4-я лекция.

Определение сил давления жидкости на стенки.

а) *Силы давления покоящейся жидкости на плоские стенки.*

Возьмём открытый сосуд, наполненный жидкостью. В боковой стенке сосуда, наклонённой к горизонту под углом α, имеется отверстие, которое закрыто крышкой на болтовых соединениях.

Рассмотрим случай, когда плоская стенка подвергается одностороннему давлению жидкости (т.е. на не смоченной стороне стенки – *атмосферное давление*). *СП является в том числе и ПП.*

В плоскости стенки наметим оси координат:

ось *Ox* – пересечение стенки и ПП;
ось *Oy* – направлена по стенке, перпендикулярно *Ox*.

Для наглядности рассмотрения повернём плоскость *xOy,* перпендикулярную плоскости рисунка, вокруг оси *Oy*.

Выделим на стенке AB элементарную площадку dF, расположенную на глубине h.

Сила абсолютного гидростатического давления, действующая на эту площадку равна:

$$dP = pdF.$$

Однако, давление жидкости из основного закона гидростатики

$$p = p_o + \rho g h.$$

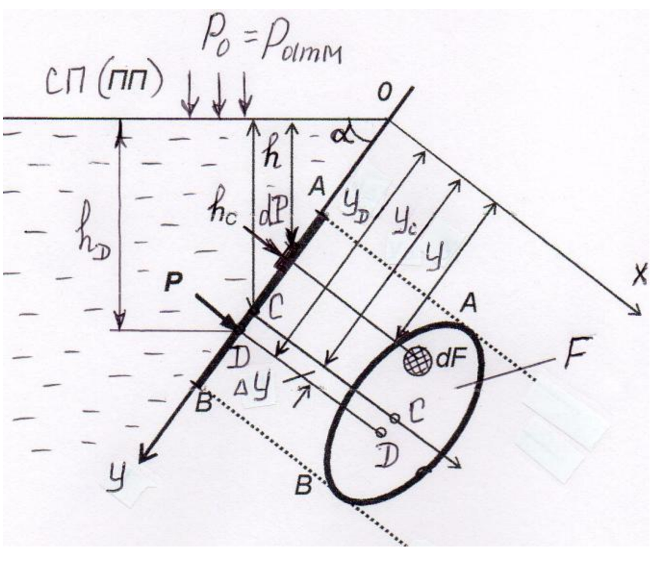
Проинтегрировав выражение силы и подставив значение давления p, получим:

$$P = \int_F p \cdot dF = \int_F (p_o + \rho g h) \cdot dF = p_o F + \int_F \rho g h \cdot dF,$$

где P_o – сила внешнего давления;
P_1 – сила весового давления.

Учтя, что в выражении P_1 $(h = y \sin\alpha)$, тогда, подставив, получаем:

$$P_1 = \int_F \rho g h \cdot dF = \rho g \sin\alpha \int_F y \cdot dF.$$



Из теоретической механики известно, что интеграл $\int_F y dF$ представляет собой *статический момент площади F относительно оси Ox*, который равен произведению площади F на координату y_c её центра тяжести - точки С:

$$\int_F y \cdot dF = y_c F.$$

Тогда получаем:

$$P_1 = \rho g \sin\alpha y_c F.$$

Однако, $\quad y_c \sin\alpha = h_c,$

где h_c – заглубление ц. т. относительно СП.

Тогда получим:

$$P_1 = \rho g h_c F.$$

Подставив значение $\boldsymbol{P_1}$ в выражение для силы $\boldsymbol{P}$, получим

$$P = P_o + P_1 = p_o F + \rho g h_c F = (p_o + \rho g h_c) F,$$

или

$$P = p_c F.$$

<u>Полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки</u> $\boldsymbol{F}$ <u>на величину гидростатического давления</u> $\boldsymbol{p_c}$ <u>в центре тяжести этой стенки.</u>

<u>Определение точек приложения векторов сил давления.</u>

<u>Так как внешнее давление $\boldsymbol{p_0}$ передаётся всем точкам площади $\boldsymbol{F}$ одинаково, то равнодействующая сил внешнего давления $\boldsymbol{P_0}$ будет приложена в центре тяжести площади $\boldsymbol{F}$ с координатой - $\boldsymbol{y_c}$.</u>

Для нахождения точки $\boldsymbol{D}$ приложения силы весового давления (точка D – центр давления) применим ***<u>теорему моментов:</u>*** *<u>момент равнодействующей силы относительно оси Ox равен сумме моментов составляющих элементарных сил относительно этой же оси:</u>*

$$\boldsymbol{M_x = \sum m_x}.$$

Под суммой в данном случае понимается интеграл по всей площади $\boldsymbol{F}$ рассматриваемой стенки:

$$P_1 y_D = \int_F y \cdot dP_1.$$

где $P_1 = \rho g \sin\alpha y_c F.$ Тогда $dP_1 = \rho g \sin\alpha y dF.$

$\boldsymbol{y_D}$ – координата точки приложения силы $\boldsymbol{P_1}$.

Тогда, подставив, получаем:

$$\rho g \sin\alpha y_c F y_D = \int_F y \rho g \sin\alpha y dF,$$

Тогда, получаем

$$y_D = \frac{\int_F y^2 dF}{y_c F} = \frac{J_x}{y_c F}, \quad \text{где} \quad J_x = \int_F y^2 dF,$$

где $\boldsymbol{J_x}$ - момент инерции площади $\boldsymbol{F}$ относительно оси $\boldsymbol{Ox}$.

Воспользуемся *<u>формулой параллельного переноса осей (из курса теорет. механики).</u>*

Тогда получим:

$$J_x = J_c + y_c^2 F,$$

где $\boldsymbol{J_c}$ – момент инерции площади $\boldsymbol{F}$ относительно оси, проходящей через ц. т. (точку С).

В результате, получаем: $y_D = y_c + \dfrac{J_c}{y_c F}$,

или расстояние от точки **D** до точки **C**, равно:

$$\Delta y = y_D - y_c = \frac{J_c}{y_c F} \ .$$

Если заменить **y_c** на **h_c** (где $h_c = y_c \sin\alpha$), то получим:

$$\Delta y = \frac{J_c \sin\alpha}{h_c F} \ .$$

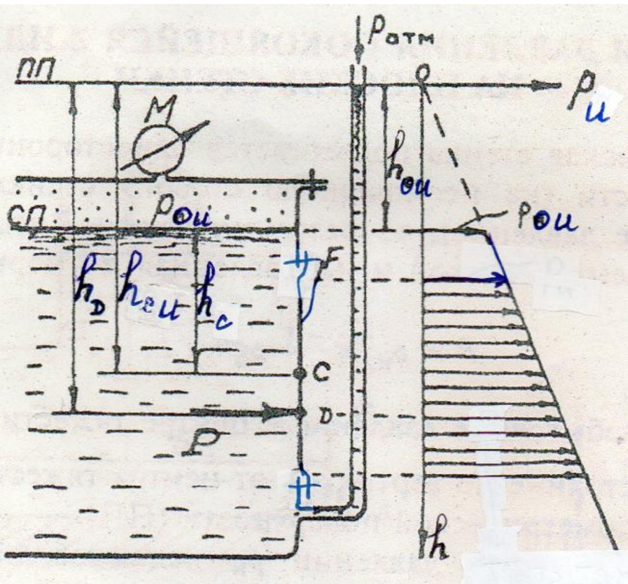
<u>Анализ выражения:</u>

а) для <u>горизонтальной</u> стенки: $\boldsymbol{\alpha = 0}$, следовательно, $\boldsymbol{\Delta y = 0}$ или $\boldsymbol{y_D = y_c}$ **.**

б) для <u>вертикальной</u> стенки: $\boldsymbol{\alpha = 90^o}$, следовательно, $\Delta y_{max} = \dfrac{J_c}{h_c F}$.

<u>Частные случаи определения давления жидкости на плоскую стенку.</u>

а) <u>*Сосуд закрыт в атмосферу*</u> <u>**($p_{ои} > p_{атм}$).**</u>



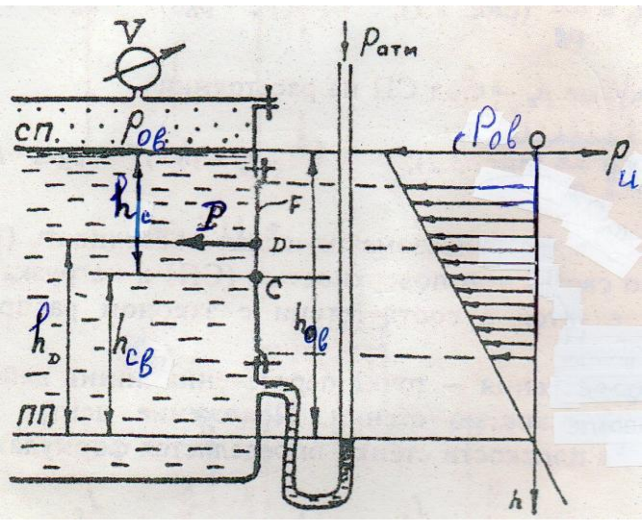
$$h_{ои} = \frac{p_o - p_{атм}}{\rho g} = \frac{p_{ои}}{\rho g} \ ;$$

$$h_{си} = h_{ои} + h_c \ ;$$

$$\Delta h = \frac{J_c}{h_{си} F} \ ;$$

$$P = \rho g h_{си} F .$$

б) <u>*Вакуум*</u> <u>**($p_{ов} < p_{атм}$).**</u>



$$h_{ов} = \frac{p_{атм} - p_o}{\rho g} = \frac{p_{ов}}{\rho g} \ ;$$

$$h_{св} = h_{ов} - h_c \ ;$$

$$\Delta h = \frac{J_c}{h_{св} F} \ ;$$

$$P = \rho g h_{св} F .$$