

Энергомашиностроение.

6

Лекция №3

Свойства идеальных газов

- Закон Бойля-Мариотта.
- Закон Гей-Люссака.
- Уравнения состояния идеального газа.
- Термодинамическая поверхность состояния.
- Рабочие координаты.
- Закон Авогадро.
- Вычисление газовой постоянной.

Идеальный газ – газ, который подчиняется уравнению состояния идеального газа.

Идеальным газом называют такой газ, в котором нет сил взаимного притяжения между молекулами, а их объем равен нулю

Идеальный газ – предельный случай реального газа при p стремящимся к 0.

Закон Бойля - Мариотта

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

или

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \text{const}$$

для одного килограмма

$$p_1 \nu_1 = p_2 \nu_2 = \text{const}$$

т.е.

$$p \nu = \text{const} \quad (1)$$

Уравнение (1) есть уравнение равнобокой гиперболы, которая показана на рис. 1. Эту кривую называют также **изотермой**, т. е. кривой постоянной температуры.

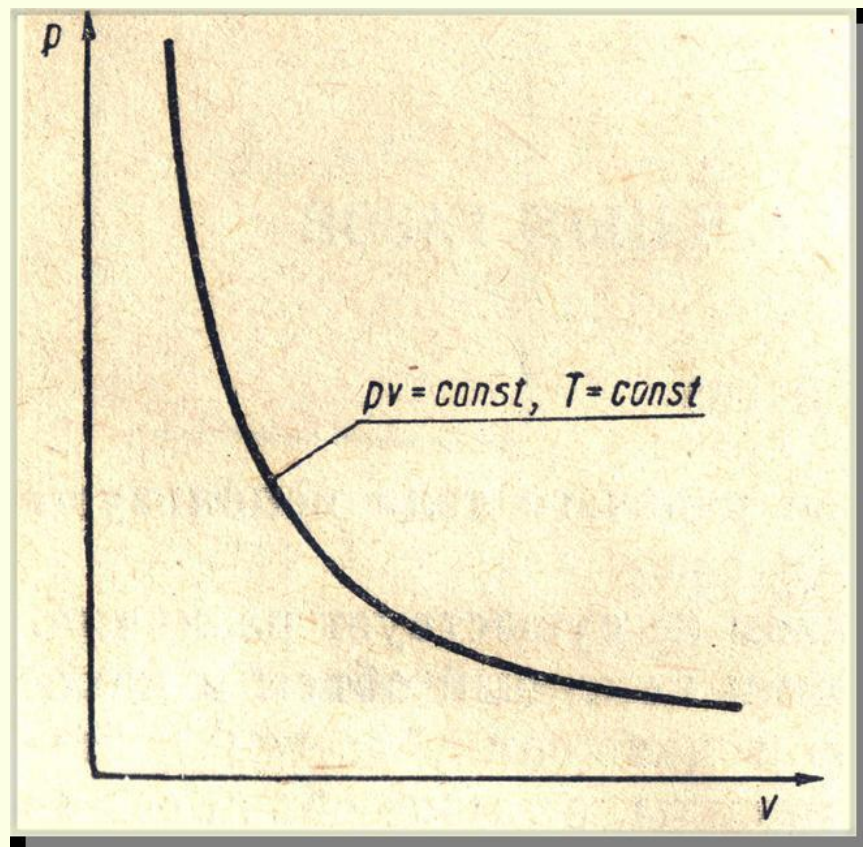


Рис. 1. График закона Бойля – Мариотта

Закон Гей-Люссака

$$v = v_0 + \beta t v_0 = v_0 (1 + \beta t)$$

где v_0 — объем газа при температуре 0°C ;
 $\beta = 1/273$ — коэффициент объемного или термического расширения газа.

Закон Гей-Люссака принято выражать через удельный объем газа v и абсолютную температуру T :

$$\frac{v}{T} = \text{const} \quad (2)$$

Согласно уравнению (2) содержание закона Гей-Люссака можно сформулировать следующим образом: **изменение объема постоянного количества идеального газа при неизменном давлении прямо пропорционально изменению абсолютной температуры.**

На рис. 2 закон Гей-Люссака показан графически в координатах p, v . Так как обязательным условием закона является постоянство давления, то в указанных координатах это будет прямая линия, параллельная оси v . Эту линию называют также **изобарой**, т. е. линией постоянного давления.

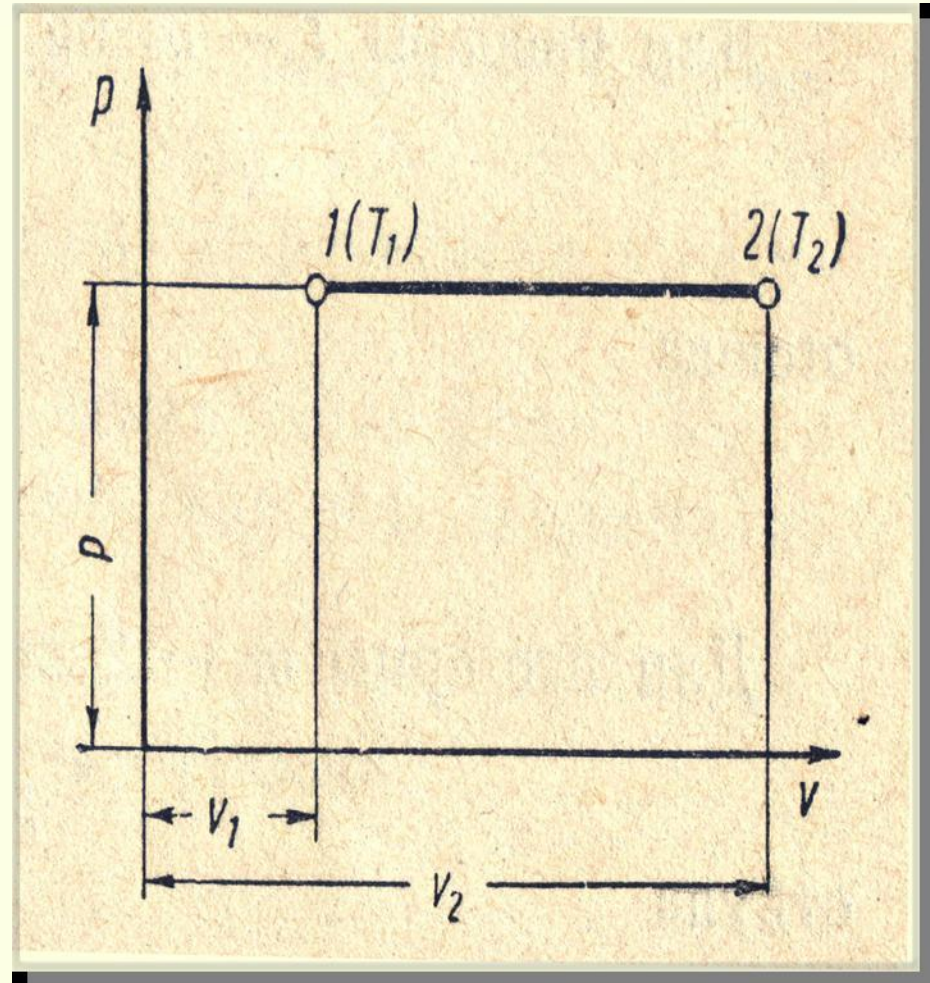


Рис. 2. График закона Гей-Люссака

Уравнение состояния идеального газа

$$T = f_3(p, \nu) \quad (3)$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_m} = \frac{T_1}{T_m}$$

$$\nu_m = \frac{\nu_1 T_m}{T_1}$$

$$p_m \nu_m = p_2 \nu_2$$

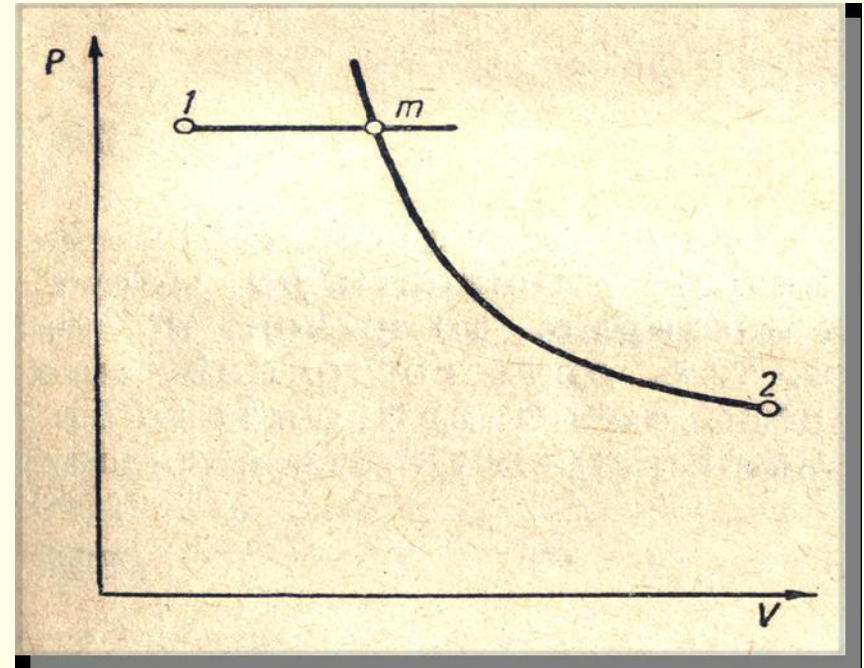


Рис. 3. Вывод уравнения состояния идеального газа

$$v_m = \frac{p_2 v_2}{p_m}$$

$$\frac{v_1 T_m}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_m}$$

$$p_m = p_1 \quad T_m = T_2$$

$$\frac{v_1 T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1}$$

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2}$$

(4)

Эту константу принято обозначать буквой R и называть **удельной газовой постоянной**. Тогда уравнение состояния для идеального газа принимает следующий вид:

$$p\nu = RT \quad (5)$$

Уравнение (5) справедливо для 1 кг газа. Для произвольного количества газа уравнение состояния будет

$$pV = mRT \quad (6)$$

$$V = m\nu$$

Уравнение (6) связывает все три параметра; оно называется **уравнением состояния идеального газа** и известно как уравнение Клапейрона — оно названо по имени французского ученого, который впервые его вывел.

Дифференциальная форма уравнения Клапейрона

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} \quad (7)$$

Термодинамическая поверхность состояния

Из математики известно, что уравнение

$$F(p, \nu, T) = 0$$

является уравнением поверхности в пространственной системе координат p , ν , T . Эта поверхность называется термодинамической поверхностью состояния.

Рабочие координаты

$$\Delta l = P \Delta h$$

Но внешняя сила P согласно условию равновесия сил, действующих на поршень, определяется как

$$P = pF$$

Тогда

$$\Delta l \approx pF \Delta h \approx p \Delta \nu \quad (8)$$

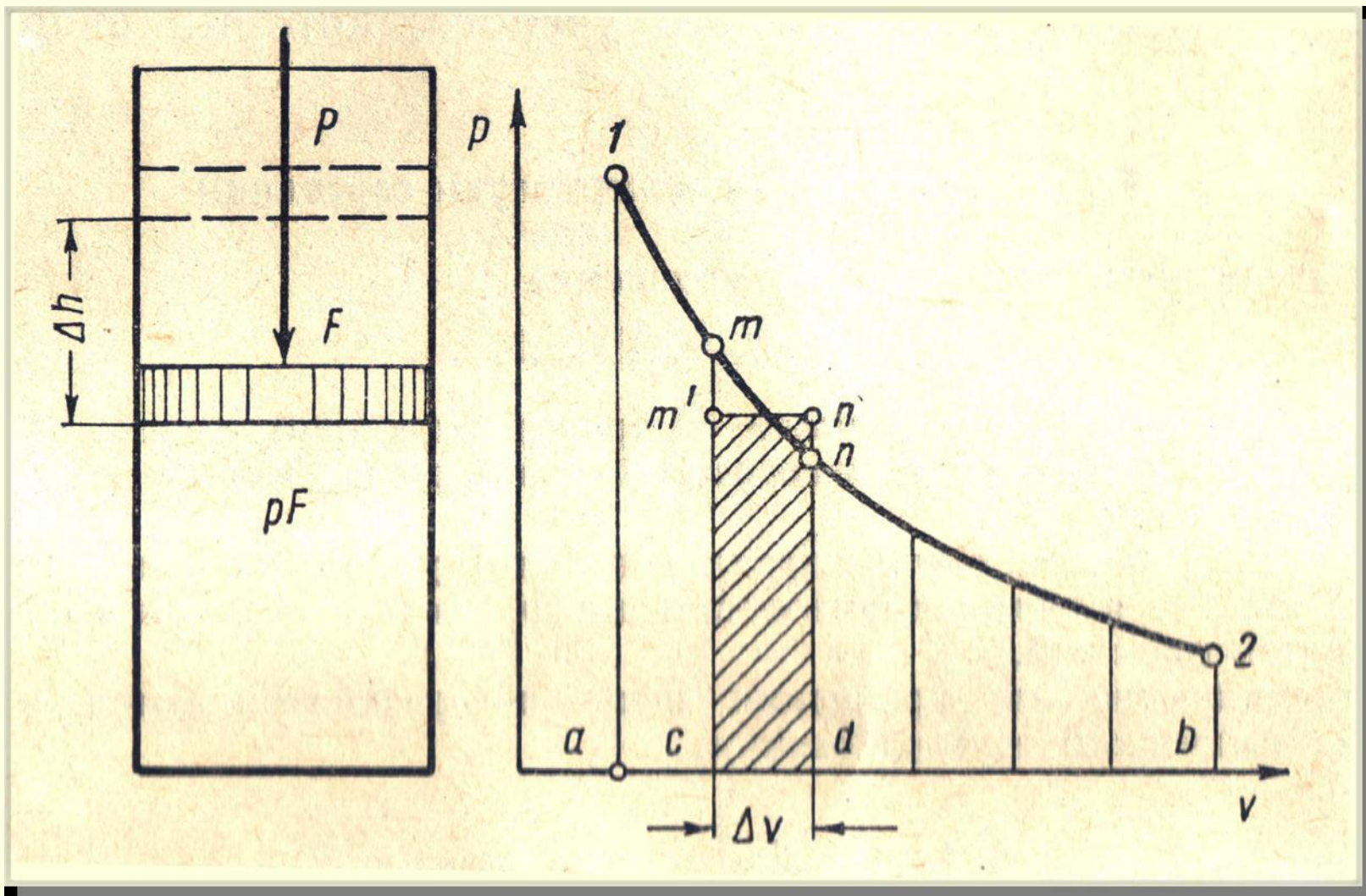


Рис. 4. Определение работы процесса в координатах pv

Таким образом, при переходе рабочего тела на состояния, соответствующего точке t , в состояние n производится внешняя работа, равная приблизительно произведению средней величины давления на приращение объема, т. е. площадке прямоугольника

$$c - m' - n' - d$$

Разбив весь процесс $1-2$ на ряд участков, вычислив для каждого из них площадь прямоугольника и просуммировав их, получим приближенное значение всей работы процесса $1-2$:

$$l = \sum \Delta l = \sum p \Delta v$$

$$l = \int_1^2 dl = \int_1^2 p dv \quad (9)$$

$$l = p(v_2 - v_1) \quad (10)$$

Координаты pv принято называть *работами*.

$$pv_1 = RT_1$$

$$pv_2 = RT_2$$

$$p(\nu_2 - \nu_1) = R(T_2 - T_1)$$

$$R = \frac{p(\nu_2 - \nu_1)}{T_2 - T_1} \quad (11)$$

Удельная газовая постоянная R есть работа, которую совершает 1 кг идеального газа в процессе $p = \text{const}$ при изменении его температуры на 1° . Размерность R определяется уравнением (11).

Закон Авогадро

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (12)$$

$$\frac{\frac{m_1}{V}}{\frac{m_2}{V}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (13)$$

Так как $\rho = 1/v$, то последнее уравнение можно написать в следующем виде:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{или} \quad v_1 \mu_1 = v_2 \mu_2 = v_\mu = 22,4 \text{ м}^3 / \text{кмоль} \quad (14)$$

Киломодем (кмоль) v называется количество вещества, масса которого в килограммах численно равна его относительной молекулярной массе.

По известному значению молекулярной массы идеального газа μ можно найти его удельный объем v и плотность ρ при нормальных физических условиях (ρ_n и v_n):

$$v_n = \frac{22,4}{\mu} \quad \text{м}^3 / \text{кг} \quad (15)$$

$$\rho_n = \frac{\mu}{22,4} \quad \text{кг} / \text{м}^3 \quad (16)$$

Вычисление газовой постоянной

Умножим обе части уравнения состояния идеального газа на молекулярную массу, т. е. напишем это уравнение для m кг газа:

$$p\nu\mu = \mu RT \quad (17)$$

но $\nu\mu = V_\mu = \nu_\mu$ — объем 1 кмоль газа, а μR по смыслу является газовой постоянной 1 кмоль газа, и поэтому эту величину можно обозначить через R_μ . Тогда уравнение (17) принимает вид

$$p\nu_\mu = R_\mu T \quad (18)$$

Газовую постоянную, отнесенную к 1 кмоль, называют **универсальной газовой постоянной**. По физическому смыслу универсальная постоянная представляет собой работу, которую совершает 1 кмоль любого идеального газа при увеличении его температуры на 1° в процессе $p = \text{const}$.

Зная универсальную газовую постоянную нетрудно определить газовую постоянную 1 кг любого газа; для этого нужно знать его молекулярную массу:

$$R = \frac{R_\mu}{\mu} = \frac{8314,3}{\mu} \quad \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{град})} \quad \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{K})}$$

Умножив обе части равенства V — число киломолей газа, получим

$$p\nu_\mu V = \nu R_\mu T$$

Контрольные вопросы

- Закон Бойля-Мариотта.
- Закон Гей-Люссака.
- Определение работы процесса в координатах p v
- Уравнения состояния идеального газа.
- Дифференциальная форма уравнения Клапейрона
- Термодинамическая поверхность состояния.
- Рабочие координаты.
- Закон Авогадро.
- Вычисление газовой постоянной.