Семинар № 8.

Местные сопротивления. Приборы для измерения расхода и скорости.

1. Местными сопротивлениями называют короткие участки трубопроводов, на которых происходят изменения величины или направления скоростей потока из-за изменения конфигурации твердых границ.

Потери энергии в местных сопротивлениях, отнесенные к единице веса потока жидкости, называются местными потерями напора и подсчитываются по общей формуле

$$h_{\text{п.м}} = \zeta \frac{\upsilon^2}{2g}, \qquad (7.1)$$

где ζ – безразмерный коэффициент местного сопротивления; υ – средняя скорость потока (обычно – в сечении трубопровода перед местным сопротивлением или после него).

Значение ζ вообще зависит от формы местного сопротивления, шероховатости его стенок, условий входа и выхода из него жидкости и основного критерия динамического подобия напорных потоков – числа Рейнольдса.

Число Рейнольдса обычно относят к сечению трубопровода, на котором находится местное сопротивление:

$$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu},$$

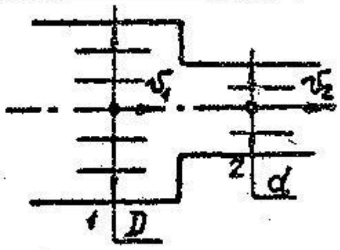
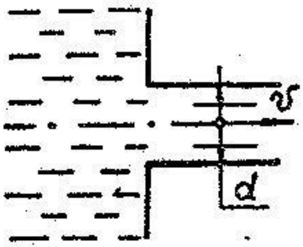
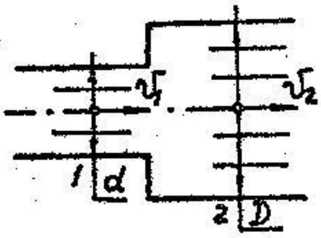
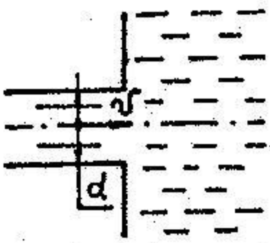
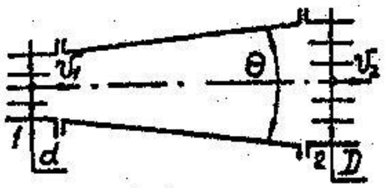
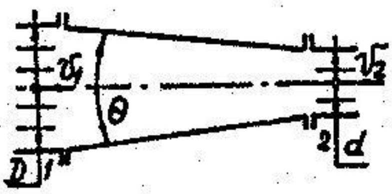
где υ и Q – средняя скорость потока и расход в трубе; D – диаметр трубы; ν – кинематическая вязкость жидкости.

Для большинства местных сопротивлений в трубопроводах при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \geq 10^5$ имеет место турбулентная автомодельность – потери напора пропорциональны скорости во второй степени и коэффициент сопротивления не зависит от Re (квадратичная зона сопротивления).

В тех местных сопротивлениях, где основной является вихревая потеря напора (например, резкое изменение сечения трубопровода, диафрагмы и др.), автомодельность устанавливается при значительно меньших числах Рейнольдса ($\mathrm{Re} \geq 10^4$)[1].

(Подробные данные по местным сопротивлениям см. И.Е.Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроление, 1975).

Расчётные формулы и значения коэффициента местного сопротивления для некоторых местных сопротивлений даны в таблице.

Вид местного сопротивления	Расчетные формулы
	Внезапное сужение $h_{м} = \zeta \frac{v_2^2}{2g}$; $\zeta = 0,5\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]$
	Вход в трубу из резервуара $h_{м} = \zeta \frac{v^2}{2g}$; $\zeta = 0,5$
	Внезапное расширение $h_{м} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$; если $h_{м} = \zeta \frac{v_2^2}{2g}$, то $\zeta = \left[\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1\right]^2$
	Выход из трубы в резервуар $h_{м} = \zeta \frac{v^2}{2g}$; $\zeta = 1$
	Конический диффузор $h_{м} = \varphi_{д} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$; если $\theta = 10°$, то $\varphi_{д} = 0,25$
	Конический конфузор $h_{м} = \zeta \frac{v_2^2}{2g}$; если $\frac{D}{d} = 2$ и $\theta = 10°$, то $\zeta = 0,07$

При последовательном расположении в трубопроводе различных местных сопротивлений общая потеря напора определяется как сумма потерь в отдельных сопротивлениях, вычисляемых по указанным выше значениям ζ, если между этими местными сопротивлениями имеются участки трубопровода длиной не менее пяти-шести диаметров. На этих участках поток, вышедший из одного местного сопротивления, стабилизируется до входа в следующее сопротивление.

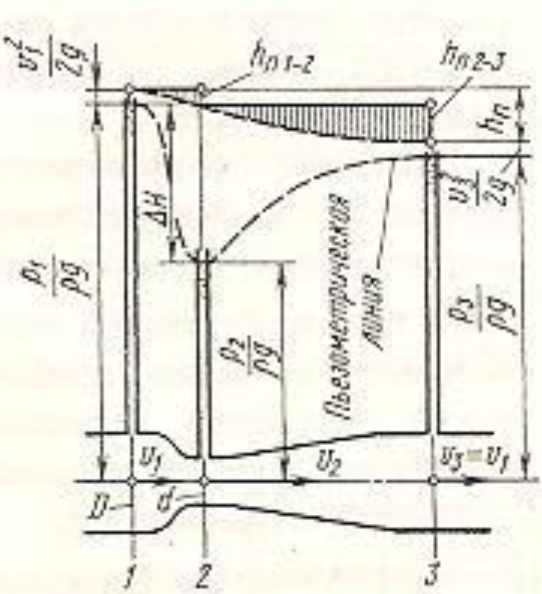


Рис. 7.1

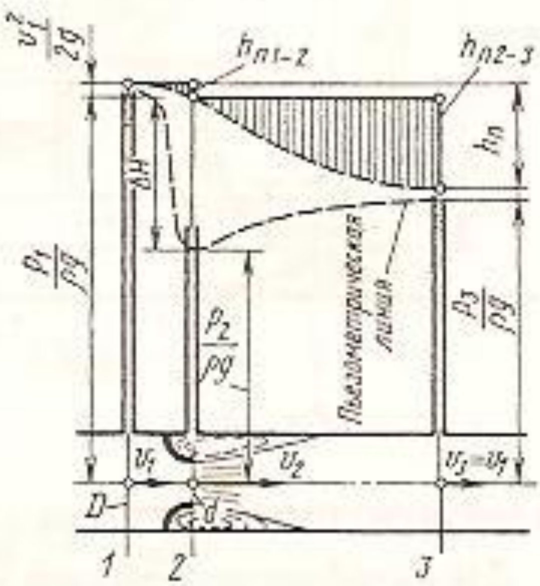


Рис. 7.2

При более близком расположении местных сопротивлений необходимо учитывать их взаимное влияние.

В приводимых ниже задачах предполагается, что местные сопротивления достаточно удалены друг от друга и их взаимное влияние отсутствует.

2. Для расходомеров, основанных на создании перепада давлений в потоке различными сужающими устройствами (труба Вентури, сопло и диафрагма – см. рис. 7.1, 7.2 и 7.3), расход определяется по общей формуле

$$Q = \mu F_0 \sqrt{2g\Delta H}, \tag{7.6}$$

где μ – коэффициент расхода; $F_0 = \pi d^2/4$ – наименьшая проходная площадь расходомера; ΔH – падение гидростатического напора (пьезометрического уровня) на участке между входным и суженным сечениями потока в расходомере.

Величина μ определяется опытным путем и зависит от конструктивных форм расходомера, отношения площадей F_0/F_1 ($F_1 = \pi D^2/4$ – проходная площадь трубопровода) и расположения мерных точек, а также от числа Рейнольдса $Re = 4Q/\pi D\nu$ [1]. Зона турбулентной автомодельности по коэффициенту расхода для этих расходомеров имеет место в зависимости от d/D при $Re > 10^5 \div 10^6$.

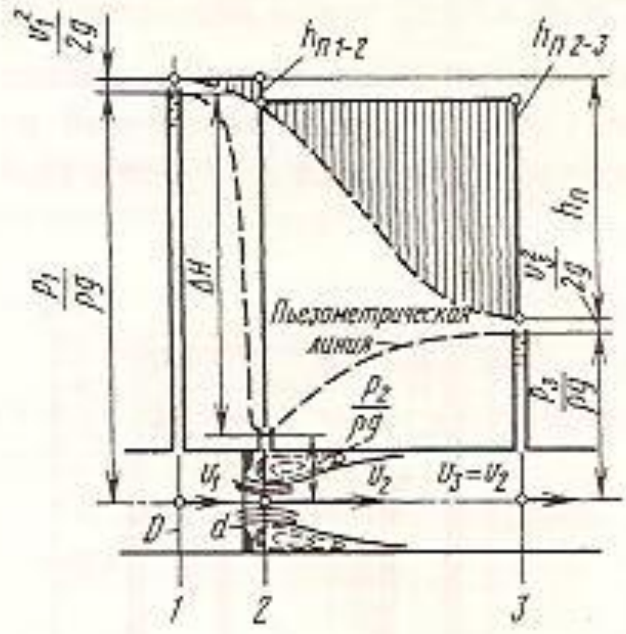


Рис. 7.3

Потери напора в расходомерах вычисляют по общему выражению (7.1), где υ – средняя скорость в трубопроводе и ζ – суммарный коэффициент сопротивления расходомера, также определяемый опытным путем.

Значения коэффициента расхода μ и коэффициента сопротивления ζ расходомеров в зоне турбулентной автомодельности можно приближенно определить и расчетным путем. В качестве примера получим общие выражения μ и ζ для диафрагмы (рис. 7.3).

Для коэффициента расхода можно воспользоваться формулой (6.14) гл. 6, определяющей расход при истечении через отверстие из резервуара ограниченной площади; непосредственно получаем

$$\mu = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta_1 - \alpha_1(\varepsilon F_0 / F_1)^2}}, \qquad (7.7)$$

где ε – коэффициент сжатия струи, зависящий от соотношения площадей трубы $F_1 = \pi D^2/4$ и отверстия диафрагмы $F_0 = \pi d^2/4$; ζ_1 – коэффициент сопротивления отверстия диафрагмы; α_1 и α_2 – коэффициенты кинетической энергии в сечении *1* перед входом в диафрагму и в сжатом сечении струи *2* (для больших значений Re можно принимать ($\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1$).

При $\varepsilon = 1$ формула даст выражение коэффициента расхода трубы Вентури и сопла (рис. 7.1 и 7.2).

Приближенность формулы для μ обусловлена неточностями расчетных значений входящих в нее коэффициентов, а также тем, что давления у сужающего устройства часто измеряют не в рас-

---

[1] Значения коэффициента расхода нормальных расходомеров – см. «Правила 28 – 64» для измерения расхода.

четных сечениях потока (*1* и *2*), а в углах, образуемых сужающим устройством со стенками трубы (угловой отбор давлений в нормальных расходомерах).

Коэффициент сопротивления можно найти расчетом, рассматривая потерю напора в диафрагме как сумму потерь на участках между сечениями *1–2* и *2–3*;

$$\zeta \frac{\upsilon_1}{2g} = \zeta_1 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + \frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)^2}{2g}.$$

Применяя уравнение расхода

$$\upsilon_1 F_1 = \upsilon_2 \varepsilon F_0, \text{ откуда } \upsilon_2 = \frac{F_1}{\varepsilon F_0}\upsilon_1,$$

получаем

$$\zeta = \zeta_1 \left(\frac{F_1}{\varepsilon F_0}\right)^2 + \left(\frac{F_1}{\varepsilon F_0} - 1\right)^2. \qquad (7.8)$$

При $\varepsilon = 1$ это выражение дает коэффициент сопротивления мерного сопла. Для трубы Вентури в результате аналогичного расчета получим (см. также введение к гл. 6):

$$\zeta = \zeta_1 \left(\frac{F_1}{F_0}\right)^2 + \varphi_д \left(\frac{F_1}{F_0} - 1\right)^2. \qquad (7.9)$$

Задача № 7. В трубопроводе диаметром D = 50 мм, подающем воду в открытый бак с постоянным уровнем h = 5 м (рис. 3.2), установлено мерное сопло с диаметром d = 30 мм ($\zeta_с = 0{,}08$) и вентиль ($\zeta_в = 5$). Показание манометра M, установленного перед соплом, равно 120 кПа. Определить: 1) расход Q в трубопроводе, учитывая только местные потери напора; 2) при этом расходе показание $h_{рт}$ ртутного дифференциального манометра, измеряющего перепад давлений в сечениях потока перед соплом и на выходе из него. Сжатие струи на выходе из сопла отсутствует. Построить линию полного напора и пьезометрическую линию.

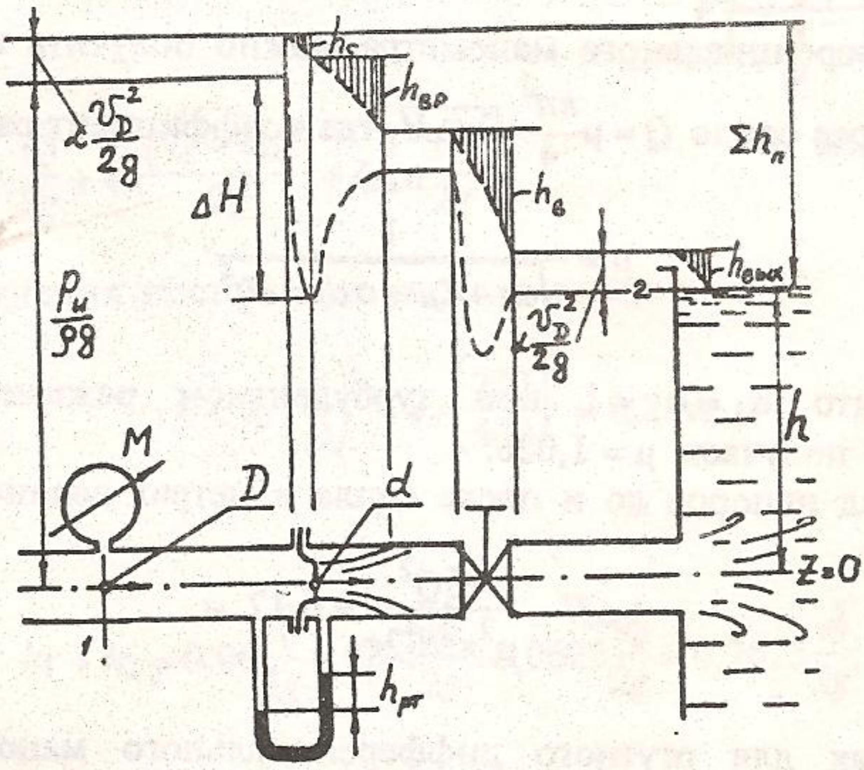


Рис. 3.2

Решение. Для определения расхода в трубопроводе воспользуемся сначала уравнением Бернулли, записанным для двух выбранных сечений и плоскости отсчета z = 0 (полагая режим движения турбулентным, считаем $\alpha_1 = 1$):

$$\frac{p_и}{\rho g} + \frac{v_D^2}{2g} = h + \zeta_с\frac{v_d^2}{2g} + \frac{(v_d - v_D)^2}{2g} + \zeta_в\frac{v_D^2}{2g} + \zeta_{вых}\frac{v_D^2}{2g};$$

$$\frac{p_и}{\rho g} - h = \frac{v_D^2}{2g}(\zeta_в + \zeta_{вых} - 1) + \zeta_с\frac{v_d^2}{2g} + \frac{(v_d - v_D)^2}{2g}.$$

Согласно уравнению постоянства расхода

$$v_d = v_D\left(\frac{D}{d}\right)^2 = v_D\left(\frac{50}{30}\right)^2 = 2,77v_D.$$

Тогда $\frac{p_и}{\rho g} - h = 0,44\,v_D^2$; $v_D = \sqrt{\dfrac{\frac{p_и}{\rho g} - h}{0,44}} = 4,05$ м/с. Искомый расход $Q = v_D\frac{\pi}{4}D^2 = 4,05 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,0025 \approx 0,008$ м^3/с $\approx$ 8 л/с. Показание ртутного дифференциального манометра можно получить из формулы расхода через сопло $Q = \mu\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{2g\Delta H}$, где коэффициент расхода сопла

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta_c - \alpha_1(d/D)^4}}.$$

Считая, что $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ при турбулентном режиме движения жидкости, получаем $\mu = 1,026$.

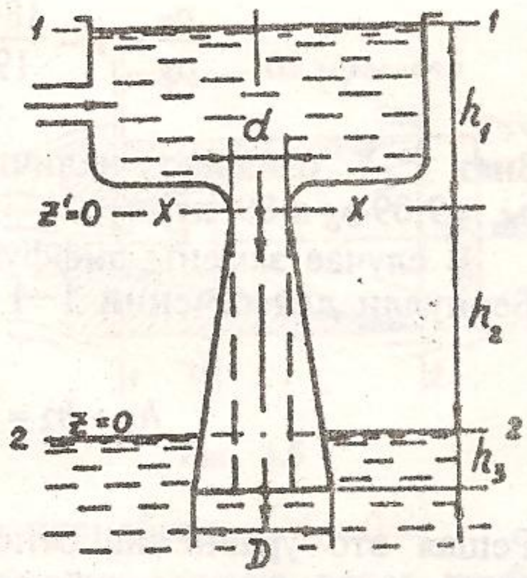
Перепад напоров до и после сопла в метрах водяного столба

$$\Delta H = \frac{16Q^2}{\mu^2\pi^2 d^4 2g} = 6,17 \text{ м}.$$

Так как для ртутного дифференциального манометра $\Delta H = \frac{\rho_{рт} - \rho}{\rho}h_{рт}$, то при $\rho = 1000$ кг/м^3 и $\rho_{рт} = 13600$ кг/м^3 получаем

$$h_{рт} = \frac{\Delta H}{12,6} = \frac{6,17}{12,6} = 0,490 \text{ м} = 490 \text{ мм рт. ст.}$$

Задача № 8. Вода перетекает из верхнего открытого резервуара в нижний по диффузору, диаметры которого $d = 250$ мм и $D = 500$ мм (рис.3.3). Коэффициент сопротивления плавно сходящегося входного участка $\zeta_c = 0{,}06$, а коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0{,}25$. Уровни в баках постоянны, а высоты $h_1 = 1$ м; $h_2 = 1{,}5$ м; $h_3 = 0{,}5$ м. Определить расход $Q_д$ через диффузор и значение давления p_x в сечении x–x. Построить график напоров.



Как изменятся расход $Q_{тр}$ и давление p'_x, если диффузор заменить цилиндрической трубой диаметром $d = 250$ мм и длиной $l = h_2 + h_3$, имеющей коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}025$? Коэффициент сопротивления трубы ζ определить по формуле $\zeta = \lambda l/d$.

Решение. Уравнение Бернулли, записанное для сечений 1–1 и 2–2 при выбранной плоскости отсчета $z = 0$, имеет вид

$$h_1 + h_2 = \zeta_c \frac{v_d^2}{2g} + \varphi_д \frac{(v_d - v_D)^2}{2g} + \zeta_{вых} \frac{v_D^2}{2g}.$$

Из уравнения постоянства расхода следует

$$v_D = v_d \left(\frac{d}{D}\right)^2 = v_d \left(\frac{250}{500}\right)^2 = 0{,}25 v_d.$$

Тогда

$$h_1 + h_2 = 0{,}06\frac{v_d^2}{2g} + 0{,}14\frac{v_d^2}{2g} + 0{,}0625\frac{v_d^2}{2g} = 0{,}2625\frac{v_d^2}{2g};$$

$$v_d = \sqrt{\frac{2g(h_1 + h_2)}{0{,}2625}} = \sqrt{\frac{19{,}62 \cdot 2{,}5}{0{,}2625}} = 13{,}67 \text{ м/с}.$$

Искомый расход через диффузор

$$Q_д = v_d \frac{\pi}{4} d^2 = 13{,}67 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}0625 = 0{,}670 \text{ м}^3/\text{с} = 670 \text{ л/с}.$$

Для определения значения давления p_x в узком сечении перед диффузором запишем уравнение Бернулли для сечений 1—1 и x—x при новой плоскости отсчета $z' = 0$:

$$h_1 = \frac{p_x}{\rho g} + \frac{v_d^2}{2g} + \zeta_c \frac{v_d^2}{2g}; \quad \frac{p_x}{\rho g} = h_1 - \frac{v_d^2}{2g}(1 + \zeta_c);$$

$$\frac{p_x}{\rho g} = 1 - \frac{186{,}87}{19{,}62} \cdot 1{,}06 = -\ 9{,}09 \text{ м.}$$

Знак "-" означает наличие вакуума в этом сечении, равного $p_{\text{вх}} = 9{,}09 \cdot \rho g \cong 89$ кПа.

В случае замены диффузора цилиндрической трубой уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 имеет вид

$$h_1 + h_2 = \zeta_c \frac{v_d^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v_d^2}{2g} + \zeta_{\text{вых}} \frac{v_d^2}{2g}.$$

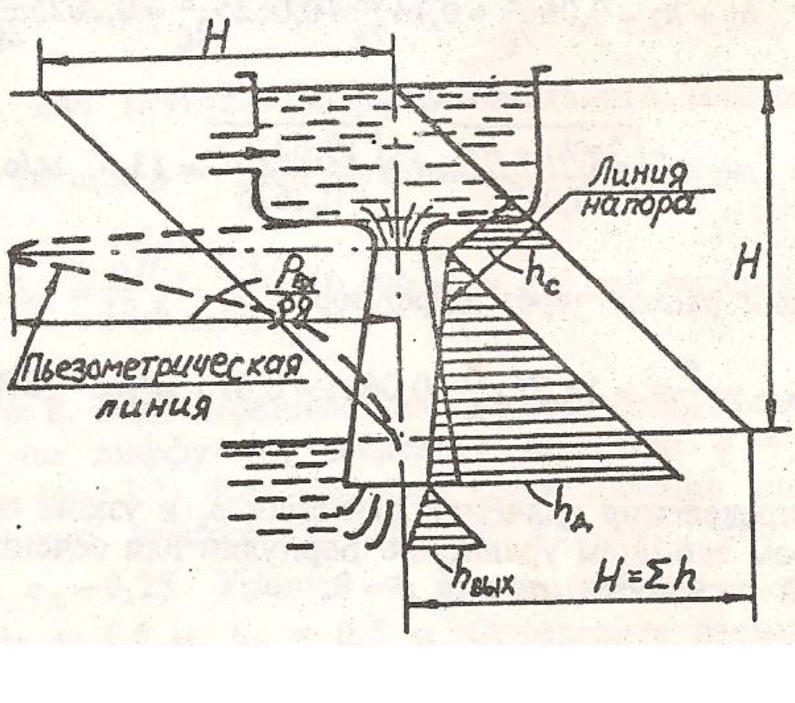
Решая это уравнение относительно v_d, получаем $v_d = 4{,}05$ м/с. Тогда расход через трубу равен

$$Q_{\text{тр}} = 6{,}24 \frac{\pi}{4} 0{,}0625 = 0{,}306 \text{ м}^3/\text{с} = 306 \text{ л/с.}$$

Следовательно, расход через диффузор больше расхода через трубу при прочих равных условиях в 2,12 раза.

Аналогичный расчет по определению давления p'_x на входе в цилиндрическую трубу приводит к результату $p_{\text{вх}} \cong 10{,}8$ кПа.

График напоров при течении жидкости через диффузор показан на рис. 3.4. Напоры в каждом сечении откладывают по горизонтали таким образом, чтобы ось трубы являлась началом отсчета пьезометрических напоров.



Задача № 9. Трубка Вентури, установленная на самолете, должна отсасывать воздух из камеры гироскопа, приводя последний во вращение (рис. 3.5). Определить соотношение выходного диаметра d_2 и диаметра горловины трубки d_1, при котором вакуум в горловине будет максимальным. Коэффициент сопротивления сходящегося входного участка трубки $\zeta = 0{,}04$, коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д$. Сжимаемостью воздуха пренебречь. ($\varphi_Д = 0{,}2$).

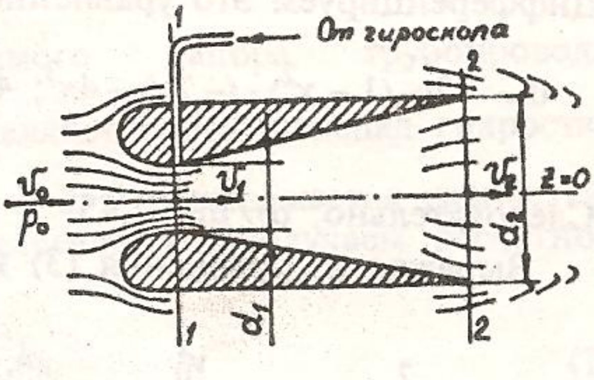


Рис. 3.5

Решение. При движении атмосферного воздуха через трубку вакуум в горловине определяется из уравнения Бернулли, записанного в избыточной системе для входного сечения и сечения 1–1:

$$\frac{v_0^2}{2g} = -\frac{p_{в1}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta\frac{v_1^2}{2g}; \quad \frac{p_{в1}}{\rho g} = \frac{v_1^2}{2g}(1+\zeta) - \frac{v_0^2}{2g}, \tag{1}$$

где v_0 – скорость самолета.

Уравнение Бернулли для входного сечения и сечения 2–2 в избыточной системе имеет вид

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + \zeta\frac{v_1^2}{2g} + \varphi_д\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}. \tag{2}$$

Из уравнения постоянства расхода $v_2 = v_1(d_1/d_2)^2$. Обозначив $(d_1/d_2)^2 = x^2$, перепишем уравнение (2) в виде

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}x^4 + \varphi_д\frac{v_1^2}{2g}(1-x^2)^2 + \zeta\frac{v_1^2}{2g}. \tag{3}$$

Подстановка этого выражения в уравнение (1) позволяет представить вакуум в зависимости от отношения d_1/d_2 при заданной скорости самолета v_0:

$$\frac{p_{в1}}{\rho g} = \frac{v_1^2}{2g}(1+\zeta) - \zeta\frac{v_1^2}{2g} - \varphi_д\frac{v_1^2}{2g}(1-x^2)^2 - \frac{v_1^2}{2g}x^4 = \frac{v_1^2}{2g}\left[1 - \varphi_д(1-x^2)^2 - x^4\right].$$

Дифференцируем это уравнение по x:

$$0 = -2\varphi_д(1 - x^2) \cdot (-2x) - 4x^3;\ 4x^2 - 4\varphi_д + \varphi_д 4x^2 = 0;\ x^2 = \frac{1}{6};\ \frac{1}{x^2} = 6.$$

Следовательно, $d_2/d_1 = 2{,}45$.

Выражая из уравнения (3) v_1^2 через v_0^2,

$$v_1^2 = \frac{v_0^2}{x^4 + \varphi_д(1 - x^2)^2 + \zeta} = \frac{v_0^2}{0{,}028 + 0{,}139 + 0{,}04} = \frac{v_0^2}{0{,}207},$$

и решая уравнение (1), получаем максимальное значение вакуума в горловине трубки:

$$\frac{p_{в1}}{\rho g} = \frac{v_0^2}{0{,}207 \cdot 2g} \cdot 1{,}04 - \frac{v_0^2}{2g} = 4\frac{v_0^2}{2g};\ p_{в1} = 2\rho v_0^2.$$