

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

1. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, x \in (0,1), t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin^3 2\pi x,$$

$$u(0, t) = u'_x(1, t) = 0.$$

2. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения на отрезке:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, x \in (0,4), t > 0$$

$$u(x, 0) = x(4-x),$$

$$u'_t(x, 0) = 0,$$

$$u(0, t) = u(4, t) = 0.$$

3. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа в круге:

$$\Delta U = 0, r < 1, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$U(1, \varphi) = \varphi(\pi - \varphi),$$

4. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа в кольце:

$$\Delta U = 0, 2 < r < 3, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$U(2, \varphi) = 1 + \cos^2 \varphi$$

$$U(3, \varphi) = 0$$

5. Решите краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta U = 0, 0 < x < l, 0 < y < y_0$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{1}{2y_0} \sin \frac{5\pi y}{y_0} \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = 0$$

$$u|_{y=0} = 2 \cos \frac{\pi x}{l} \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=y_0} = \frac{1}{2l} \cos \frac{3\pi x}{l}$$
