

Энергомашиностроение.

6

Лекция №5

Теплоёмкость идеальных газов

- Внутренняя энергия, теплота, работа.
- Общие сведения.
- Теплоемкости газов в процессах, происходящих при постоянном объеме c_v и постоянном давлении c_p .
- Вычисление теплоемкости идеальных газов.

Внутренняя энергия, теплота, работа

Внутренняя энергия тела в общем случае представляет собой полный запас энергии, заключенный в теле. Эту энергию можно представить в виде суммы отдельных ее составляющих:

1. Энергии поступательного движения молекул;
2. Энергии вращательного движения молекул;
3. Энергии внутримолекулярных колебаний атомов;
4. Энергии взаимодействия молекул (потенциальная энергия);
5. Энергии внутриядерной;
6. Энергии взаимодействия электронов с ядром;

Так как в данном состоянии величина внутренней энергии будет строго определенной, она также может являться характеристикой состояния тела, т. е. быть параметром состояния. В отличие от p , T и v , которые называют **термическими параметрами**, внутренняя энергия названа **калорическим** параметром. Внутренняя энергия реального вещества зависит как от температуры, так и от давления.

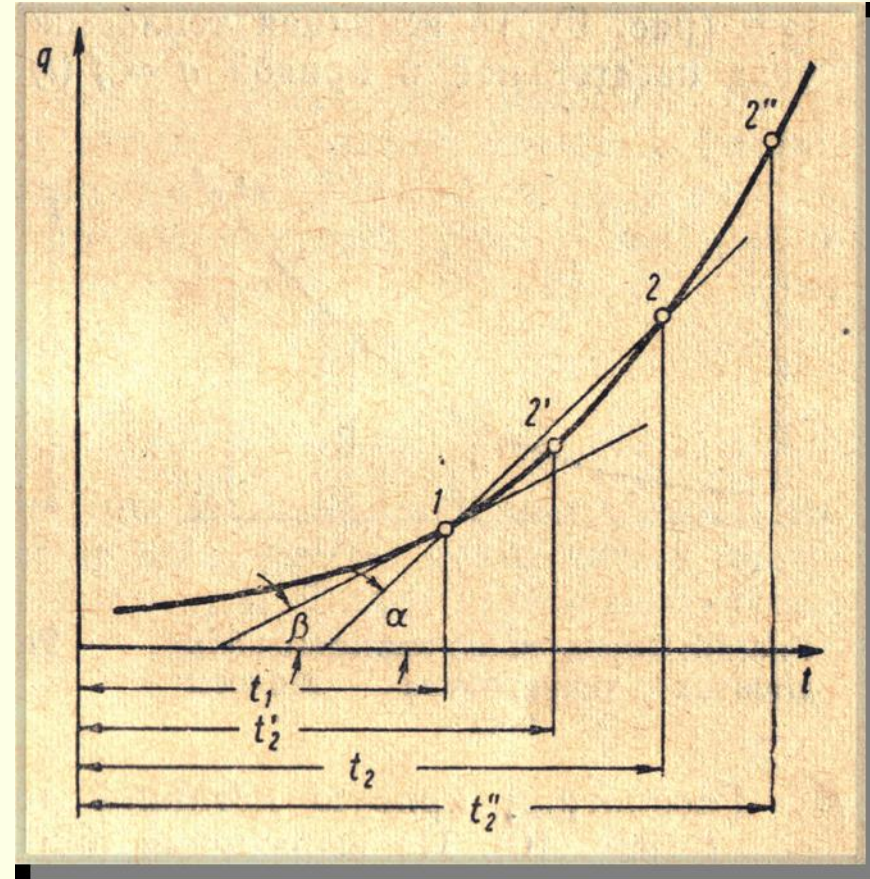


Рис. 1. Определение теплоёмкости процесса

Общие сведения

$$c_m = \frac{q}{t_2 - t_1} \quad \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{град})} \quad \text{или} \quad \frac{\text{ккал}}{(\text{кг} \cdot \text{град})} \quad (1)$$

Величина c_m показывает, какое в среднем количество теплоты необходимо подвести, чтобы нагреть 1 кг газа на 1° в процессе 1—2. Теплоемкость в интервале изменений температуры от t_1 до t_2 называют **средней теплоемкостью** газа.

В общем случае значение средней теплоемкости будет различно в зависимости от выбранного интервала температур в данном процессе.

$$c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

Эту теплоемкость называют **истинной**. Следовательно, **теплоемкость** представляет собой предельное значение средней теплоемкости, когда интервал изменения температур бесконечно мал. Если средней теплоемкости c_m для интервала температур $t_2 - t_1$ соответствует тангенс угла секущей 1—2, т. е. $\text{tg } \alpha$ (рис. 1), то истинная теплоемкость представится тангенсом угла касательной к кривой $q = f(t)$ в данной точке, т. е. $\text{tg } \beta$

$$q = \int_a^b c dt \quad (3)$$

$$q = \frac{c_1 + c_2}{2} (t_2 - t_1)$$

$$q = c_m (t_2 - t_1) \quad (4) \quad 3$$

где c_m — средняя теплоемкость.

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2}$$

$$c_m = \frac{q}{t_2 - t_1}$$

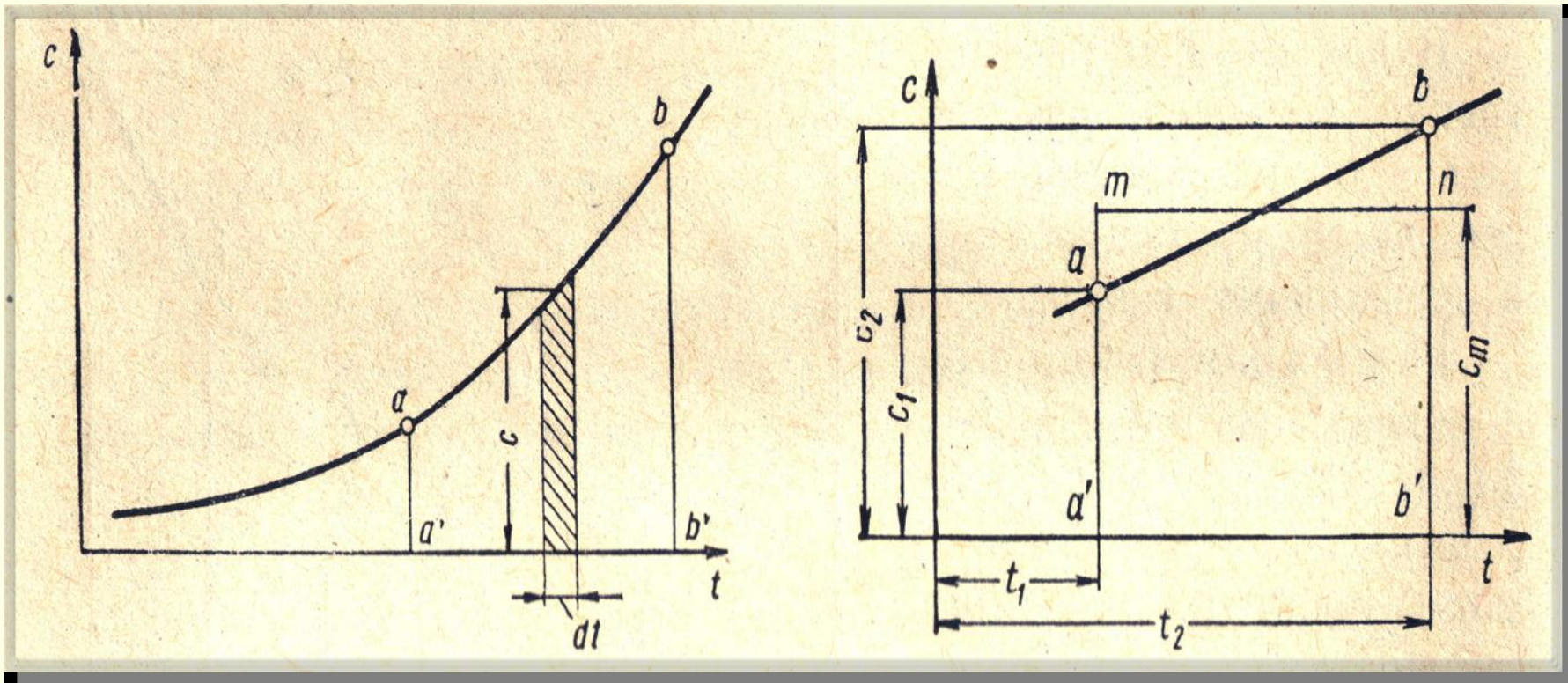


Рис. 2. Определение теплоты в координатах температуры – теплоёмкость

Рис. 3. Связь между истинной и средней теплоёмкостями

$$q = c_m \int_0^{t_2} t_2 - c_m \int_0^{t_1} t_1 \quad (5)$$

$$c_m = \frac{c_m \left| \begin{array}{c} t_2 \\ 0 \end{array} \right. t_2 - c_m \left| \begin{array}{c} t_1 \\ 0 \end{array} \right. t_1}{t_2 - t_1} \quad (6)$$

Для нагревания или охлаждения 1 кг вещества

$$q = c_m (t_2 - t_1) \quad \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \quad (7)$$

Для нагревания или охлаждения m кг вещества

$$Q = mc_m (t_2 - t_1) \quad \text{кДж} \quad (8)$$

Для нагревания или охлаждения вещества, которое при н.у. занимает 1 м^3

$$q = c'_m (t_2 - t_1) \quad \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3} \quad (9)$$

Для количества вещества, занимающего при н. у. $V_n \text{ м}^3$

$$Q = V_n c'_m (t_2 - t_1) \quad \text{кДж} \quad (10)$$

Для 1 кмоль

$$q = c_\mu (t_2 - t_1) = \mu c_m (t_2 - t_1) \quad \frac{\text{кДж}}{\text{кмоль}} \quad (11)$$

Для ν кмоль

$$Q = \nu \mu c_m (t_2 - t_1) \quad \text{кДж} \quad (12)$$

$$c = \frac{\mu c}{\mu} \quad \text{кДж} / (\text{кг} \cdot \text{град}) \quad (13)$$

Объемная теплоемкость

$$c' = \frac{\mu c}{V_\mu} = \frac{\mu c}{22,4} \quad \text{кДж} / (\text{м}^3 \cdot \text{град}) \quad (14)$$

Получаем связь между массой и объёмной теплоёмкостями в виде

$$\mu c = c' V_\mu$$

Откуда

$$c = c' \frac{V_\mu}{\mu} = c' \frac{22,4}{\mu} \quad (15)$$

$$c' = c \frac{\mu}{V_\mu} = c \frac{\mu}{22,4} \quad (16)$$

Так как

$$V_\mu = \mu \nu \quad \nu = \frac{1}{\rho}$$

то

$$c = c'v \quad c' = \frac{c}{v} = \rho c \quad (17) (18)$$

$$c = g_1 c_1 + g_2 c_2 + \dots + g_n c_n \quad \frac{\text{кДж}}{(\text{кг} \cdot \text{град})} \quad (19)$$

где c_1, c_2, \dots, c_n — массовые теплоемкости отдельных газов (компонентов), входящих в смесь. Смесь может быть задана объемными долями, тогда формула для определения ее теплоемкости запишется так:

$$c' = r_1 c'_1 + r_2 c'_2 + \dots + r_n c'_n \quad \frac{\text{кДж}}{(\text{м}^3 \cdot \text{град})} \quad (20)$$

где c'_1, c'_2, \dots, c'_n — объемные теплоемкости отдельных компонентов смеси. Формула киломолярной теплоемкости смеси будет иметь вид

$$\mu c = r_1 \mu c_1 + r_2 \mu c_2 + \dots + r_n \mu c_n \quad \frac{\text{кДж}}{(\text{моль} \cdot \text{град})} \quad (21)$$

где $\mu c_1, \mu c_2, \dots, \mu c_n$ — киломолярные теплоемкости отдельных газов смеси.

Теплоемкости газов в процессах, происходящих при постоянном объеме c_v и постоянном давлении c_p

$$q_v = c_{vm}(t_2 - t_1)$$

$$q_p = c_{pm}(T_2 - T_1)$$

$$q_p - q_v = l \quad (22)$$

$$l = p(v_2 - v_1) \quad (23)$$

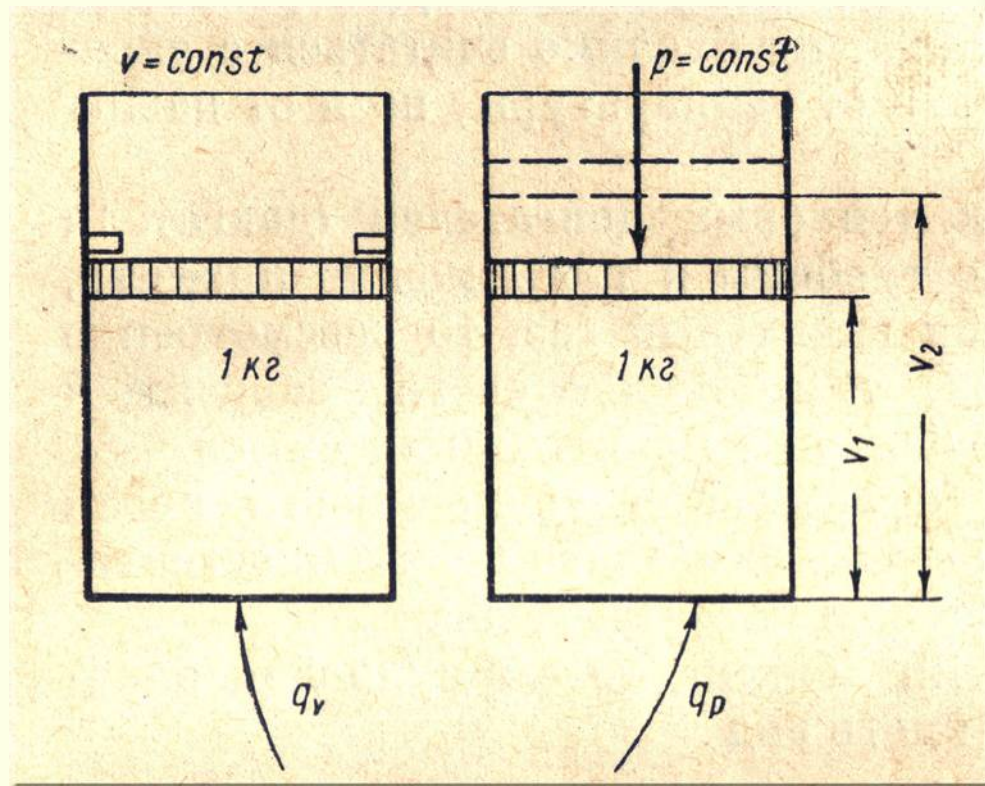


Рис. 4. Вывод уравнения Майера

$$q_p - q_v = p(v_2 - v_1)$$

$$c_{pm}(T_2 - T_1) - c_{vm}(T_2 - T_1) = p(v_2 - v_1)$$

$$c_{pm}(T_2 - T_1) - c_{vm}(T_2 - T_1) = pv_2 - pv_1$$

$$pv_1 = RT_1; \quad pv_2 = RT_2;$$

$$c_{pm}(T_2 - T_1) - c_{vm}(T_2 - T_1) = R(T_2 - T_1)$$

$$c_{pm} - c_{vm} = R \tag{25}$$

$$\mu c_p - \mu c_v = \mu R$$

$$\mu R = R_\mu = 8314,3 \approx 8,3 \quad \frac{\text{кДж}}{(\text{кмоль} \cdot \text{К})}$$

$$\mu c_p - \mu c_v = 8314,3 \quad \frac{\text{Дж}}{(\text{кмоль} \cdot \text{К})} \tag{26}$$

$$c'_p - c'_v = \frac{\mu c_p - \mu c_v}{22,4} = \frac{8,314}{22,4} = 0,371$$

Вычисление теплоемкости идеальных газов

| Получено на основе МКТ. | $\mu c_p,$ кДж/(кмоль*град) | $\mu c_v,$ кДж/(кмоль*град) | К |
|------------------------------------|---|--------------------------------|------|
| Одноатомные газы | $20,9 \left(\frac{5}{2} R_{\mu} \right)$ | 12,6 | 1,67 |
| Двухатомные газы | $29,2 \left(\frac{7}{2} R_{\mu} \right)$ | 20,9 | 1,4 |
| Трехатомные и многоатомные газы | $37,3 \left(\frac{9}{2} R_{\mu} \right)$ | 29 | 1,29 |

При дальнейшем изложении будет часто встречаться коэффициент, представляющий собой отношение теплоемкости c_p к c_v , т. е.

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (27)$$

Для идеального газа этот коэффициент зависит от температуры. Действительно, если принять в первом приближении линейную зависимость теплоемкости от температуры, т. е.

$$c_v = a_v + bt$$

$$c_p = a_p + bt$$

$$k = \frac{a_p + bt}{a_v + bt}$$

$$c_p - c_v = R \quad \text{или} \quad a_p - a_v = R$$

$$a_p = R + a_v$$

$$k = \frac{R + a_v + bt}{a_v + bt} = \frac{R}{a_v + bt} + 1 \quad (28)$$

Из выражения (28) видно, что с ростом температуры коэффициент k будет уменьшаться. Если воспользоваться приближенными значениями постоянных теплоемкостей, то коэффициент k для газов различной атомности будет иметь следующие величины: для одноатомного газа $k = 1,67$; для двухатомного газа $k = 1,40$; для трех- и многоатомных газов $k = 1,29$.

Пример. Газы в топке котельного агрегата имеют температуру $t_1 = 1100$ °С, а на выходе из него $t_2 = 350$ °С. Найти, какое количество теплоты передается 1 м^3 этих газов, приведенных к нормальным физическим условиям, воде в котле. Давление газов в топке постоянное. Объемный состав газов следующий: Углекислого газа $r_1 = 0.11$, кислорода $r_2 = 0.045$, водяных паров $r_3 = 0.08$, окиси углерода $r_4 = 0.025$, азота $r_5 = 0.74$.

Решение.

Искомое количество теплоты: $Q = v c'_{\text{pm}}(T_2 - T_1)$.

Средние киломолярные изобарные теплоемкости находят по следующим зависимостям:

Для CO_2

$$\mu c_1 = 36,05 + 2,03 \cdot 10^{-2} t - 0,642 \cdot 10^{-5} t^2 \quad \text{кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

$$\mu c_1 = \frac{\mu c_1 \Big|_0^{t_2} - \mu c_1 \Big|_0^{t_1}}{t_2 - t_1} = \frac{1}{1100 - 350} * ((36,05 +$$

$$+ 2,03 \cdot 10^{-2} * 1100 - 0,642 \cdot 10^{-5} * 1100^2) 1100 -$$

$$- (36,05 + 2,03 \cdot 10^{-2} * 350 - 0,642 \cdot 10^{-5} * 350^2) 350 = 54,5 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

Для кислорода

$$\mu c_2 = 29,56 + 3,404 \cdot 10^{-3} (350 + 1100) = 34,5 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

Для воды (H_2O)

$$\mu c_3 = 38,89 + 0,544 \cdot 10^{-2} (350 + 1100) = 40,77 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

Для оксида углерода

$$\mu c_4 = 29,06 + 2,818 \cdot 10^{-3} (350 + 1100) = 33,144 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

Для азота

$$\mu c_5 = 28,97 + 2,567 \cdot 10^{-3} (350 + 1100) = 32,696 \text{ кДж/(кмоль} \cdot \text{град)}$$

Находим среднюю теплоемкость газовой смеси:

$$c'_{\text{pm}} = 1/22,4 (0,11 \cdot 54,5 + 0,045 \cdot 34,5 + 0,08 \cdot 40,77 + 0,025 \cdot 33,144 + 0,74 \cdot 32,696) = 1,6 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{град)}$$

Искомое количество теплоты, отданное 1 м^3

$$Q = V c'_{\text{pm}} (t_2 - t_1) = 1 \cdot 1,6 (1100 - 350) = 1200 \text{ кДж} = 1,2 \text{ МДж.}$$

Контрольные вопросы

- Внутренняя энергия (определение, формула и физический смысл)
- Средняя и истинная теплоемкость газа
- Уравнение Майера
- Определение теплоёмкости процесса
- Теплоемкости газов в процессах, происходящих при постоянном объеме c_v и постоянном давлении c_p
- Вычисление теплоемкости идеальных газов
- Пример