Лекция № 9.

Гидравлические потери энергии (напора).

Общие сведения.

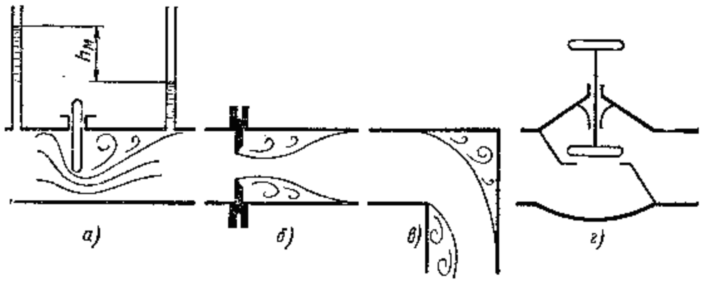
Потери удельной механической энергии (напора) или так называемые гидравлические потери зависят от формы, размера и шероховатости канала, а также от скорости и вязкости жидкости.

Во многих случаях течения ***гидравлические потери*** примерно пропорциональны величине скоростного напора: $\frac{\upsilon^2}{2g}$.

Потери удельной механической энергии разделяют на два вида:

- *потери энергии на местных гидравлических сопротивлениях (местные потери);*
- *потери энергии на трение по длине трубопроводов (потери на трение).*

1) Местные потери напора обусловлены наличием так называемых местных гидравлических сопротивлений (вентиль, угольник, диафрагма, внезапное расширение, внезапное сужение и т.д.), где поток претерпевает деформацию и скорости меняются и по величине и по направлению.



Местные сопротивления и вихреобразование в них: а) - задвижка; б) диафрагма; в) колено; г) вентиль.

Общая формула (или формула Вейсбаха) определения местных сопротивлений имеет вид:

$$h_м = \zeta\left(\frac{\upsilon^2}{2g}\right),$$

где ζ – безразмерный коэффициент местного сопротивления;

υ – характерная скорость.

При определении потерь на местных сопротивлениях по формуле Вейсбаха используют ***среднюю скорость жидкости*** в трубопроводе, в котором имеется местное сопротивление.

Если же диаметр трубопровода, а, следовательно, и скорость потока меняются по длине, то за расчётную скорость удобнее принимать **бо'льшую,** т.е. скорость соответствующую меньшему диаметру.

2) Потери на трение обусловлены трением слоёв жидкости относительно друг друга и трением о внутренние стенки канала и определяется по формуле (формула Вейсбаха-Дарси):

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d}\frac{\upsilon^2}{2g},$$

где λ – безразмерный коэффициент сопротивления трения.

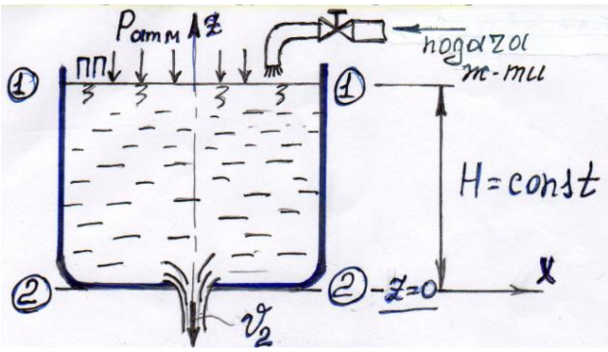
Коэффициенты ζ и λ определяются опытным путём. (Для некоторых коэффициентов получены эмпирические зависимости, составлены таблицы экспериментальных значений, которые содержатся в справочниках по гидравлическим сопротивлениям).

При определении суммарных потерь удельной энергии исходят из так называемого принципа наложения потерь (т.е. исключают взаимное влияние гидравлических сопротивлений) – **полная потеря удельной энергии определяется алгебраической суммой потерь, вызванных каждым сопротивлением в отдельности.**

При использовании этого метода могут возникать *погрешности.*

Поэтому замеры параметров потоков следует проводить ***на прямых участках трубопровода*** *(длиной $\geq$ 10 d до и после исследуемого местного сопротивления.*

Примеры анализа гидродинамических явлений на основе уравнений гидродинамики.



1) Истечение жидкости через малые круглые отверстия (при постоянном напоре).

Рассмотрим резервуар с жидкостью под давлением $p_{атм}$, имеющий в днище малое круглое отверстие, через которое происходит истечение жидкости в атмосферу.

Движение жидкости считаем установившимся.

Запишем для сечений (1-1) и (2-2) уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_n$$

Для нашего случая - $F_1 >> F_2$; $\upsilon_1 << \upsilon_2$.

$z_1 = H; \quad p_1 = p_{атм}; \quad \upsilon_1 = 0; \quad z_2 = 0; \quad p_2 = p_{атм};$

В итоге, получаем:

$$H = \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_n \ , \qquad \text{где} \qquad h_n = \zeta \frac{\upsilon_2^2}{2g} .$$

Тогда, подставив это значение вместо h_n и выразив скорость υ_2, получим:

$$\upsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta}} \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{2gH} ,$$

где $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta}}$ - **коэффициент скорости (величина безразмерная).**

Так как, $\alpha_2 \succ 1 и \zeta \succ 0 \Rightarrow \varphi \prec 1.$

В случае идеальной жидкости - $\alpha = 1 и \xi = 0 \Rightarrow \varphi = 1$ и скорость истечения идеальной жидкости равна теоретической скорости:

$$\upsilon_T = \sqrt{2gH} .$$

Из рассмотрения этих формул можно заключить, что коэффициент скорости φ есть отношение действительной скорости истечения жидкости к теоретической скорости:

$$\varphi = \frac{\upsilon_c}{\sqrt{2gH}} = \frac{\upsilon_c}{\upsilon_T} \prec 1 \text{, где } \upsilon_c \text{ – скорость струи.}$$

Коэффициент $\varphi < 1$ из-за наличия вязкости у реальной жидкости.

Степень сжатия струи оценивается **коэффициентом сжатия ε,** равным отношению площади сжатого поперечного сечения струи к площади отверстия:

$$\varepsilon = \frac{F_c}{F_o} = \left(\frac{d_c}{d_o}\right)^2 .$$

Умножив скорость струи в сжатом сечении $\upsilon_c = \varphi\sqrt{2gH}$ на площадь сечения сжатой струи $F_c = \varepsilon \cdot F_o$, **получим выражение для расхода жидкости** через отверстие с острой кромкой при совершенном сжатии:

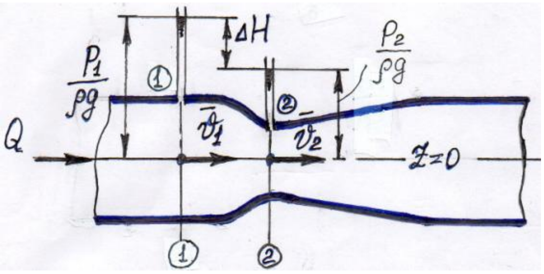
$$Q_c = \upsilon_c F_c = \varepsilon F_o \varphi \sqrt{2gH} = \mu F_o \sqrt{2gH} ,$$

где $\mu = \varepsilon \cdot \varphi$ - коэффициент расхода.

Коэффициентом расхода при истечении из круглого отверстия μ называется произведение коэффициента сжатия ε на коэффициент скорости φ.

2) Труба Вентури.

Она представляет собой устройство, устанавливаемое в трубопроводах и осуществляющее сужение потока – дросселирование.



Труба Вентури состоит из 2-х участков – плавно сужающегося (сопло) и постепенно расширяющегося (диффузора).

Скорость потока в суженном месте возрастает, а давление падает. Возникает разность давлений, которая измеряется двумя пьезометрами.

В сечении (1-1) перед сужением скорость потока равна υ_1, давление p_1, площадь сечения F_1, а для сечения (2-2) имеем: υ_2, p_2, F_2.

Разность показаний пьезометров, присоединённых к сечениям (1-1) и (2-2) равна ΔH.

Запишем для сечений 1-1 и 2-2 потока уравнение Бернулли для идеальной жидкости, считая распределение скоростей равномерным:

Т.к. $\alpha = 1$; $h_n = 0$, получаем:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

Из рисунка видно, что:

$$\Delta H = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2g} \qquad (1)$$

Из уравнения неразрывности имеем: $\upsilon_1 F_1 = \upsilon_2 F_2 = Q$.

Откуда $\upsilon_1 = \upsilon_2 \dfrac{F_2}{F_1}$.

Подставив значение υ_1 в уравнение (1) и проведя преобразования, получаем:

$$\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2g\Delta H}}{\sqrt{1-(\frac{F_2}{F_1})^2}} \quad \text{или} \quad Q_T = \frac{F_2}{\sqrt{1-(\frac{F_2}{F_1})^2}}\sqrt{2g\Delta H} = \mu \cdot \sqrt{2g\Delta H},$$

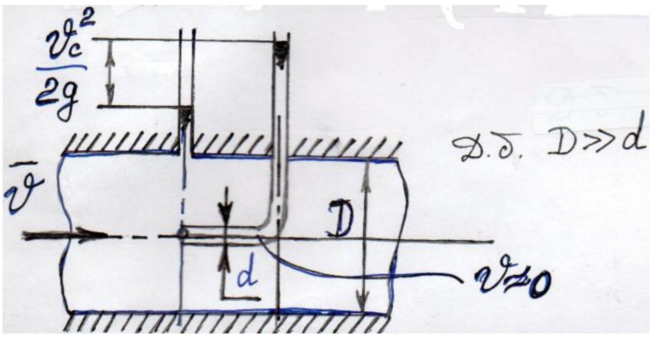
где Q_T - теоретический расход;

$\mu = \dfrac{F_2}{\sqrt{1-(\frac{F_2}{F_1})^2}}$ - коэффициент расхода (безразмерная величина).

Для реальной (вязкой) жидкости из-за наличия потерь действительный расход будет < теоретического:

$$Q < Q_T, \text{ т.е. } \mu = \frac{Q}{Q_T} \prec 1.$$

3) Трубка полного напора (или трубка Пито).



Она служит для измерения скорости, например, в трубе.

Если установить в этом потоке трубку, повёрнутую под углом 90°, отверстием навстречу потоку и пьезометр, то жидкость в этой трубке поднимается ***над уровнем в пьезометре на высоту равную скоростному напору:***

$$\Delta h = \frac{\upsilon_c^2}{2g}.$$

Отсюда получаем: $\upsilon_c = \sqrt{2g\Delta h}$.

Объясняется это тем, что скорость $\boldsymbol{\upsilon}$ частиц жидкости, попадающих в отверстие трубки, уменьшается до нуля, а давление, следовательно, увеличивается на величину скоростного напора.

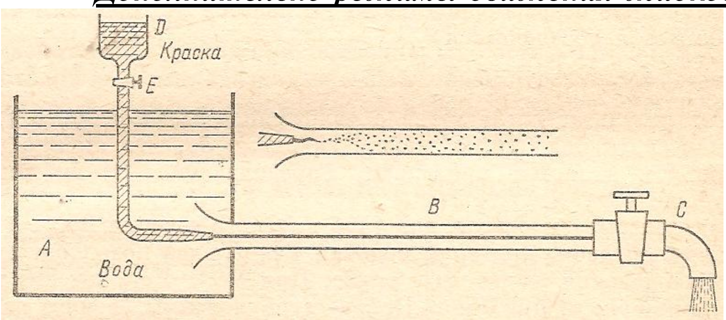
Режимы движения жидкости.

В середине XIX века немецким инженером-гидротехником Г.Хагеном было открыто существование *двух принципиально разных режимов движения жидкости - ламинарного и турбулентного*. Этот вопрос рассматривал также Д.И.Менделеев.

Ламинарный режим (от лат.сл. *lamina* – слой) – слоистое поступательное течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсаций скоростей и давления.

Турбулентный режим (от лат.сл. *turbulentus* – вихревой, беспорядочный) – течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости и пульсациями скоростей и давлений.

Дополнительно режимы движения жидкости в 1883 году исследовал английский физик и инженер О.Рейнольдс.



A – резервуар с водой;
B – стеклянная трубка;
C – запорный вентиль;
D – сосуд с водным раствором краски;
E – кран для подачи краски.

В результате проведённых опытов он установил, что при некотором значении скорости $\boldsymbol{\upsilon_{кр}}$ происходит смена режима течения жидкости с ламинарного на турбулентный.

$\boldsymbol{\upsilon_{кр}}$ в общем случае не постоянная величина, а зависит от ряда факторов:

$$\upsilon_{кр} = \boldsymbol{f(\mu, \rho, d)}.$$

Теория размерностей позволяет предсказать многое о $\boldsymbol{\upsilon_{кр}}$:

$$\upsilon_{кр} - \left[\frac{м}{с}\right]; \;\; d - [м]; \;\; \mu - \left[\frac{Н \cdot с}{м^2}\right]; \;\; \rho - \left[\frac{кг}{м^3}\right].$$

$$\upsilon_{кр} \sim \mu^n \rho^s \boldsymbol{d}^m.$$

Оказывается, что существует только однозначное значение ***m, n, s***, когда размерность $\upsilon_{кр}$ будет именно $\left[\frac{м}{с}\right]$: ***n = 1, s = -1, m= -1***, т.е.

$$\upsilon_{кр} \sim \frac{\mu}{d \cdot \rho} \quad => \quad \upsilon_{кр} = \boldsymbol{C}\frac{\mu}{\boldsymbol{d}\rho} = \boldsymbol{C}\frac{\nu}{\boldsymbol{d}}.$$

C *- это безразмерный коэффициент пропорциональности.*

Он одинаков для всех жидкостей и газов, а также для любых диаметров труб. Это означает, что изменение режима течения происходит при определённом соотношении между скоростью, диаметром и вязкостью ***ν:***

$$C = \frac{\upsilon_{кр} d}{\nu}.$$

Полученное безразмерное число было названо **критическим числом Рейнольдса:**

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{\upsilon_{кр} \cdot d}{\nu},$$

где $\boldsymbol{\nu}$ – кинематическая вязкость;

$\boldsymbol{Re_{кр}}$ – критическое число Рейнольдса, соответствующее $\boldsymbol{\upsilon_{кр}}$.

В общем виде имеем: $$\boldsymbol{Re} = \frac{\upsilon d}{\nu}.$$

Число Рейнольдса характеризует режим движения потока жидкости в трубе.

На практике для труб круглого сечения $\mathrm{Re}_{кр}$ находится в интервале $\mathrm{Re}_{кр} = 2000 \ldots 3000$.

В расчётах ***для труб круглого сечения*** условились принимать: $\mathrm{Re}_{кр} \approx 2300$.

Если $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$ - ламинарный режим.
Если $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$ - турбулентный режим.

Зная скорость движения жидкости, её вязкость и диаметр трубы, можно расчётным путём найти число Re и, сравнив его с $Re_{кр}$, определить режим течения жидкости.

Пример: Определить критическую скорость, отвечающую переходу от ламинарного режима движения к турбулентному, для трубопровода диаметром $d = 100$ *мм* при движении в нём воды (кинематическая вязкость воды $\nu = 10^{-6}$ *м²/с* при $t = 20°C$).

$$\upsilon_{кр} = \frac{2300 \cdot 10^{\;6}}{0{,}1} = 0{,}023\,\frac{м}{с}.$$

Из этого примера можно заключить, что область существования ламинарного режима течения жидкости ограничена малыми скоростями.

При $\boldsymbol{Re \geq 10^5}$ число Рейнольдса практически не влияет на коэффициент истечения ***(квадратичная область истечения)***, и для расчётов можно принимать: $\boldsymbol{\varphi = 0{,}97;\ \ \varepsilon = 0{,}62;\ \ \mu = 0{,}6.}$

Для потоков ***в трубах некруглого сечения*** число Re находят по выражению:

$$\boldsymbol{Re} = \frac{\upsilon \boldsymbol{D}}{\nu},$$

где D - гидравлический диаметр, который равен:

$$\boldsymbol{D} = \frac{\boldsymbol{4F}}{\boldsymbol{\Pi}},$$

где F - площадь сечения трубы;

Π - величина «смоченного» периметра сечения.