

ВОПРОСЫ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ ПО МОДУЛЮ II
ПО КУРСУ "КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ"
ИУ-9, 4-ИЙ СЕМЕСТР, ЛЕКТОР: КИНДЕРКНЕХТ Я.А., 2013 уч.г.

1. Дать определение пути и кривой в \mathbb{C} , сформулировать теорему Жордана. Дать определения интеграла от функции комплексного переменного вдоль пути и по кривой в \mathbb{C} . Описать свойства интеграла по кривой.
2. Сформулировать и доказать теорему Коши для односвязных областей. Сформулировать и доказать теорему Коши для допустимых областей.
3. Определить комплексную первообразную. Сформулировать и доказать теорему о существовании первообразной в односвязной области, формулу Ньютона-Лейбница.
4. Сформулировать и доказать интегральную формулу Коши.
5. Сформулировать и доказать теорему о среднем, принцип максимума модуля, основную теорему алгебры.
6. Сформулировать и доказать общую формулу Коши для производных, показать бесконечную дифференцируемость голоморфных функций.
7. Сформулировать и доказать неравенство Коши, теорему Лиувилля, теорему Мореры.
8. Сформулировать и доказать первую теорему Вейерштрасса. Выписать следствия из теоремы Вейерштрасса о степенном ряде и его сумме.
9. Сформулировать и доказать вторую теорему Вейерштрасса.
10. Сформулировать и доказать теорему Тейлора о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора, теорему о единственности разложения в степенной ряд.
11. Дать определения нуля аналитической функции, его порядка. Доказать теорему об изолированности нуля из области аналитичности функции, теорему единственности для аналитических функций, теорему об особой точке на границе круга сходимости степенного ряда.
12. Определить обобщенные степенные ряды, кольцо сходимости. Сформулировать и доказать теорему Лорана.
13. Определить обобщенные степенные ряды, кольцо сходимости. Сформулировать и доказать теорему о единственности разложения в обобщенный степенной ряд. Доказать неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана.

14. Определить изолированные особые точки аналитических функций, классифицировать их в терминах рядов Лорана. Доказать теорему об устранимой особой точке, теорему о полюсе m -го порядка, теорему о существенно особой точке.
15. Определить и классифицировать в терминах рядов Лорана изолированную особую точку ∞ . Доказать теорему Сохоцкого. Сформулировать теорему Пикара.
16. Дать определение вычета, вычета в бесконечности. Описать свойства вычета в устранимой особой точке, вывести формулу для вычисления вычета в полюсе.
17. Доказать теоремы Коши о вычетах и о полной сумме вычетов.

Пробный вариант контрольной работы.

1. (3 балла). Найдите все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+2)(z-1)}$ по степеням z .
2. (3 балла). Найдите все особые точки (включая и бесконечно удалённую точку) функции, определите их характер и вычеты в них: $f(z) = \frac{\operatorname{ch} z^2}{(z^2+1)z^2}$.
3. (3 балла). Вычислите интеграл: $\oint_{|z|=1} z^3 e^{-\frac{1}{z}} dz$.
4. (3 балла). Вычислите интеграл: $\oint_{|z+i|=12} \frac{1}{(z^{10}-1)} \cos \frac{1}{z} dz$.