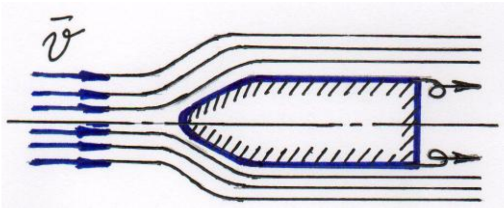
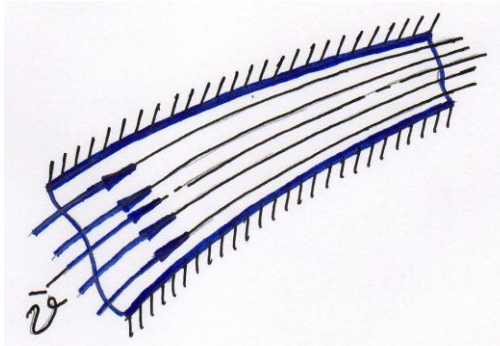
7 лекция.

ГИДРОДИНАМИКА.

Задачи, решаемые гидродинамикой бывают внешние и внутренние. Эта классификация связана с характером твёрдых границ, с которыми соприкасается поток жидкости.



Обтекание жидкостью или газом твёрдых тел
(внешний поток)



Характер обтекания потока зависит от формы канала
(внутренний поток)

Предметом нашего изучения будет вторая задача (т.е. внутренний поток).

Различают два вида течения жидкости - **безнапорное течение** (*т.е. течение в открытых руслах*) и **напорное** течение (т.е. течение с потоками без СП и с давлением, отличным от атмосферного, а именно - *течение внутри трубопроводов, насадков, элементов гидромашин и т.д.*).

Одним из основных методов изучения сложного движения легко деформируемых газов и жидкостей является **метод физического поля, который был предложен Эйлером.**

В отличие от классического метода механики в методе Эйлера не рассматриваются *траектории движения отдельных частиц*, а фиксируется *наблюдение на неподвижной точке.*

Скорости рассматриваются относительно неподвижной системы координат.

Составляющие скорости $\boldsymbol{v_x}$, $\boldsymbol{v_y}$, $\boldsymbol{v_z}$ зависят от нахождения **точки** в пространстве, т.е. от координат $\boldsymbol{x, y, z}$ и времени $\boldsymbol{t}$.

Совокупность этих векторов скоростей даёт ***поле вектора скорости***: $\boldsymbol{v = f\,(x, y, z, t)}$.

Второй характеристикой потока является ***поле давления:*** $\boldsymbol{p = f\,(x, y, z, t)}$.

Задача гидродинамики – найти эти поля.

Течение же жидкости м.б. **установившимся (стационарным)** или **неустановившимся (нестационарным).**

Установившимся **называется течение жидкости, при котором давление и скорость являются функциями координат и не зависят от времени:** $\boldsymbol{p = f_1\,(x, y, z)}$, $\boldsymbol{v = f_2\,(x, y, z)}$.

В частном случае установившееся течение м. б. ***равномерным***, когда скорость каждой частицы не изменяется при изменении её координат. Поле скоростей остаётся неизменным вдоль потока.

Примеры установившегося течения:

- истечение жидкости из сосуда, в котором поддерживается постоянный уровень;
- движение жидкости в трубопроводе, создаваемое центробежным насосом с постоянной частотой вращения вала.

Неустановившимся называется течение жидкости, характеристики которого изменяются во времени в точках рассматриваемого пространства.

При неустановившемся течении давление и скорость зависят от координат и от времени:

$$p = f_1 (x, y, z, t), \quad \upsilon = f_2 (x, y, z, t).$$

Примеры неустановившегося течения:

- быстрое истечение жидкости из сосуда через отверстие в дне;
- движение во всасывающей или напорной трубе поршневого насоса, поршень которого совершает возвратно-поступательное движение.

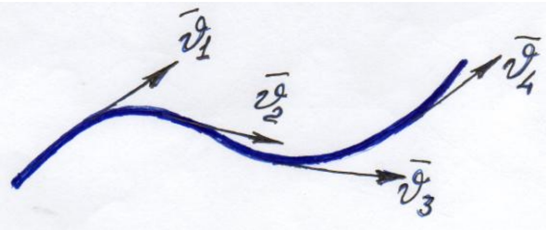
В дальнейшем будем рассматривать, главным образом, установившиеся течения и лишь некоторые частные случаи неустановившегося течения.

Жидкость будем рассматривать как ***идеальную,*** *т.е. такую воображаемую жидкость,* ***которая лишена вязкости.***

Основные понятия и определения.

1) Линия тока.

Линией тока называется кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной к этой кривой.



Линия тока не является в общем случае траекторией движения элементарной частицы, но при **установившемся течении линия тока совпадает с траекторией частицы** и не изменяет своей формы с течением времени.

2) Трубка тока.

Возьмём в движущейся жидкости бесконечно малый замкнутый контур. Через все его точки проведём линии тока. Получим трубчатую поверхность.

Трубкой тока называется бесконечно малый замкнутый контур, выделенный в данный момент времени в движущейся жидкости, через все точки которого проведены линии тока.

3) Элементарная струйка.

Элементарной струйкой называется часть потока, заключенная внутри трубки тока.

При стремлении поперечных размеров струйки к нулю она в пределе **стягивается в линию тока.**

Для установившихся потоков, когда картина трубок с течением времени не изменяется – ***трубки тока не обмениваются жидкостью*** (*Трубка тока, т.о., является как бы непроницаемой стенкой, а элементарная струйка представляет собой самостоятельный элементарный поток*).

В модели идеальной жидкости потоки конечных размеров рассматривают, как совокупность элементарных струек. ***Соседние струйки из-за различия скоростей скользят одна по другой, но не перемешиваются.***

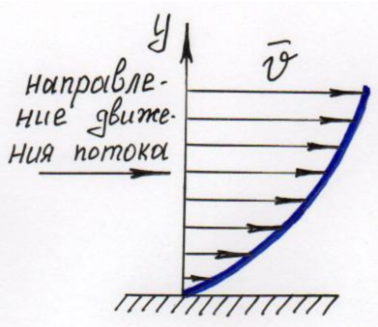
Т.е. весь поток можно представить, как **совокупность бесконечного множества трубок.**

4) **Силы и напряжения в потоке жидкости.**

При движении реальной **(вязкой)** жидкости вдоль твёрдой стенки, имеют место как ***нормальные напряжения сжатия***, так и ***касательные напряжения.***

Касательные напряжения обусловлены трением слоёв жидкости и трением о стенки канала.

Поэтому, наибольшее значение скорость жидкости достигает в центральной части потока, а по мере приближения к стенке она уменьшается практически до нуля.

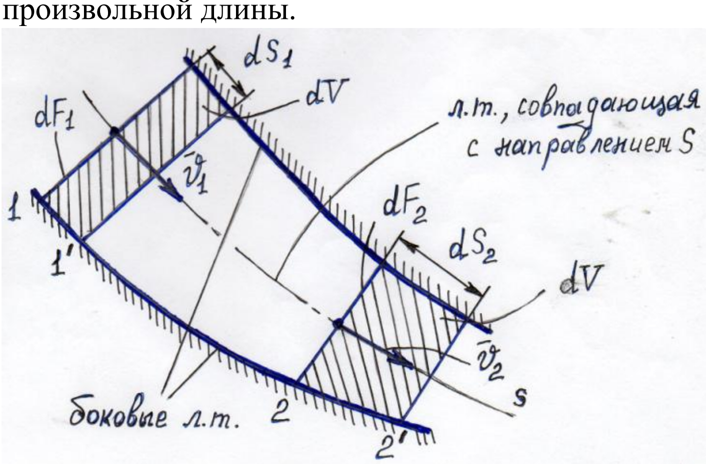


При $y = 0, \Rightarrow v = 0.$

Уравнения гидродинамики для элементарной струйки идеальной жидкости.

а) ***Уравнение расхода.***

Возьмём одну из элементарных струек, составляющих поток и выделим сечениями 1 и 2 участок произвольной длины.



Пусть площадь 1-го сечения dF_1, скорость v_1, давление p_1, а 2-го сечения соответственно – dF_2, v_2, p_2.

За бесконечно малый отрезок времени dt выделенный участок струйки переместиться в положение 1' – 2'.

Расстояния соответственно будут равны – dS_1 и dS_2.

Тогда получим: $dS_1 = v_1\,dt; \quad dS_2 = v_2\,dt.$

В этом случае должен выполняться закон сохранения энергии, т.е. за время dt масса жидкости, находящаяся между сечениями 1 и 2, переместится в положение 1' и 2', т.е. $m = const.$

Если считать, что жидкость несжимаема, то

$$V_{1\text{-}2} = V_{1'\text{-}2'}, \quad \text{т.е.} \quad V_{1\text{-}1'} = V_{2\text{-}2'} = dV,$$

где dV – объём частиц жидкости, прошедший через сечение за время $dt.$

Тогда получаем: $$dV = dF \cdot dS = dFv\,dt = const.$$

Отсюда получаем:

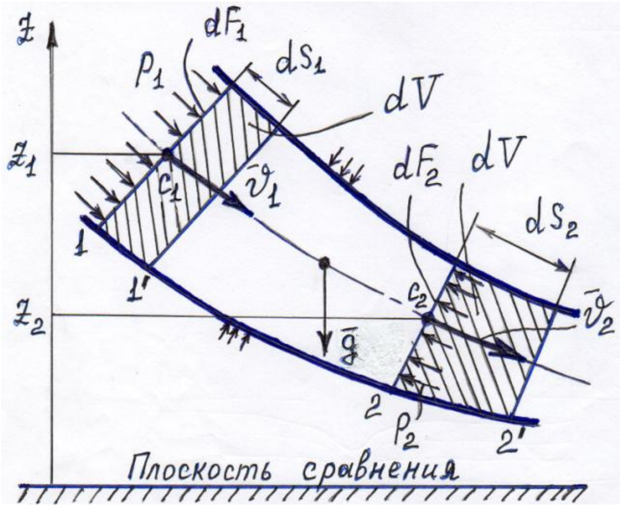
$$vdF = \frac{dV}{dt} = dQ = const, \left[\frac{м^3}{с}\right]$$ - уравнение расхода.

Расход – это объём жидкости, проходящий через каждое сечение трубки тока в единицу времени.

б) *Уравнение балансов энергии (напоров).*

Выделим в потоке при установившемся движении идеальной жидкости, находящейся в поле сил тяжести, элементарную струйку.

Рассмотрим часть струйки, находящейся между сечениями 1 и 2.



Пусть площадь 1-го сечения dF_1, скорость υ_1, давление p_1, а высота расположения ц.т. сечения, отсчитанная от произвольной горизонтальной плоскости сравнения, равна z_1.

Во 2-м сечении соответственно имеем - dF_2, υ_2, p_2, z_2.

Воспользуемся теоремой кинетической энергии ***(т.е. когда приращение кинетической энергии равно сумме работ сил, действующих на сечение):***

$$dT = dA_1 + dA_2,$$

где dT – приращение кинетической энергии, на каком-то малом промежутке времени dt.

В свою очередь $dT = T_{1'-2'} - T_{1-2}$.

Но так как движение жидкости установившееся, то запас энергии **постоянен,** т.е.:

$$dT = T_{2-2'} - T_{1-1'} = \rho dV\frac{\upsilon_2^2}{2} - \rho dV\frac{\upsilon_1^2}{2}.$$

Отсюда получаем: $$dT = \rho dV\frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Но так как, жидкость несжимаема, то работа внутренних сил равна нулю, т.е.:

$$dA_2 = 0.$$

Тогда, имеем: $dT = dA_1$. Однако, $dA_1 = dA_n + dA_m$,

где dA_n - работа поверхностных сил (или работа сил давления);
dA_m - работа массовых сил (или работа сил тяжести).

В свою очередь, работа поверхностных сил равна:

$$dA_n = p_1 dF_1 dS_1 - p_2 dF_2 dS_2 ,$$

где p_1 , p_2 - давления в сечениях 1 и 2 соответственно.

Но так как, $dF_1 dS_1 = dF_2 dS_2 = dV$, тогда получаем:

$$dA_n = (p_1 - p_2)\cdot dV . \qquad (2)$$

Работа массовых сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$dA_m = -(\Pi_{1'-2'} - \Pi_{1-2}) = -(\Pi_{2-2'} - \Pi_{1-1'}) = -(\rho g dV\cdot z_2 - \rho g dV\cdot z_1) = \rho g dV(z_1 - z_2) \qquad (3)$$

Подставляя в уравнение (1) уравнения (2) и (3), получаем:

$$\rho dV\frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2}=(p_1-p_2)dV+\rho gdV(z_1-z_2).$$

Но, так как $\rho dV = dm$, то тогда получим:

$$(gz_1+\frac{p_1}{\rho}+\frac{\upsilon_1^2}{2})dm=(gz_2+\frac{p_2}{\rho}+\frac{\upsilon_2^2}{2})dm.$$

<u>Сумма 3-х слагаемых слева и справа имеет энергетический смысл, т.е.:</u> $E_1 = E_2$, или

$E=gz+\frac{p}{\rho}+\frac{\upsilon^2}{2},[\frac{Дж}{кг}]$ - удельная механическая энергия движущейся жидкости (***<u>энергия жидкости, отнесённая к единице массы жидкости</u>)*** ,

,

где gz - удельная потенциальная энергия положения;

$\frac{p}{\rho}$ - удельная потенциальная энергия давления;

$\frac{\upsilon^2}{2}$ - удельная кинетическая энергия.

Введём понятие элементарного веса, т.е. $dG = g \cdot dm$.

Тогда получим:

$H=z+\frac{p}{\rho g}+\frac{\upsilon^2}{2g},[м]$ - полная удельная механическая энергия жидкости в сечении (или **<u>полный напор</u>),**

где z - геометрический напор;

$\frac{p}{\rho g}$ - пьезометрический напор;

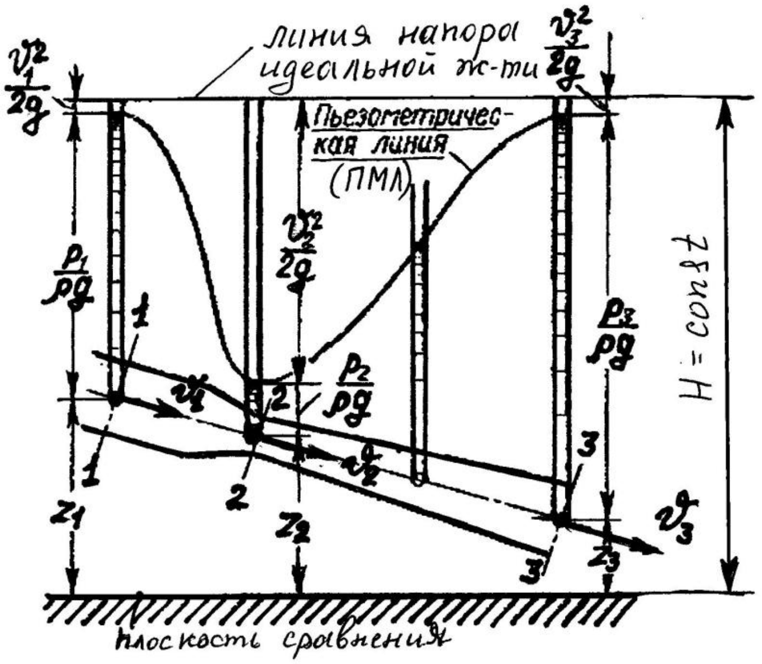
$\frac{\upsilon^2}{2g}$ - динамический (скоростной) напор.

В итоге приходим к выводу, что:

$$H_1 = H_2 = H_i = const$$ - **<u>Уравнение Бернулли.</u>**

<u>Итак, для идеальной движущейся жидкости сумма трёх напоров (высот) – геометрического, пьезометрического и скоростного есть величина постоянная вдоль струйки.</u>

На рисунке показано изменение всех напоров вдоль струйки.



<u>Линия изменения уровней жидкости в пьезометрах называется пьезометрической линией.</u>

Поскольку в уравнении Бернулли суммарный напор постоянен, из уравнения расхода следует:

1) При уменьшении площади поперечного сечения струйки, скорость течения жидкости увеличивается и увеличивается скоростной напор, а пьезометрический напор уменьшается;

2) При увеличении площади поперечного сечения струйки, скорость уменьшается, а пьезомет-рический напор возрастает.

<u>На рисунке в сечении 3 - 3 та же площадь, что и сечение 1-1, и поэтому скоростные напоры одинаковы.</u>