

энергостроение.

6

Лекция №9

Диаграмма энтропия-температура

- Свойство системы координат энтропия-температура (sT).
- Основные процессы идеального газа в координатах sT .
- Диаграмма sT для идеального газа.
- Цикл Карно на диаграмме sT .
- Обобщенный (регенеративный) цикл Карно.
- Изменение энтропии идеального газа при постоянной теплоемкости.

Свойства системы координат энтропия-температура (sT)

$$ds = \frac{dq}{T} \quad \Delta s = s_B - s_A = \int_A^B \frac{dq}{T}$$

$$q = \int_A^B T ds$$

Следовательно, в координатах sT теплота представляется площадью под линией процесса. Поэтому часто диаграмму sT называют **тепловой диаграммой**.

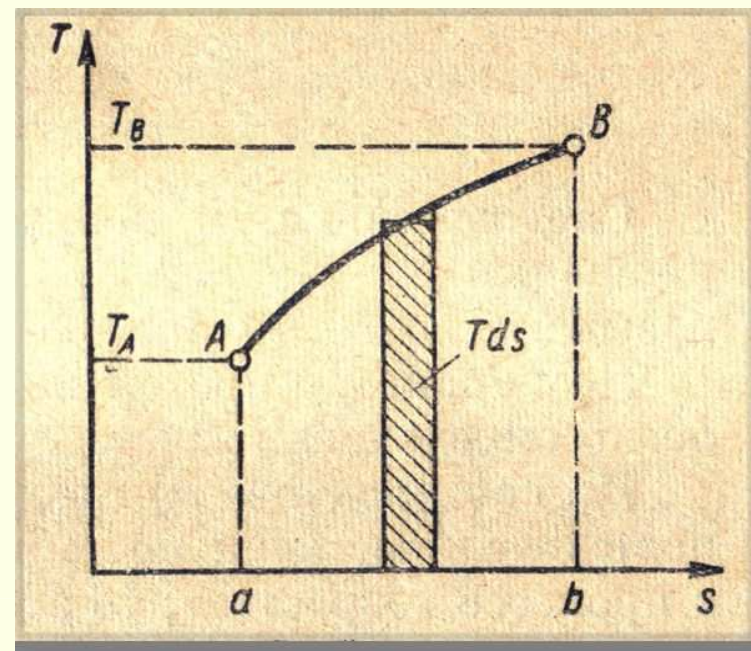


Рис. 1. Свойства системы координат sT

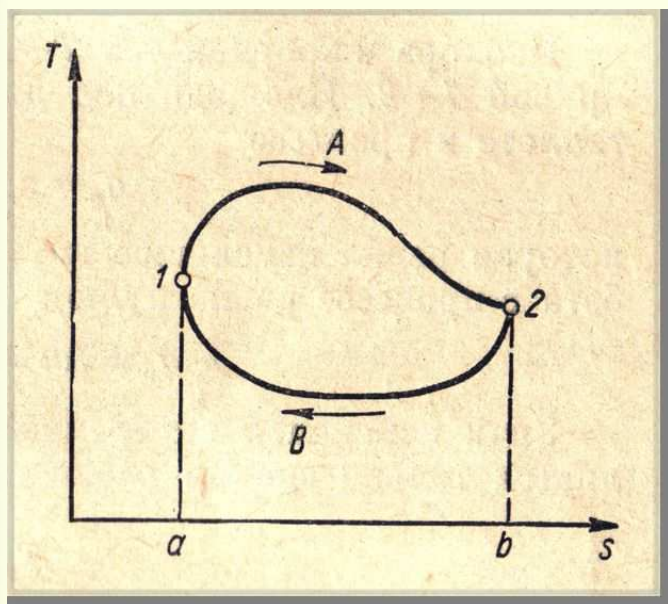


Рис. 2. Цикл координат sT

$$l = q_1 - q_2 \quad \eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{\text{пл. } 1A2B1}{\text{пл. } a1A2b}$$

Координаты sT с нанесенными на них графиками простейших процессов для данного рабочего тела называют **диаграммой sT этого тела**. Простейшей тепловой диаграммой будет диаграмма для идеального газа. Для построения этих диаграмм необходимо рассмотреть основные процессы идеального газа в координатах sT .

Основные процессы идеального газа в координатах sT

Изохорный процесс.

$$ds = \frac{c_v dT}{T}$$

$$\Delta s_v = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v dT}{T}$$
$$\Delta s_v = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

$$\Delta s_v = 2,3c_v \lg \frac{T_2}{T_1} \quad (2)$$

$$q_v = c_v(T_2 - T_1)$$

$$q_v = \Delta u = c_v(T_2 - T_1)$$

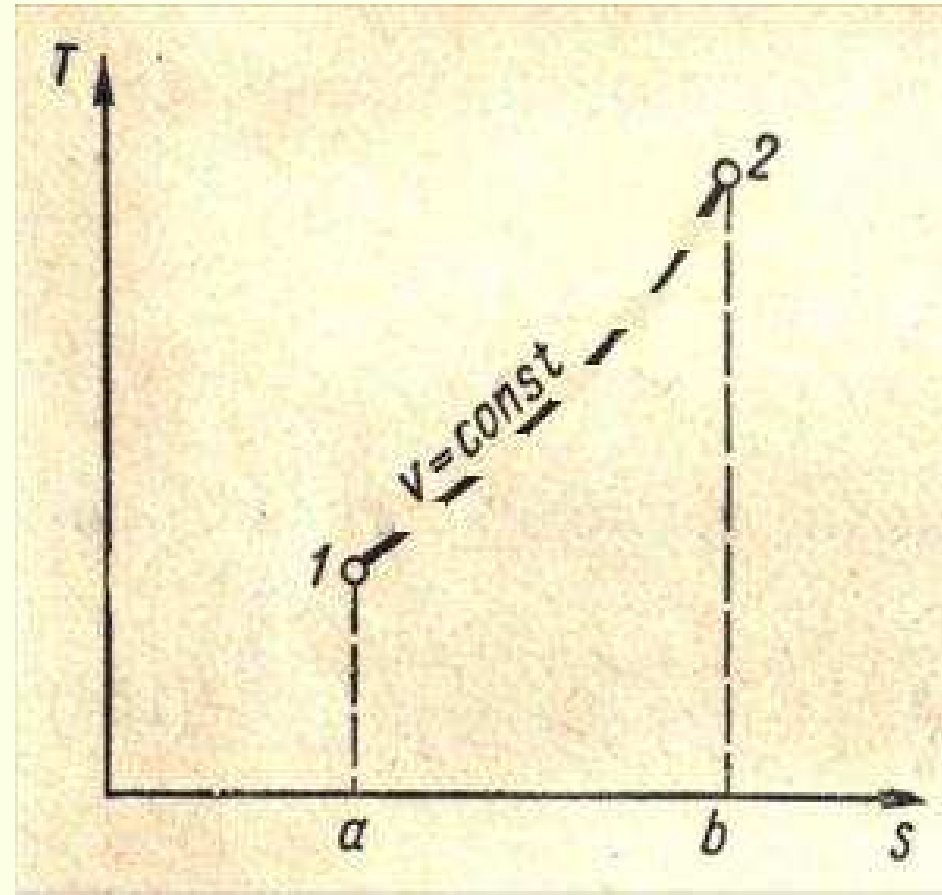


Рис. 3. Изохорный процесс идеального газа

Изобарный процесс.

$$dq_p = c_p dT$$

$$ds = \frac{c_p dT}{T}$$

$$\Delta s_p = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p dT}{T}$$

$$\Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta s_p = 2,3c_p \lg \frac{T_2}{T_1} \quad (3),(4)$$

$$q_p = c_p (T_2 - T_1); \Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta s_v = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{\Delta s_p}{\Delta s_v} = \frac{c_p \ln \frac{T_2}{T_1}}{c_v \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{c_p}{c_v} = k > 1$$

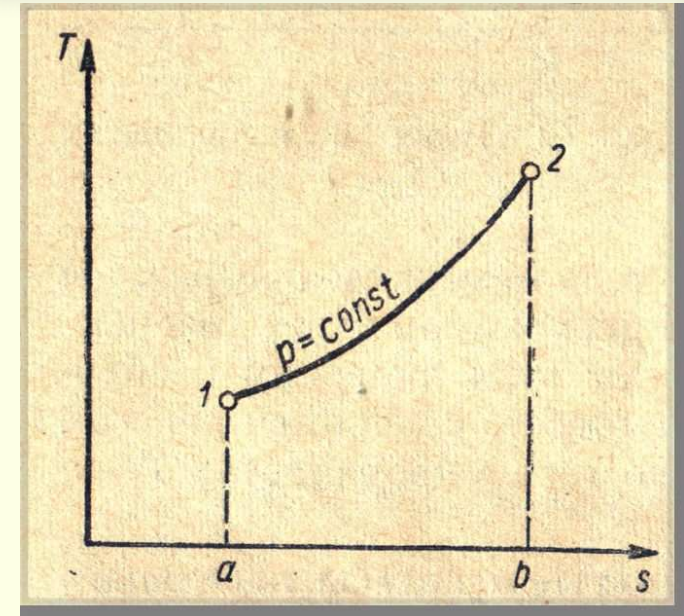


Рис. 4. Изобарный процесс идеального газа

Изотермический процесс ($T = \text{const}$)

$$dq = pdv; ds = \frac{pdv}{T}$$

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v}; ds = R \frac{dv}{v}$$

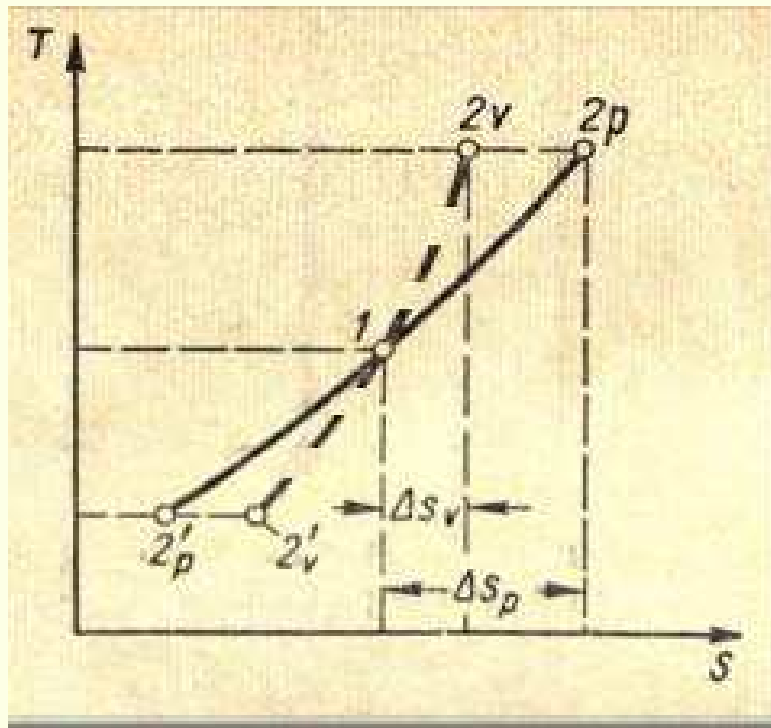


Рис. 5. Совместное изображение изобарного и изохорного процессов идеального газа

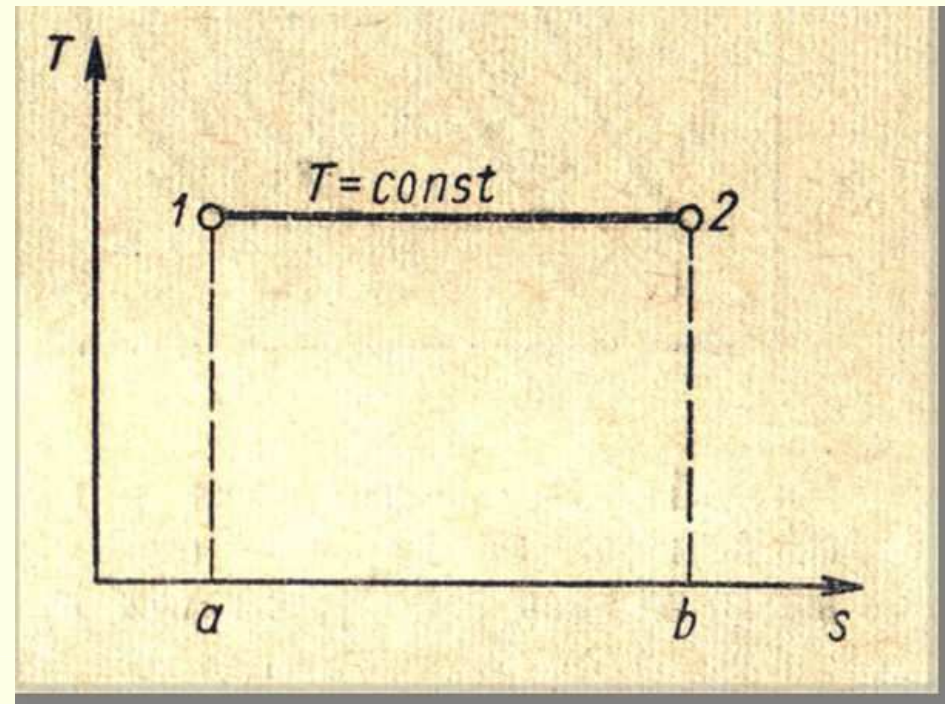


Рис. 6. Изотермический процесс

$$s_2 - s_1 = \Delta s_T = R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (5)$$

$$\Delta s_T = 2,3R \lg \frac{v_2}{v_1} \quad (6)$$

$$\Delta s_T = 2,3R \lg \frac{p_1}{p_2} \quad (7) \quad 5$$

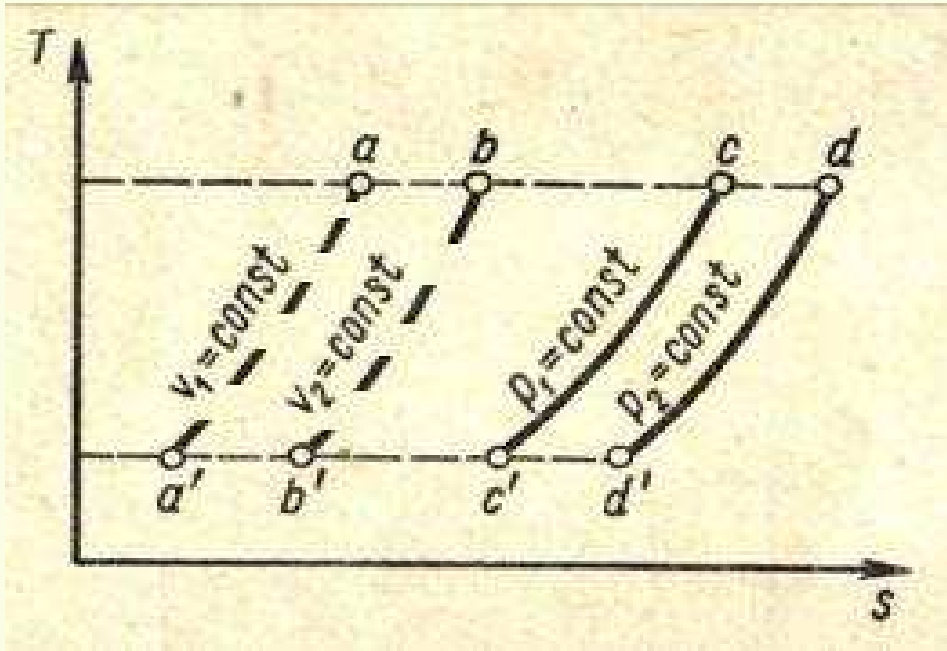


Рис. 7. Доказательство эквидистантности изохор и изобар идеального газа

$$\Delta s_T = R \ln \frac{v_2}{v_1} = ab = a'b'$$

$$\Delta s_T = R \ln \frac{p_1}{p_2} = cd = c'd'$$

$$ds = \frac{dq}{T}$$

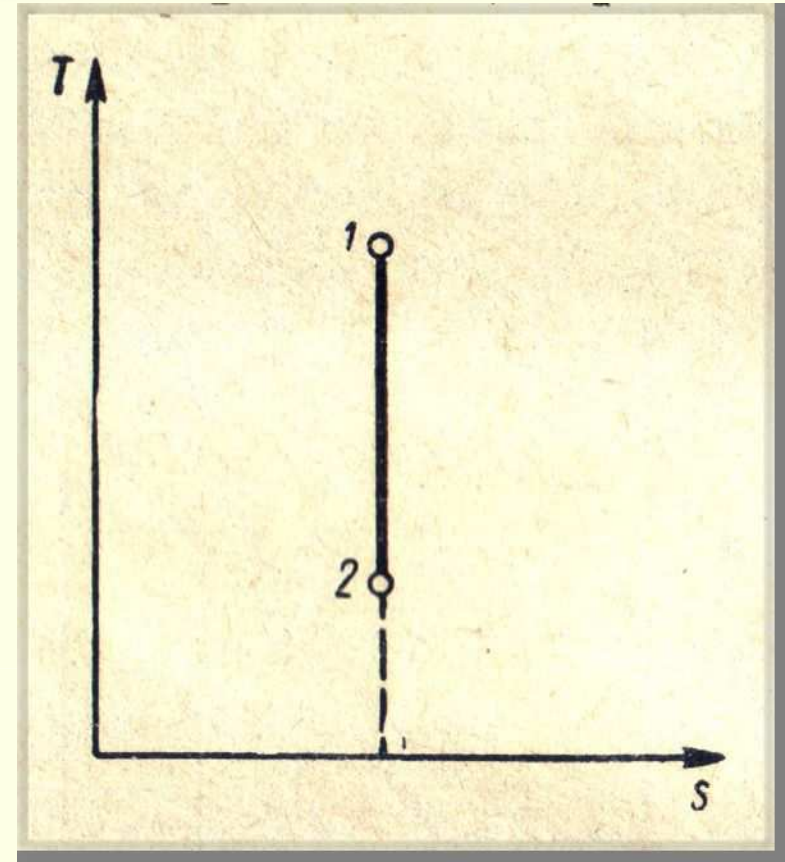


Рис. 8. Адиабатный процесс

Для адиабатного процесса $dq = 0$, поэтому $ds = 0$. Отсюда следует, что обратимый адиабатный процесс характеризуется постоянством энтропии $s = \text{const}$. На этом основании такой процесс часто называют **изоэнтропным**.

Диаграмма sT для идеального газа

На рис. 9 приведен пример общего вида части диаграммы для газа, подчиняющегося уравнению состояния газа. Сплошными горизонтальными и вертикальными линиями нанесены соответственно изотермы и адиабаты. Начало координат по оси энтропии (ось абсцисс) выбирается условно.

Сплошные логарифмические кривые представляют собой изобары. При этом изобары, соответствующие большему давлению, располагаются ближе к оси ординат, т. е. $P_n > P_1$.

Пунктирными логарифмическими кривыми нанесены изохоры. Изохоры, расположенные ближе к оси ординат, соответствуют меньшим объемам, т. е. $v_n < v_1$.

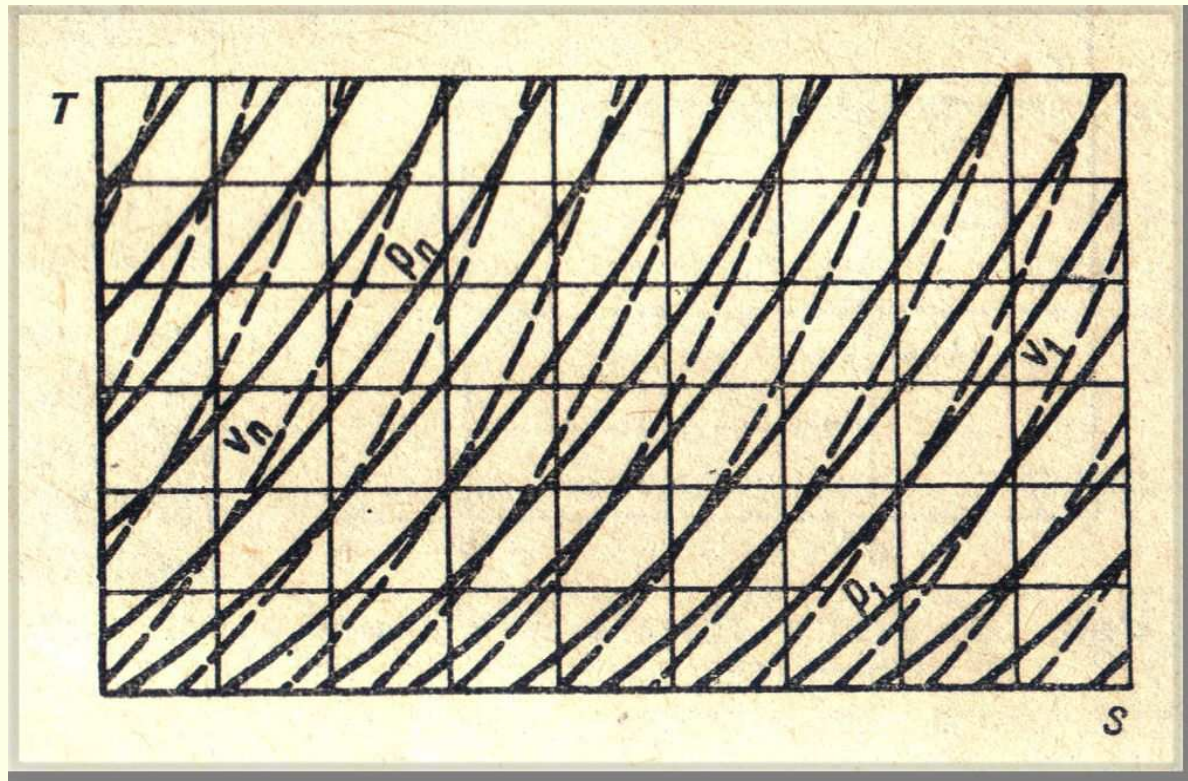


Рис. 9. Диаграмма идеального газа

Цикл Карно на диаграмме sT

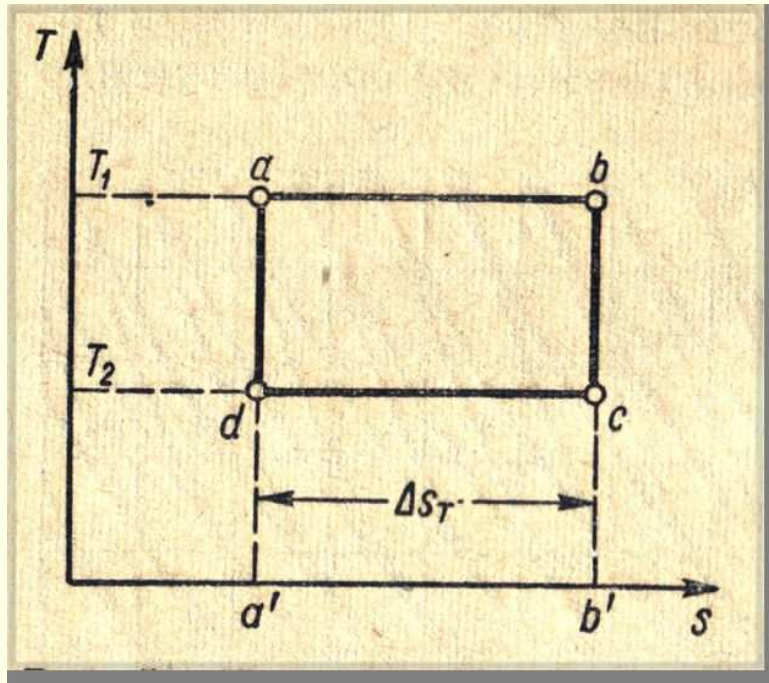


Рис. 10. Цикл Карно

$$l = q_1 - q_2 = (T_1 - T_2)\Delta s_T$$

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{(T_1 - T_2)\Delta s_T}{T_1 \Delta s_T} = \frac{T_1 - T_2}{T_1};$$

$$\Delta s_T = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\eta_{tk} = \frac{l_k}{q_{1k}} = \frac{\text{пл.}abcd}{\text{пл.}a'abb'}$$

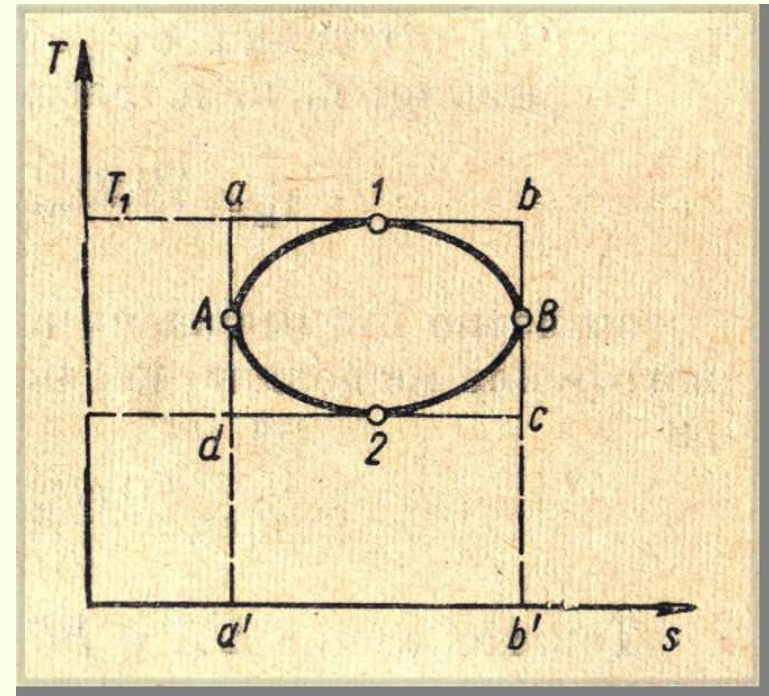


Рис. 11. Сравнение цикла Карно с произвольным циклом

$$\eta_t = \frac{l}{q_1} = \frac{\text{пл.}abcd - [\text{пл.}Aa1A + \text{пл.}1bB1 + \text{пл.}Bc2B + \text{пл.}2dA2]}{\text{пл.}a'abb' - [\text{пл.}Aa1A + \text{пл.}1bB1]}$$

Обобщенный (регенеративный) цикл Карно

Тела, воспринимающие в процессе BC теплоту от рабочего тела и возвращающие ему эту теплоту в процессе DA , называют **регенераторами**.

$$\eta_t = \frac{(q_{1(T)} + q_{1(p)}) - (q_{2(T)} + q_{2(p)})}{q_{1(T)} + q_{1(p)}}$$

$$\eta_t = \frac{q_{1(T)} - q_{2(T)}}{q_{1(T)}} = \frac{T_1 \Delta s_1 - T_2 \Delta s_2}{T_1 \Delta s_1}$$

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

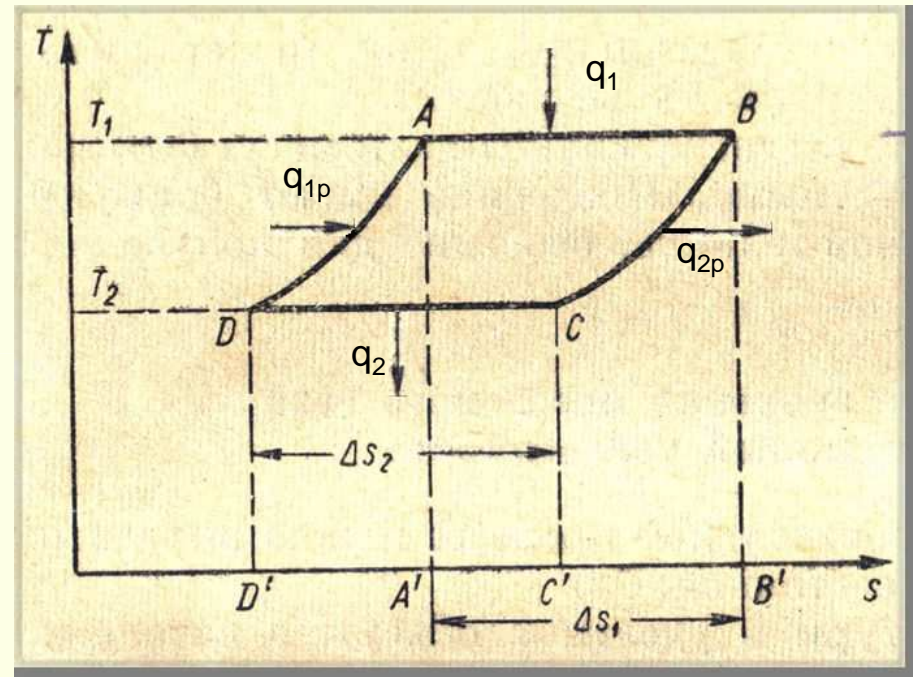


Рис. 12. Обобщенный цикл Карно

Таким образом, к. п. д. обратимого цикла, состоящего из двух изотерм и двух произвольных процессов, представляемых эквидистантными линиями (DA и BC), в точности равен к. п. д. цикла Карно. На этом основании такой цикл называют **обобщенным циклом Карно**.

Изменение энтропии идеального газа при постоянной теплоемкости

$$dq = c_v dT + p dv$$

$$\frac{dq}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv = ds$$

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (8)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (9)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 2,3c_v \lg \frac{T_2}{T_1} + 2,3R \lg \frac{v_2}{v_1} \quad (10)$$

$$pdv + vdp = RdT$$

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{RdT}{pv}$$

$$\frac{pv}{R} = T$$

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$$

(11)

$$ds = c_v \left(\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) + R \frac{dv}{v} = (c_v + R) \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}$$

$$c_v + R = c_p \quad ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln \frac{p_2}{p_1}$$

(12)

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 2,3c_p \lg \frac{v_2}{v_1} + 2,3c_v \lg \frac{p_2}{p_1}$$

(13)

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \quad (14)$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \cdot \left(\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right) = (c_v + R) \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$c_p = c_v + R$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (15)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 2,3c_p \lg \frac{T_2}{T_1} - 2,3R \lg \frac{p_2}{p_1} \quad (16)$$

Контрольные вопросы

- Свойство системы координат энтропия-температура (sT)
- Основные процессы идеального газа в координатах sT
- Диаграмма sT для идеального газа
- Цикл Карно на диаграмме sT
- Обобщенный (регенеративный) цикл Карно
- Изменение энтропии идеального газа при постоянной теплоемкости