

На правах рукописи



ЧАН КИ АН

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА
БЕЗМОМЕНТНЫХ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ
С НЕСИММЕТРИЧНО УЛОЖЕННЫМИ НИТЯМИ**

Специальность

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва – 2015

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана» (МГТУ им. Н.Э. Баумана) на кафедре прикладной механики.

Научный руководитель: **Сорокин Федор Дмитриевич**
доктор технических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Дудченко Александр Александрович**
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры "Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций" ФГБОУ ВПО «МАИ»

Склезнёв Андрей Анатольевич
кандидат технических наук, ведущий инженер лаборатории «Перспективные конструкции из КМ» ФГУП «НИЧ «МАТИ»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН)

Защита состоится «24» марта 2015 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.141.03 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана и на сайте www.bmstu.ru/ps/~trankyan/.

Автореферат разослан «20» января 2015 г.

Ваш отзыв в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просьба направлять по адресу: 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.141.03.

Ученый секретарь
диссертационного совета



А.Ю. Карпачев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Сетчатые оболочки успешно применяются при конструировании автомобильных шин, баллонов давления, пневмобаллонных муфт, пневмоамортизаторов, оплеток рукавов и других изделий. Кроме того, в данной диссертации предлагается использовать сетчатые оболочки в качестве устройств управляемой упругой деформации и эластичного шнека для транспортного средства высокой проходимости.

Стенка сетчатой оболочки образована семействами перекрещивающихся нитей. Если семейств нитей всего два - левое и правое, то сетка нитей является геометрически изменяемой, так как в основе ее лежит нежесткая фигура - параллелограмм, а сами нити могут свободно изгибаться. Обычно в исходном состоянии сетчатые оболочки осесимметричны. При этом нити левого и правого семейств уложены под одинаковыми углами ($\beta_n = \beta_d$). Однако симметричная укладка (симметричное армирование) может быть нарушена по ряду причин:

- специальная укладка нитей под разными углами;
- погрешность изготовления;
- изменение углов вследствие приложения осевого крутящего момента;
- неодинаковое изменение углов в процессе работы.

Такие оболочки практически не исследованы, т. е. существует мало изученный класс сетчатых оболочек, в которых углы укладки нитей правого и левого семейств не совпадают ($\beta_n \neq \beta_d$). В виду этого разработка методов расчетов сетчатых оболочек с несимметричной укладкой нитей является актуальной задачей.

Цель работы. Целью диссертационной работы является создание методов расчетов сетчатых оболочек с несимметричной укладкой нитей и демонстрация целесообразности применения таких оболочек в технике.

Задачи исследования. В диссертации поставлены и решены следующие задачи:

1. Исследование равновесных конфигураций сетчатых оболочек вращения с несимметричным расположением нитей (СОВНРН).
2. Расчет больших перемещений СОВНРН при осесимметричной нагрузке в случае растяжимых и нерастяжимых нитей корда.
3. Расчет больших перемещений сетчатых оболочек произвольной формы с произвольным законом укладки нитей на основе минимизации полной потенциальной энергии механической системы.

Объектом исследования являлись детали машин, изготовленные из сетчатых оболочек: упругие элементы пневмобаллонной муфты, приводы машин или захват робота, движитель специального транспортного средства высокой проходимости.

Методы исследования. В работе использованы методы:

- численное интегрирование систем нелинейных дифференциальных уравнений (задача Коши и нелинейная краевая задача);
- прямая минимизация функционалов.

Численные алгоритмы реализованы на алгоритмических языках математических пакетов MathWorks Matlab и Wolfram Mathematica с использованием

встроенных процедур численного интегрирования дифференциальных уравнений и минимизации функций многих переменных.

Степень достоверности полученных результатов. Достоверность результатов диссертации подтверждается удовлетворительным совпадением с результатами работ В.Л. Бидермана и Б.Л. Бухина в частном случае симметричной укладки нитей. А также удовлетворительным совпадением результатов расчетов, основанных на различных подходах (интегрировании дифференциальных уравнений и минимизации функционала).

Научная новизна:

- исследован новый объект механики - сетчатая оболочка с произвольным законом укладки нитей, т.е. задача поставлена и рассматривается впервые;

- предложены новые дифференциальные уравнения для расчета СОВНРН, в которых вспомогательные переменные явно выражены через основные переменные;

- созданы новые методы расчетов сетчатых оболочек с симметричной и несимметричной укладкой нитей, основанные на прямой минимизации функционалов, которые существенно упрощают исследование;

- получены новые виды равновесных конфигураций СОВНРН, расширяющие область применения таких оболочек;

- впервые рассмотрены конструкции, в которых сетчатые оболочки используются как устройства управляемой упругой деформации: захваты роботов, приводы, преобразователи давления в моментную нагрузку.

Практическая значимость диссертации:

- проведен анализ и показана перспективность использования СОВНРН в технике;

- разработано программное обеспечение, существенно упрощающее расчеты больших перемещений сетчатых оболочек произвольной конфигурации с произвольным законом укладки нитей;

- предложена схема устройства для преобразования внутреннего давления в крутящий момент;

- предложенная методика позволила разработать и исследовать схемы приводов и захватов роботов на основе СОВНРН;

- получены новые результаты, демонстрирующие повышение прочности диагональных шин за счет несимметричного расположения нитей корда.

Работа нашла свое применение в учебном процессе кафедры основ конструирования и деталей машин МГТУ им. Н.Э. Баумана, в практике проектирования ООО «СЕГУЛА» и при разработке конструкции эласто-винтового движителя транспортного средства высокой проходимости совместно с кафедрой многоцелевых гусеничных машин и мобильных роботов МГТУ им. Н.Э. Баумана.

На защиту выносятся

- методика расчета и построения равновесных конфигураций СОВНРН, полученных геодезической намоткой;

- методика расчета напряженно - деформированного состояния СОВНРН при больших перемещениях, основанная на интегрировании дифференциальных уравнений;

- алгоритм расчета больших перемещений сетчатых оболочек произвольной формы с произвольным расположением нитей, основанный на прямой минимизации функционала;

- методика расчета упругой характеристики пневмобаллонной муфты;

- пример расчета захвата робота на основе сетчатой оболочки;

- результаты расчета сетчатой оболочки движителя транспортного средства высокой проходимости.

Личный вклад автора состоит:

- в разработке методики расчета больших перемещений и усилий в нитях для СОВНРН;

- получении новых видов равновесных конфигураций; исследовании новых спектров напряженно-деформированного состояния сетчатых оболочек;

- предложении нового вида захвата робота на основе СОВНРН;

- исследовании напряженно - деформированного состояния сетчатой оболочки движителя транспортного средства высокой проходимости.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- на научных конференциях аспирантов кафедры прикладной механики МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 2010, 2011, 2012г.);

- на V международной конференции «Проблемы механики современных машин» (Улан-Удэ, 2012г.);

- на Московском ежемесячном семинаре молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения им. Ю.Н. Работнова ИМАШ РАН (Москва, 2012г.);

- на научном семинаре кафедры прикладной механики МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 2014г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 5 научных работ, в том числе 4 работы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, общих выводов и списка литературы, содержит 146 страниц текста, 71 рисунок, 2 таблицы. Список литературы включает 159 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении рассмотрены общие положения о состоянии проблемы СОВНРН.

В первой главе проведен обзор литературных источников и выполнен анализ работ, посвященных изучению механики сетчатых оболочек в различных аспектах. Термин «сетчатая оболочка» был введен в основополагающих работах В.Л.Бидермана и Б.Л.Бухина. Развивали теорию сетчатых оболочек И.К.Николаев, Т.В.Бидерман, И.М.Гильдман, А.Б.Миткевич, М.А.Миткевич, В.Д.Протасов, А.Н.Елпатьевский, В.Д.Кулагин, В.В.Васильев, Ф.Д.Сорокин, J.P.Denost и др. СОВНРН в этих работах практически не встречаются.

Во второй главе разработана методика расчета и построения равновесных профилей СОВНРН. Методика сведена к численному интегрированию системы дифференциальных уравнений с начальными условиями. Приведены примеры построения равновесных профилей при различных значениях геометрических параметров, определяемых технологией изготовления.

Стенка сетчатой оболочки вращения образована сетью из двух несимметрично расположенных систем нитей (Рис. 1, 2). Мембранные усилия связаны с натяжениями нитей следующими соотношениями:

$$T_1 = k \frac{N_{\Pi}}{h_{\Pi}} \cos^2 \beta_{\Pi} + k \frac{N_{\mathcal{L}}}{h_{\mathcal{L}}} \cos^2 \beta_{\mathcal{L}}, T_2 = k \frac{N_{\Pi}}{h_{\Pi}} \sin^2 \beta_{\Pi} + k \frac{N_{\mathcal{L}}}{h_{\mathcal{L}}} \sin^2 \beta_{\mathcal{L}},$$

$$S = k \frac{N_{\Pi}}{h_{\Pi}} \cos \beta_{\Pi} \sin \beta_{\Pi} - k \frac{N_{\mathcal{L}}}{h_{\mathcal{L}}} \cos \beta_{\mathcal{L}} \sin \beta_{\mathcal{L}},$$
(1)

где $N_{\Pi}, N_{\mathcal{L}}$ - усилия в нитях (натяжение) правого и левого семейства; $h_{\Pi}, h_{\mathcal{L}}$ - шаги нитей левого и правого семейств; k - количество слоев.

Исключение $N_{\Pi}, N_{\mathcal{L}}$ из (1) приводит к следующему тождественному соотношению, связывающему T_1, T_2, S :

$$T_2 = S(\operatorname{tg} \beta_{\Pi} - \operatorname{tg} \beta_{\mathcal{L}}) + T_1 \operatorname{tg} \beta_{\Pi} \operatorname{tg} \beta_{\mathcal{L}}, \quad S = M / (2\pi r^2).$$
(2)

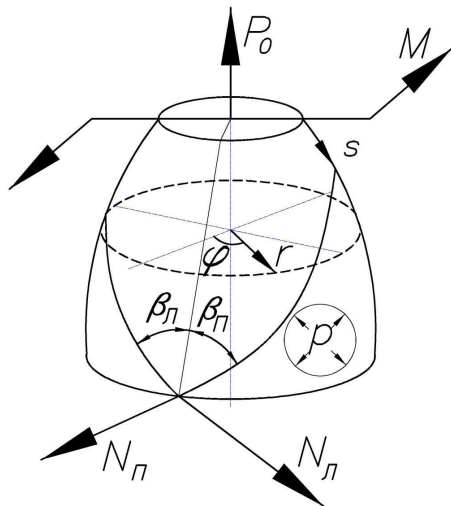


Рис. 1. Расчетная схема

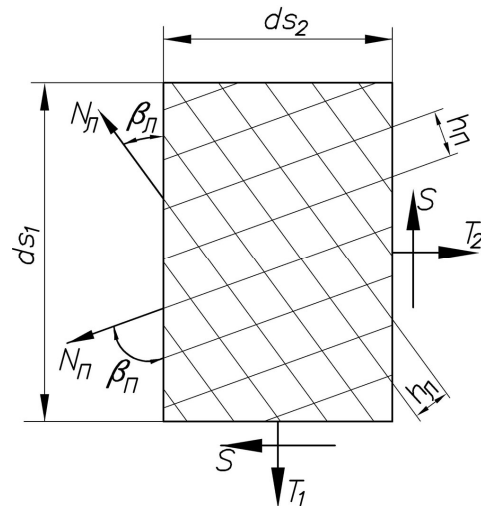


Рис. 2. Элемент сетчатой оболочки

При отсутствии крутящего момента отсутствует и сдвигающая сила ($S=0$), что приводит к упрощенному варианту

$$T_2 = T_1 \operatorname{tg} \beta_{\Pi} \operatorname{tg} \beta_{\mathcal{L}}.$$
(3)

Из формулы (3) и уравнений равновесия следует результирующее геометрическое соотношение, учитывающее несимметричную укладку нитей:

$$\sin \theta = A(r^2 + P_0 / \pi p) \exp\left(-\int \frac{\operatorname{tg} \beta_{\Pi} \operatorname{tg} \beta_{\mathcal{L}}}{r} dr\right).$$
(4)

Под действием давления p и осевой силы P_0 сетчатая оболочка приобретает конфигурацию, называемую равновесной. Если известен закон укладки нитей, то интеграл в формуле (4) вычисляется, что позволяет найти равновесную конфигурацию.

Рассмотрим случай непрерывной геодезической намотки. Уравнения геодезических линий на поверхности вращения имеют вид:

$$\sin \beta_{II} = \frac{c_{II}}{r}, \quad \sin \beta_{JI} = \frac{c_{JI}}{r}, \quad (5)$$

где c_{II}, c_{JI} - параметры, определяемые технологией изготовления.

Подстановка (5) в (4) приводит к неопределенному интегралу, вычисляемому в аналитическом виде:

$$\int \frac{\operatorname{tg} \beta_{II} \operatorname{tg} \beta_{JI}}{r} dr = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{c_{JI} \sqrt{r^2 - c_{II}^2} + c_{II} \sqrt{r^2 - c_{JI}^2}}{c_{JI} \sqrt{r^2 - c_{II}^2} - c_{II} \sqrt{r^2 - c_{JI}^2}} \right|. \quad (6)$$

Постоянная A определяется из условия на экваторе оболочки: для максимального радиуса оболочки ($r = R$) наклон нормали к оси составляет прямой угол ($\sin \theta = 1$), это приводит к окончательному выражению для $\sin \theta$.

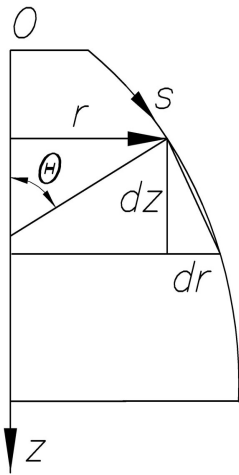


Рис. 3. Осевая и радиальная координаты

Вводя безразмерные параметры

$$\alpha_{II} = \frac{c_{II}}{R}, \quad \alpha_{JI} = \frac{c_{JI}}{R}, \quad \Pi = \frac{P_0}{p\pi R^2}, \quad (7)$$

и безразмерные координаты $\sigma = \frac{s}{R}$, $\rho = \frac{r}{R}$, $\zeta = \frac{z}{R}$ получим систему безразмерных дифференциальных уравнений для расчета профиля оболочки:

$$\sin \theta = \frac{\rho^2 + \Pi \left| \frac{\alpha_{JI} \sqrt{\rho^2 - \alpha_{II}^2} - \alpha_{II} \sqrt{\rho^2 - \alpha_{JI}^2}}{\alpha_{II} \sqrt{\rho^2 - \alpha_{JI}^2} + \alpha_{JI} \sqrt{\rho^2 - \alpha_{II}^2}} \right|^{1/2}}{1 + \Pi \left| \frac{\alpha_{JI} \sqrt{1 - \alpha_{II}^2} - \alpha_{II} \sqrt{1 - \alpha_{JI}^2}}{\alpha_{II} \sqrt{1 - \alpha_{JI}^2} + \alpha_{JI} \sqrt{1 - \alpha_{II}^2}} \right|^{1/2}}, \quad (8)$$

$$\frac{d\zeta}{d\sigma} = \sin \theta, \quad \frac{d\rho}{d\sigma} = -\sqrt{1 - \sin^2 \theta}.$$

Натяжения в нитях рассчитывались по формулам (9)

$$N_{II} = \frac{1}{v_{II}} (\pi p R^2 + P_0) \frac{\sin \beta_{II}}{\sin(\beta_{JI} + \beta_{II})} \left(\frac{\sin(\beta_{*JI} - \beta_{*II}) / \sin(\beta_{*JI} + \beta_{*II})}{\sin(\beta_{JI} - \beta_{II}) / \sin(\beta_{JI} + \beta_{II})} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

$$N_{JI} = \frac{1}{v_{JI}} (\pi p R^2 + P_0) \frac{\sin \beta_{JI}}{\sin(\beta_{JI} + \beta_{II})} \left(\frac{\sin(\beta_{*JI} - \beta_{*II}) / \sin(\beta_{*JI} + \beta_{*II})}{\sin(\beta_{JI} - \beta_{II}) / \sin(\beta_{JI} + \beta_{II})} \right)^{1/2},$$

где $\sin \beta_{*JI} = \frac{c_{JI}}{R}$, $\sin \beta_{*II} = \frac{c_{II}}{R}$; v_{JI}, v_{II} - количество нитей левого и правого семейств.

Система (8) решалась численным методом. В качестве примера был полностью выполнен расчет напряженно – деформированного состояния сетчатой оболочки с несимметрично уложенными нитями по геодезическим линиям для следующих безразмерных параметров: $\alpha_{JI} = 0.3$; $\alpha_{II} = 0.5$; $\Pi = 0.5$.

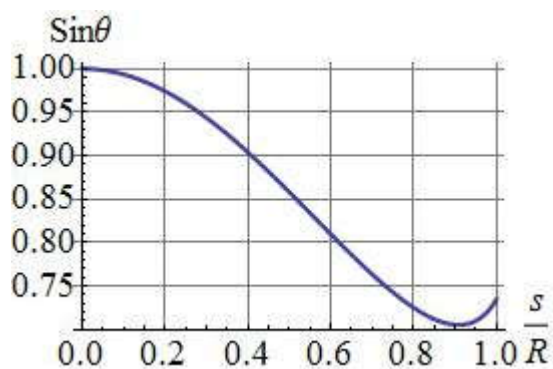


Рис. 4. Синус угла θ

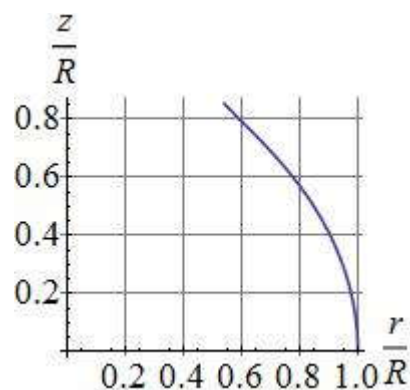


Рис. 5. Профиль равновесной конфигурации оболочки

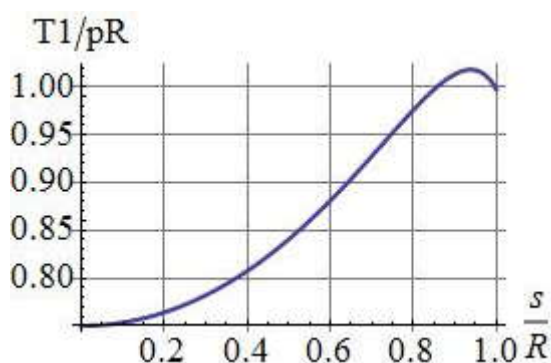


Рис. 6. Мембранное усилие T_1

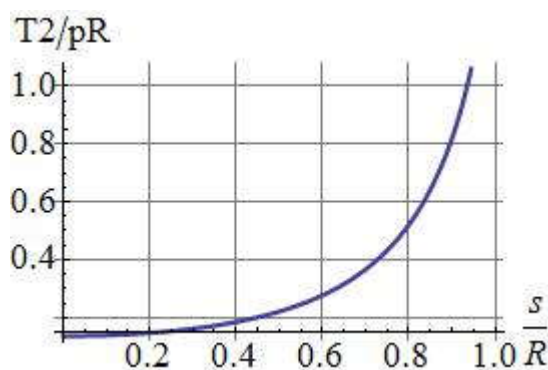


Рис. 7. Мембранное усилие T_2

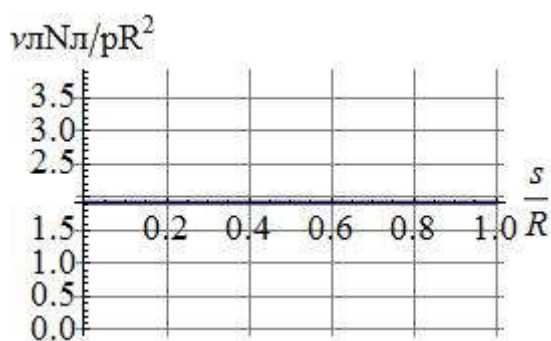


Рис. 8. Натяжение нитей
левого семейства

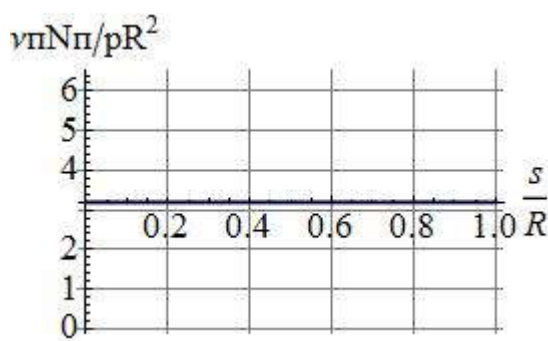


Рис. 9. Натяжение нитей
правого семейства

В третьей главе разработана методика расчета больших перемещений для безмоментных СОВНРН произвольной формы меридиана. Геометрия такой оболочки задается тремя функциями: $r_0 = r_0(s_0)$, $\beta_{л0} = \beta_{л0}(s_0)$, $\beta_{п0} = \beta_{п0}(s_0)$, где индексом «0» помечены величины, относящиеся к исходному недеформированному состоянию.

При несимметричной укладке нитей вместо ромба рассматривался параллелограмм из нерастяжимых или малорастяжимых нитей. Угол между диагоналями параллелограмма, образованного нитями, меняется в процессе деформирования, что приводит к новому эффекту – оболочка закручивается. Этот эффект может оказаться полезным, например, для преобразования давления в угол закручивания или в крутящий момент.

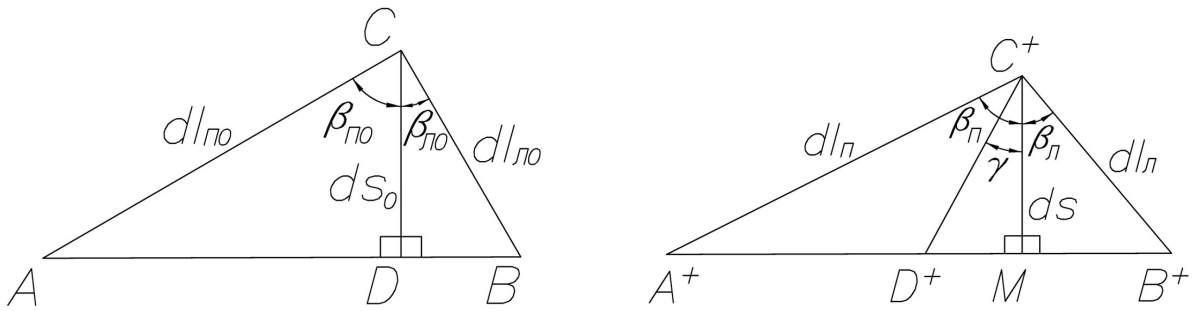


Рис. 10. Элемент оболочки

(левый - до деформации; правый - после деформации)

Рассмотрим бесконечно малый треугольный элемент оболочки, образованный нерастяжимыми нитями и дугой окружности поперечного сечения (Рис. 10). С помощью тригонометрических преобразований находим, что углы наклона нитей при любых деформациях должны удовлетворять соотношениям

$$\frac{\cos \beta_{\Pi}}{\cos \beta_{\mathcal{L}}} = \alpha(s_0), \quad \frac{\sin \beta_{\Pi} + \alpha(s_0) \sin \beta_{\mathcal{L}}}{r} = 2\chi(s_0), \quad (10)$$

где параметры $\alpha(s_0)$ и $\chi(s_0)$ находятся по формулам (11):

$$\alpha(s_0) = \frac{\cos \beta_{\Pi_0}(s_0)}{\cos \beta_{\mathcal{L}_0}(s_0)}, \quad \chi(s_0) = \frac{\sin(\beta_{\Pi_0}(s_0) + \beta_{\mathcal{L}_0}(s_0))}{2r_0(s_0) \cos \beta_{\mathcal{L}_0}(s_0)}. \quad (11)$$

Для оболочки, собранной на цилиндрическом барабане, соотношения (10) упрощаются и $\alpha(s_0)$ и $\chi(s_0)$ являются постоянными («шинная геометрия»)

$$\frac{\cos \beta_{\Pi}}{\cos \beta_{\mathcal{L}}} = \alpha = const, \quad \frac{\sin \beta_{\Pi} + \alpha \sin \beta_{\mathcal{L}}}{r} = 2\chi = const. \quad (12)$$

Уравнения равновесия безмоментной оболочки вращения, дополненные соотношением (2) и геометрическими соотношениями (10), а также дифференциальными уравнениями для вычисления координат r и z образуют замкнутую систему уравнений. Для перехода от исходной конфигурации к деформированной использовался параметр Ламе A – местный масштаб меридиональной координаты:

$$A = \frac{ds}{ds_0} = \frac{\cos \beta_{\Pi}}{\cos \beta_{\Pi_0}} = \frac{\cos \beta_{\mathcal{L}}}{\cos \beta_{\mathcal{L}_0}}.$$

Параметры $\beta_{\mathcal{L}}$, β_{Π} и A были явно выражены через r из (10). В результате была получена замкнутая система дифференциальных и алгебраических уравнений (13) пригодная для расчета всех величин, характеризующих напряженно-деформированное состояние сетчатой оболочки из нерастяжимых нитей. Алгебраические уравнения в (13) фактически явно выражают вспомогательные переменные через основные переменные.

$$\begin{aligned}
\frac{d(T_1 r)}{ds_0} &= AT_2 \cos \theta, \\
\frac{d\theta}{ds_0} &= \frac{A}{T_1} \left(p - \frac{\sin \theta}{r} T_2 \right), \\
\frac{dr}{ds_0} &= A \cos \theta, \\
\frac{dz}{ds_0} &= A \sin \theta, \\
T_2 &= S (tg \beta_{II} - tg \beta_{JI}) + T_1 tg \beta_{II} tg \beta_{JI}, \\
S &= \frac{M}{2\pi r^2}, \\
A &= \frac{r_0 \sqrt{4\alpha^2 - (1 + \alpha^2 - 4\chi^2 r^2)^2}}{r \sqrt{4\alpha^2 - (1 + \alpha^2 - 4\chi^2 r_0^2)^2}}, \\
\beta_{II} &= \arccos(A \cos \beta_{II0}), \\
\beta_{JI} &= \arccos(A \cos \beta_{JI0}),
\end{aligned} \tag{13}$$

где T_1, T_2 - мембранные силы в меридиональном и окружном направлениях (Рис. 2); r, z - радиальная и осевая координаты; θ - угол наклона нормали к оси.

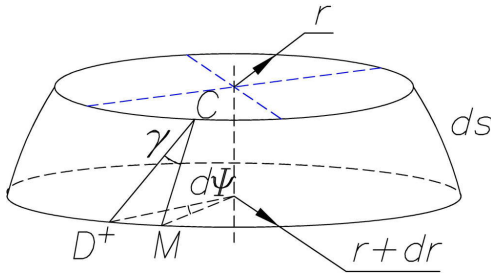


Рис. 11. Поворот сечений

Из геометрических величин большой интерес представляет также ψ - угол закручивания поперечных сечений оболочки вокруг оси симметрии. На основании Рис. 11 было получено дифференциальное уравнение для угла ψ :

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{tg \gamma}{r} = \frac{tg \beta_{II}}{r} - \frac{tg \beta_{II0}}{Ar_0} = \frac{tg \beta_{JI0}}{Ar_0} - \frac{tg \beta_{JI}}{r}, \tag{14}$$

где γ - угол сдвига.

Для учета растяжимости нитей в разрешающей системе уравнений (13) последние 3 уравнения заменялись уравнениями (15)

$$A = \frac{(1 + \varepsilon_{II})(1 + \varepsilon_{JI}) r_0}{\sin(\beta_{II0} + \beta_{JI0}) r} \sqrt{1 - \frac{(1 + \alpha_\varepsilon^2 - 4\chi_\varepsilon^2 r^2)^2}{4\alpha_\varepsilon^2}}, \tag{15}$$

$$\beta_{II} = \arccos\left(\frac{A}{(1 + \varepsilon_{II})} \cos \beta_{II0}\right), \quad \beta_{JI} = \arccos\left(\frac{A}{(1 + \varepsilon_{JI})} \cos \beta_{JI0}\right).$$

При этом деформации нитей были связаны с натяжениями соотношениями:

$$\varepsilon_{II} = N_{II} / E_n F, \quad \varepsilon_{JI} = N_{JI} / E_n F, \tag{16}$$

где $E_n F$ - жесткость сечения нити. Натяжения нитей находились из системы

$$\begin{aligned}
N_{II} \nu_{II} \cos \beta_{II} + N_{JI} \nu_{JI} \cos \beta_{JI} &= 2\pi r T_1, \\
N_{II} \nu_{II} \sin \beta_{II} - N_{JI} \nu_{JI} \sin \beta_{JI} &= 2\pi r S.
\end{aligned} \tag{17}$$

Ниже приводится пример расчета напряженно - деформированного состояния сетчатой оболочки шинной геометрии со следующими параметрами: радиус цилиндрического барабана $r_0 = 90$ мм; исходная длина $l = 100$ мм; углы укладки нитей на барабане $\beta_{II0} = \pi / 6, \beta_{JI0} = \pi / 3, \alpha = \sqrt{3}, \chi = 1 / r_0$, осевая сила $P_0 = k p r_0^2$, внутреннее давление $p = 0.2$ МПа, нити нерастяжимы.

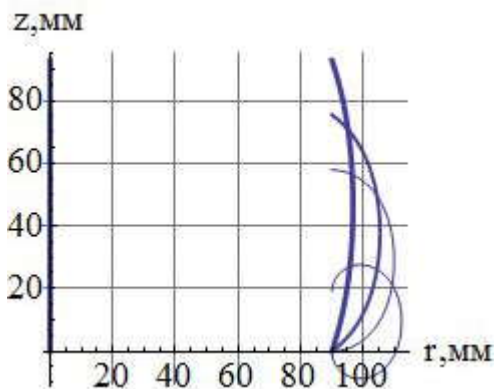


Рис. 12. Форма меридиана деформированной оболочки при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$

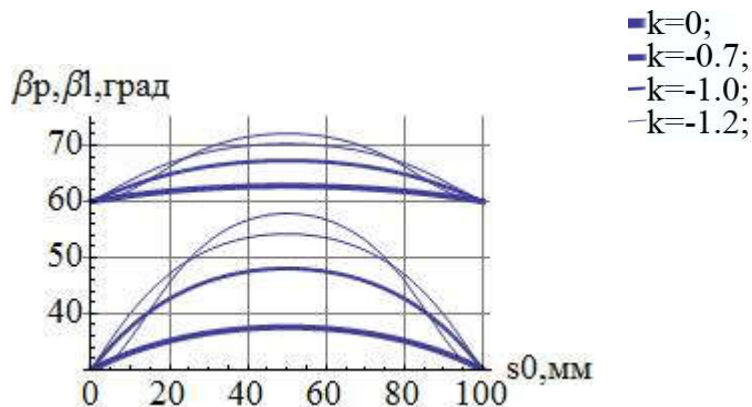


Рис. 13. Углы наклона нитей к меридиану при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$

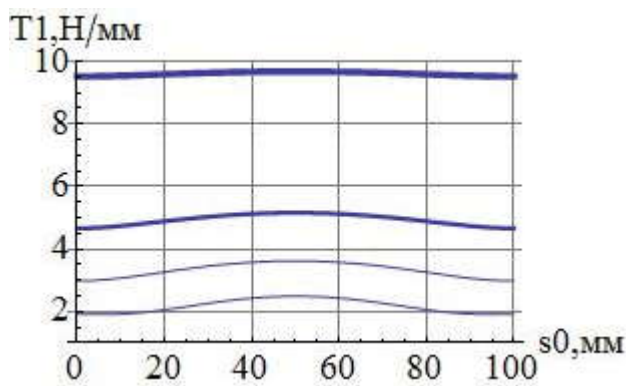


Рис. 14. Мембранные силы T_1 при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$

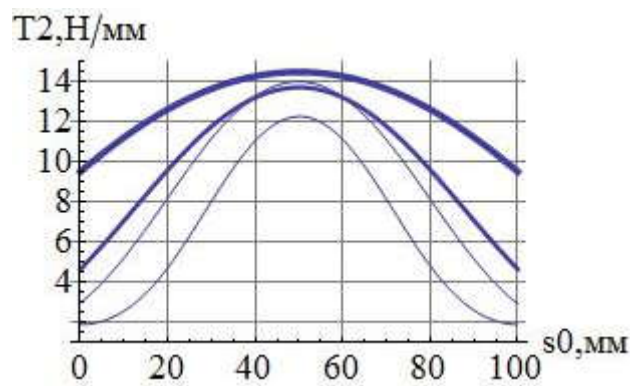


Рис. 15. Мембранные силы T_2 при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$

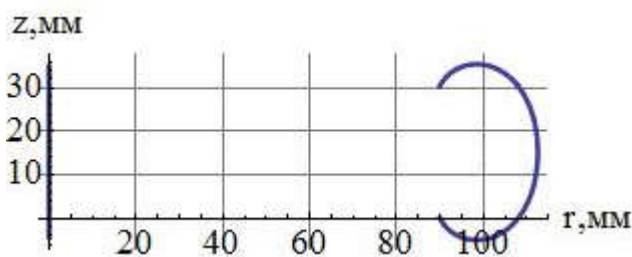


Рис. 16. Конфигурация оболочки из нерастяжимых нитей при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$, $k = -1.1972$

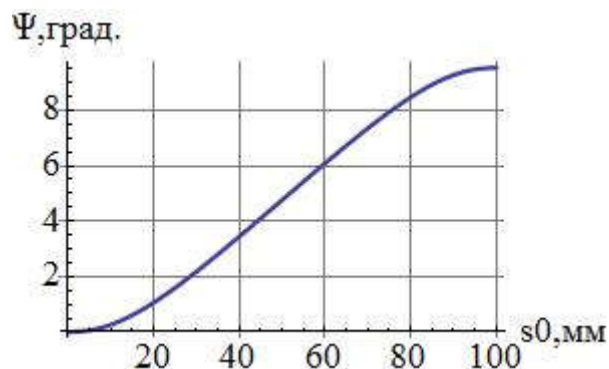


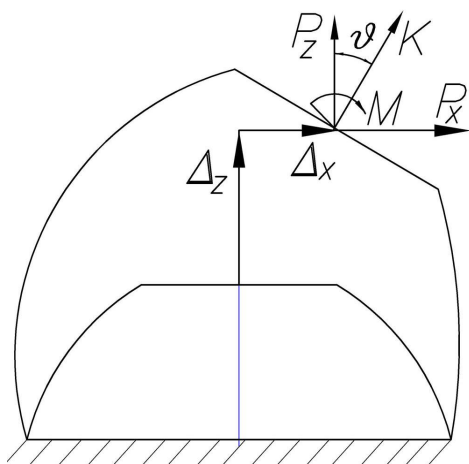
Рис. 17. Угол закручивания поперечного сечения при $M=0$, $P_0 = k\pi r_0^2$, $k = -1.1972$

В четвертой главе рассмотрены задачи расчета больших перемещений сетчатых оболочек произвольной формы с произвольным законом укладки нитей на основе прямой минимизации функционала.

Полная потенциальная энергия резинокордной оболочки имеет вид (18)

$$\Pi = U_n + U_c + W + \Pi_1 \quad (18)$$

Функционал состоит из нескольких частей: U_n - энергия деформаций нитей; U_c - энергия деформаций связующего; W - потенциал внутреннего давления, приложенного к оболочке; Π - потенциал сил давления и других нагрузок, приложенных к подвижному днищу:



$$U_n = \iint_{s_0 \varphi} \left(\frac{\nu_{II}}{2\pi \cos \beta_{II0}} E_n F \frac{\varepsilon_{II}^2}{2} + \frac{\nu_{II}}{2\pi \cos \beta_{II0}} E_n F \frac{\varepsilon_{II}^2}{2} \right) ds_0 d\varphi,$$

$$U_c = \iint_{s_0 \varphi} \frac{E h_{np}}{2(1-\mu^2)} \left(\varepsilon_1^2 + 2\mu \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2^2 + \frac{1-\mu}{2} \gamma_{12}^2 \right) ds_0 r_0 d\varphi,$$

$$W = -p \iint_{s_0 \varphi} \left(\frac{1}{3} \mathbf{r} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s_0} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \right) ds_0 d\varphi.$$

где \mathbf{r} - радиус - вектор деформированной поверхности оболочки; $\varepsilon_{II}, \varepsilon_{II}$ - деформации нитей; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$ - меридиональная, окружная и угловая деформации; $E_n F$ - жесткость нитей; E - модуль упругости резины; h_{np} - приведенная

Рис. 18. Исходная и деформированная оболочки

толщина по В.Л. Бидерману; μ - коэффициент Пуассона резины ($\mu = 0.5$).

Рассмотрим расчет равновесной конфигурации сетчатой оболочки произвольной формы с произвольным законом укладки нитей (Рис. 19). Механическая система включает упругие нити корда, жесткие торцы оболочки и внутреннее давление в оболочке. Оболочка (сетка) разбивалась на отдельные прямолинейные упругие элементы - стерженьки, упругие свойства которых объединяют сразу несколько нитей одноименного направления. Жесткость сечения таких стерженьков K вычисляется сложением жесткостей, заменяемых ими нитей: $K = n E_n F$, где n - количество нитей, приходящихся на один, заменяющий их стержневой элемент.

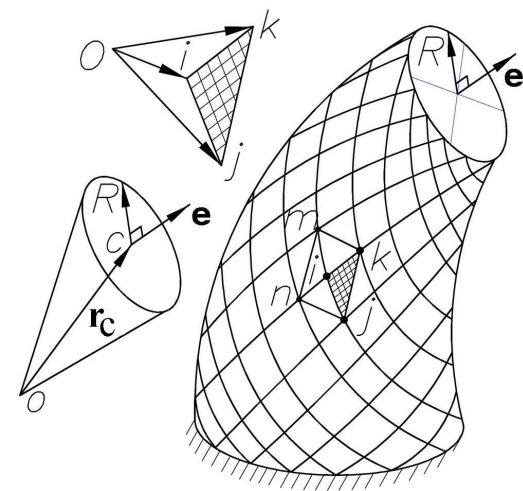


Рис. 19. Дискретизация оболочки

Энергия деформаций стержневого элемента с номерами узлов i и j равна

$$U_{ij} = \frac{K \Delta l^2}{2l_0} = K \frac{(l - l_0)^2}{2l_0}, \quad (19)$$

где l_0, l - длины нитей (стержневых элементов) в исходном и деформированном состоянии, вычисляемые через координаты узлов элемента (Рис. 19)

$$l_0 = \sqrt{(x_{j0} - x_{i0})^2 + (y_{j0} - y_{i0})^2 + (z_{j0} - z_{i0})^2}, \quad (20)$$

$$l = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2},$$

где x, y, z - декартовы координаты; i, j - номера узлов стержневого элемента; индексом «0» помечено исходное состояние.

Потенциал сил давления равен произведению давления на объем внутренней полости оболочки взятый с обратным знаком: $W = -pV$. (21)

Для вычисления объема поверхность оболочки разбивалась на группы из 4-х треугольников (Рис. 19). Объем тетраэдра с вершиной в начале координат находился через определитель по формуле (22), а объем конуса с вершиной в начале координат, опирающегося на верхнее днище рассчитан по формуле (23)

$$V_{ijk} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \end{vmatrix}, \quad (22) \quad V_{cone} = \frac{1}{3} \pi R^2 (\mathbf{e} \cdot \mathbf{r}_c), \quad (23)$$

где R – радиус верхнего днища; \mathbf{e} – нормаль к плоскости днища; \mathbf{r}_c – радиус-вектор центра днища.

Полная потенциальная энергия системы складывается из упругой энергии всех нитей и потенциала сил давления:

$$\Pi = \sum_{i,j} U_{ij} - p \left(V_{cone} + \sum_{i,j,k} V_{ijk} \right). \quad (24)$$

Граничными условиями являются условия жесткого закрепления нитей к нижнему неподвижному днищу и верхнему подвижному днищу. Координаты узлов на нижнем днище определяются исходной конфигурацией сетки и исключаются из списка неизвестных. Радиусы - векторы \mathbf{r}_i узлов на верхнем днище выражаются через радиус - вектор \mathbf{r}_c центра тяжести и тензор поворота

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_c + \mathbf{L}(\vartheta) \cdot (\mathbf{r}_{i0} - \mathbf{r}_{c0}), \quad (25)$$

где $\mathbf{L}(\vartheta)$ - тензор поворота; ϑ - вектор поворота (Эйлера) верхнего днища.

Координаты всех узлов верхнего днища выражаются через 6 переменных $x_c, y_c, z_c, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ - трех координат центра верхнего днища и трех проекций вектора поворота. Таким образом, полная потенциальная энергия механической системы была представлена как функция координат свободных узлов и 6-ти степеней свободы верхнего днища:

$$\Pi = \Pi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N, x_c, y_c, z_c, \vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z).$$

Положение равновесия сетчатой оболочки определялось прямой минимизацией функционала $\Pi \rightarrow \min$. Минимизация выполнялась встроенной процедурой FindMinimum пакета Mathematica.

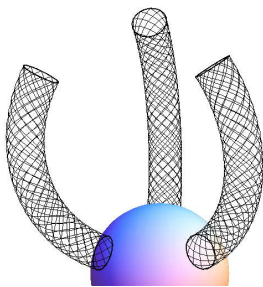
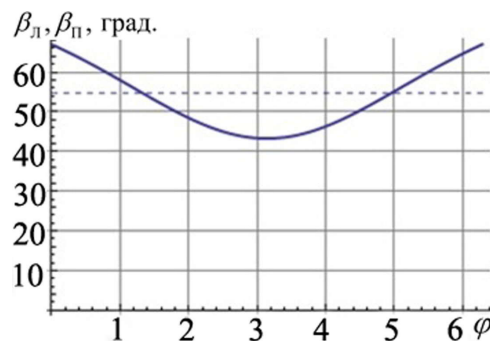


Рис. 20. Захват робота и углы укладки нитей



В данной диссертации предлагается новый вид приводов управляемой упругой деформации и новый вид захватов роботов на основе сетчатых оболочек с неравновесной исходной конфигурацией.

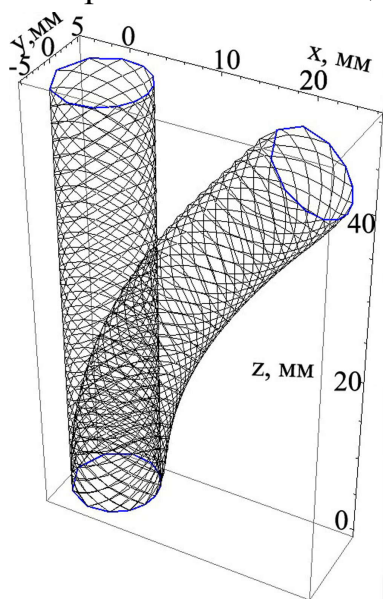


Рис. 21. Конфигурация сетчатой оболочки до и после подачи внутреннего давления

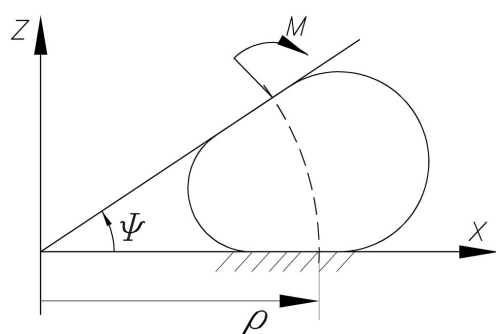


Рис. 22. Схема нагружения упругого элемента муфты

Приведен пример расчета захвата робота, состоящего из сетчатых оболочек (Рис. 20, 21). Исходная конфигурация оболочки – цилиндр радиуса 5мм и длины 50мм. Для создания неравновесной укладки нитей была взята равновесная укладка с углом наклона нити к меридиану $\beta = \arctg(\sqrt{2}) \approx 54.7^\circ$ и модифицирована таким образом, что углы наклона нитей с одной стороны оболочки увеличились, а с другой уменьшились (Рис. 20).

При подаче внутреннего давления сетчатая оболочка перескакивает из цилиндрического в торообразное состояние. Верхнее жесткое днище при этом поворачивается на 42.4° вокруг оси у (Рис. 21).

Задача расчета пневмобаллонной муфты отличается от рассмотренной выше задачи расчета элемента захвата робота только записью граничных условий. Вектор поворота ϑ и радиус-вектор центра тяжести подвижного днища \mathbf{r}_c , через которые и записываются граничные условия (26), определяются через единственный неизвестный параметр–угол поворота подвижного днища ψ :

$$\vartheta = (0, -\psi, 0)^T, \quad \mathbf{r}_c = \rho(1 - \cos\psi, 0, \sin\psi)^T. \quad (26)$$

Внешний момент, приложенный к баллону, учитывался в полной потенциальной энергии системы как дополнительная нагрузка

$$\Pi = \sum_{i,j} U_{ij} - p \left(V_{cone} + \sum_{i,j,k} V_{ijk} \right) + M\psi. \quad (27)$$

Прямая минимизация функционала (27) позволила найти упругую характеристику одного из пневмобаллонов, а затем и всей муфты. При минимизации, угол ψ входит в число свободно варьируемых параметров вместе с координатами узлов.

В пятой главе на основании разработанных в предыдущих главах диссертации методик рассчитано напряженно-деформированное состояние резинокордной оболочки движителя (эластичного шнека) транспортного средства (ТС)

высокой проходимости для передвижения по снегу. Оболочку эласто – винтового движителя предлагается изготовить резинокордной с направлениями нитей корда $\pm 54,7^\circ$. Оболочка имеет сигарообразную форму: длина $l=6.5\text{м}$, радиус $R = 0.6\text{м}$. Давление в оболочке $p=0.01\text{МПа}$

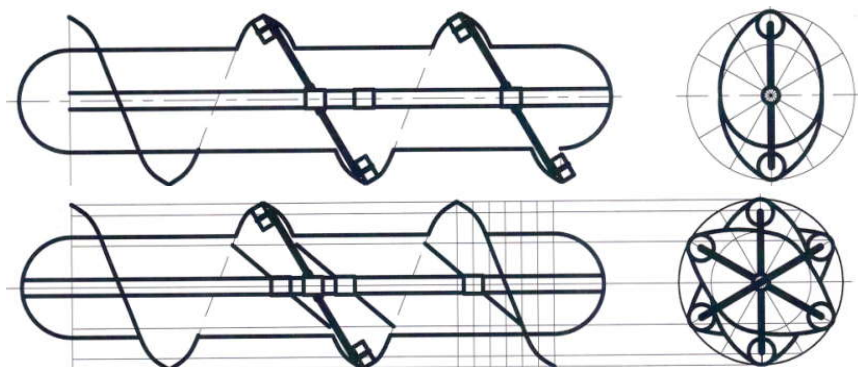


Рис. 23. Оболочка движителя, деформированная роликами генератора волн

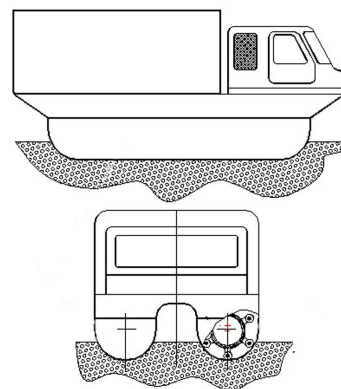


Рис. 24. ТС с эласто-винтовым движителем

Осесимметричное напряженно – деформированное состояние резинокордной оболочки было рассчитано по методике, описанной в третьей главе. В результате были найдены форма меридиана оболочки (Рис. 25) и натяжения нитей корда (Рис. 26, количество нитей $\nu=1000$).

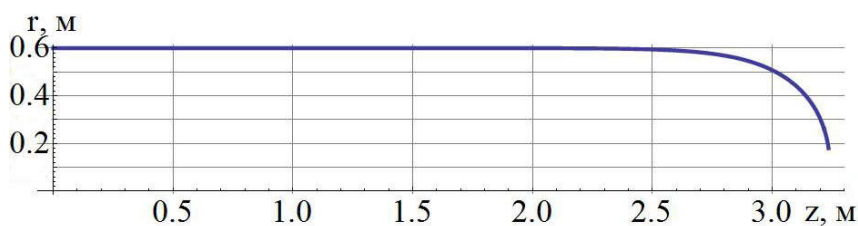


Рис. 25. Профиль оболочки в исходном состоянии

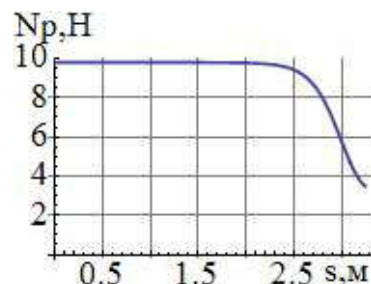


Рис. 26. Натяжения нитей

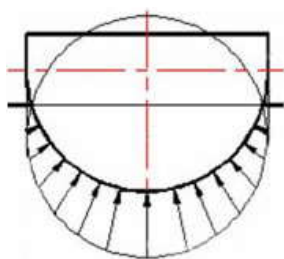


Рис. 27. Нагрузка от грунта

При движении по грунту (снегу) оболочка эласто–винтового движителя кроме внутреннего давления нагружена также распределенной нагрузкой со стороны грунта (Рис. 27). Вследствие большой относительной длины практически вся оболочка за исключением краевых участков находится в плоском деформированном состоянии. Для расчета напряженно-деформированного состояния в средней части оболочки движителя

использовались уравнения механики абсолютно гибких стержней (28) с граничными условиями (29):

$$\frac{dx}{ds_2} = \cos\alpha, \frac{dy}{ds_2} = \sin\alpha, \frac{d\alpha}{ds_2} = \frac{p-q}{T_2} \quad (28) \quad x(0) = 0, \alpha(0) = 0, x(s_{2\max}) = R, \quad (29)$$

где x, y – декартовы координаты точки; s_2 – длина дуги в окружном направлении; q – давление грунта (снега); α – угол наклона касательной к горизонтали;

обозначения p и T_2 имеют такой же смысл, как и выше. Распределение давления снега аппроксимировано законом квадратной параболы (Рис. 27).

Максимальное давление снега принято равным $q_{\max}=0,008\text{МПа}$, а глубина погружения $0.7R$. Для таких данных итерации сходятся при окружном усилии $T_2 = 0,435pR = 2610\text{Н/м}$. Соответствующая форма оболочки показана на Рис. 28.

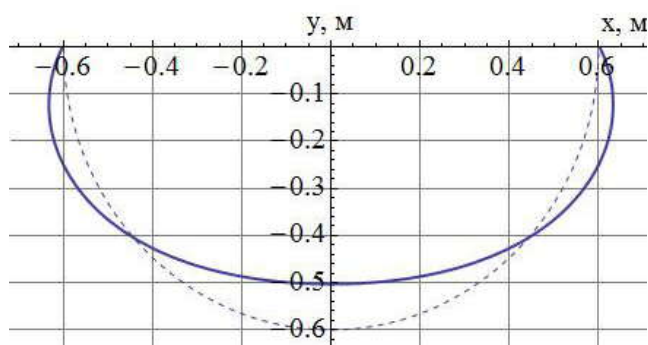


Рис. 28. Форма деформированного поперечного сечения оболочки

Другие расчеты показывают, что если внутреннее давление в оболочке заметно больше (например, в 2 раза), чем давление снега, то профиль сечения оболочки практически не искажается, т. е. его можно принимать круговым.

Для исследования взаимодействия резинокордной оболочки эласто-винтового движителя с колесами генератора волн рассматривалась задача

о нагружении сетчатой оболочки вращения неосесимметричной нагрузкой, которая описывается дифференциальными уравнениями в частных производных по координатам s и φ . Все искомые величины в задаче раскладывались в тригонометрические ряды по координате φ . С учетом того, что исходный угол укладки нитей равен $54,7^\circ$, уравнения для одной гармонике приведены к следующему виду:

$$\frac{dy}{ds} = \mathbf{F}y + \mathbf{g}$$

$$(30)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-2k}{R} & \frac{-2}{R} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{pR^2} \\ \frac{3k^2 p}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-k}{R} & \frac{2}{R} \\ 0 & 3k^2 p & 3kp & \frac{2k}{R} & 0 & 0 \\ 0 & 5kp & (4+k^2)p & \frac{2}{R} & 0 & 0 \end{pmatrix}, y(s_0) = \begin{pmatrix} u_{(k)}(s_0) \\ v_{(k)}(s_0) \\ w_{(k)}(s_0) \\ F_{u(k)}(s_0) \\ F_{v(k)}(s_0) \\ F_{w(k)}(s_0) \end{pmatrix}, \mathbf{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -Rq_{1(k)} \\ -Rq_{2(k)} \\ -Rq_{3(k)} \end{pmatrix},$$

где \mathbf{F} - матрица коэффициентов системы дифференциальных уравнений, полученная в диссертации Сорокина Ф.Д.; y - вектор состояния, компоненты которого имеют следующий смысл: y_1, y_2, y_3 - осевое, окружное и радиальное перемещения (коэффициенты разложения); y_4, y_5, y_6 - приращения внутренних сил осевой, окружной и радиальной (коэффициенты разложения); \mathbf{g} - нагрузочный вектор; k - номер гармоники тригонометрического ряда.

Нагрузка от колеса генератора волн принималась распределенной по параболическому закону на интервале $-\varphi_0 < \varphi < \varphi_0$ и также раскладывалась в тригонометрический ряд. Краевая задача для каждой гармоники решалась аналитическим методом. Характеристическое уравнение системы (30) имеет вид:

$$8k^4 - 8k^6 + (4k^2 - 4k^4)\sigma^2 + (-12 + 2k^2)\sigma^4 + \sigma^6 = 0 \quad (31)$$

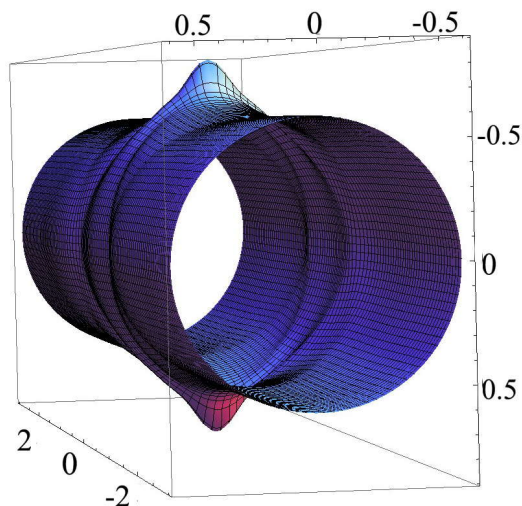


Рис. 29. Форма деформированной оболочки при наличии одной пары колес генератора волн

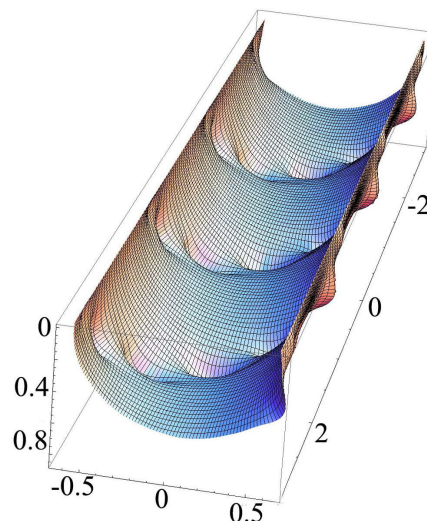


Рис. 30. Форма деформированной оболочки при наличии несколько пар колес генератора волн

Для каждой гармоники это уравнение дает 6 корней. Из условия затухания на краях выбирались только 3 корня с отрицательной действительной частью. Комбинируя эти решения, мы получаем перемещения и внутренние силы.

Для параметров $R=0.6\text{м}$, $p=0.01\text{МПа}$, $q_0=0.3\text{МПа}$ (максимальное давление со стороны колеса), $b=100\text{мм}$ (ширина колеса) получена форма деформированной оболочки при наличии одной пары колес генератора волн (Рис. 29). Суммирование решений от каждого колеса позволяет найти форму волны (Рис. 30) и другие величины, характеризующие напряженно - деформированное состояние оболочки движителя.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- 1). Получено полное описание в виде системы дифференциальных и алгебраических уравнений напряженно – деформированного состояния СОВНРН при осесимметричных нагрузках. Разработаны способы учета растяжимости нитей и расчета угла закручивания. Показано, что несимметричная укладка может увеличивать прочность оболочки.
- 2). На основе предложенных в диссертации аналитических соотношений разработана и реализована методика построения равновесных конфигураций для СОВНРН, получаемых несимметричной геодезической намоткой. Показано, что натяжение нитей каждого семейства в таких оболочках постоянно по длине нити, но различно для того и другого семейства.
- 3). На основе СОВНРН предложены приспособления для преобразования давления: 1 - в крутящий момент или угол закручивания, 2 - в изгибающий мо-

мент или поперечный поворот. Такие приспособления могут применяться в конструкциях захватов роботов, приводах и других устройствах управляемой упругой деформации.

4). Прямая минимизация функционалов различного вида позволила проконтролировать результаты, полученные интегрированием дифференциальных уравнений и получить новые решения неосесимметричных задач (задачи о конфигурации захвата робота и построении упругой характеристики пневмобаллонной муфты).

5). Рассчитано напряженно-деформированное состояние резинокордной оболочки движителя транспортного средства высокой проходимости, предназначенного для работы в условиях крайнего Севера.

6). Практическая ценность диссертации подтверждена актом об использовании в учебном процессе кафедры основы конструирования и детали машин ФГБОУ ВПО МГТУ им. Н.Э. Баумана и актом внедрения в практику проектирования ООО «СЕГУЛА». Кроме того, в настоящее время результаты используются при разработке конструкции эласто – винтового движителя транспортного средства высокой проходимости.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В НАУЧНЫХ РАБОТАХ

1. Чан Ки Ан Равновесная конфигурация сетчатой оболочки с несимметричной укладкой нитей по геодезическим линиям // Изв. вузов. Машиностроение. 2011. №12. С. 23-26 (0,3 п.л.).

2. Расчёт сетчатой оболочки шинной геометрии с несимметричной укладкой нитей в случае нерастяжимых нитей корда / Чан Ки Ан [и др.] // Изв. вузов. Машиностроение. 2012. №3. С. 6-10 (0,32 п.л./ 0,16 п.л.).

3. О возможности применения сетчатых оболочек с несимметрично уложенными нитями в качестве приводов управляемой упругой деформации / Чан Ки Ан [и др.] // Изв. вузов. Машиностроение. 2013. №10. С. 3-8 (0,38 п.л./ 0,19 п.л.).

4. Транспортное средство высокой проходимости с эласто-винтовым движителем / Чан Ки Ан [и др.] // Изв. вузов. Машиностроение. 2014. №5. С. 38-43(0,38 п.л./ 0,09 п.л.).

5. Расчёт сетчатых оболочек с несимметрично уложенными нитями / Чан Ки Ан [и др.] // Проблемы механики современных машин: Материалы V международной конференции. Улан-Удэ. 2012. Т.3. С.101–103. (0,19 п.л./ 0,09 п.л.).