

Гидродинамика. Основные понятия и определения.

Основным объектом изучения гидродинамики является поток жидкости, т.е.

движение массы жидкости между ограничивающими твёрдыми стенками.

- 1) Течение в открытых руслах (безнапорное течение);
- 2) Течение с потоками без СП и с давлением отличным от атмосферного (течение внутри трубопроводов, насадков, т.е. напорное течение).

В гидродинамике используют несколько моделей жидкости:

а) несжимаемая идеальная (невязкая) жидкость:

- плотность $\rho = \text{const}$, вязкость $\mu = 0$, касательные напряжения $\tau = 0$.

б) несжимаемая вязкая жидкость:

- плотность $\rho = \text{const}$, вязкость $\mu \neq 0$, касательные напряжения $\tau \neq 0$.

Течение жидкости м.б. установившимся и неуставившимся.

Установившееся течение – это течение, неизменное по времени, при котором давление и скорость в точках рассматриваемого пространства являются функциями лишь координат, но не зависят от времени:

$$p = f_1(x, y, z), \quad v = f_2(x, y, z).$$

Неустановившееся течение – это течение, все характеристики которого (или некоторые из них) изменяются во времени. В общем случае НТ давление и скорость зависят как от пространственного положения точек, так и от времени:

$$p = F_1(x, y, z, t), \quad v = F_2(x, y, z, t).$$

Основные уравнения гидродинамики.

1) Уравнение неразрывности (уравнение постоянства расхода).

$$v_1 F_1 = v_2 F_2 = Q = \text{const}.$$

2) Уравнение Бернулли (уравнение баланса энергии).

Энергетический смысл уравнения Бернулли для потока идеальной жидкости заключается в постоянстве вдоль потока полной удельной энергии жидкости.

В частности, для 2-х произвольных сечений имеем (течение установившееся):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow H_1 = H_2 = \text{const} \text{ (вдоль всего потока).}$$

где H – полная уд. механическая энергия единицы веса перемещаемой жидкости (полный напор);

z_1, z_2 – энергия положения (или геометрический напор);

$\frac{p_1}{\rho g}, \frac{p_2}{\rho g}$ – потенциальная энергия (или пьезометрический напор);

$\frac{v_1^2}{2g}, \frac{v_2^2}{2g}$ - кинетическая энергия (или скоростной напор).

Для потока реальной (вязкой) жидкости имеем (при установившемся движении):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_n$$

где h_n – потери напора от 1-го до 2-го сечения;

v_1, v_2 – средние скорости движения жидкости в этих сечениях;

α_1, α_2 – коэффициенты кинетической энергии, учитывающие неравномерность распределения скорости по течению.

Для круглых труб:

- если ламинарный режим движения жидкости – $\alpha = 2$;

- если турбулентный режим движения жидкости - $\alpha = 1$;

Режимы движения жидкости.

Немецкий инженер-гидротехник **Г.Хаген** открыл существование 2-х принципиально разных режимов движения жидкости. Затем этот вопрос рассматривал также **Д.И.Менделеев**, а дополнительно исследовал английский физик и инженер **О.Рейнольдс**.

В результате проведённых опытов он установил, что при некотором значении скорости $v_{кр}$ **происходит смена режима течения жидкости с ламинарного на турбулентный:**

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} \cdot d\rho}{\mu} \quad v_{кр} = \frac{\mu Re_{кр}}{\rho d} = \frac{v Re_{кр}}{d},$$

где ν – кинематическая вязкость;

$Re_{кр}$ – критическое число Рейнольдса, соответствующее $v_{кр}$.

Т.е. число Рейнольдса характеризует режим движения потока жидкости в трубе.

При течении жидкости в различных каналах значения $Re_{кр}$ находятся в интервале $Re_{кр} = 2000 \dots 3000$.

Для труб круглого сечения принимают $Re_{кр} = 2300$.

Если $Re < Re_{кр}$ - ламинарный режим.

Если $Re > Re_{кр}$ - турбулентный режим.

Для потоков в трубах некруглого сечения число Re находят по выражению:

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu},$$

где D - гидравлический диаметр, который равен:

$$D = \frac{4 \cdot F}{\Pi},$$

где F - площадь сечения трубы;

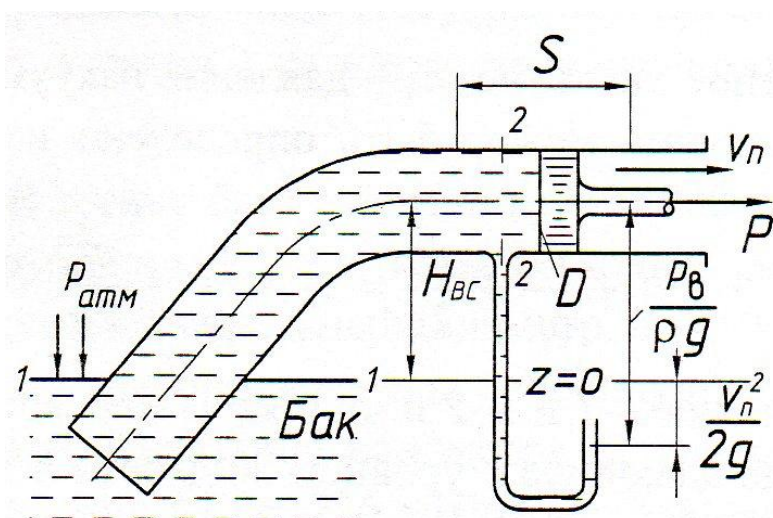
Π - величина «смоченного» периметра сечения.

(Задача № 1), (Задача № 2), (Задача № 3).

Дополнительные задачи

Задача ГД1. В трубу с поршнем (рис. 1.1) необходимо всосать за время t объем V жидкости плотностью ρ . В результате необходимо определить:

- 1) с какой скоростью v_n необходимо перемещать поршень?
- 2) какую внешнюю силу P необходимо приложить при этом к поршню?
- 3) какая работа A будет совершена при перемещении поршня?



Решение.

- 1) Жидкость несжимаема;
- 2) Движение установившееся ($v_n = \text{const}$);
- 3) Течение идеальное (гидр. потерями можно пренебречь);
- 4) Жидкость невязкая (отсутствует рассеяние механической энергии);
- 5) Поршень идеальный (он движется в трубе без трения, утечки отсутствуют).

1) Для решения используем два основных уравнения гидродинамики:

- уравнение постоянства расхода - $Q = vF = \text{const}$;

- уравнение Бернулли - $H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}$.

Объемный расход в $\text{м}^3/\text{с}$ равен: $Q = V/t$ и $v_n = Q/F = V/t \cdot 4/(\pi D^2)$.

При всасывании жидкости в цилиндр сила P , определяется значением вакуума под поршнем. Исходя из условия равномерного движения поршня имеем:

$$P = (p_{\text{атм}} - p_a)F = p_{\text{в}} \frac{\pi D^4}{4}.$$

Давление $p_{\text{в}}$ м.б. определено из уравнения Бернулли для сечений 1-1 и 2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Выбрав плоскость отсчета $z = 0$, совпадающую с уровнем жидкости в баке, имеем:

$$z_1 = 0; \quad p_1 = p_{\text{атм}}; \quad v_1 \cong 0 \text{ (т.к. } F_1 \gg F_2 \text{ и } v_1 \ll v_2); \quad z_2 = H_{\text{вс}}; \quad p_2 = p_a; \quad v_2 = v_{\text{п}}.$$

и уравнение Бернулли в абсолютной системе давлений имеет вид:

$$\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} = H_{\text{вс}} + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_{\text{п}}^2}{2g}; \quad \frac{p_{\text{атм}} - p_a}{\rho g} = \frac{p_{\text{в}}}{\rho g}; \quad \frac{p_{\text{в}}}{\rho g} = H_{\text{вс}} + \frac{v_{\text{п}}^2}{2g};$$

Тогда сила P равна:

$$P = \rho g \left(H_{\text{вс}} + \frac{v_{\text{п}}^2}{2g} \right) F.$$

Работа силы равна произведению силы на перемещение S : $A = PS$.

Так как $S = V/F$, то $A = p_{\text{в}} FV/F = p_{\text{в}} V$.

Т.к. весовое количество всасываемой жидкости равно $G = \rho gV$, то работа в итоге равна:

$$A = G \left(H_{\text{вс}} + \frac{v_{\text{п}}^2}{2g} \right).$$

Из механики известны две формы механической энергии, присущие твердым телам — энергия положения и кинетическая энергия: $E = z + v^2/(2g)$. В уравнение Бернулли для движущейся жидкости добавлена и третья форма — энергия давления $p/(\rho g)$. Это энергия, которую могут сообщить жидкости внешние силы давления. В рассматриваемой задаче эту работу производит поршень. Именно поэтому энергия 1 кг жидкости в сечениях 1-1 и 2-2 одинакова.