Семинар № 7.

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ МАЛЫЕ ОТВЕРСТИЯ ИЛИ НАСАДКИ

В случае истечения жидкости через малые отверстия или насадки разной формы из емкостей в атмосферу или в пространство, заполненное жидкостью, основным вопросом является определение скорости истечения и расхода жидкости. При установившемся истечении жидкости из относительно большого резервуара через малое круглое отверстие с острой кромкой (рис. 2.2) средняя скорость в сжатом сечении струи может быть определена из уравнения Бернулли

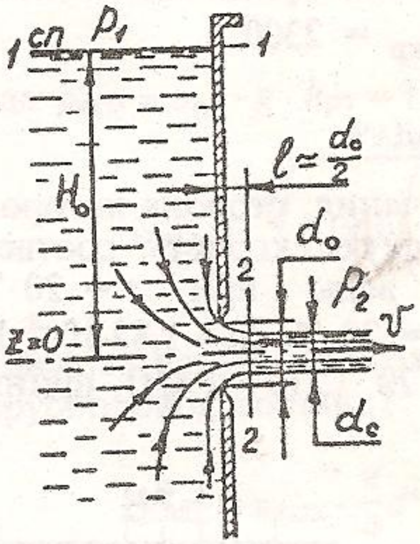

Рис. 2.2

$$H_0 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha\frac{v^2}{2g} + \zeta\frac{v^2}{2g}.$$

Введя понятие располагаемого напора истечения (разность значений гидростатического напора в резервуаре и в центре сжатого сечения струи) $H = H_0 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$, получим

$$v = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}\sqrt{2gH} = \varphi\sqrt{2gH},$$

где φ — безразмерный коэффициент скорости, равный $\varphi = 1/\sqrt{\alpha + \zeta}$; α — коэффициент кинетической энергии в сжатом сечении струи; ζ — коэффициент сопротивления отверстия, выражающий потерю напора при истечении в долях скоростного напора струи.

Степень сжатия струи, вытекающей через круглое отверстие, характеризуется безразмерным коэффициентом сжатия $\varepsilon = F_c/F_0 = (d_c/d_0)^2 < 1$.

Расход через отверстие определяется по формуле $Q = \mu F_0\sqrt{2gH}$ или $Q = \mu F_0\sqrt{2p/\rho}$, где p — перепад давлений, под действием которого происходит истечение.

В выражении для расхода μ — безразмерный коэффициент расхода, связанный с уже ранее упомянутыми ε и φ зависимостью $\mu = \varepsilon \cdot \varphi$.

Значения всех трех коэффициентов зависят от формы кромок, условий подтекания жидкости к отверстию и числа Рейнольдса, определяемого как $Re = d_0\sqrt{2gH}/\nu$. При $Re \geq 10^5$ влияние числа Re на эти коэффициенты практически отсутствует (квадратичная зона истечения) и для теоретических расчетов принимает их значение: $\mu = 0{,}60$; $\varepsilon = 0{,}62$; $\varphi = 0{,}97$. При этом неравномерность скоростей в сжатом сечении струи весьма невелика, и поэтому $\alpha \cong 1$. Тогда $\varphi \cong 1/\sqrt{1+\zeta}$ и значение $\zeta \cong 0{,}06$.

В случае истечения идеальной жидкости гидравлические потери отсутствуют и, следовательно, $\zeta = 0$ и $\varphi = 1$. Идеальная скорость истечения равна $v_и = \sqrt{2gH}$. Тогда коэффициент скорости можно записать как отношение двух скоростей:

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2gH}} = \frac{v}{v_и} < 1.$$

Отношение удельной кинетической энергии струи к располагаемому напору будет энергетической характеристикой самого процесса истечения через отверстие (КПД процесса):

$$\eta = \alpha\frac{v^2}{2gH} = \alpha\varphi^2 = \frac{\alpha}{\alpha+\zeta}; \quad \eta \cong \frac{1}{1+\zeta} \cong \varphi^2 (\text{при больших Re}).$$

Задача № 4. Определить расход воды через отверстие с острой кромкой и диаметром d = 150 мм, выполненное в торце вертикальной трубы с диаметром D = 300 мм, если показание манометра M перед отверстием равно 150 кПа и высота расположения манометра над плоскостью отверстия h = 1 м (рис. 2.3). Коэффициент сопротивления отверстия принять ζ = 0,06. Коэффициент сжатия струи при выходе из отверстия определить по эмпирической формуле, действительной при сопоставимых порядках D и d:

$$\varepsilon = 0{,}62 + 0{,}38(F_{отв}/F_1)^2.$$

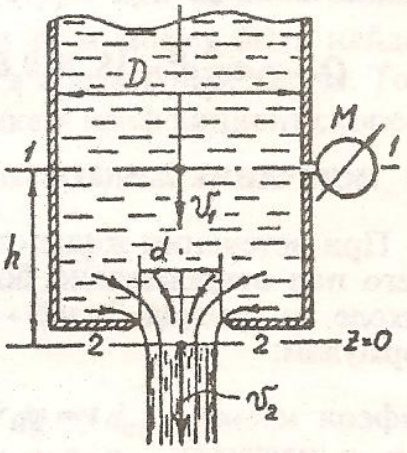

Рис. 2.3

Решение. Для выбранных сечений 1–1 и 2–2 с плоскостью отсчета z = 0, совпадающей с 2–2, записываем уравнение Бернулли в избыточной системе давлений:

$$h + \frac{p_м}{\rho g} + \alpha_1\frac{v_1^2}{2g} = \alpha_2\frac{v_2^2}{2g} + \zeta\frac{v_2^2}{2g}.$$

Полагая, что режим движения турбулентный, считаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Уравнение постоянства расхода позволяет выразить среднюю скорость движения в трубопроводе v_1 через среднюю скорость истечения v_2:

$$v_1F_1 = v_2F_2;\ v_1 = v_2\frac{F_2}{F_1};\quad \text{так как}\ F_2 = \varepsilon F_{отв} = \varepsilon\frac{\pi}{4}d^2,\ \text{то}\ v_1 = v_2\varepsilon\left(\frac{d}{D}\right)^2;$$

$$\varepsilon = 0{,}62 + 0{,}38\left(\frac{150}{300}\right)^4 = 0{,}62 + 0{,}024 = 0{,}643.$$

Скорость истечения

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g\left(h + \frac{p_м}{\rho g}\right)}{1 + \zeta - \varepsilon^2\left(\frac{d}{D}\right)^4}} = \sqrt{\frac{19{,}62\left(1 + \frac{1{,}5\cdot10^5}{9{,}81\cdot10^3}\right)}{1 + 0{,}06 - 0{,}103}} = 18{,}28\ \text{м/с}.$$

Искомый расход воды через отверстие

$$Q = v_2\cdot\varepsilon\cdot\frac{\pi}{4}d^2 = 18{,}28\cdot0{,}643\cdot\frac{\pi}{4}\cdot0{,}0225 = 0{,}208\ \text{м}^3/\text{с} = 208\ \text{л/с}.$$

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

При истечении жидкости через насадки различной формы (чаще всего под относительно большим напором) скорость истечения на выходе и расход через насадки определяются по следующим формулам:

$$v = \varphi_н \sqrt{2gH}; \;\; Q = \mu_н F_н \sqrt{2gH},$$

где $F_н$ — выходная площадь насадка; $\varphi_н$ и $\mu_н$ — безразмерные коэффициенты скорости и расхода насадка, определяемые опытным путем. Средние значения коэффициентов истечения для основных типов насадков при больших числах Re (квадратичная зона) приведены в справочной литературе.

Для некоторых насадков коэффициенты истечения могут быть приближенно определены при расчете путем суммирования потерь на отдельных участках потока.

Общую потерю напора для внешнего цилиндрического насадка (рис. 2.4) можно представить в виде суммы

$$h_п = \zeta \frac{v^2}{2g} = h_{п(1-x)} + h_{п(x-2)},$$

где слагаемые в правой части уравнения — это потери напора на участках от входа в насадок до сечения x и от сжатого сечения x до выходного участка;

$$h_{п(1-x)} = \zeta_0 \frac{v_x^2}{2g}; \;\; h_{п(x-2)} = \frac{(v_x - v)^2}{2g}$$

и тогда

$$\zeta \frac{v^2}{2g} = \zeta_0 \frac{v_x^2}{2g} + \frac{(v_x - v)^2}{2g},$$

где ζ_0 — коэффициент сопротивления отверстия с острой кромкой.

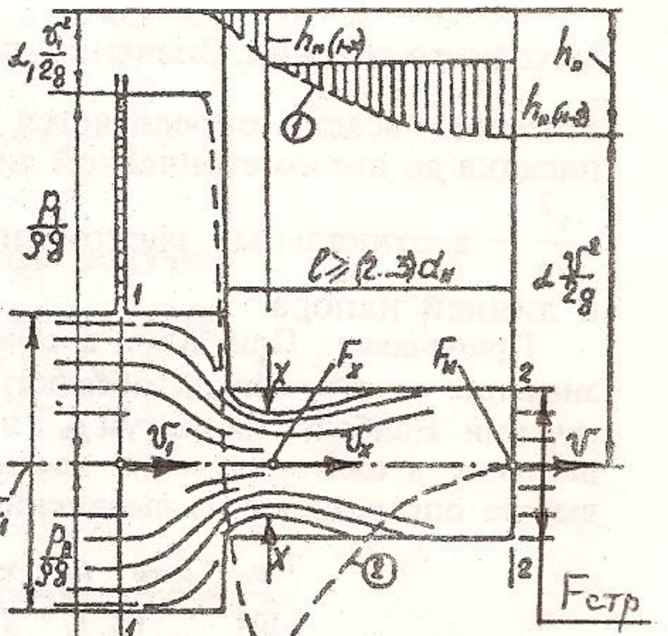

Рис. 2.4

По уравнению расхода $vF_н = v_x F_x$; $v_x = v/\varepsilon_x$.

Значение коэффициента ε_x сжатия струи при входе в насадок зависит от соотношения площадей $F_н$ и F_1 и может быть найдено по эмпирической формуле, приводимой в предыдущей задаче. Тогда коэффициент сопротивления всего насадка и коэффициент скорости могут быть определены по формулам

$$\zeta = \zeta_0 \frac{1}{\varepsilon_x^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_x} - 1\right)^2; \; \varphi_н = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta - (F_н/F_1)^2}}.$$

Для рассматриваемого насадка при $d_н = d_{стр}$ имеем коэффициент сжатия струи $\varepsilon_н = 1$, а так как $\mu_н = \varepsilon_н \cdot \varphi_н$, получаем $\mu_н = \varphi_н$. Скорость истечения и расход через насадок определяются по следующим формулам:

$$v = \varphi_н \sqrt{2gH}, \text{ где } H = \frac{p_1}{\rho g}; \; Q = v \cdot F_н.$$

Линия напора ① и пьезометрическая линия ②, показанные на графике (см. рис. 2.4), наглядно изображают ход изменения полного и гидростатического напоров по длине насадка до его выходного сечения. Значение пьезометрического напора $\frac{p}{\rho g}$ в любом сечении насадка определяется вертикальным расстоянием от оси насадка до пьезометрической линии, а значение скоростного напора $\alpha \frac{v^2}{2g}$ – вертикальным расстоянием между пьезометрической линией и линией напора.

Примечание. При $v_x > v$ в сечении x возникает вакуум. Чем больше значение v_x, тем меньше абсолютное давление (больше вакуум) в сжатом сечении. Наибольший вакуум $p_в$ в этом случае будет тогда, когда абсолютное давление в сжатом сечении достигнет значения $p_{н.п}$. Вакуумметрическая высота определяется из выражения

$$\frac{p_в}{\rho g} = \frac{p_{атм} - p_x}{\rho g} = \frac{v}{g}(v_x - v) = 2\varphi_н^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_x} - 1\right) H.$$

(формула получена из записи уравнения Бернулли)

Истечение через насадок в атмосферу с заполнением выходного сечения насадка возможно только при напорах, меньших предельного (при $H \geq H_{пр}$ происходит срыв режима работы насадка):

$$H_{пр} = \frac{p_{атм} - p_{н.п}}{2\varphi_н^2 (1/\varepsilon_x - 1)\rho g}.$$

Задача № 5. По трубопроводу (рис. 2.5) с диаметром $D = 50$ мм, заканчивающемуся сходящимся соплом с диаметром $d = 25$ мм ($\zeta = 0{,}06$), керосин ($\rho = 700$ кг/м^3) под давлением поступает в большую емкость с отрицательным избыточным давлением (вакуумом). Показания манометра M и вакуумметра V равны соответственно 200 кПа и 40 кПа. Определить скорость истечения и расход через насадок.

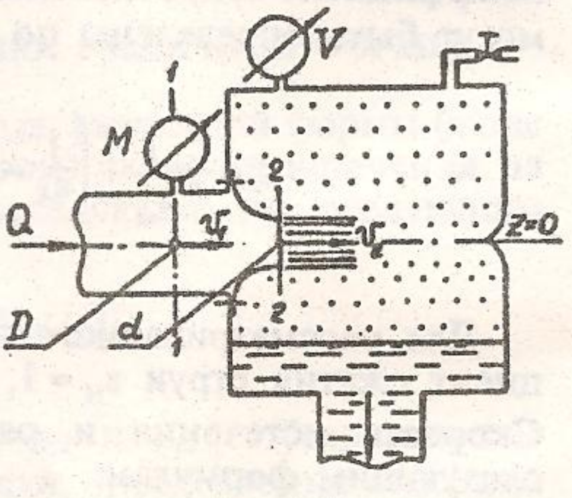

Рис. 2.5

Решение. Для определения скорости истечения записываем уравнение Бернулли в избыточной системе давлений для сечений 1–1 и 2–2 с плоскостью отсчета $z = 0$, совпадающей с осевой линией трубопровода:

$$\frac{p_{\text{и}}}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = -\frac{p_{\text{в}}}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g}.$$

Полагая, что режим турбулентный, считаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Имеем

$$\frac{p_{\text{и}} + p_{\text{в}}}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g}(1 + \zeta) - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнения постоянства расхода получим

$$v_1 \frac{\pi}{4} D^2 = v_2 \frac{\pi}{4} d^2; \quad v_1 = v_2 \left(\frac{d}{D}\right)^2 = v_2 \left(\frac{25}{50}\right)^2 = 0{,}25 v_2.$$

Тогда

$$\frac{p_{\text{и}} + p_{\text{в}}}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g}(1 + \zeta - 0{,}0625) = 0{,}9975 \frac{v_2^2}{2g},$$

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{p_{\text{и}} + p_{\text{в}}}{\rho g \cdot 0{,}0075}} = \sqrt{19{,}62 \frac{200000 + 40000}{850 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}9975}} = 23{,}79 \text{ м/с}.$$

Искомый расход через сопло равен

$$Q = v_2 \frac{\pi}{4} d^2 = 23{,}79 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 625 \cdot 10^{-6} = 11{,}67 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 11{,}67 \text{ л/с}.$$

Примечание. Если поддерживать постоянными условия входа жидкости в сопло $p_И = p_{c1}$ (показание манометра M не изменяется), а абсолютное давление на выходе из сопла p_{c2} уменьшать (увеличивать вакуум, откачивая газ из емкости), то может иметь место явление кавитационного "запирания" сопла. При достижении давления в сечении 2–2 значения давления насыщенных паров жидкости при определенной температуре скорость истечения, а следовательно, и расход будут максимальными:

$$p_{c2}^{кр} = p_{н.п} \Rightarrow v_{max} \Rightarrow Q_{max}.$$

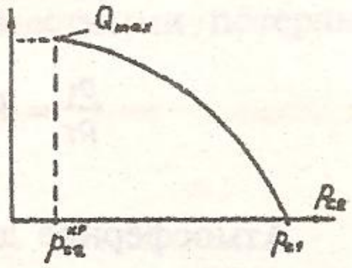

Рис. 2.6

Дальнейшее уменьшение p_{c2} уже не приведет к увеличению расхода через сопло. На рис. 2.6 показана зависимость расхода Q от давления p_{c2}.

Задача № 6. Газ, заполняющий вертикальную трубу (рис. 2.7), вытекает в атмосферу через два насадка диаметром d = 10 мм, расположенные по высоте трубы на расстоянии a = 100 м друг от друга. Коэффициент расхода для насадков (с учетом сопротивления подводящих горизонтальных трубок) $\mu = 0{,}95$. Определить массовый расход газа через каждый насадок, если показание спиртового манометра, присоединенного к трубе у нижнего насадка, $h_{сп} = 200$ мм (плотность спирта $\rho_{сп} = 800$ кг/м^3). Давление атмосферного воздуха на уровне нижнего насадка B = 745 мм рт. ст., температура воздуха и газа t = 20 ℃. Значения удельной газовой постоянной воздуха $R_в$ = 287 Дж/(кг·К), газа $R_г$ = 530 Дж/(кг·К). Скоростным напором и потерями в трубе пренебречь, плотности воздуха и газа принимать постоянными по высоте a.

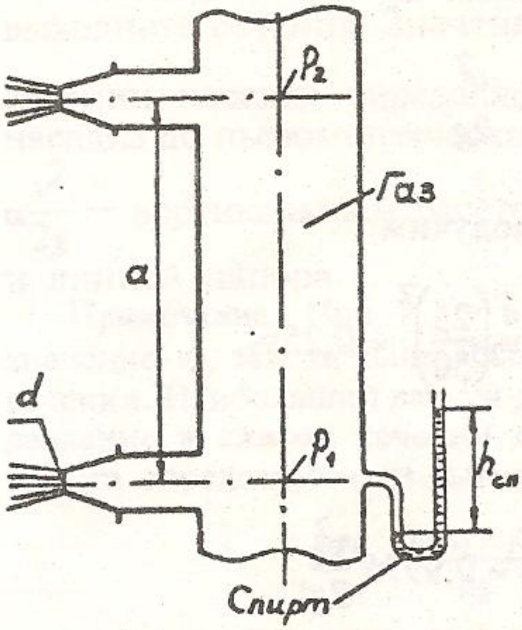

Рис. 2.7

Решение. Атмосферное давление на уровне нижнего насадка

$$p_{атм} = \rho_{рт} g h_{рт} = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}745 = 99395 \text{ Па}.$$

Абсолютное давление газа в трубе на том же уровне

$$p_1 = p_{атм} + \rho_{сп} g h_{сп} = 99395 + 800 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2 = 100965 \text{ Па}.$$

Значения плотности воздуха и газа при заданных условиях можно определить из уравнений состояния:

$$\frac{p_{атм}}{\rho_в} = R_в T;\ \rho_в = \frac{p_{атм}}{R_в T} = \frac{99395}{287 \cdot 293} = 1{,}182 \text{ кг/м}^3;$$

$$\frac{p_1}{\rho_г} = R_г T;\ \rho_г = \frac{p_1}{R_г T} = \frac{100965}{530 \cdot 293} = 0{,}65 \text{ кг/м}^3.$$

Атмосферное давление на уровне верхнего насадка

$$p'_{атм} = p_{атм} - \rho_в g a = 99395 - 1{,}82 \cdot 9{,}81 \cdot 100 = 98235 \text{ Па}.$$

Давление газа на уровне верхнего насадка

$$p_2 = p_1 - \rho_г g a = 100965 - 0{,}65 \cdot 9{,}81 \cdot 100 = 100327 \text{ Па}.$$

Напоры при истечении газа через нижний H_1 и верхний H_2 насадки:

$$H_1 = \frac{p_1 - p_{\text{атм}}}{\rho_{\text{г}} g} = \frac{100965 - 99395}{0{,}65 \cdot 9{,}81} = 246{,}3 \text{ м};$$

$$H_2 = \frac{p_2 - p'_{\text{атм}}}{\rho_{\text{г}} g} = \frac{100327 - 98235}{0{,}65 \cdot 9{,}81} = 328{,}1 \text{ м}.$$

Объемные расходы газа через эти насадки

$$Q_1 = \mu F_{\text{н}} \sqrt{2gH_1} = 0{,}95 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-4} \sqrt{19{,}62 \cdot 246{,}3} = 5{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с};$$

$$Q_2 = \mu F_{\text{н}} \sqrt{2gH_2} = 5{,}98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Массовые расходы соответственно равны

$$M_1 = \rho_{\text{г}} Q_1 = 0{,}65 \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-3} = 3{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с};$$

$$M_2 = \rho_{\text{г}} Q_2 = 0{,}65 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{-3} = 3{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}.$$