КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

«Уравнения математической физики» для ИУ-9

8-й семестр

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература (ОЛ)

1. Владимиров В.С., Уравнения математической физики, Наука, 1988
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики, Наука, 2004
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа, Наука, 1972
4. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В., Лекции по математической физике, Наука, 2004.
5. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И., Дифференциальные уравнения математической физики, МГТУ, 2006
6. Волков И.К., Канатников А.Н., Интегральные преобразования и операционное исчисление, МГТУ, 1996
7. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости, Наука, 1981.
8. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н., Сборник задач по математической физике. – 4-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 688 с.
9. Сборник задач по уравнениям с частными производными / Под ред. А.С. Шамаева. – М.: БИНОМ, 2005. – 158 с.
10. Бородин П.А., Савчук А.М., Шейпак И.А., Задачи по функциональному анализу. Часть II. – М.: Изд-во ЦПИ, 2009. – 160 с.
11. Шубин М.А., Лекции об уравнениях математической физики, М.: МЦНМО, 2003.
12. Решебник. Высшая математика. Специальные разделы. / Под ред. Кириллова А.И. – М.: Физматлит, 2006.

Дополнительная литература (ДЛ)

1. Рид М., Саймон Б., Методы современной математической физики, Т.1, Мир, 1978
2. Смирнов В.И., Курс высшей математики, том 2, Наука, 1967
3. Романовский П.И., Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов: Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа, М.: ГИТТЛ, 1957
4. Олейник О.А., Лекции об уравнениях с частными производными, М.: БИНОМ, 2005
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В., Методы теории функций комплексного переменного, СПб.: Изд-во «Лань», 2002.

Методические пособия

1. Бутко Я.А., Элементы функционального анализа и методы математической физики, МГТУ, 2011.

1. Малов Ю.И., Сержантова М.М., Чередниченко А.В., Волновое уравнение, МГТУ, 2006.
2. Лошкарёв А.И,, Облакова Т.В., Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора и задача Коши, МГТУ, 2006

ЛЕКЦИИ

Лекция 1-2. Свойства фундаментального решения волнового оператора. Распространение волн в пространстве, на плоскости, на прямой, принцип Гюйгенса, диффузия волн. Метод включения начальных условий в мгновенно действующие источники. Задача Коши для волнового уравнения. Постановка обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Формулы Кирхгофа, Пуассона и Даламбера.

Лекция 3. Некоторые частные решения волнового уравнения в пространстве: плоская, цилиндрическая и сферическая волны, монохроматические волны. Обобщенная и классическая постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

Лекция 4-5. Первая и вторая формулы Грина. Интегральная формула Грина для решения уравнения Пуассона. Интегральная формула Кирхгофа для решения уравнения Гельмгольца. Свойства объёмного потенциала. Гармонические функции, их свойства.

Лекция 6-7. Краевые задачи для уравнения Пуассона, их свойства. Метод функции Грина для решения краевых задач (задача Дирихле, задача Неймана). Метод функции Грина решения краевых задач для уравнения Гельмгольца (задача Дирихле). Условия излучения Зоммерфельда.

Лекция 8-10. Гильбертовы пространства, их свойства. Пространства с весом. Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Симметричность и самосопряжённость. Самосопряжённые расширения оператора Лапласа. Положительно определённые операторы. Собственные числа и собственные функции, спектр оператора. Свойства оператора Штурма-Лиувилля. Постановка задачи Штурма-Лиувилля. Свойства собственных чисел и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Примеры решения задач Штурма-Лиувилля.

Лекция 11-12. Специальные функции. Гамма-функция Эйлера. Цилиндрические специальные функции: уравнение Бесселя, его частные решения, их свойства. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения Бесселя, ортогональность функций Бесселя. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в цилиндрических областях.

Лекции 13-15. Полиномы и функции Лежандра, присоединённые функции Лежандра. Задача Штурма-Лиувилля для уравнения Лежандра, ортогональность функций Лежандра. Теорема о дискретности спектра оператора Лапласа в ограниченной области. Внутренние краевые задачи для уравнения Гельмгольца, резонансный и нерезонансный случай. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в сферических областях. Сферические специальные функции.

Лекции 16-17. Эволюционные уравнения, эволюционные полугруппы. Теоремы Троттера и Чернова. Формулы Фейнмана. Представление решения параболического уравнения и уравнения Шрёдингера с потенциалом с помощью формул Фейнмана.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Семинар 1-2. Метод включения начальных условий в мгновенно действующие источники. Фундаментальное решение волнового оператора. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения методом включения начальных условий в мгновенно действующие источники.

Семинар 3-4. Вычисление функции Грина краевых задач для двумерного и трёхмерного уравнения Лапласа: метод отражений.

Семинар 5-6. Вычисление функции Грина краевых задач для двумерного уравнения Лапласа: метод конформных отображений.

Семинар 7. Рубежный контроль.

Семинар 8. Проверка симметричности и самосопряжённости линейного оператора. Нахождение собственных чисел и собственных функций. Решение задачи Штурма-Лиувилля. Разложение функций в ряды Фурье по тригонометрическим базисам.

Семинар 9. Метод Фурье разделения переменных. Начально-краевые задачи для волнового уравнения и уравнения теплопроводности на отрезке.

Семинар 10-11. Метод Фурье разделения переменных. Краевые задачи для уравнения Лапласа в круге, кольце и прямоугольнике.

Семинар 12-14. Цилиндрические функции, их свойства. Разложение функции в ряд Фурье по системам функций Бесселя. Краевые задачи для уравнения Гельмгольца в круге, начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности в круге, краевые задачи для уравнения Лапласа в цилиндре.

Семинар 15-16. Полиномы Лежандра. Разложение функции в ряд Фурье по полиномам Лежандра. Сферические функции, их свойства. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца в сферических областях.

Семинар 17. Рубежный контроль.

МОДУЛЬ I «Метод функции Грина»: 1-8 недели
МОДУЛЬ II «Метод разделения переменных»: 9-17 недели