<u>Семинар № 9.</u>

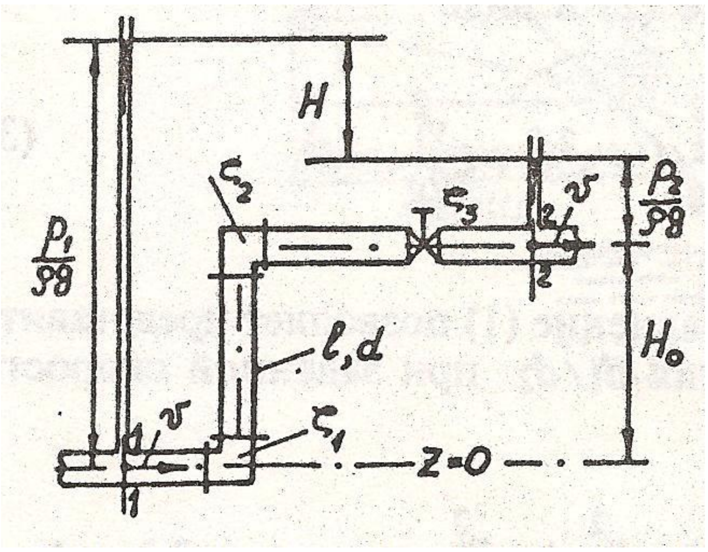
Расчёт простых трубопроводов.

<u>Простым трубопроводом</u> называется трубопровод без промежуточных ответвлений, по которому жидкость подаётся от источника гидравлической энергии к приёмному устройству.

Источниками и приёмниками в гидросистемах могут быть различные технические устройства – *<u>насосы, гидродвигатели, гидропневмоаккумуляторы, резервуары и др.</u>*

ПТ может иметь постоянный диаметр по всей длине или же может включать в себя ряд последовательно соединённых участков различного диаметра.

<u>Жидкость движется благодаря тому, что энергия **_в начале трубопровода больше, чем в конце._**</u>



Исходным при расчёте ПТ является <u>уравнение Бернулли.</u>

Так для трубопровода с постоянным диаметром ***d*** и длиной ***l*** (между сечениями (1-1) и (2-2), который имеет три мест. сопр. ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 уравнение имеет вид:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\upsilon_1^2}{2g} = H_0 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + \sum h_n .$$

Так как, $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$, то получаем:

$$\frac{p_1}{\rho g} - (H_0 + \frac{p_2}{\rho g}) = \sum h_n .$$

Введя понятие располагаемого напора трубопровода - $H = \dfrac{p_1}{\rho g} - (H_0 + \dfrac{p_2}{\rho g})$,*<u>который представляет собой перепад гидростатических напопров в сечениях (1-1) и (2-2) и выражается разностью пьезометрических уровней в этих сечениях, получаем расчётное уравнение простого трубопровода:</u>*

$$H = \sum h_n ,$$

<u>т.е. раполагаемый напор затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений.</u>

Потери напора на трение по длине и местные потери выражаются общими формулами

$$h_{тр} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}; \; h_м = \zeta \frac{v^2}{2g}.$$

Для рассмотренного выше простого трубопровода с длиной l и постоянным диаметром d уравнение (1) имеет вид

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\lambda \frac{l}{d} + \sum\zeta\right),$$

где $\sum\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3$. Выражая скорость через расход и принимая $g = 9{,}81$ м/с^2, получаем

$$H = 0{,}0827 \frac{Q^2}{d^4}\left(\lambda \frac{l}{d} + \sum\zeta\right), \qquad (2)$$

где Q — расход, м^3/с; величины H, l и d выражены в метрах.

При расчете длинных трубопроводов, в которых доминируют потери напора на трение по длине, целесообразно заменить местные сопротивления эквивалентными длинами в соответствии с соотношением $l_э = \zeta d/\lambda$. При такой замене расчетное уравнение (2) можно представить в форме, отвечающей трубопроводу без местных сопротивлений:

$$H = \lambda \frac{L v^2}{d 2g} = 0{,}0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2,$$

где $L = l + \sum l_э$ — приведенная длина трубопровода.

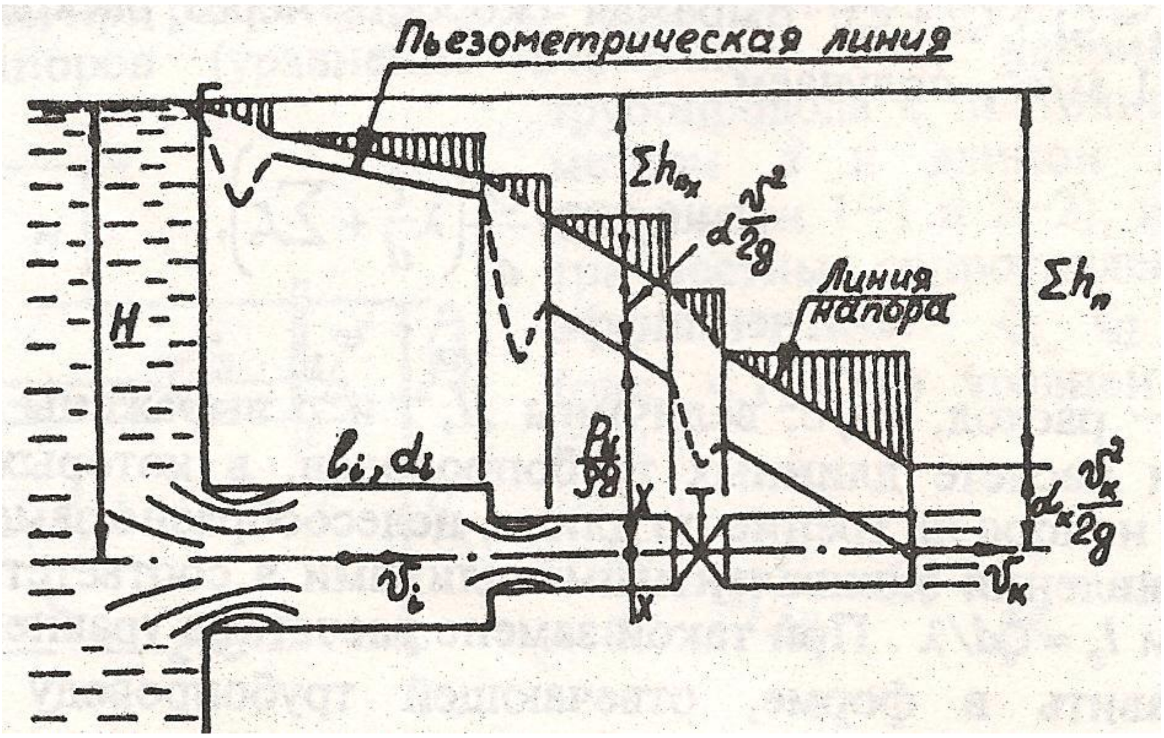
В случае, если трубопровод включает в себя n последовательных участков с различным диаметром, имеем аналогичное соотношение

$$H = 0{,}0827 Q^2 \sum_1^n \lambda_i \frac{L_i}{d_i^5}.$$

Приведённые выше расчётные зависимости являются общими для задач, соответствующих схеме «питатель-трубопровод-приёмник».

В случае **<u>истечения жидкости от питателя через трубопровод в атмосферу</u>** уравнение Бернулли имеет вид:

$$H = \alpha_k \frac{\upsilon_k^2}{2g} + \sum h_n \ ,$$



где H – располагаемый напор трубопровода, определяемый высотой (высота пьезометрического уровня в резервуаре-питателе над центром выходного сечения трубопровода);

$\alpha_k \frac{\upsilon_k^2}{2g}$ - скоростной напор в выходном сечении;

$\sum h_n$ - сумма потерь напора в трубопроводе.

<u>Линию напора (ЛН) (удельной механической энергии потока) строят путём последовательного вычитания потерь, нарастающих вдоль потока, из начального значения напора потока (заданного пьезометрическим уровнем в питающем резервуаре).</u>

<u>Пьезометрическую линию (ПМЛ) (показывающую изменение гидростатического напора потока) строят путём вычитания скоростного напора в каждом сечении из полного напора потока.</u>

<u>Значение пьезометрического напора $\frac{p_u}{\rho g}$ в каждом сечении *(например, p_u – избыточное давление в сечении x-x)* определяется на графике, как заглубление центра сечения под пьезометрической линией, а значение скоростного напора $\alpha_k \frac{\upsilon_k^2}{2g}$</u> - вертикальным расположением между пьезометрической линией и линией напора.

<u>На участках местной деформации потока, где ход изменения напоров м.б. показан только качественно, линии напора обозначаются обычно пунктиром.</u>

Возможные варианты расчёта трубопровода сведены в таблицу. Значком «х» обозначены заданные параметры, а «?» - параметр, который нужно определить в той или иной задаче:

Номер варианта	**Параметр**		
	H	***Q***	***d, l, Δ, ν***
I	?	x	x
II	x	?	x
III	x	x	*d=?* x

Методика расчёта:

Вариант I. 1. По известным Q, d, ν находят число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{4Q}{\pi d \nu}$ и определяют режим движения жидкости.

2. В случае ламинарного режима напор H определяют как

$$H = \frac{32 L v \nu}{g d^2} = \frac{128 L Q \nu}{\pi g d^4}.$$

При турбулентном режиме напор H определяют из формул

$H = \dfrac{\upsilon^2}{2g}\left(\lambda \dfrac{l}{d} + \sum \zeta\right)$ - короткий трубопровод;

$H = \lambda \dfrac{L}{d}\dfrac{\upsilon^2}{2g} = 0{,}0827 \lambda \dfrac{L}{d^5} Q^2$ - длинный трубопровод с преобладающими потерями на трение.

В этих формулах по известным Re, d и Δ выбираются соответствующие - λ и ζ,.

Вариант II. 1. Определяют режим движения путём сравнения напора H с его критическим значением: $H_{кр} = \dfrac{32 \upsilon^2 L}{g d^3} \mathrm{Re}_{кр}$ ($\mathrm{Re}_{кр} = 2300$).

Если $H < H_{кр}$, то режим ламинарный, а если $H > H_{кр}$ – турбулентный.

2. Задачу решают методом последовательных приближений. В случае ламинарного режима расход определяют по формуле: $Q = \dfrac{H \pi g d^4}{128 L g d^3 \nu}$, в которой последовательными приближениями уточняются выбранные значения эквивалентных длин местных сопротивлений и приведённой длины трубопровода L.

В случае турбулентного режима в качестве первого приближения принимают квадратичную область сопротивления, в которой по известным d и Δ определяют значения λ и ζ, позволяющие найти либо v, либо Q из формул приведённых в варианте I. Подсчёт числа Re по одному из найденных параметров даёт возможность уточнить значения коэффициентов сопротивлений и определить расход во втором приближении, что часто оказывается достаточным.

Вариант III. 1. Определяют режим движения путем сравнения напора H с его критическим значением

$$H_{кр} = \frac{\pi^3 \nu^5 L}{2gQ^3} Re_{кр}^4 \quad (Re_{кр} = 2300).$$

Если $H < H_{кр}$, режим ламинарный, если $H > H_{кр}$ – турбулентный.

2. В случае ламинарного режима диаметр определяется по формуле

$$d = \sqrt[4]{\frac{128 L Q \nu}{\pi g H}},$$

при турбулентном режиме

$$d = \sqrt[5]{\frac{0{,}0827 \lambda L Q^2}{H}}.$$

Задача по определению диаметра трубопровода d может быть решена и графическим способом, путем построения зависимости $H = f(d)$ при Q = const. Задавая ряд значений d, вычисляют соответствующие значения напора H из приведенных в варианте I уравнений связи между H и Q с учетом области сопротивления. Из построенного графика по заданному H определяют необходимый d. Далее следует уточнить значение H при выборе ближнего большего стандартного диаметра.

Задача № 10. Из резервуара-питателя с избыточным давлением над свободной поверхностью, равным 50 кПа по показаниям манометра *М*, масло (плотность $\rho = 950$ кг/м^3, коэффициент кинематической вязкости $\nu = 0{,}725$ Ст) по горизонтальной трубе с диаметром d = 30 мм и длиной l = 40 м вытекает в атмосферу. Заглубление осевой линии трубы под уровень H = 3 м. Определить расход Q. Сопротивлением входа в трубу пренебречь (рис. 4.3).

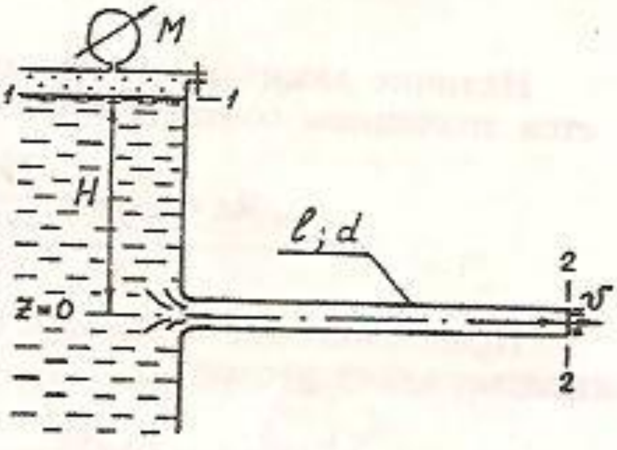


Рис. 4.3

Решение. Запишем уравнение Бернулли, в избыточной системе давлений для сечений 1—1 и 2—2:

$$H + \frac{p_и}{\rho g} = \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_п.$$

В этом уравнении коэффициент кинетической энергии α_2 и потери напора на трение $h_п$ зависят от режима движения жидкости в трубе. Режим движения может быть определен путем сравнения располагаемого напора $H_\Sigma = H + \frac{p_и}{\rho g}$ с его критическим значением $H_{кр} = \frac{32\nu^2 L}{gd^3}\mathrm{Re}_{кр}$:

$$H_\Sigma = 3 + \frac{50000}{950 \cdot 9{,}81} = 8{,}36 \text{ м};$$

$$H_{кр} = \frac{32 \cdot (0{,}725)^2 \cdot 10^{-8} \cdot 40 \cdot 2300}{9{,}81 \cdot 27 \cdot 10^{-6}} = 58{,}35 \text{ м}.$$

Так как $H_\Sigma < H_{кр}$, то режим движения жидкости ламинарный. Следовательно, в уравнении Бернулли $\alpha_2 = 2$, $v_2 = v$ средняя скорость движения жидкости в трубе, потери напора на трение $h_п = \frac{32 l \nu v}{gd^2}$, тогда

$$H + \frac{p_и}{\rho g} = 2\frac{v^2}{2g} + \frac{32 l \nu v}{gd^2}.$$

Если предположить, что скоростной напор на выходе мал $(\alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} \cong 0)$, то значение скорости в соответствии с последним выражением

$$\vartheta = \left(H + \frac{p_{\text{и}}}{\rho g}\right)\frac{gd^2}{32 l v} = \frac{8{,}36 \cdot 9{,}81 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{32 \cdot 40 \cdot 0{,}725 \cdot 10^{-4}} = 0{,}79 \text{ м/с.}$$

Наличие ламинарного движения жидкости в трубе подтверждается значением соответствующего числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0{,}79 \cdot 0{,}03}{0{,}725 \cdot 10^{-4}} = 327 < 2300.$$

Предположение о малости скоростного напора на выходе также подтверждает расчет:

$$\alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = 2 \cdot \frac{(0{,}79)^2}{19{,}62} = 0{,}06 \text{ м} \ll H_\Sigma = 8{,}36 \text{ м.}$$

Искомый расход равен

$$Q = v\frac{\pi}{4}d^2 = 0{,}79 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 5{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} = 0{,}56 \text{ л/с.}$$

Задача № 11. По трубопроводу с диаметром $d = 0{,}4$ м и длиной $l = 3000$ м подается нефть (плотность $\rho = 880$ кг/м^3, коэффициент динамической вязкости $\mu = 0{,}22$ П) из магистрали с заданным избыточным давлением, равным 200 кПа по показаниям манометра *М*, при перепаде высот $H = 10$ м. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}2$ мм. Определить расход нефти Q. В трубопроводе учитывать только потери напора на трение по длине (рис. 4.4).

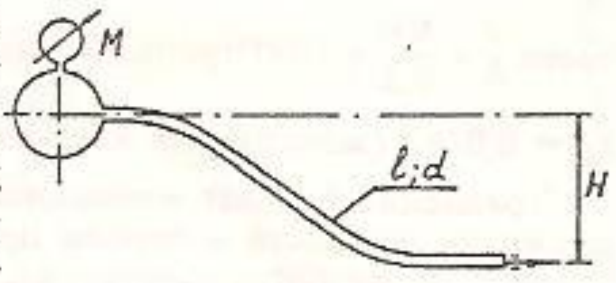


Рис. 4.4

Решение. Располагаемый напор в данной задаче равен

$$H_\Sigma = H + \frac{p_{\text{и}}}{\rho g} = 10 + \frac{200000}{880 \cdot 9{,}81} = 33{,}17 \text{ м.}$$

Уравнение Бернулли для трубопровода имеет вид $H_\Sigma = \alpha_{\text{к}}\frac{v_{\text{к}}^2}{2g} + \sum h_{\text{п}}$. При расчете длинного трубопровода с преобладающими потерями на трение скоростным напором в выходном сечении можно пренебречь: $\alpha_{\text{к}}\frac{v_{\text{к}}^2}{2g} \cong 0$. Режим движения жидкости по трубопроводу можно определить после нахождения $H_{\text{кр}}$ и сравнения его с H_Σ, но для этого необходимо сначала определить коэффициент кинематической вязкости ν:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}22 \cdot 0{,}1}{880} = 0{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$H_{\text{кр}} = \frac{32\nu^2 l}{gd^3}\text{Re}_{\text{кр}} = \frac{32 \cdot 0{,}0625 \cdot 10^{-8} \cdot 3000 \cdot 2300}{9{,}81 \cdot 0{,}064} = 0{,}22 \text{ м.}$$

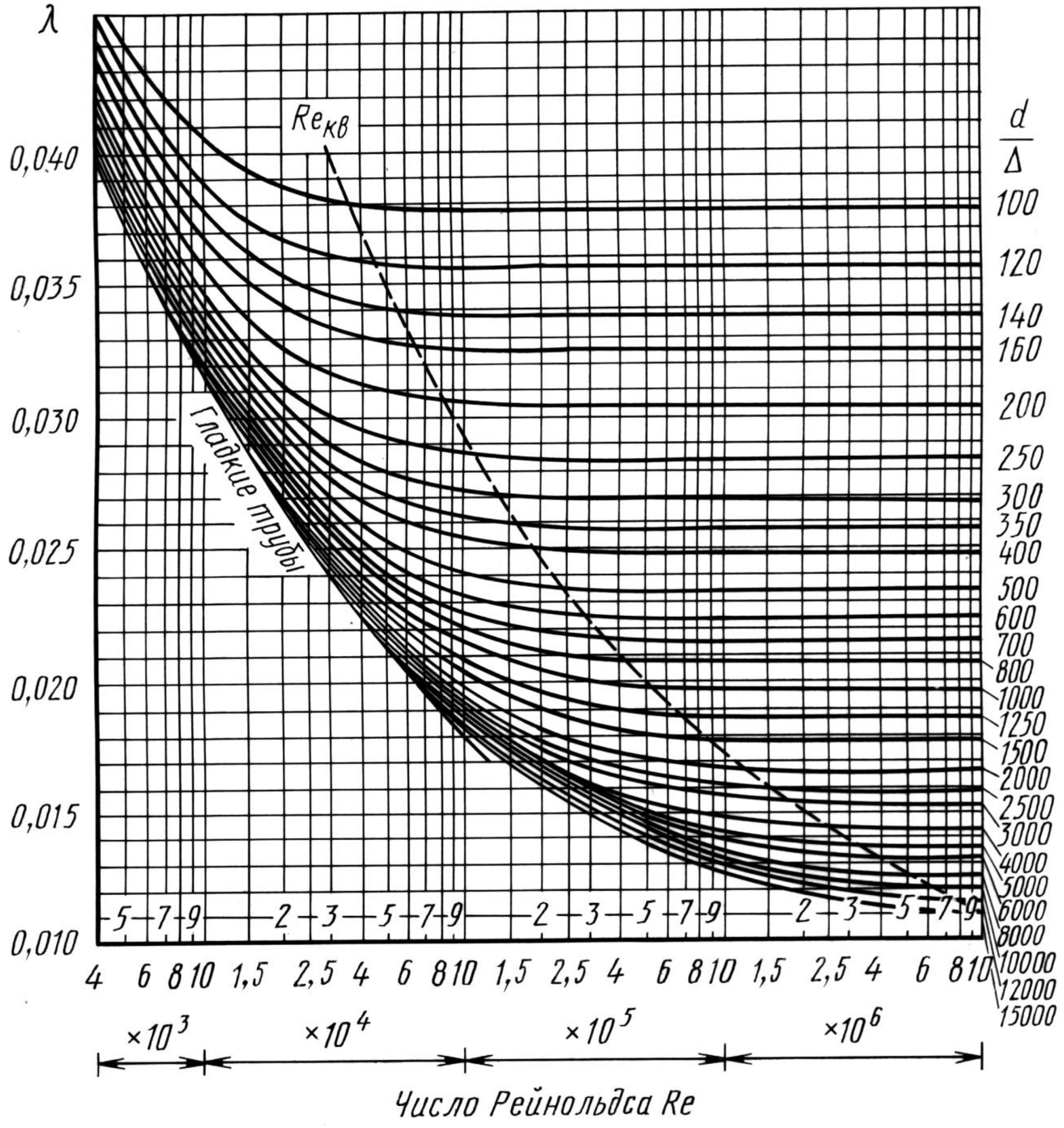
Режим движения турбулентный, так как $H_\Sigma > H_{\text{кр}}$. По условию учитываем только потери напора на трение: $h_{\text{п}} = \lambda\frac{l\,v^2}{d2g}$, и тогда

$$H_\Sigma = \lambda\frac{l\,v^2}{d2g}. \qquad (*)$$

Далее задачу решаем методом последовательных приближений. В качестве первого приближения принимаем квадратичную область сопротивления, в которой по известной относительной шероховатости $\frac{d}{\Delta} = \frac{400}{0,2} = 2000$ принимаем коэффициент сопротивления трения $\lambda_I = 0,0167$ (зависимость $\lambda = f\left(\text{Re}; \frac{d}{\Delta}\right)$ на рис. 4.5).

Уравнение (*) дает возможность определить среднюю скорость движения жидкости в первом приближении:

$$v_I = \sqrt{\frac{H_\Sigma d 2g}{\lambda_I l}} = \sqrt{\frac{33,17 \cdot 0,4 \cdot 19,62}{0,0167 \cdot 3000}} = 2,28 \text{ м/с}.$$



При этой скорости определяем число Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_\mathrm{I} = \frac{v_1 d}{\nu} = \frac{2{,}28 \cdot 0{,}4}{0{,}25 \cdot 10^{-4}} = 3{,}65 \cdot 10^4.$$

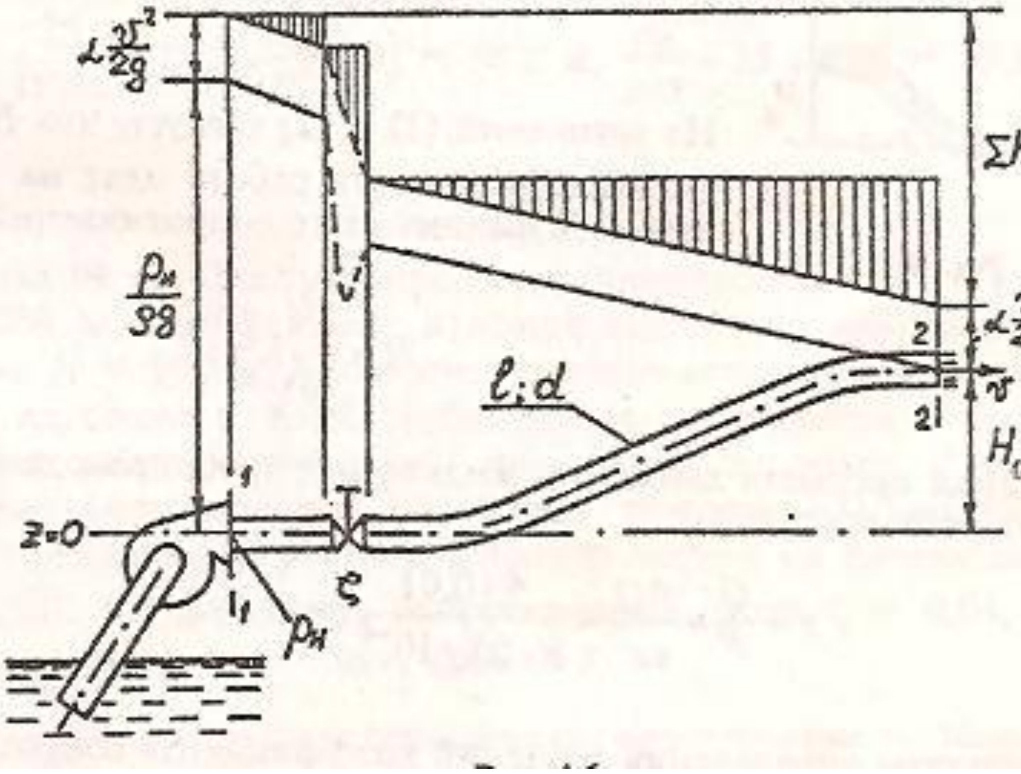
Для найденных значений Re_I и $\frac{d}{\Delta}$ по графику уточняем $\lambda_{\mathrm{II}} = 0{,}0234$ и определяем скорость и число Re во втором приближении:

$$v_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{33{,}17 \cdot 0{,}4 \cdot 19{,}62}{0{,}0234 \cdot 3000}} = 1{,}92 \text{ м/с}; \ \mathrm{Re}_{\mathrm{II}} = 3{,}07 \cdot 10^{-4}.$$

Найденное по графику значение $\lambda_{\mathrm{III}} = 0{,}024$, соответствующее $\mathrm{Re}_{\mathrm{II}}$ и $\frac{d}{\Delta}$ достаточно близко к λ_{II}, что дает возможность ограничиться вторым приближением при определении расхода:

$$Q = v_{\mathrm{II}} \frac{\pi}{4} d^2 = 1{,}92 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}16 = 0{,}24 \text{ м}^3/\text{с} = 240 \text{ л/с}.$$

Задача № 12. Центробежный насос должен обеспечить подачу $Q = 10$ л/с жидкости на отметку $H_0 = 15$ м по нагнетательному трубопроводу с диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 50$ м (рис. 4.6). Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}1$ мм, задвижка установленная в нем, имеет коэффициент сопротивления ζ=5.



Определить давление $p_н$, создаваемое насосом на входе в нагнетательный трубопровод и обеспечивающее заданный режим работы по расходу. В трубопроводе учитывать только потери напора на трение по длине и потери на задвижке. Задачу решить в двух вариантах: 1) перекачиваемая жидкость – вода, $\rho_в = 1000$ кг/м^3, $\nu = 1$ сСт; 2) масло, $\rho_м = 900$ кг/м3, $\nu = 50$ сСт.

Решение. Уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2:

$$\frac{p_н}{\rho g} + \alpha\frac{v^2}{2g} = H_о + \alpha\frac{v^2}{2g} + \sum h_п;$$

где $\sum h_п = \lambda\frac{l v^2}{d 2g} + \zeta\frac{v^2}{2g}$, тогда

$$\frac{p_н}{\rho g} = H_о + \frac{v^2}{2g}\left(\lambda\frac{l}{d} + \zeta\right). \quad (1)$$

Разность гидростатических напоров между входным и выходным сечениями трубопровода (рис. 4.7), равная $H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right)$, представляет собой работу внешних сил по перемещению единицы веса перекачиваемой жидкости. Для нашего случая

$$H = \frac{p_н}{\rho g} - H_о. \quad (2)$$

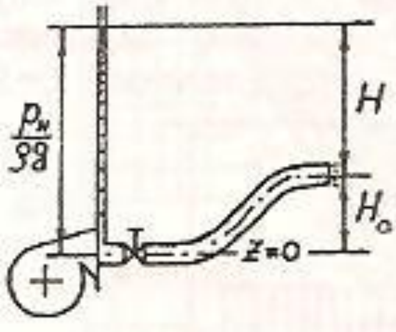


Рис. 4.7

Из уравнений (1) и (2) следует, что $H = \sum h_п$. Таким образом, эта работа идет на преодоление гидравлических сопротивлений:

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\lambda\frac{l}{d} + \zeta\right).$$

Средняя скорость движения жидкости в трубопроводе (независимо от рода жидкости):

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}01}{\pi \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 5 \text{ м/с}.$$

Результаты определения значений коэффициента сопротивления трения λ для обеих жидкостей сведены в табл. 3. По предварительно подсчитанным d/Δ и числу Re коэффициент λ может быть определен по приводимым в лекциях полуэмпирическим формулам, справочным таблицам* или найден из графика $\lambda = f(\mathrm{Re};\ d/\Delta)$ на рис. 4.5.

Таблица 3

Перекачиваемая жидкость	d/Δ	$\mathrm{Re} = vd/\nu$	λ
Вода	500	$2{,}5 \cdot 10^5$	0,0234
Масло	500	$5 \cdot 10^3$	0,0380

Следует отметить, что найденное значение $\lambda = 0{,}0234$ находится в квадратичной зоне сопротивления, а $\lambda = 0{,}038$ — в области гидравлически гладких труб.

Далее решаем задачу отдельно для каждого варианта:

1. Рабочая жидкость — вода:

$$H = \frac{25}{19{,}62}\left(0{,}0234\frac{50}{0{,}05} + 5\right) = 36{,}2\ \text{м};\ \frac{p_{\text{н}}}{\rho_{\text{в}} g} = 15 + 36{,}2 = 51{,}2\ \text{м};$$

$$p_{\text{н}} = 502\ \text{кПа}.$$

2. Рабочая жидкость — масло:

$$H = \frac{25}{19{,}62}\left(0{,}0380\frac{50}{0{,}05} + 5\right) = 54{,}8\ \text{м};\ \frac{p_{\text{н}}}{\rho_{\text{м}} g} = 15 + 54{,}8 = 69{,}8\ \text{м};$$

$$p_{\text{н}} = 616\ \text{кПа}.$$

Задача № 14. Из бака A, в котором поддерживается постоянный уровень, вода перетекает по сифонному трубопроводу (общая длина $l_1 = 20$ м, $d_1 = 40$ мм, $\lambda_1 = 0{,}0304$), имеющему приемный клапан с сеткой ($\zeta_к = 5$), в бак B, из которого сливается в атмосферу по трубопроводу ($l_2 = 100$ м, $d_2 = 60$ мм, $\lambda_2 = 0{,}0277$), включающему в себя задвижку ($\zeta = 10$) и сходящееся сопло ($d_с = 30$ мм, $\zeta_с = 0{,}1$, $\varepsilon = 0{,}97$). Напор $H = 25$ м.

Определить: 1) расход Q в системе; 2) вакуум $p_{Вс}$ в сечении С–С, расположенном выше уровня жидкости в баке A на $h_с = 1$ м, длина восходящей линии сифонного трубопровода до сечения С–С $l_с = 6{,}5$ м. Потерями напора на плавных поворотах в трубопроводах пренебрегать (рис. 4.9).

Решение. 1. Уравнение Бернулли, записанное для сечений 1–1 и 2–2 (плоскость отсчета $z = 0$), имеет вид

$$H = h_п + \frac{v^2}{2g}(1+\zeta_c) = 0{,}0827\left[\lambda_1\frac{L_1}{d_1^5} + \lambda_2\frac{L_2}{d_2^5} + (1+\zeta_c)\frac{1}{d_c^4\varepsilon^2}\right]Q^2,$$

где v – средняя скорость струи при выходе из сопла; $\varepsilon = \frac{F_{стр}}{F_c} = \left(\frac{d_{стр}}{d_c}\right)^2 = 0{,}97$ – коэффициент сжатия струи; L_1 и L_2 – приведенные длины трубопроводов (местные сопротивления заменены эквивалентными длинами по соотношению $l_э = \zeta\frac{d}{\lambda}$);

$$l_{э1} = \frac{d_1}{\lambda_1}(\zeta_к + \zeta_{вых}) = \frac{0{,}04\cdot 6}{0{,}0304} = 7{,}89 \text{ м};$$

$$l_{э2} = \frac{d_2}{\lambda_2}(\zeta_{вх} + \zeta) = \frac{0{,}06\cdot 10{,}5}{0{,}0277} = 22{,}74 \text{ м};$$

$$L_1 = l_1 + l_{э1} = 20 + 7{,}89 = 27{,}89 \text{ м};$$

$$L_2 = l_2 + l_{э2} = 100 + 22{,}74 = 122{,}74 \text{ м}.$$

Подставляем численные значения:

$$25 = 0{,}0827\left[0{,}0304\frac{27{,}89}{(0{,}04)^5} + 0{,}0277\frac{122{,}74}{(0{,}06)^5} + (1+0{,}1)\frac{1}{(0{,}03)^4\cdot(0{,}97)^2}\right]Q^2;$$

$$25 = 1165695\,Q^2.$$

Решение этого уравнения приводит к результату

$$Q = 0{,}0046\ \text{м}^3/\text{с} = 4{,}6\ \text{л/с}.$$

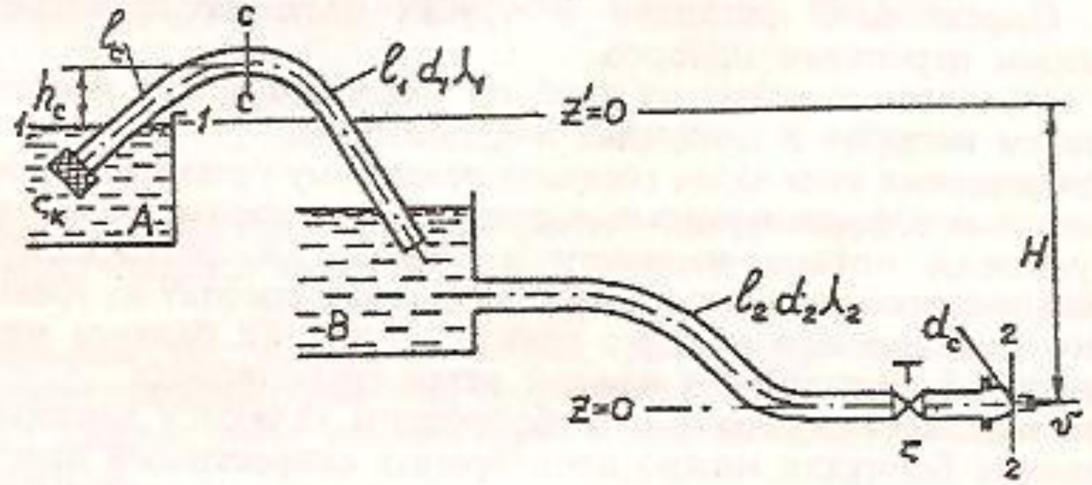


Рис. 4.9

2. Для определения вакуума $p_{вс}$ в сечении С–С, запишем уравнение Бернулли для сечений 1–1 и С–С с новой плоскостью отсчета $z' = 0$:

$$\frac{p_{вс}}{\rho g} = h_c + 0{,}0827\frac{Q^2}{d_1^{\,4}}\left[\lambda_1\frac{l_c}{d_1} + (1 + \zeta_к)\right] =$$

$$= 1 + 0{,}0827\frac{(0{,}0046)^2}{(0{,}04)^4}\left[0{,}0304\frac{6{,}5}{0{,}04} + (1 + 5)\right] = 8{,}22\ \text{м}.$$

Искомое значение вакуума равно

$$p_{вс} = 80638\ \text{Па} \cong 80{,}6\ \text{кПа}.$$