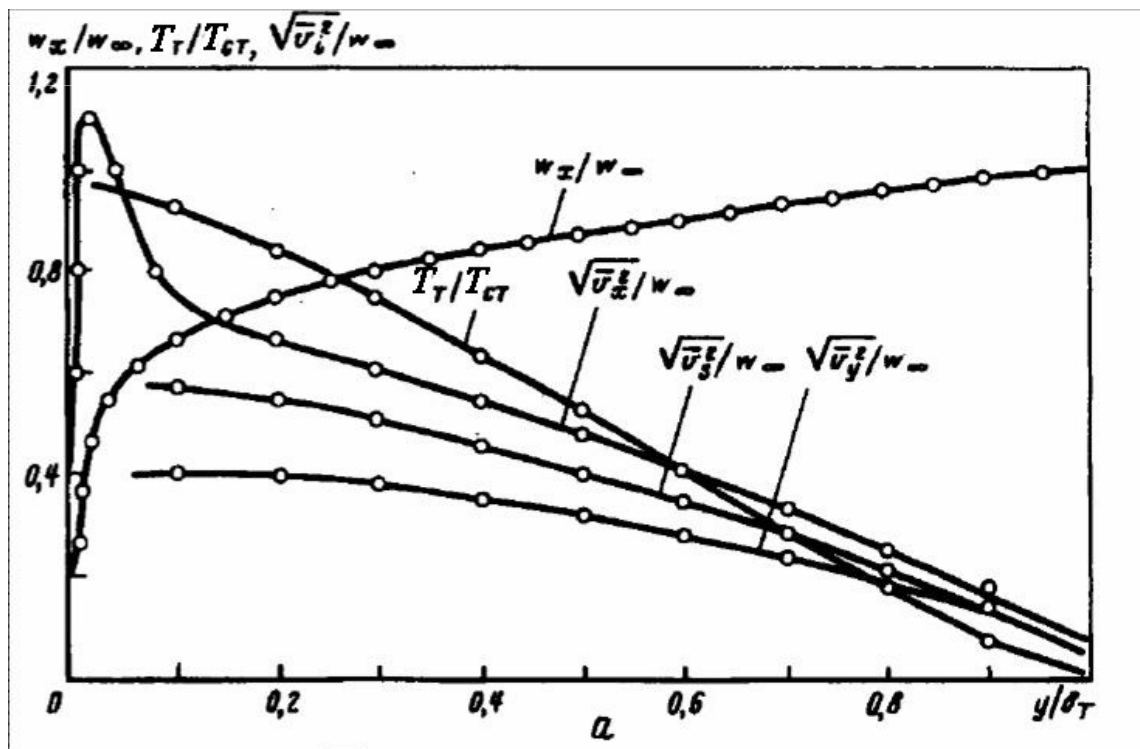
$$\frac{d \text{Re}_D^{**}}{dX} + \frac{d \text{Re}_D^{**}}{\frac{\Delta C}{dX}} \frac{\Delta C}{dX} = \text{Re}_L St_D (\psi_D + b_D)$$

Турбулентное касательное напряжение, тепловой и диффузионный потоки

Сопоставляя дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя с полученными для осредненных величин уравнениями турбулентного пограничного слоя, нетрудно заметить, что в турбулентном пограничном слое возникают дополнительные турбулентные напряжения трения, тепловой и диффузионный потоки, определяемые соотношениями

$$\tau_T = -\rho \overline{v_x v_y}; q_T = -\rho c_p \overline{v_y \theta}; j_T = -\rho \overline{v_y C'} \quad (187)$$

Некоторые результаты экспериментального исследования турбулентного пограничного слоя



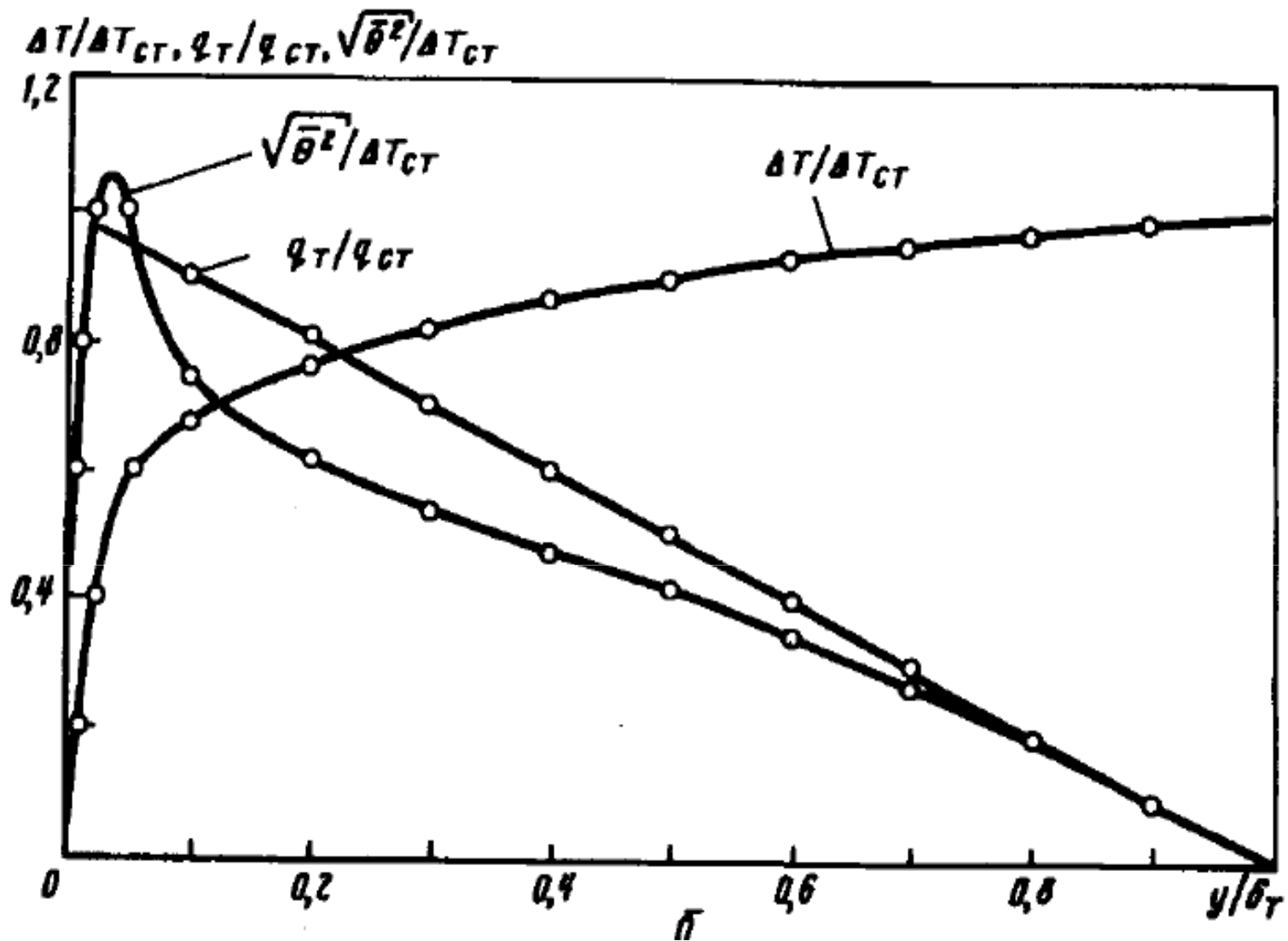


Рис. 21. Распределение средних и пульсационных гидродинамических (а) и тепловых (б) характеристик турбулентности в сечении пограничного слоя ($dp/dx = 0$) (точки - опытные данные МГТУ им. Н.Э. Баумана)

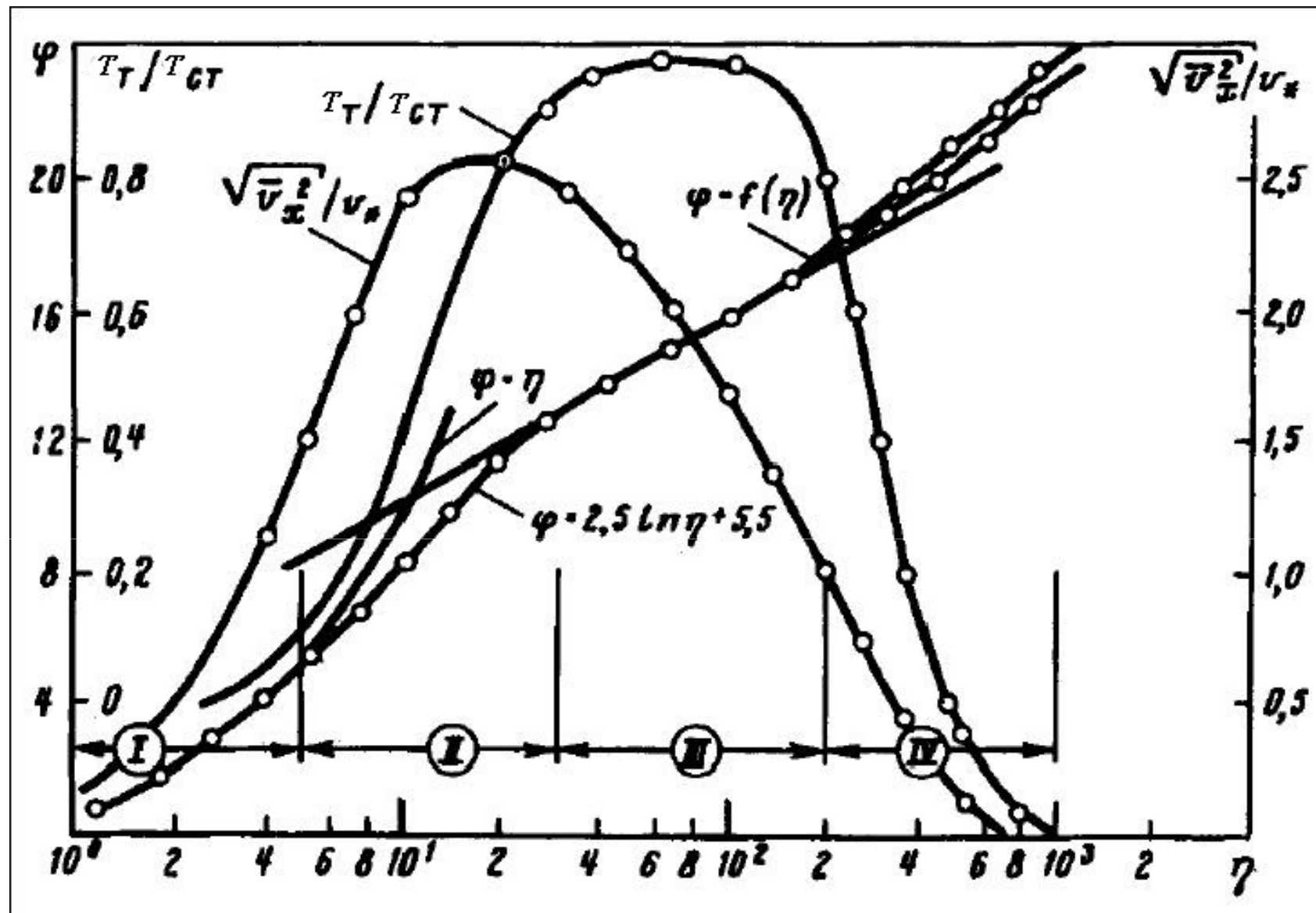


Рис. 22. Профили средней скорости, турбулентных касательных напряжении и пульсаций продольной составляющей скорости в координатах стенки

Полуэмпирические теории турбулентного переноса

Гипотеза Буссинеска

Для турбулентного напряжения сдвига такая гипотеза была высказана Буссинеском, предложившим определять турбулентное напряжение сдвига с помощью выражения, аналогичного формуле Ньютона:

$$\tau_T = -\overline{\rho v_x v_y} = \mu_T \frac{\partial w_x}{\partial y} \quad (188)$$

Теория длины пути смешения

$$v_{x_1} = w_x(y+l) - w_x(y) \approx l \frac{dw_x}{dy} \quad (189)$$

$$v_{x_2} = w_x(y) - w_x(y-l) \approx l \frac{dw_x}{dy}$$

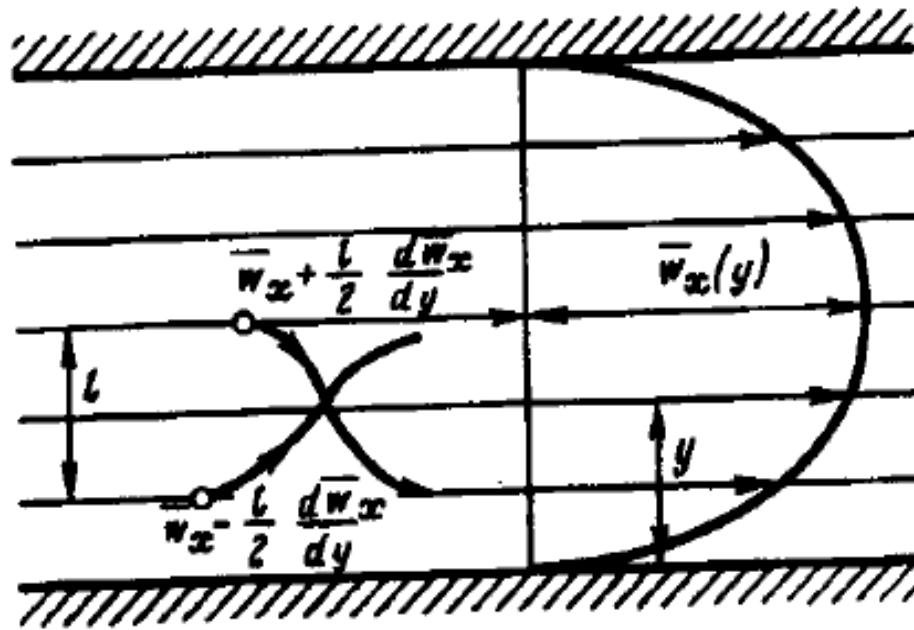


Рис. 23. К пояснению понятия длины пути смешения

$$\bar{v}_x \bar{v}_y = -r \left| v_x \right| \left| v_y \right| \quad (190)$$

$$\tau_T = -\rho \bar{v}_x \bar{v}_y = \rho l^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right)^2 \quad (191)$$

$$\tau_T = \rho l^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right) \left| \frac{dw_x}{dy} \right| \quad (192)$$

$$l = \alpha y \quad (193)$$

$$\tau_T = \rho \alpha^2 y^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right) \left| \frac{dw_x}{dy} \right| \quad (194)$$

$$l = -\alpha_1 \frac{\frac{\partial w_x}{\partial y}}{\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}} \quad (195)$$

$$\tau_T = \rho \alpha_1^2 \frac{\left(\frac{dw_x}{dy} \right)^4}{\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right)^2} \quad (196)$$

Перенос теплоты и массы

$$q_T = -\rho c_p \bar{v}_y \bar{\theta}, \quad j_T = -\rho \bar{v}_y \bar{C}'$$

$$\theta = l_T \frac{\partial T}{\partial y}; \quad C' = l_D \frac{\partial C}{\partial y}$$

$$q_T = \rho c_p l_T l \frac{dw_x}{dy} \frac{dT}{dy}; \quad j_T = \rho l_D l \frac{dw_x}{dy} \frac{dC}{dy} \quad (197)$$

$$q_T = -\lambda_T \frac{dT}{dy}; \quad j_T = \rho D_T \frac{dC}{dy}$$

$$\text{Pr}_T = \frac{c_p \mu_T}{\lambda_T}; \quad \text{Sc}_T = \frac{\mu_T}{\rho D_T}$$

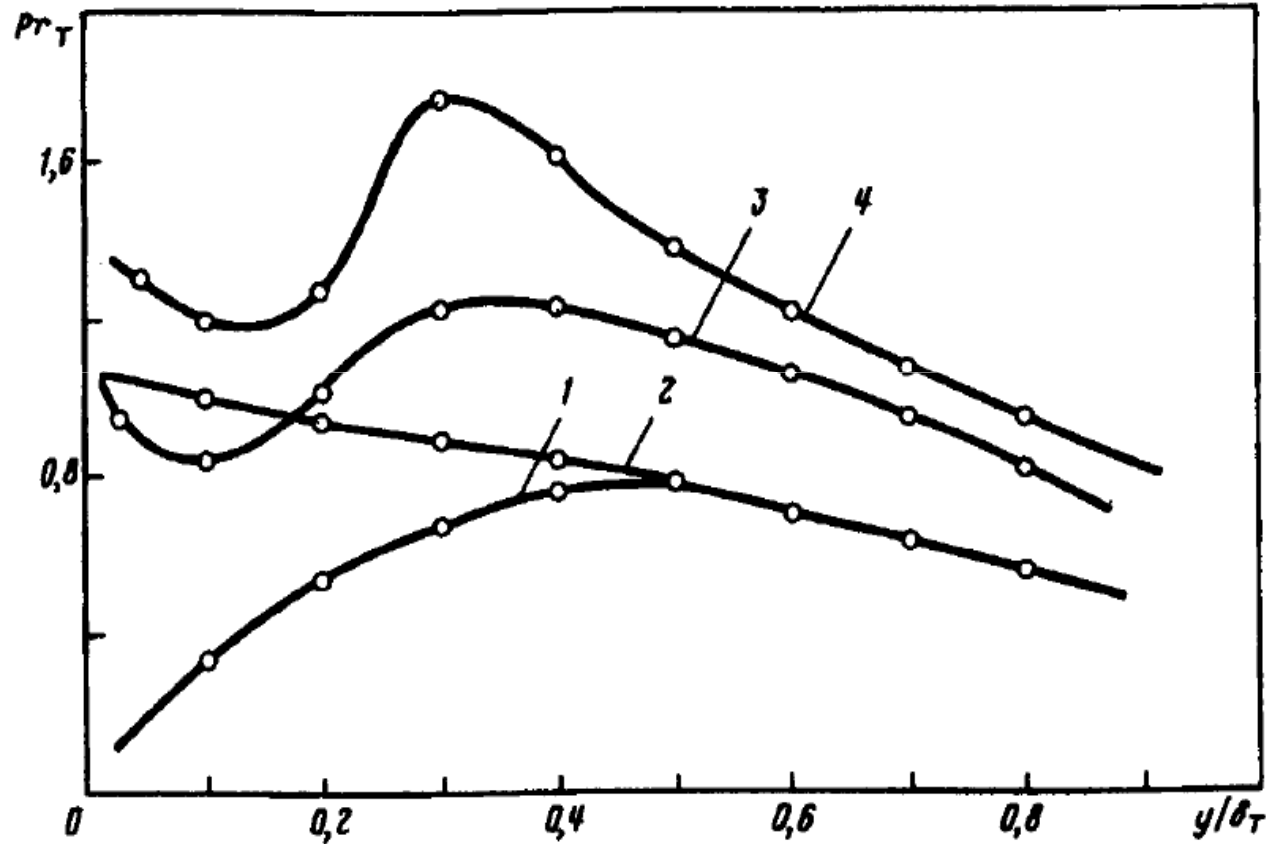


Рис. 24. Распределение числа Pr_T в сечении турбулентного пограничного слоя

Однопараметрические модели

$$\rho \frac{D\bar{K}}{Dy} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \bar{v}_y \bar{K}' + -\bar{v}_y \bar{p}' \right) - \bar{v}_x \bar{v}_y \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} - \frac{\mu}{2} \sum_{k,i=1,2,3} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right)$$

Физический смысл уравнения заключается в том, что скорость конвективного переноса кинетической энергии турбулентных пульсаций вдоль линии тока определяется диффузией, обусловленной турбулентным перемешиванием пульсационных составляющих скорости и корреляцией давление - скорость, генерацией турбулентности, определяемой произведением рейнольдсовых напряжений и градиентом осредненной скорости движения. В результате чего осуществляется передача энергии от осредненного течения к пульсирующему. К этим слагаемым добавляется член, характеризующий не только диссипацию энергии, подведенную к пульсирующему течению, но и диффузию энергии в процессе распада крупномасштабных вихрей на мелкомасштабные.

$$C_\rho \bar{K}^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \bar{K}}{\partial y} = \left(\frac{\mu_T}{\sigma_K} \right) \frac{\partial \bar{K}}{\partial y}$$

$$\rho \frac{D\bar{K}}{Dy} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_K} \frac{\partial \bar{K}}{\partial y} \right) - \mu_T \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 - C_D \frac{\rho \bar{K}^{\frac{3}{2}}}{L}$$

$$\tau^2 = \mu_T^2 \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 = C_D \rho^2 \bar{K}^2$$

$$C_D^{\frac{1}{2}} = \frac{\tau}{\rho \bar{K}}$$

$$\tau = C_D^{\frac{1}{2}} \rho L^2 \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2$$

$$\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} = \frac{\sqrt{\tau}}{\rho \bar{K}}$$

$$L_\mu = y \left[1 - \exp(-A_\mu \text{Re}_T) \right]$$

$$L_D = y \left[1 - \exp(-A_D \text{Re}_T) \right]$$

Двухпараметрические модели

$$\rho \frac{D\bar{K}}{DT} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_K} \frac{\partial \bar{K}}{\partial y} \right) + \bar{K} \left[\frac{\mu_T}{K} \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 - C_D \frac{\rho^2 \bar{K}}{\mu_T} \right]$$

$$\rho \frac{D\bar{z}}{DT} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_x} \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} \right) + \bar{z} \left[C_1 \frac{\mu_T}{K} \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\rho^2 \bar{K}}{\mu_T} \right] + \bar{S}_z$$

$$\frac{D\bar{\varepsilon}}{DT} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_T} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + C_{\varepsilon_T} \frac{\bar{\varepsilon}}{K} \nu_T \left(\frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right)^2 - C_{\varepsilon_T} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{K}$$

где $\nu_T = C_\mu \frac{\bar{K}^2}{\bar{\varepsilon}}$, $C_\mu = 1.3$; $C_{\varepsilon_1} = 1.44$; $C_{\varepsilon_2} = 1.92$ – эмпирические константы

Распределение скоростей, температур и концентраций в пристенной части плоского турбулентного пограничного слоя

$$\tau = \mu \frac{dw_x}{dy} + \tau_T$$

$$r = \mu \frac{dw_x}{dy} + \rho \alpha^2 y^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right)^2 \quad (198)$$

$$\tau = \mu \frac{dw_x}{dy} \quad (199)$$

$$\varphi = \frac{w_x}{v_*}; \eta = \frac{v_* y}{\nu} \quad (200)$$

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_{cm}}{\rho}} \quad (201)$$

$$\frac{d\varphi}{d\eta} - \frac{\tau}{\tau_{cm}} = 0 \quad (202)$$

$$\frac{d\varphi}{d\eta} + \left(\varkappa \eta \frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 - \frac{\tau}{\tau_{cm}} = 0 \quad (203)$$

$$\varphi = \eta \quad (204)$$

$$\left(\varkappa \eta \frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 - 1 = 0 \quad (205)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{\eta}{\eta_1} \quad (206)$$

$$\varkappa = 0.4; \eta_1 = 11.6 \quad (207)$$

$$\varphi = \frac{1}{\varkappa} \ln \eta + C \quad (208)$$

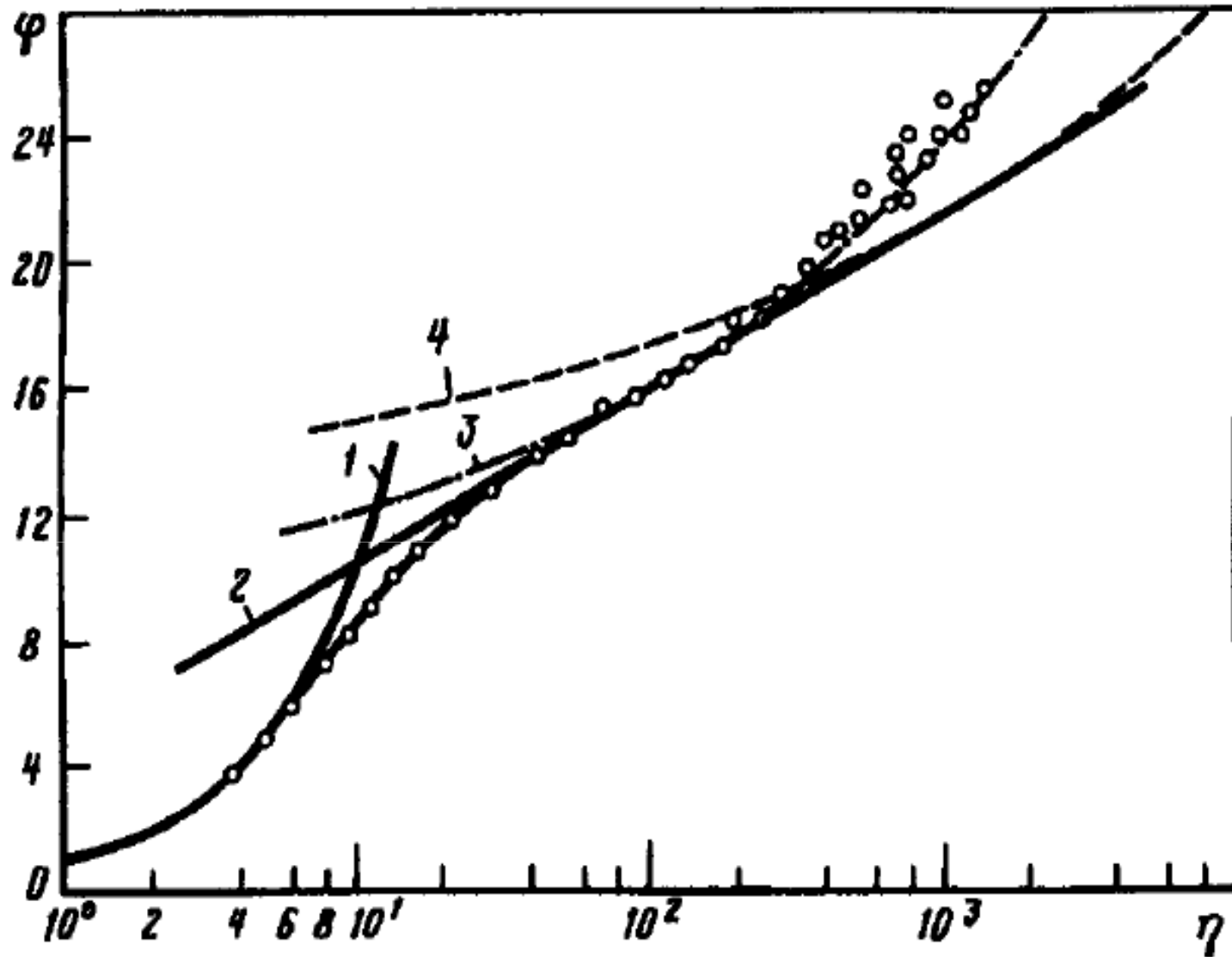


Рис. 25. Универсальный логарифмический закон распределения скоростей в турбулентном пограничном слое на плоской пластине

$$\varphi = 2.5 \ln \eta + 5.5 \quad (209)$$

$$\frac{w_\infty}{v_*} = 2.5 \ln \delta + 2.5 \ln \left(\frac{v_*}{\nu} \right) + 5.5$$

$$\frac{(w_\infty - w_x)}{v_*} = -2.5 \ln \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (210)$$

$$\varphi(\eta) = A\eta^{\bar{n}} \quad (211)$$

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$St \rho_\infty c_p w_\infty \Delta T_{cm} = \lambda \frac{d\Delta T}{dy}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{cm} St} = Pr \frac{y w_\infty}{\nu} \quad (212)$$

$$\varphi_T = Pr \eta_T$$

$$\varphi_T = Pr \eta_T$$

$$\varphi_T = \frac{\Delta T \sqrt{\frac{C_f}{2}}}{\Delta T_{cm} St}; \eta_T = \eta = \frac{y w_\infty \sqrt{\frac{C_f}{2}}}{\nu} \quad (213)$$

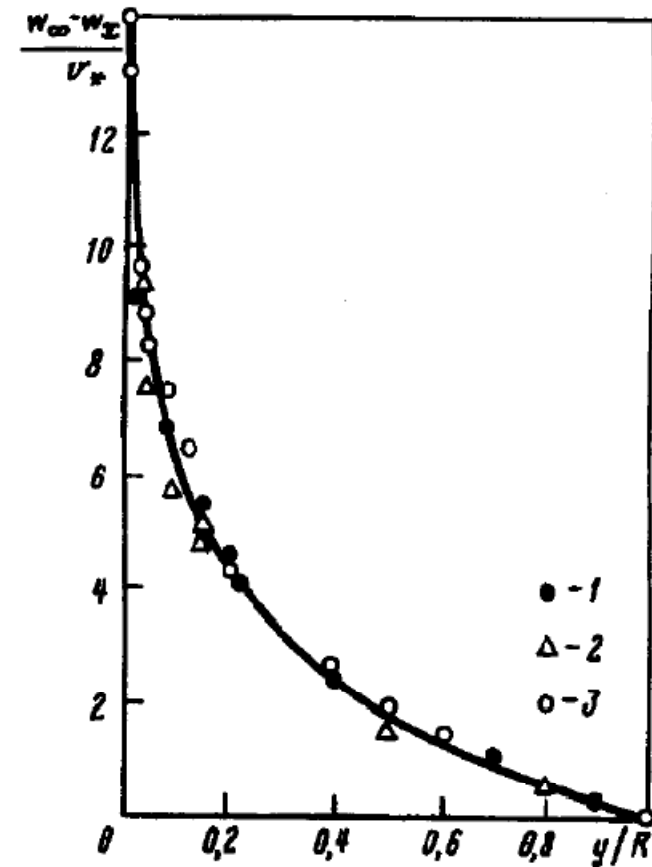


Рис. 26. Универсальный логарифмический закон распределения скоростей

$$q_T = q_{cm} = \rho c_p l l_T \frac{dw_x}{dy} \frac{dT}{dy} \quad (214)$$

$$\frac{dw_x}{dy} = \frac{v_*}{l} \quad (215)$$

$$d\phi_T = \frac{1}{\alpha_T} \frac{d\eta}{\eta}$$

$$d\phi_T = \frac{1}{\alpha_T} \ln \eta + C_T \quad (216)$$

$$l = \alpha y = \frac{\sqrt{\bar{v}_x \bar{v}_y}}{dw_x / dy}, l_T = \alpha_T y = \frac{\bar{v}_y \bar{\theta}}{\sqrt{\bar{v}_x \bar{v}_y} dT / dy}$$

$$\frac{l}{l_T} = \frac{\alpha}{\alpha_T} = \frac{\bar{v}_x \bar{v}_y}{\bar{v}_y \bar{\theta}} \frac{dT / dy}{dw_x / dy} = \text{Pr}_T \quad (217)$$

$$\phi_T = \frac{\text{Pr}_T}{\alpha} \ln \eta + C_T \quad (218)$$

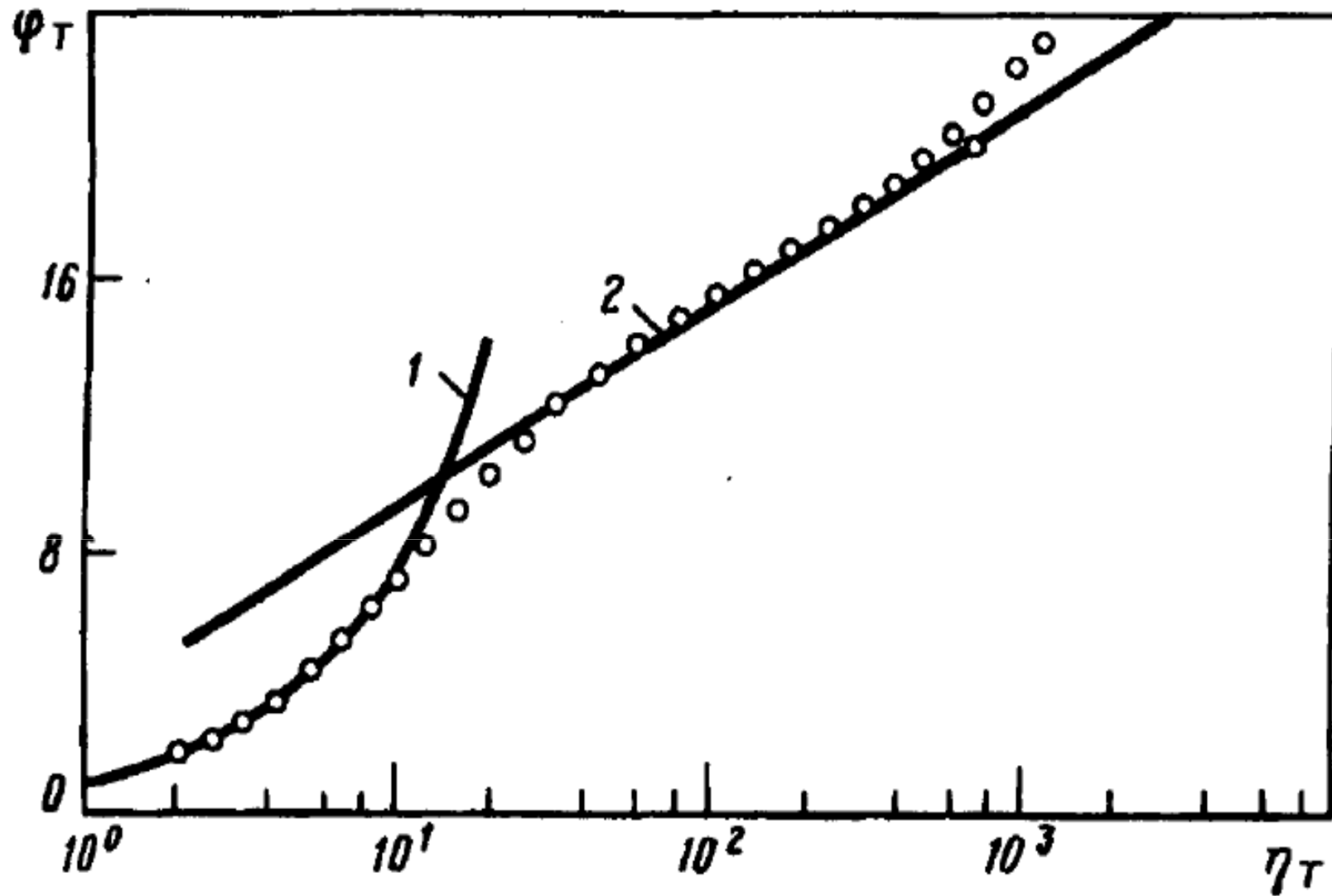


Рис. 27. Универсальный логарифмический закон распределения температуры в турбулентном пограничном слое воздуха

$$\varphi_T = 0.72\eta \quad (219)$$

$$\varphi_T = 5.35 \log \eta + 2.8 \quad (220)$$

$$\varphi_D = A_D \ln \eta + C_D \quad (221)$$

$$\varphi_T^* = \frac{\Delta T}{\Delta T_{cm} \sqrt{St}}; \eta_T^* = \frac{y w_\infty \sqrt{St}}{\nu}$$

$$\varphi_T^* = 5.9 \log \eta_T^* + 3.2 \quad (222)$$

Законы трения, тепло- и массообмена

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{C_f}{2}}} = 5.5 + 2.5 \operatorname{Re}_\delta \sqrt{\frac{C_f}{2}} \quad (223)$$

$$\frac{\delta^{**}}{\delta} = \int_0^1 \frac{w_x}{w_\infty} \left(1 - \frac{w_x}{w_\infty} \right) d \frac{y}{\delta}$$

$$\frac{\delta^{**}}{\delta} = 2.5\sqrt{\frac{C_f}{2}} - 6.25C_f$$

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = 5.5 + 2.5 \ln \left[\frac{\text{Re}^{**}}{2.5 - 12.5\sqrt{\frac{C_f}{2}}} \right] \quad (224)$$

$$C_f = \frac{2}{(2.5 \ln \text{Re}^{**} + 3.8)^2} \quad (225)$$

$$C_f = \frac{B}{(\text{Re}^{**})^m} \quad (226)$$

$$\frac{d \text{Re}^{**}}{d \text{Re}_x} = \frac{B}{(\text{Re}^{**})^m} \quad (227)$$

$$\text{Re}^{**} = \left[(m+1) B \text{Re}_x \right]^{\frac{1}{m+1}} \quad (228)$$

$$C_f = B_1 \text{Re}_x^{-m_1} \quad (229)$$

$$C_f = 0.0576 \text{Re}_x^{-0.2} \quad (230)$$

$$\bar{C}_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_f dx$$

$$\bar{C}_f = 0.072 \text{Re}_L^{-0.2}$$

(231)

$$\sqrt{\frac{1}{St}} = 5.5 + 2.5 \ln \left[\frac{\text{Re}_T^{**}}{2.5 - 12.5 \sqrt{St}} \right]$$

(232)

$$\sqrt{\frac{1}{St_D}} = 5.5 + 2.5 \ln \left[\frac{\text{Re}_D^{**}}{2.5 - 12.5 \sqrt{St_D}} \right]$$

(233)

$$St = \frac{B}{2(\text{Re}_T^{**})^m}$$

(234)

$$St = \frac{B}{2 \left[(\text{Re}_T^{**})^m \text{Pr}^{0.75} \right]}$$

(235)

$$St_D = \frac{B}{2 \left[(\text{Re} D)^m \text{Sc}^{0.75} \right]}$$

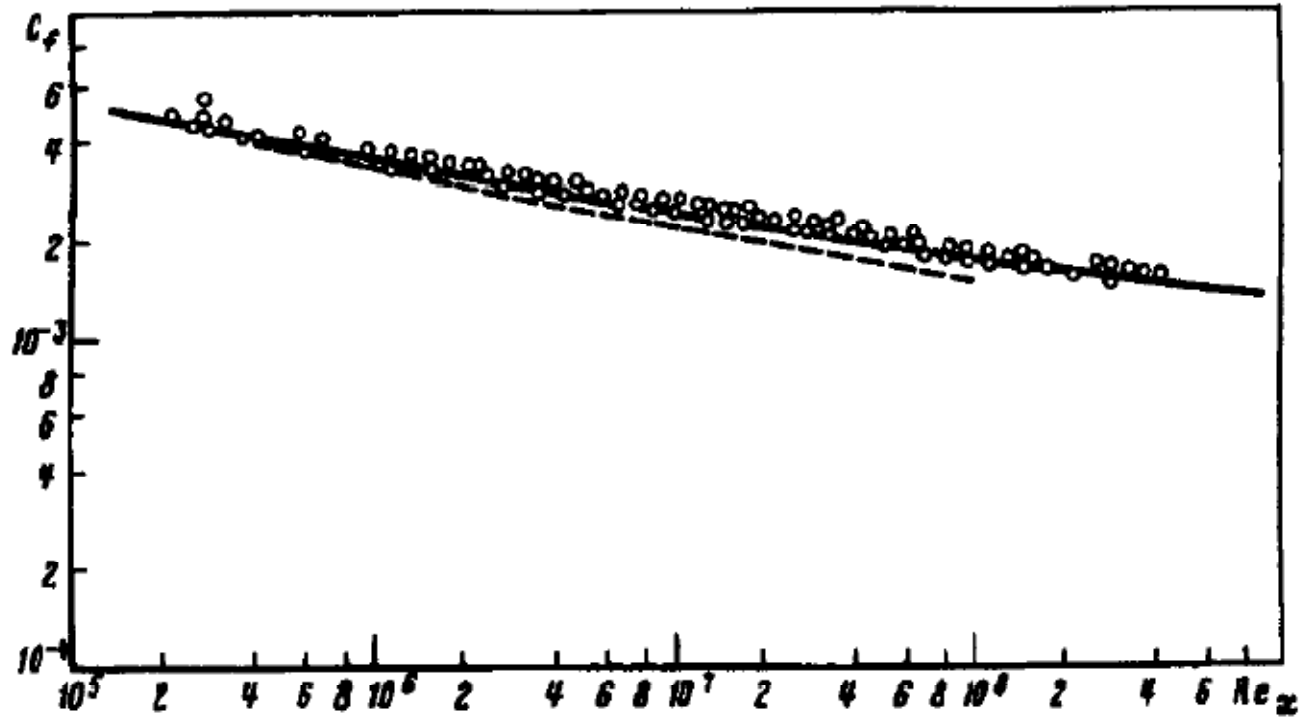


Рис. 28. Закон трения на плоской пластине:
сплошная линия

$$\frac{d Re_T^{**}}{dX} = Re_L St \tag{236}$$

$$\frac{d Re_D^{**}}{dX} = Re_L St_D \tag{237}$$

$$\text{Re}_T^{**} = \left[(m+1) \frac{B}{2} \text{Pr}^{-0.75} \text{Re}_x \right]^{0.8} \quad (238)$$

$$\text{Re}_D^{**} = \left[(m+1) \frac{B}{2} \text{Sc}^{-0.75} \text{Re}_x \right]^{0.8} \quad (239)$$

$$\text{St} = 0.0288 \text{Re}_x^{-0.2} \text{Pr}^{-0.6} \quad (240)$$

$$\text{St}_D = 0.0288 \text{Re}_x^{-0.2} \text{Sc}^{-0.6} \quad (241)$$

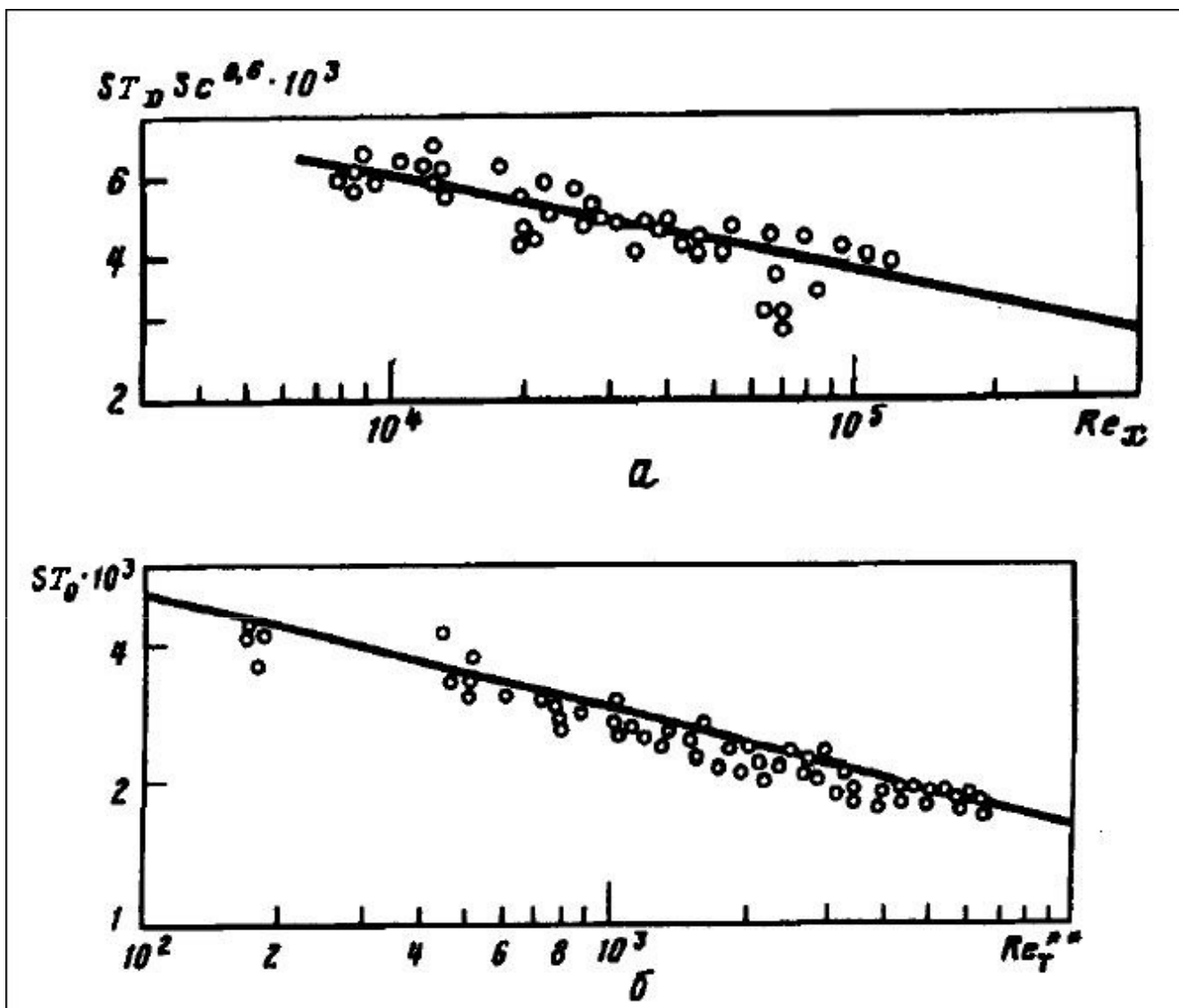


Рис. 29. Характеристики массо- (а) и теплообмена (б) на плоской пластине

Влияние сжимаемости газа и неизотермичности на законы трения, тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое

$$\left(\frac{C_f}{C_{f_0}}\right)_{Re^{**}} = \psi; \left(\frac{St}{St_0}\right)_{Re_T^{**}} = \psi_S; \left(\frac{St_D}{St_{D_0}}\right)_{Re_D^{**}} = \psi_D \quad (242)$$

$$Re^{**} = \rho_\infty w_\infty \frac{\delta^{**}}{\mu_{cm}}; Re_T^{**} = \rho_\infty w_\infty \frac{\delta_T^{**}}{\mu_{cm}};$$

$$\psi_S = \bar{\psi} \psi_M \quad (243)$$

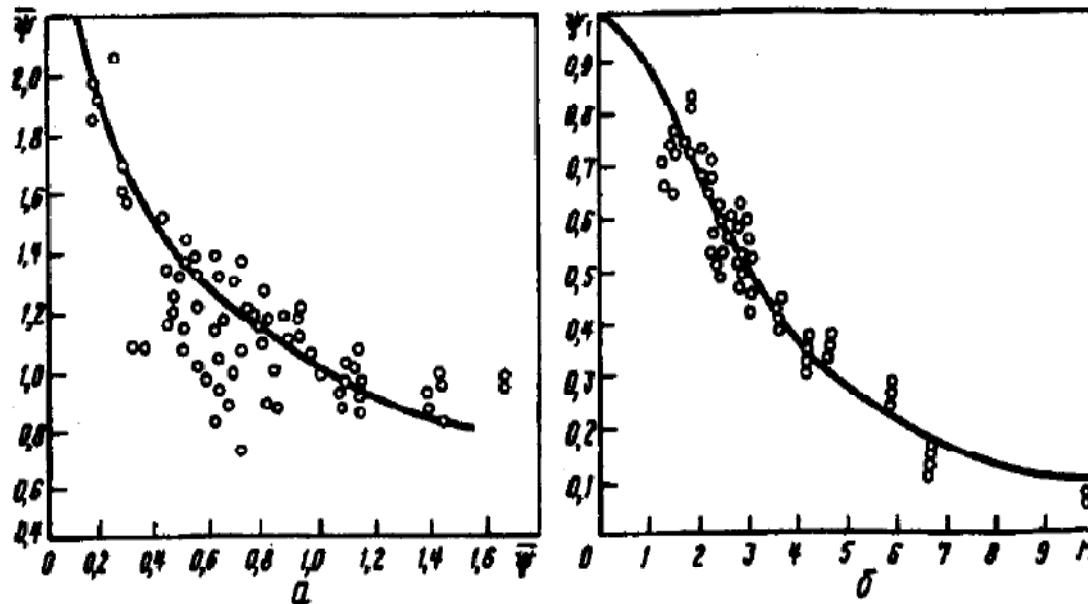


Рис. 30. Влияние неизотермичности (а) и сжимаемости (б) на относительные законы трения и теплообмена

$$\bar{\psi} = \left(\frac{2}{\sqrt{\bar{\psi}} + 1} \right)^2 \quad (244)$$

$$\psi_M = \left(\frac{\arctg M_\infty \sqrt{r(k-1)/2}}{M_\infty \sqrt{r(k-1)/2}} \right)^2 \quad (245)$$

$$\bar{\psi} = \frac{T_{cm}}{T_{cm}^*}$$

$$\psi_S = \left\{ \frac{1}{4} \left[\left(\frac{T_{cm}}{T_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right]^2 + 0.03 M_\infty^2 \right\}^{-1} \quad (246)$$

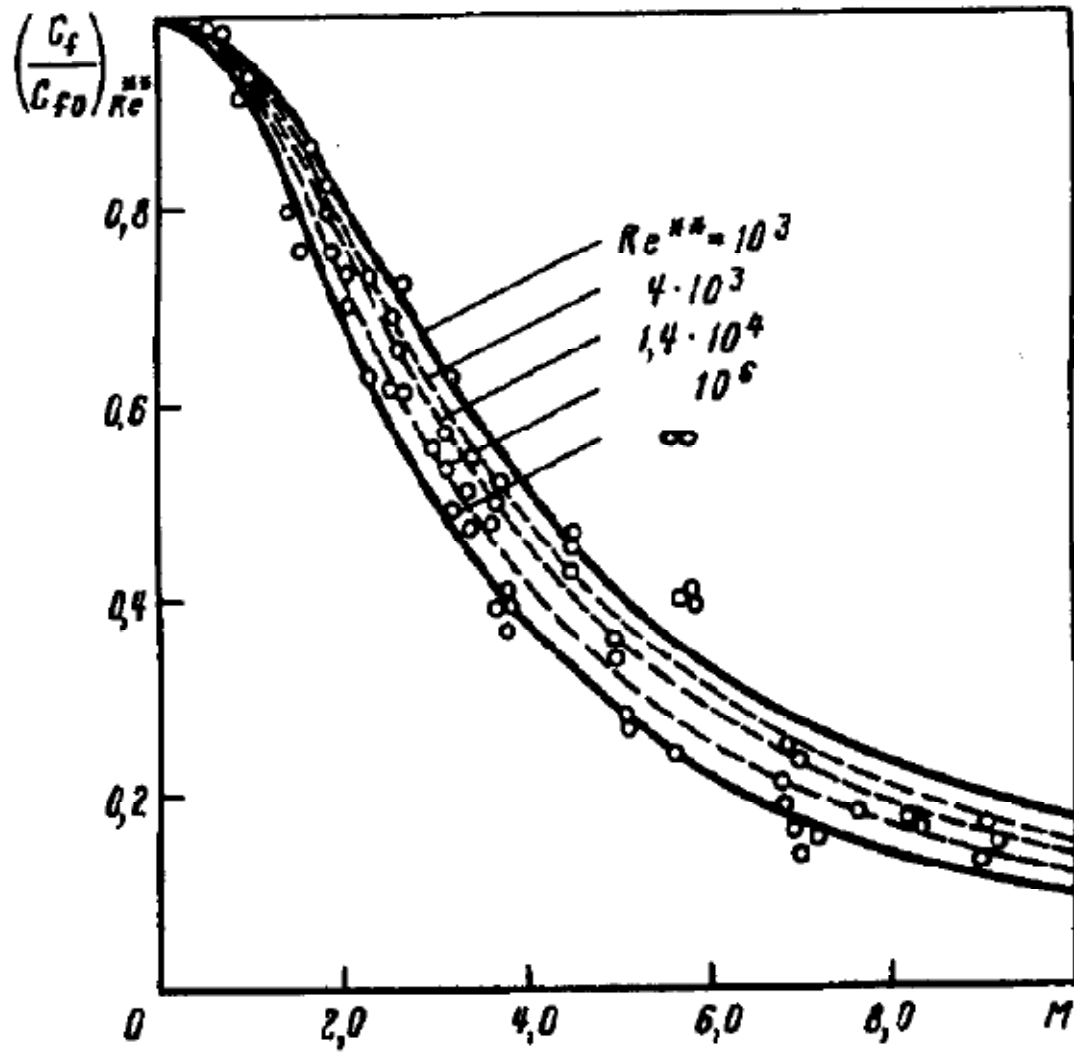


Рис. 31. Влияние числа Re^{**} и сжимаемости M на относительный закон трения

Влияние поперечного потока вещества на законы трения, тепло- и массообмена

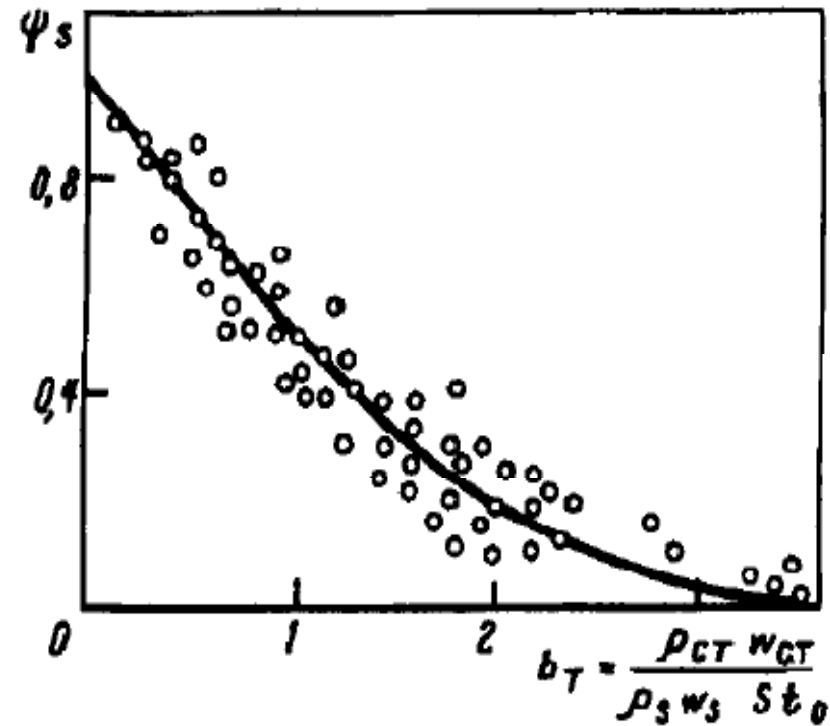


Рис. 32. Влияние вдува газа на коэффициент турбулентного трения на проницаемой пластине (точки - эксперимент)

$$\psi = \left(\frac{C_f}{C_{f_0}} \right)_{\text{Re}^{**}} = 4 \left(\frac{1 - \frac{b}{b_{\text{ед}}}}{\sqrt{\psi} + 1} \right)^2 \quad (247)$$

$$St = \frac{C_f}{2} \text{Pr}^{-0.6}; St_D = \frac{C_f}{2} Sc^{-0.6}$$

$$\psi_S = \psi = \left(1 - \frac{b}{b_{kp}}\right)^2 \quad (248)$$

$$\frac{(h^* - h_{cm})}{h_\infty^* - h_{cm}} = \frac{\bar{\rho}'_{cm} - \bar{\rho}'}{\rho} = \omega \quad (249)$$

$$R = \frac{\rho'}{\rho} R' + \frac{\rho_\infty}{\rho} R_\infty \quad (250)$$

$$\frac{R}{R_\infty} = \frac{\rho'}{\rho} \left(\frac{R'}{R_\infty} \frac{T}{T_\infty} \right) \quad (251)$$

$$\frac{\rho_\infty}{\rho} = \left[1 + \frac{\rho'_{cm}}{\rho} \left(\frac{R'}{R_\infty} - 1 \right) (1 - \omega) \right] \frac{T}{T_\infty} \quad (252)$$

$$(253)$$

$$j_{cm} = \rho_{cm} w_{cm} = \rho'_{cm} w_{cm} - D_{1-2} \rho_{cm} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial y} \right)_{cm} \quad (254)$$

$$-\left(\frac{\partial \rho'}{\partial y} \right)_{cm} = \frac{\bar{\rho}'_{cm}}{w_{cm}} \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_{cm} \quad (255)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} = \frac{C_f \rho_{\infty} w_{\infty}^2}{2\nu_{cm} \rho_{cm}}$$

$$-D_{1-2} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial y} \right)_{cm} = \frac{1}{Le Pr} \frac{C_f}{2} \rho'_{cm} \rho_{\infty} w_{\infty} \quad (256)$$

$$\bar{\rho}'_{cm} = \frac{\rho'_{cm}}{\rho_{cm}} = \frac{b_1}{1+b_1} \quad (257)$$

$$\frac{\rho_{\infty}}{\rho} = \frac{T}{T_{\infty}} \left[1 + \frac{b_1}{1+b_1} \left(\frac{R'}{R_{\infty}} - 1 \right) (1 - \omega) \right]$$

$$\psi_1 = \frac{\rho_\infty}{\rho_{cm}} = \frac{T_{cm}}{T_\infty} \left[\frac{b_1}{1+b_1} \left(\frac{R'}{R_\infty} - 1 \right) \right] \quad (258)$$

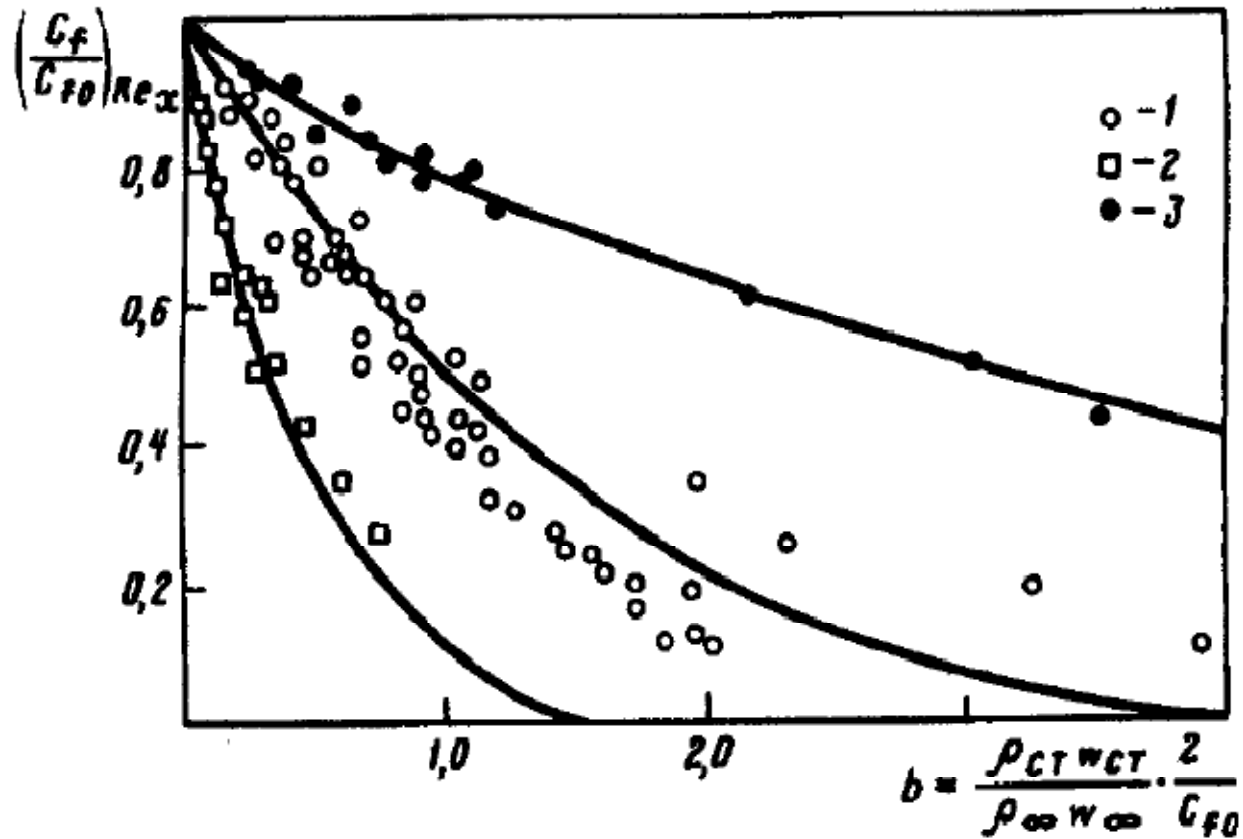


Рис. 33. Влияние вдува инородного газа на коэффициент трения пластины

**Методы расчета теплообмена в турбулентном пограничном слое.
Решение уравнения энергии
турбулентного пограничного слоя на непроницаемой поверхности**

$$\frac{d \operatorname{Re}_T^{**}}{dX} + \frac{d \operatorname{Re}_T^{**}}{\Delta T} \frac{\Delta T}{dX} = St_0 \operatorname{Re}_L \psi_S \quad (259)$$

$$\operatorname{Re}_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} \left[\frac{1+m}{2 \operatorname{Pr}^{0.75}} B \operatorname{Re}_0 \int_{X_1}^X \psi_S \tilde{\omega}_0 \Delta T^{m+1} \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_\infty} \right)^m dX + \left(\operatorname{Re}_T^{**} \Delta T \right)_{X_1}^{1+m} \right]^{\frac{1}{1+m}} \quad (260)$$

$$St = \frac{B}{\left(\operatorname{Re}_T^{**} \right)^m \operatorname{Pr}^{0.75}} \psi_S \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_\infty} \right)^m$$

$$q_{cm} = St \rho_\infty w_\infty \Delta T_{c_p} \quad (261)$$

$$\Delta T = \left[\frac{2q_{cm} L}{B\lambda_0\psi_s \text{Pr}^{0.25+m} \text{Re}_0 w_0} \left(\int_0^X \frac{q_{cm}}{\lambda_0} dX \right)^m \right]^{\frac{1}{1+m}} \quad (262)$$

$$\Delta T = T_{cm}^* - T_{cm}; \text{Re}_T^{**} = \rho_\infty w_\infty \delta_T^{**} / \mu_{0\infty}; \text{Re}_L = \rho_\infty w_\infty L / \mu_{0\infty}$$

$$\text{Re}_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} \left\{ \frac{1+m}{2\text{Pr}^{0.75}} B \text{Re}_{0\infty} \int_{X_1}^X \left[\psi_s \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_{0\infty}} \right)^m u (1-u^2)^{\frac{1}{k-1}} \Delta T^{1+m} \right] dX + \right. \\ \left. + \left(\text{Re}_T^{**} \Delta T \right)^{1+m} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (263)$$

$$\text{Re}_{T_{0\infty}}^{**} = \frac{1}{\Delta T \bar{D}} \left\{ \frac{1+m}{2 \text{Pr}^{0.75}} B \text{Re}_{0\infty} \int_{X_1}^X [\psi_S \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_{0\infty}} \right)^m u(1-u^2)^{\frac{1}{k-1}} \Delta T^{1+m} D^{1+m}] dX \right\} \quad (264)$$

$$u(1-u^2)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^{0.5} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{F_{kp}}{F} \quad (265)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_{T_{0\infty}}^{**} &= \frac{1}{\Delta T \bar{D}} \left\{ \frac{1+m}{2 \text{Pr}^{0.75}} B \text{Re}_{0\infty} \int_{X_1}^X \psi_S \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_{0\infty}} \right)^m \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^{0.5} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \Delta T^{1+m} D^{-1-m} dX + \right. \\ &\left. + \left(\text{Re}_{T_{0\infty}}^{**} \Delta T \bar{D} \right)_{X=X_1}^{1+m} \right\}^{\frac{1}{m+1}} \quad (266) \end{aligned}$$

$$St = \psi_S \frac{B}{2(\text{Re}_{T_{0\infty}}^{**})^m \text{Pr}^{0.75}} \left(\frac{\mu_{cm}}{\mu_{0\infty}} \right)^m$$

$$q_{cm} = St c_{p\infty} \rho_{\infty} w_{\infty} (T_{cm}^* - T_{cm}) \quad (267)$$

$$\text{Re}_{T_{cm}}^{**} = \left(\frac{1+m}{2\text{Pr}^n} B \psi_S \text{Re}_{x_{cm}} \right)^{\frac{1}{m+1}} \quad (268)$$

$$St = \frac{B \psi_S^{\frac{1}{m+1}}}{2\text{Pr}^n \left(\frac{1+m}{2\text{Pr}^n} B \right)^{\frac{m}{m+1}}} \text{Re}_x^{-\frac{m}{m+1}} \quad (269)$$

$$St = 0.0288 \psi_S^{0.8} \text{Re}_{x_{cm}}^{-0.2} \text{Pr}^{-0.6}$$

$$\text{Re}_{T_{cm}}^{**} = \left(\frac{1+m}{2\text{Pr}^n} B \text{Re}_{01_{cm}} \psi_S \frac{CX^2}{2} \right)^{\frac{1}{m+1}} \quad (271)$$

$$St = \frac{B}{2 \text{Pr}^n} \frac{\psi_S^{\frac{1}{m+1}}}{\left(\frac{1+m}{2 \text{Pr}^n} B \frac{C}{2} X^2 \text{Re}_{01_{cm}} \right)^{\frac{m}{m+1}}} \text{Re}_x^{-\frac{m}{m+1}} \quad (272)$$

$$St = 0.0375 \psi_S^{0.8} \text{Re}_{01_{cm}}^{-0.2} X^{-0.4} \text{Pr}^{-0.6} \quad (273)$$

$$\frac{d(\text{Re}_T^{**} \Delta T)}{dX} = \frac{1}{\text{Pr}_{0\infty}} \frac{q_{cm} L}{\lambda_{0\infty}} \quad (274)$$

$$\text{Re}_T^{**} = St \text{Re}_x \quad (275)$$

$$St = 0.0288 \psi_S^{0.8} \text{Re}_{x_{cm}}^{-0.2} \text{Pr}^{-0.6} \quad (276)$$

**Решение уравнения энергии турбулентного
пограничного слоя на проницаемой поверхности**

$$\frac{d \operatorname{Re}_T^{**}}{dX} + \frac{d \operatorname{Re}_T^{**}}{\Delta T} \frac{\Delta T}{dX} = \operatorname{Re}_L St_0 (\psi_S + b_T) \quad (277)$$

$$\psi_S = \psi_T \left(1 - \frac{b_T}{b_{T_{кр}}} \right)^2 \quad (278)$$

где $\psi_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi'} + 1} \right)^2$; $b_{T_{кр}} = b_{T_{кр\infty}} \left[1 + 5.3 (\operatorname{Re}_T^{**})^{-0.18} \right]$

$$\operatorname{Re}_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} \left\{ \frac{1+m}{2 \operatorname{Pr}^{0.75}} B \operatorname{Re}_0 \int_{X_1}^X \omega_0 \left[\psi_T \left(1 - \frac{b_T}{b_{T_{\delta\delta}}} \right)^2 + b_T \right] \Delta T^{1+m} dX + \left(\operatorname{Re}_T^{**} \Delta T \right)_{X=X_1}^{1+m} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (279)$$

$$St = \psi_T \left(1 - \frac{b_T}{b_{T_{кр}}} \right)^2 St_0 \quad (280)$$

$$\frac{j_{cm}}{\rho_\infty w_\infty} = \frac{c_{p\infty}}{c_{p1}} St_0 b_T \quad (281)$$

$$\psi = \bar{\psi}_T \bar{\psi}_M \bar{\psi}_b \quad (282)$$

$$\text{где } \bar{\psi}_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi'} + 1} \right)^2 ; \bar{\psi}_M = \left[\frac{\text{arctg} M_\infty \sqrt{\frac{r(k-1)}{2}}}{M_\infty \sqrt{\frac{r(k-1)}{2}}} \right]^2 \quad (283)$$

$$\bar{\psi}_b = \left(1 - \frac{b}{b_{кр}} \right)^2 ; b_{кр} = b_{кр0} \bar{\psi}_M$$

$$\text{где } q_{cm} = St \rho_\infty w_\infty c_{p\infty} (T_{cm}^* - T_{cm})$$

$$T_{cm}^* = T_\infty + r \frac{k-1}{2} M_\infty^2$$

Контрольные вопросы

- Возникновение турбулентного течения
- Уравнения турбулентного пограничного слоя
- Турбулентное касательное напряжение, тепловой и диффузионный потоки
- Полуэмпирические теории турбулентного переноса
- Распределение скоростей, температур и концентраций в пристенной части плоского турбулентного пограничного слоя
- Влияние сжимаемости газа и неизотермичности на законы трения, тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое
- Влияние поперечного потока вещества на законы трения, тепло- и массообмена
- Методы расчета теплообмена в турбулентном пограничном слое. Решение уравнения энергии турбулентного пограничного слоя на непроницаемой поверхности
- Решение уравнения энергии турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности