

**Типовое домашнее задание по курсу «ТФКП» для ВФН**  
**Лектор: Киндеркнехт Я.А.**

**ЗАДАЧА 1.**

Найти значение:

№ вар	Дано:	Найти:		
		а)	б)	в)
1.	$z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ $z_2 = \sqrt{3} + i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{\bar{z}_2}$
2.	$z_1 = 1 + i$ $z_2 = 3 - i$	$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_1}{z_2^2}$	$\sqrt[4]{z_1^3}$
3.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2 - i\sqrt{3}$	$\bar{z}_1 \cdot z_2$	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
4.	$z_1 = 2 - 2 \cdot i$ $z_2 = 1 + 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2$	$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^4}$
5.	$z_1 = 3 + 2 \cdot i$ $z_2 = 2 + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{(\bar{z}_1)^2}{z_2}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_2)^4}$
6.	$z_1 = 7 + i$ $z_2 = 3 - 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}$
7.	$z_1 = 5 - 5 \cdot i$ $z_2 = 2 - i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{z_1}{\bar{z}_2}\right)^2$	$\sqrt[4]{\bar{z}_1}$
8.	$z_1 = 4 + 4 \cdot i$ $z_2 = 4 - 3 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^2}$
9.	$z_1 = 2 - 2 \cdot i\sqrt{3}$ $z_2 = \sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
10.	$z_1 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt[5]{z_1^3}$
11.	$z_1 = -4 - 4 \cdot i$ $z_2 = 3 + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}$
12.	$z_1 = -3 + 3 \cdot i$ $z_2 = 2 + i$	$z_2^3$	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{\bar{z}_1}$
13.	$z_1 = 4 - 3 \cdot i$ $z_2 = 1 + 7 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot z_2}$
14.	$z_1 = 5 - 12 \cdot i$ $z_2 = 2 + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2^2}$	$\sqrt[4]{(\bar{z}_2)^3}$
15.	$z_1 = \frac{7 + 24 \cdot i}{5}$ $z_2 = -5 + 5 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{z_2}{z_1}$	$\sqrt[3]{\bar{z}_2}$

16.	$z_1 = -3 - 4 \cdot i$ $z_2 = -4 + 4 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)$	$\sqrt[3]{\frac{-\bar{z}_2}{2}}$
17.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[3]{z_1 \cdot z_2}$
18.	$z_1 = 2\sqrt{3} - 2 \cdot i$ $z_2 = 3 - 3 \cdot i\sqrt{3}$	$\overline{z_1 \cdot z_2}$	$\frac{z_1^2}{z_2}$	$\sqrt[4]{z_2^2}$
19.	$z_1 = 3\sqrt{3} + 3 \cdot i$ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{3z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
20.	$z_1 = -4 - 4 \cdot i$ $z_2 = 2 + 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}$
21.	$z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ $z_2 = \sqrt{8} - i\sqrt{8}$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}$
22.	$z_1 = 4 + 3 \cdot i$ $z_2 = 3 + 4 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_1 \cdot z_2}$
23.	$z_1 = 7 + 24 \cdot i$ $z_2 = 24 - 7 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)$	$\sqrt[5]{z_1 / z_2}$
24.	$z_1 = 2 + i$ $z_2 = 1 - 2 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_2 / z_1}$
25.	$z_1 = 3 + i$ $z_2 = 1 - 3 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot \bar{z}_2}$
26.	$z_1 = 7 + i$ $z_2 = 1 + 7 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{\bar{z}_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_1 / \bar{z}_2}$
27.	$z_1 = 1 - 2 \cdot i$ $z_2 = 4 - 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot z_2^2$	$\frac{z_1}{z_2}$	$\sqrt[3]{z_2 / \bar{z}_1}$
28.	$z_1 = 3 - 4 \cdot i$ $z_2 = -4 + 3 \cdot i$	$(\bar{z}_1 \cdot z_2)^2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot z_2}$
29.	$z_1 = 4 + 4 \cdot i$ $z_2 = 2 - 2 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2^2$	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{z_1 / \bar{z}_2}$
30.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{\bar{z}_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{\bar{z}_2}$

## ЗАДАЧА 2.

Заштриховать на рисунке область плоскости  $z$ , определяемую заданными неравенствами. Границы области, ей принадлежащие, вычертить сплошными, а не принадлежащие - пунктирными линиями.

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$\begin{cases}  z-1  > 1 \\  z+1  \geq 1 \end{cases}$	16.	$\begin{cases}  z-i  \leq 1 + \operatorname{Im} z \\ \arg z \leq \pi/4 \\ \operatorname{Im} z \leq 2 \end{cases}$
2.	$\begin{cases}  z-2  > 2 \\  z-4  \leq 4 \end{cases}$	17.	$\begin{cases}  z^2-1  \leq 1 \\ \operatorname{Re} z > 0 \end{cases}$
3.	$\begin{cases}  z-1  > 2 \\ \operatorname{Re} z < 3 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$	18.	$\begin{cases}  z-1-i  \geq 1 \\  z-1+i  \geq 1 \\  z-1  < 1 \end{cases}$
4.	$\begin{cases}  z-2  \leq 1 \\ \operatorname{Re} z > 1,5 \\ \operatorname{Im} z \geq -0,5 \end{cases}$	19.	$\begin{cases}  z-1  > 1 + \operatorname{Re} z \\  z+1  +  z-1  \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$
5.	$\begin{cases}  z  \geq 1 \\  z+\sqrt{2}  +  z-\sqrt{2}  < 2\sqrt{3} \\ \operatorname{Im} z > 0 \end{cases}$	20.	$\begin{cases}  z^2-1  \geq 1 \\  z-\sqrt{2}  < 2 \end{cases}$
6.	$\begin{cases}  z-1  \leq 1 + \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Re} z < 2 \end{cases}$	21.	$\begin{cases}  z-i  < 1 + \operatorname{Im} z \\  z+i\sqrt{2}  -  z-i\sqrt{2}  \leq 2 \end{cases}$
7.	$\begin{cases}  z+2  -  z-2  \geq 2\sqrt{3} \\ \operatorname{Re} z < 3 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	22.	$\begin{cases}  z \cdot \bar{z} ^2 > \operatorname{Re}(z^2) \\ 0 \leq \arg z \leq \pi/4 \\  z-1  \leq 1 \end{cases}$
8.	$\begin{cases}  z-2  \leq 2 \\  z-1  > 1 \\  z-3  \geq 1 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	23.	$\begin{cases}  z-1  \leq 1 + \operatorname{Re} z \\  z+1  +  z-1  > 2\sqrt{2} \end{cases}$
9.	$\begin{cases}  z+2  -  z-2  \leq 2\sqrt{3} \\ 0 < \arg z < \pi/6 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} (z+i\sqrt{5}) - (z-i\sqrt{5}) \leq 4 \\ \arctg 2 < \arg z < \pi - \arctg 2 \end{cases}$
10.	$\begin{cases}  z-i  \geq 1 + \operatorname{Im} z > 0 \\ -2 \leq \operatorname{Re} z < 2 \end{cases}$	25.	$\begin{cases}  z \cdot \bar{z} ^2 < \operatorname{Im}(z^2) \\ \pi/4 \leq \arg z \leq \pi/2 \end{cases}$

11.	$\begin{cases}  z-1-i  < \sqrt{2} \\ \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z \geq 1 \end{cases}$	26.	$ z  - 2 \leq \operatorname{Re} z < 2 -  z $
12.	$\begin{cases}  z+\sqrt{2}  -  z-\sqrt{2}  < 2 \\  z-1  \leq 1 \end{cases}$	27.	$\begin{cases}  z+i\sqrt{3}  -  z-i\sqrt{3}  \geq 2\sqrt{2} \\  z+i\sqrt{3}  +  z-i\sqrt{3}  < 4 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 0 \leq  z+\sqrt{2}  -  z-\sqrt{2}  \leq 2 \\  z+\sqrt{3}  +  z-\sqrt{3}  < 4 \end{cases}$	28.	$\begin{cases}  z-1-i  \leq 1 \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 2 \\ \arg z > \pi/4 \end{cases}$
14.	$\begin{cases}  z-i  < \operatorname{Im} z + 1 \\  z+2  +  z-2  \geq 2\sqrt{5} \\ \operatorname{Im} z \leq 2 \end{cases}$	29.	$\begin{cases}  z \cdot \bar{z} ^2 \geq 2 \operatorname{Im}(z^2) \\  z-1-i  < 1 \end{cases}$
15.	$\begin{cases}  z+\sqrt{2}  -  z-\sqrt{2}  \leq 2 \\  z-1  < 1 + \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	30.	$\begin{cases}  z+i\sqrt{3}  +  z-i\sqrt{3}  \geq 4 \\  z  < 2 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$

### ЗАДАЧА 3.

Вычислить значение функций при заданном значении аргумента.

№вар.	а)	б)
1.	$tg(\pi/4 + i)$	$\ln(2 - 3i)$
2.	$ch(2 - \pi i/2)$	$e^{2+\pi i/3}$
3.	$\sin(\pi/3 + 2i)$	$\ln(3 - 4i)$
4.	$th(1 - \pi i/2)$	$e^{-1-2\pi i/3}$
5.	$\cos(\pi/6 + i)$	$\ln(-3 + i)$
6.	$sh(1 + \pi i/4)$	$e^{0.5+\pi i}$
7.	$ctg(\pi/3 - i)$	$\ln(-2 - 2i)$
8.	$ch(1 + \pi i/4)$	$e^{-0.5-\pi i/2}$
9.	$\sin(\pi/2 + i)$	$\ln(-5 + 12i)$
10.	$cth(-1 + \pi i/3)$	$e^{-1+\pi i/3}$
11.	$\cos(\pi/2 + 3i)$	$\ln(-4 - 3i)$
12.	$sh(2 - \pi i/2)$	$e^{1-\pi i/4}$
13.	$tg(\pi/6 + 2i)$	$\ln(-3 - 3i)$
14.	$sh(2 + \pi i/4)$	$e^{-0.5+3\pi i/4}$
15.	$\cos(\pi/2 + 3i)$	$Ln(2 - 4i)$

16.	$cth(1 - \pi i/4)$	$e^{0.1 + \pi i/2}$
17.	$\sin(\pi/6 - i)$	$\ln(-3 + i)$
18.	$ch(2 - \pi i/6)$	$e^{2(1+i)}$
19.	$th(1 + \pi i/3)$	$Ln\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$
20.	$\sin(\pi/2 + 2i)$	$e^{\frac{\pi(1-i)}{2}}$
21.	$ch(2 - \pi i)$	$Ln\left(\frac{2-i}{2+i}\right)$
22.	$ctg(\pi/4 + 2i)$	$e^{-(1+2i)\pi/2}$
23.	$sh\left(\frac{1 + \pi i}{2}\right)$	$\ln\left(\frac{1+2i}{-1+2i}\right)$
24.	$\cos\left(\frac{\pi + 2i}{2}\right)$	$e^{-1-3\pi i/4}$
25.	$cth(2 - \pi i)$	$Ln(5 - 12i)$
26.	$\sin(\pi/4 + i)$	$e^{2+\pi i/3}$
27.	$sh(2 + \pi i/4)$	$Ln(24 - 7i)$
28.	$ctg(\pi/2 + 2i)$	$e^{-2+\pi i/6}$
29.	$ch(1 - \pi i/3)$	$\ln(3 + 4i)$
30.	$\cos(\pi/3 - i)$	$e^{1.5+\pi i/2}$

#### ЗАДАЧА 4.

Проверить, будет ли аналитической (регулярной) заданная функция. Для аналитической (регулярной) функции найти производную, используя формулу:

$$f'(z) = \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{\substack{x=z \\ y=0}}$$

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$1/(1+z)$	16.	$1 + 1/\bar{z}$
2.	$\sin(z + \pi/4)$	17.	$1/(\bar{z} - 1)$
3.	$\ln(1+z)$	18.	$(1 + \bar{z})^3$
4.	$1/(1 + \bar{z})$	19.	$\sin(2\bar{z} + \pi/4)$
5.	$ch(\bar{z} - 2)$	20.	$\ln(\bar{z}/z)$
6.	$\ln(1 + \bar{z})$	21.	$z^2 + (\bar{z})^2$
7.	$sh(z + 1)$	22.	$z + 1/z$
8.	$e^{1+z}$	23.	$\bar{z} + 1/z$

9.	$e^{(\bar{z})^2}$	24.	$z \cdot \bar{z}$
10.	$\cos(z - \pi/4)$	25.	$\bar{z}/z$
11.	$e^{\bar{z}-1}$	26.	$\sin(2z)$
12.	$1/(1-z)$	27.	$ch(z/2)$
13.	$\ln(\bar{z}-1)$	28.	$\ln(z-1)$
14.	$e^{z^2}$	29.	$1-1/z$
15.	$(z+1)$	30.	$1/z-1/\bar{z}$

### ЗАДАЧА 5.

Установить, может ли данная функция служить вещественной или мнимой частью некоторой аналитической (регулярной) функции и, если может, то восстановить эту аналитическую (регулярную) функцию в виде  $f(z)$ . Убедиться, что найденная функция действительно является аналитической (регулярной) и удовлетворяет заданному условию. Ниже через  $U(x,y)$  обозначается вещественная, а через  $V(x,y)$  - мнимая части искомой функции.

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$U(x,y) = \sin y \cdot ch x$	16.	$V(x,y) = e^{-2y} \cdot \cos 2x$
2.	$V(x,y) = \cos y \cdot ch x$	17.	$U(x,y) = \operatorname{arctg}(y/x)$
3.	$V(x,y) = e^x \cdot ch y$	18.	$V(x,y) = -\ln(x^2 + y^2)$
4.	$U(x,y) = e^{-x} \cdot \sin y$	19.	$V(x,y) = x^3 - 3xy^2$
5.	$V(x,y) = e^y \cdot \sin x$	20.	$U(x,y) = y/(x^2 + y^2)$
6.	$U(x,y) = e^{-y} \cdot \cos x$	21.	$V(x,y) = x/(x^2 + y^2)$
7.	$U(x,y) = e^y \cdot sh x$	22.	$V(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$
8.	$V(x,y) = sh y \cdot \sin x$	23.	$U(x,y) = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
9.	$V(x,y) = ch x \cdot sh y$	24.	$U(x,y) = 3x^2y - y^3$
10.	$U(x,y) = -sh x \cdot \sin y$	25.	$U(x,y) = -\frac{x}{x^2 + y^2}$
11.	$U(x,y) = e^{-2x} \cdot \sin 2y$	26.	$V(x,y) = e^{2x} \cdot \cos 2y$
12.	$V(x,y) = sh 2x \cdot \cos 2y$	27.	$V(x,y) = -e^{x/2} \cdot \sin(y/2)$
13.	$V(x,y) = ch 2x \cdot \cos 2y$	28.	$U(x,y) = sh(x/2) \cdot \sin(y/2)$
14.	$V(x,y) = sh 3x \cdot \sin 3y$	29.	$U(x,y) = e^{x-y}$
15.	$U(x,y) = e^{2y} \cdot \sin 2x$	30.	$V(x,y) = -\frac{y}{x^2 + y^2}$

### ЗАДАЧА 6.

Определить круг сходимости заданного степенного ряда. Сходится ли ряд в заданной точке  $z_1, z_2, z_3$ ? Если сходится, то как - абсолютно или условно? Сделать рисунок.

№ вар.	ЗАДАЧА	$z_1$	$z_2$	$z_3$
1.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$	2i	3i	$\sqrt{2}+i$
2.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-i)^{2n}}{3^n(n^2+n \cdot \ln n)}$	0	$\sqrt{3}-1+i$	2+i
3.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-i)^n}{2^n(n+1) \cdot \ln(n+1)}$	0	3+i	1+3i
4.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^{2n-1}}{(n+1)^2 \cdot \ln(n+1)}$	0	3i	1+2i
5.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{2^n(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$	0	1+2i	-1
6.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/3)^n \cdot (z-1+i)^n}{n + \sin(n\pi/2)}$	0	$\frac{5}{2}-i$	$1+\frac{i}{2}$
7.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3/4)^n \cdot (z+2i)^{2n}}{\sqrt{n+\ln n}}$	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}-2i$	$\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-2\right) \cdot i$
8.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2i)^n(n+1+\operatorname{arctg}z)}$	0	3i	2+i
9.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1+2i)^{2n}}{(4i)^n(n+1) \cdot \sqrt{\ln(n+1)}}$	0	1-2i	-1
10.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2+i)^{2n+1}}{3^n((n+1)^2+\ln^2(n+1))}$	0	$2+\sqrt{2}$	$2+i(\sqrt{3}-1)$
11.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{(2i)^n \cdot \sqrt{(n+1)^3+2n \cdot \ln n}}$	0	1+2i	-1+4i
12.	$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \frac{(z-2i)^n}{n+1+\sin(n\alpha)}$	1	$\frac{2}{3}+2i$	$\frac{8}{3} \cdot i$
13.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n(z+1)^{2n}}{\sqrt{n+1+\arcsin(1/n)}}$	0	$-1+\frac{i}{\sqrt{2}}$	-3/2
14.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z+3i)^n}{3^n(n^2+1)}$	0	3-3i	i
15.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-1+i)^{2n}}{4^n \cdot n \cdot \sqrt{n+1}}$	0	3-i	1+i

16.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2+2i)^n}{3^n \cdot \sqrt{n^3+1}}$	0	2+i	-1-3i
17.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z+1+i)^{2n}}{9^n \cdot \sqrt{n+1}}$	0	2-i	-1+2i
18.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \cdot \sqrt[3]{n^2+n} \cdot \ln n}$	0	$\sqrt{2}(1+i)$	1
19.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i\sqrt{3})^{2n-1}}{3^n (n+1) \cdot \ln^{3/2}(n+1)}$	0	$\sqrt{3}(1-i)$	-1
20.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-1+i)^{2n-1}}{2^n (n+1) \cdot \ln(n+1)}$	0	1+i	1-2i
21.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n (z+1+i/2)^n}{2^n (n+1) \cdot \sqrt{\ln(n+1)}}$	0	$-1+\frac{3}{2}i$	1-i/2
22.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+3i)^{2n}}{4^n (n+1+\ln^2(n+1))}$	2-i	4-3i	1-2i
23.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^{2n-1}}{5^n (n+1) \cdot \ln^3(n+1)}$	0	1+i	1
24.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+2i)^n}{3^n (1+1/n)^n}$	0	-1-2i	5-i
25.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i)^n \cdot n^2 \cdot (z+3-i)^n}{3^n \cdot \ln(n+1)}$	0	-3-2i	-1+i
26.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1) \cdot (z-2)^{2n}}{2^n \cdot (1+\sin^2 n\alpha)}$	0	$2+\sqrt{2}$	2+i
27.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+\ln n) \cdot (z-1+i)^{2n}}{2^n}$	0	1	$1+\sqrt{2}-i$
28.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot \ln(n+1) \cdot (z-1)^{2n-1}}{3^n}$	$1+\sqrt{3}$	$1+i\sqrt{3}$	0
29.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z+2i)^n \cdot 2^{2n}}{3^n \cdot (n+\sqrt{n})}$	0	$\frac{3}{4}-2i$	$-\frac{5}{4}i$
30.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n \cdot (z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \cdot \sqrt{n^2+1}}$	0	$2i\sqrt{2}$	$\sqrt{3}+i\sqrt{2}$

### ЗАДАЧА 7.

Найти все возможные разложения заданной функции по степеням заданной разности  $(z - a)$ . Указать область пригодности каждого из разложений.

Примечание. а) 5 вар. Под  $\sqrt{z^3 - 3z^2 + 3z}$  понимается то значение этого корня, которое на вещественной полуоси плоскости  $z$  принимает вещественные значения; б) 8 вар. Кубический корень понимается в том же смысле, что в вар. № 5; в) 11 вар.

Воспользоваться формулой:  $\operatorname{arctg} z = \int_0^z \frac{dz}{1+z^2} = \frac{\pi}{2} + \int_{\infty}^z \frac{dz}{1+z^2}$ ; г) 17 вар. см. 5 вар.; д) 19 вар. см. 5 вар.

№ вар.	ЗАДАЧА.	по степеням
1.	$f(z) = \frac{1}{z^2(z-1)}$	$z - 1$
2.	$f(z) = \frac{z}{z^2 - 5z + 4}$	$z - 2$
3.	$f(z) = \frac{z+2}{(z^2 + 2z + 5)^2}$	$z + 1$
4.	$f(z) = \frac{\sin z}{z - \frac{\pi}{4}}$	$z - \pi/4$
5.	$f(z) = \frac{z-1}{\sqrt[3]{z^3 - 3z^2 + 3z}}$	$z - 1$
6.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (z^2 - 1)}$	$z + 1$
7.	$f(z) = \frac{z+4}{(z^3 + 6z^2 + 12z)^2}$	$z + 2$
8.	$f(z) = \frac{1}{\sqrt[3]{(16 - 12z + 6z^2 - z^3)^2}}$	$z - 2$
9.	$f(z) = \frac{z}{(z^2 - 4)^2}$	$z - 2$
10.	$f(z) = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+z}{1-z}$	$z$
11.	$f(z) = \operatorname{arctg} z$	$z$
12.	$f(z) = \frac{1}{(z+1) \cdot (z+2)^3}$	$z + 1$
13.	$f(z) = \frac{\cos z}{(z + \pi/4)^2}$	$z + \pi/4$
14.	$f(z) = (z-1)^2 \sin^2\left(\frac{1}{z-1}\right)$	$z - 1$

15.	$f(z) = \frac{\sin z}{\left(z - \frac{3\pi}{4}\right)^3}$	$z - \frac{3\pi}{4}$
16.	$f(z) = \left(\frac{\sin z}{z}\right)^3$ , воспользоваться тождеством: $\sin 3z = 3 \sin z - 4 \sin^3 z$	$z$
17.	$f(z) = \frac{z}{\sqrt[3]{z^3 + 3z^2 + 3z}}$	$z + 1$
18.	$f(z) = \frac{z}{(z^2 - 1)^3}$	$z + 1$
19.	$f(z) = \frac{\sqrt[3]{7 + 3z - 3z^2 + z^3}}{z - 1}$	$z - 1$
20.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (z^2 - 4)}$	$z + 2$
21.	$f(z) = \frac{\sin^2 z}{(z - \pi/8)^2}$	$z - \pi/8$
22.	$f(z) = \frac{1}{(z - 1) \cdot (z^2 + 4)}$	$z$
23.	$f(z) = \frac{\cos^2 z}{(z + \pi/8)^2}$	$z + \pi/8$
24.	$f(z) = \frac{1}{(z + 1) \cdot (z^2 - 4)}$	$z$
25.	$f(z) = \frac{1}{1 + z + z^2}$	$z$
26.	$f(z) = \frac{1}{z + 1} \cdot \cos^2\left(\frac{1}{z + 1}\right)$	$z + 1$
27.	$f(z) = \left(\frac{\cos z}{z}\right)^3$ , воспользоваться тождеством: $\cos 3z = 4 \sin^3 z - 3 \cos z$	$z$
28.	$f(z) = \frac{1}{1 - z + z^2}$	$z$
29.	$f(z) = \frac{z + 2}{(z^3 + 3z^2 + 3z)^2}$	$z + 1$
30.	$f(z) = \frac{z}{(z^2 - 2z)^3}$	$z - 1$

### ЗАДАЧА 8.

Найти все особые точки заданной функции; определить их характер и найти вычеты в них. Классифицировать бесконечно удаленную особую точку и найти вычет в ней.

№ вар.	ЗАДАЧА	№вар.	ЗАДАЧА
1.	$f(z) = \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2}$	16.	$f(z) = \frac{1}{1-z^2} \cdot e^{1/z}$
2.	$f(z) = \frac{sh z}{(z^2 + \pi^2)^2}$	17.	$f(z) = \frac{1}{1+z^2} \cdot \sin \frac{1}{z}$
3.	$f(z) = \frac{\sin z}{(z^2 - \pi^2)^2}$	18.	$f(z) = \frac{z}{1-z^2} \cdot ch \frac{1}{z}$
4.	$f(z) = \frac{ch z}{(z^2 + \pi^2)^3}$	19.	$f(z) = \frac{z}{1+z^2} \cdot \cos \frac{1}{z}$
5.	$f(z) = \frac{\cos z}{(z^2 - \pi^2)^3}$	20.	$f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \cdot sh \frac{1}{z}$
6.	$f(z) = \frac{z^2 + 4}{(z^2 + 3z + 2)^2}$	21.	$f(z) = \frac{1}{(1+z)^2} \cdot \cos \frac{1}{z}$
7.	$f(z) = \frac{(z+1)^2}{(z^2 - 3z + 2)^2}$	22.	$f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \cdot \sin \frac{1}{z}$
8.	$f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2 - \pi^2)^2}$	23.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (1-z^2)} \cdot \cos \frac{1}{z}$
9.	$f(z) = z^3 \cdot e^{-1/z^2}$	24.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (1+z^2)} \cdot ch \frac{1}{z}$
10.	$f(z) = z^3 \cdot \cos \frac{1}{z^2}$	25.	$f(z) = \frac{1}{1+z^2} \cdot sh \frac{1}{z}$
11.	$f(z) = z^5 \cdot \sin \frac{1}{z^2}$	26.	$f(z) = \frac{z}{1-z} \cdot \sin \frac{1}{z}$
12.	$f(z) = \frac{e^{1/z}}{1-z}$	27.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (1+z)} \cdot \cos \frac{1}{z}$
13.	$f(z) = \frac{1}{1-z} \cdot \sin \frac{1}{z}$	28.	$f(z) = \frac{1}{1+z} \cdot ch \frac{1}{z}$
14.	$f(z) = \frac{1}{1+z} \cdot sh \frac{1}{z}$	29.	$f(z) = \frac{1}{z \cdot (1-z)} \cdot sh \frac{1}{z}$
15.	$f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \cdot e^{1/z}$	30.	$f(z) = \frac{z}{1+z} \cdot e^{-1/z}$

### ЗАДАЧА 9.

Вычислить интеграл при помощи теории вычетов или при помощи общей формулы Коши.

№ вар.	ЗАДАЧА	контур С	№ вар.	ЗАДАЧА	контур С
1.	$\oint_C \frac{dz}{(z^2+1)^2}$	$ z+i =1$	16.	$\oint_C \frac{(z+a)^2 \cdot e^z \cdot \sin \pi z \cdot dz}{z-a}$	$ Z-a =1$
2.	$\oint_C \frac{dz}{(z^2-1)^3}$	$ z-1 =1$	17.	$\oint_C \frac{z^3 dz}{(z+1)^3(z-2)}$	$ Z-2 =2$
3.	$\oint_C \frac{(z^2+1) dz}{z^3+1}$	$ z =2$	18.	$\oint_C \frac{(z^2+1) dz}{z^2(z+2)^2}$	$ Z =1$
4.	$\oint_C z^2 \cdot e^{-\frac{1}{z}} dz$	$ z =1$	19.	$\oint_C \frac{z^3 dz}{(z-1)^3(z+2)}$	$ Z-1 =2$
5.	$\oint_C z^2 \cdot sh \frac{1}{z} dz$	$ z =2$	20.	$\oint_C \frac{e^{iz} \cdot z \cdot dz}{z^2+1}$	$ Z-i =1$
6.	$\oint_C z \cdot \cos \frac{1}{z} dz$	$ z =2$	21.	$\oint_C \frac{e^{-iz}(1-z^2) dz}{1+z^2}$	$ Z+i =1$
7.	$\oint_C \frac{(z^3+1) dz}{(z^2+1)^2}$	$ z =2$	22.	$\oint_C \frac{shz \cdot dz}{(z^2+\pi^2)^2}$	$ Z-\pi i =\pi$
8.	$\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2-1)^2}$	$ z+1 =1$	23.	$\oint_C \frac{\sin^2 z \cdot dz}{\left(z^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)^2}$	$ Z+\pi/2 =1$
9.	$\oint_C \frac{e^{iz} dz}{z^2+1}$	$ z =2$	24.	$\oint_C \frac{tgz \cdot dz}{(z-\pi/4)^3}$	$ Z-\pi/4 =0.5$
10.	$\oint_C \frac{chz \cdot dz}{(z^2+\pi^2)^2}$	$ z-\pi i =\pi$	25.	$\oint_C \frac{ch(\pi z) \cdot dz}{(z^2+1)^3}$	$ Z-i =1$
11.	$\oint_C \frac{\sin z \cdot dz}{\left(z^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)^2}$	$ z-\pi/2 =1$	26.	$\oint_C \frac{\ln(1+z) dz}{(z^2-1)^3}$	$ Z-1 =1$
12.	$\oint_C \frac{\ln z \cdot dz}{(z^2+1)^2}$	$ z-i =1/2$	27.	$\oint_C \frac{e^z \ln(z+a) dz}{(z-a)^2}$	$(a > 0)$ $ Z-a =a$
13.	$\oint_C \frac{\ln(z+1) dz}{(z^2-1)^2}$	$ z-1 =1$	28.	$\oint_C \frac{dz}{(z^4-a^4)^2}$	$ Z-ai =a$ $(a > 0)$

14.	$\oint_C \frac{e^{-z} dz}{z \cdot (z-1)^3}$	$ z-1 =2$	29.	$\oint_C \frac{th \frac{\pi z}{4}}{(z^2+1)^2} dz$	$ z-i =0.5$
15.	$\oint_C \frac{\cos z \cdot dz}{z^2(z-\pi)^2}$	$ z-\pi =4$	30.	$\oint_C \frac{e^{iz} \cdot \cos z \cdot dz}{(z-\pi)^3}$	$ z-\pi =\pi$

### ЗАДАЧА 10.

Вычислить интеграл с использованием вычетов вне области, ограниченной контуром интегрирования.

Примечание: при  $z \rightarrow \infty$  для любого фиксированного  $a \in \mathbb{C}$  имеем  $\sin \frac{1}{z-a} \sim \frac{1}{z-a}$ .

№ вар.	ЗАДАЧА	контур С	№ вар.	ЗАДАЧА	контур С
1.	$\oint_C \frac{z^{11} dz}{(z^{12}-1)}$	$ z =3$	16.	$\oint_C \frac{(z^2+3) dz}{z(z^3-1)}$	$ z-i =3$
2.	$\oint_C \frac{5dz}{z(1+z^{15})}$	$ z-i =10$	17.	$\oint_C (z-3) \cos \frac{3}{z-3} dz$	$ z-3+i =2$
3.	$\oint_C \frac{2(z-3) dz}{1-z^{100}}$	$ z =2$	18.	$\oint_C \frac{e^{-1/z} dz}{z(z+2)}$	$ z+1 =3$
4.	$\oint_C (z^2+1) \sin \frac{1}{z} dz$	$ z+1 =5$	19.	$\oint_C \frac{dz}{(z+1)^{20}(z+2)}$	$ z+1 =1/2$
5.	$\oint_C (z^3-1) e^{-\frac{1}{z}} dz$	$ z =2$	20.	$\oint_C \frac{z^2 e^{\frac{2}{z+1}} dz}{z+1}$	$ z+1 =1$
6.	$\oint_C \frac{3z^{19}+1}{1-z^{20}} dz$	$ z+i =2$	21.	$\oint_C \frac{e^{z^3}(1-z^2) dz}{z(1+z^3)}$	$ z =10$
7.	$\oint_C z \cos \frac{1}{z} dz$	$ z-1+i =3$	22.	$\oint_C \frac{z^2-4}{z+2} \sin \frac{1}{z-2} dz$	$ z =2\pi$
8.	$\oint_C (ze^{2/z} - e^{1/z}) dz$	$ z =12$	23.	$\oint_C (z-1)^3 \cos \frac{1}{(z-1)^2} dz$	$ z-1 =1$
9.	$\oint_C \frac{z^4}{z^4-16} \sin \frac{1}{z} dz$	$ z =5$	24.	$\oint_C \frac{4z^{15}+2}{1-z^{16}} dz$	$ z-i =4$
10.	$\oint_C \frac{e^{z^5} dz}{z(1+z^5)}$	$ z =\pi$	25.	$\oint_C (z^2 e^{3/z} - 2e^{1/z}) dz$	$ z-i =2$
11.	$\oint_C \frac{z^2}{z-1} e^{\frac{1}{z-1}} dz$	$ z-1 =3$	26.	$\oint_C (z^5-2) e^{-1/z} dz$	$ z =1$

12.	$\oint_C \frac{dz}{z^3(z^{10}-2)}$	$ z =4$	27.	$\oint_C (z^3 - 2z + 1) \sin \frac{1}{z} dz$	$ z+i =3$
13.	$\oint_C \frac{99z+3}{1+z^{2011}} dz$	$ z+i =7$	28.	$\oint_C \frac{(5z-3)dz}{1-z^{123}}$	$ z =2$
14.	$\oint_C \frac{e^{-\frac{1}{z}} dz}{z \cdot (z^3-1)}$	$ z-i =20$	29.	$\oint_C \frac{16z^{15}-1}{z(1+z^{15})} dz$	$ z-1 =6$
15.	$\oint_C \cos \frac{1}{z-1} (z-1)^{-10} dz$	$ z =4$	30.	$\oint_C \frac{3z^{18}-2z^5+1}{z^{19}-1} dz$	$ z =\pi$